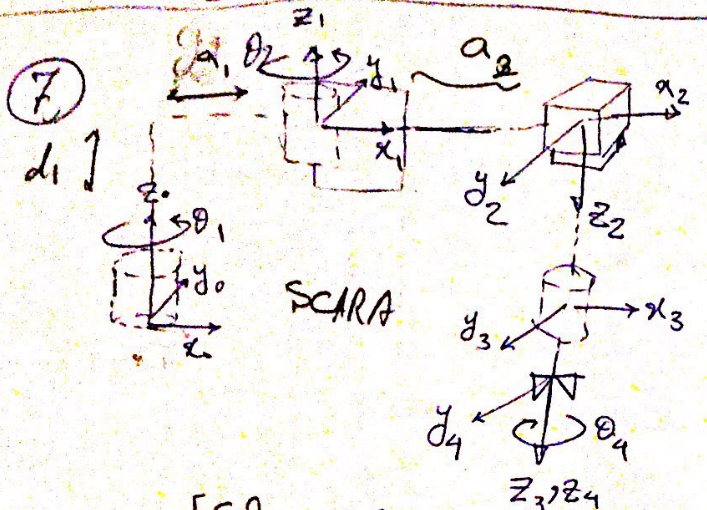
صفحه ① دکتر شریفی — تمرین سری ۲ رباتیک پیشرفته — کسری حلاجی 9523038

⑦



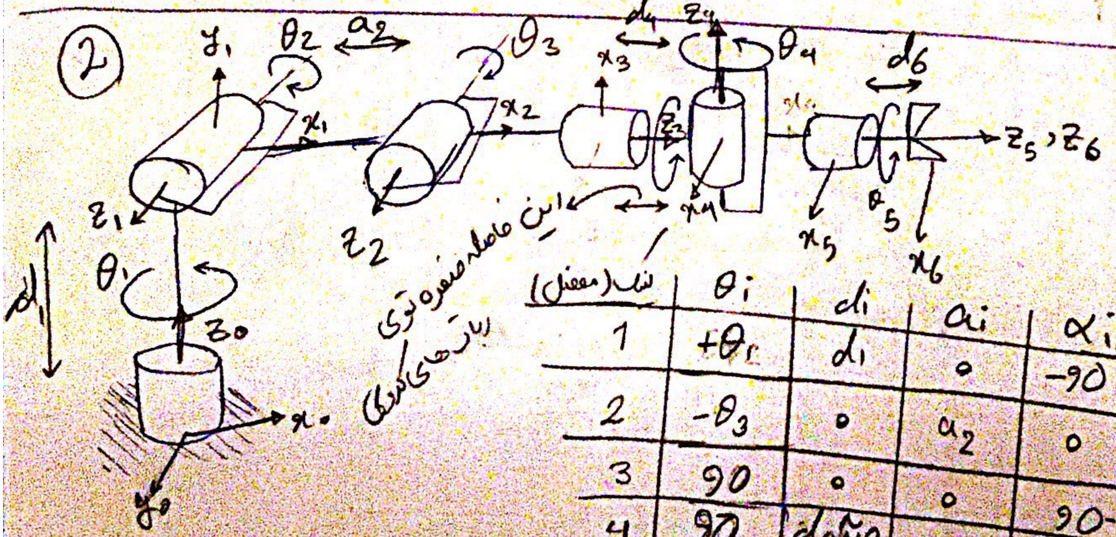
لنک (مفصل)	θ_i	d_i	a_i	α_i
1	$\theta_1+\theta_2$	d_1	a_1	0
2	0	0	a_2	180
3	$+\theta_4$	d_3	0	0
4	0	d_4	0	0

Matric of DH
$$=\begin{bmatrix} c\theta_i & -s\theta_i c\alpha_i & s\theta_i s\alpha_i & a_i c\theta_i \\ s\theta_i & c\theta_i c\alpha_i & -c\theta_i s\alpha_i & a_i s\theta_i \\ 0 & s\alpha_i & c\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A_1=\begin{bmatrix} c(\theta_2+\theta_1) & -s(\theta_2+\theta_1) & 0 & a_1 c(\theta_2+\theta_1) \\ s(\theta_2+\theta_1) & c(\theta_2+\theta_1) & 0 & a_1 s(\theta_2+\theta_1) \\ 0 & 0 & 1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_2=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_2 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad A_3=\begin{bmatrix} c\theta_4 & -s\theta_4 & 0 & 0 \\ s\theta_4 & c\theta_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad A_4=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow DH = A_1A_2A_3A_4=\begin{bmatrix} c\theta_1 c(\theta_2-\theta_4)+s\theta_1 s(\theta_4-\theta_2) & s\theta_1 c(\theta_2+\theta_4)-c\theta_1 s(\theta_4-\theta_2) & 0 & c\theta_1(a_1c\theta_2+a_3c\theta_2)-s\theta_1(a_1c\theta_2+a_3s\theta_2) \\ s\theta_1 c(\theta_2-\theta_4)-c\theta_1 s(\theta_4-\theta_2) & -c\theta_1 c(\theta_2+\theta_4)-s\theta_1(\theta_4-\theta_2) & 0 & c\theta_1(a_1c\theta_2+a_3c\theta_2)+s\theta_1(a_1c\theta_2+a_3s\theta_2) \\ 0 & 0 & -1 & d_1-d_3-d_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

②



لنک (مفصل)	θ_i	d_i	a_i	α_i
1	$+\theta_1$	d_1	0	-90
2	$-\theta_3$	0	a_2	0
3	90	0	0	$90-\theta_3$
4	90	$d_4 \simeq 0$	0	90
5	0	0	0	-90
6	0	d_6	0	0

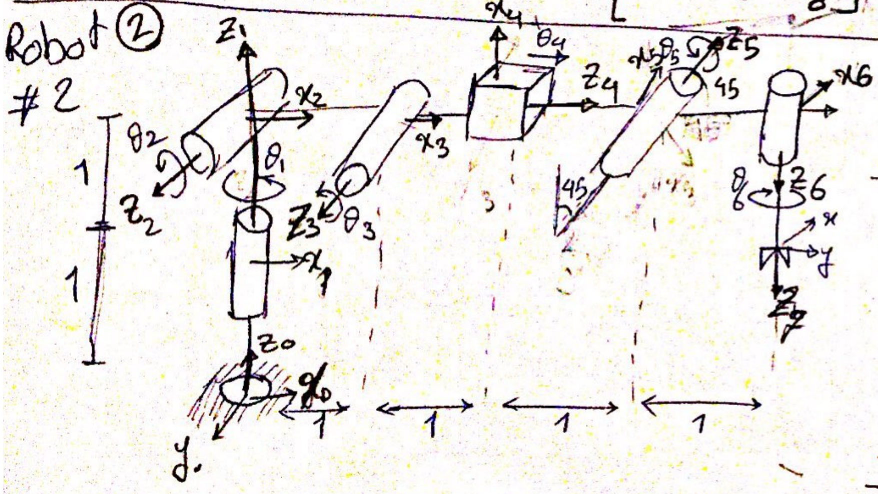
$$DH = \begin{bmatrix} c\theta_i & -s\theta_i c\alpha_i & s\theta_i s\alpha_i & a_i c\theta_i \\ s\theta_i & c\theta_i c\alpha_i & -c\theta_i s\alpha_i & a_i s\theta_i \\ 0 & s\alpha_i & c\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A_1 = \begin{bmatrix} c\theta_1 & 0 & -s\theta_1 & 0 \\ s\theta_1 & 0 & c\theta_1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} c\theta_3 & s\theta_3 & 0 & a_2 c\theta_3 \\ -s\theta_3 & c\theta_3 & 0 & -a_2 s\theta_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad A_3 = \begin{bmatrix} 0 & -c(90-\theta_3) & -1 s(90-\theta_3) & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & s(90-\theta_3) & c(90-\theta_3) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad A_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_5 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad A_6 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Robot ②

#2



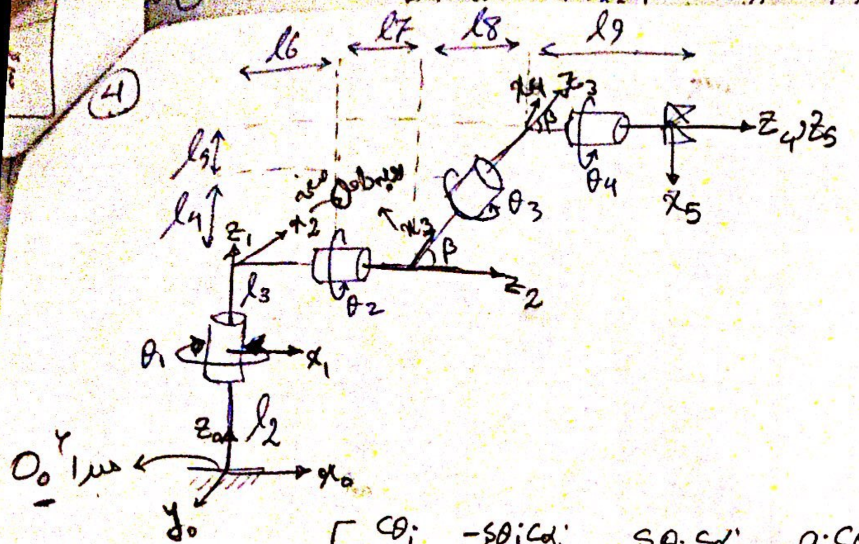
[illegible]	α_i	a_i	d_i	θ_i
1	0	0	1	θ_1
2	90	0	1	θ_2
3	0	1	0	0
4	90	0	0	90
5	-45	0	1	$-90+\theta_5$
6	90+45	0	1	θ_6
7	0	0	1	0

$$A_1 = \begin{bmatrix} \cos\theta_1 & -s\theta_1 & 0 & 0 \\ s\theta_1 & c\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad A_2 = \begin{bmatrix} c\theta_1 & 0 & s\theta_1 & 0 \\ s\theta_1 & 0 & -c\theta_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad A_5 = \begin{bmatrix} s\theta_5 & \frac{\sqrt{2}}{2} c\theta_5 & -c\theta_5 \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 \\ -c\theta_5 & \frac{\sqrt{2}}{2} s\theta_5 & \frac{\sqrt{2}}{2} c\theta_5 & 0 \\ 0 & \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_6 = \begin{bmatrix} c\theta_6 & \frac{\sqrt{2}}{2} s\theta_6 & \frac{\sqrt{2}}{2} s\theta_6 & 0 \\ s\theta_6 & -\frac{\sqrt{2}}{2} c\theta_6 & -\frac{\sqrt{2}}{2} c\theta_6 & 0 \\ 0 & \sqrt{2}/2 & -\frac{\sqrt{2}}{2} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad A_7 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

(4)



ش	α_i	a_i	d_i	θ_i
1	0	0	l_2	θ_1
2	90	0	l_3	$90+\theta_2$
3	$-\beta$	0	l_6+l_7	θ_3
4	β	0	l_4+l_5	θ_4
5	0	0	l_9	-90

DH parameters for A_i:

$$\begin{bmatrix} c\theta_i & -s\theta_i c\alpha_i & s\theta_i s\alpha_i & a_i c\theta_i \\ s\theta_i & c\theta_i c\alpha_i & -c\theta_i s\alpha_i & a_i s\theta_i \\ 0 & s\alpha_i & c\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A_1 = \begin{bmatrix} c\theta_1 & -s\theta_1 & 0 & 0 \\ s\theta_1 & c\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} -s\theta_1 & 0 & c\theta_1 & 0 \\ +c\theta_1 & 0 & s\theta_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & l_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad A_3 = \begin{bmatrix} c\theta_3 & -s\theta_3 c\beta & -s\theta_3 s\beta & 0 \\ s\theta_3 & c\theta_3 c\beta & c\theta_3 s\beta & 0 \\ 0 & -s\beta & c\beta & l_6+l_7 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_4 = \begin{bmatrix} c\theta_4 & -s\theta_4 c\beta & s\theta_3 s\beta & 0 \\ s\theta_4 & c\theta_3 c\beta & c\theta_3 s\beta & 0 \\ 0 & s\beta & c\beta & l_3+l_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad A_5 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_9 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^0T_H = A_1 A_2 A_3 A_4 A_5 \rightsquigarrow A_1 = {}^0T_1 ,\ A_2 = {}^1T_2 \quad A_3 = {}^2T_3 \quad A_4 = {}^3T_4 \quad A_5 = {}^4T_5$$

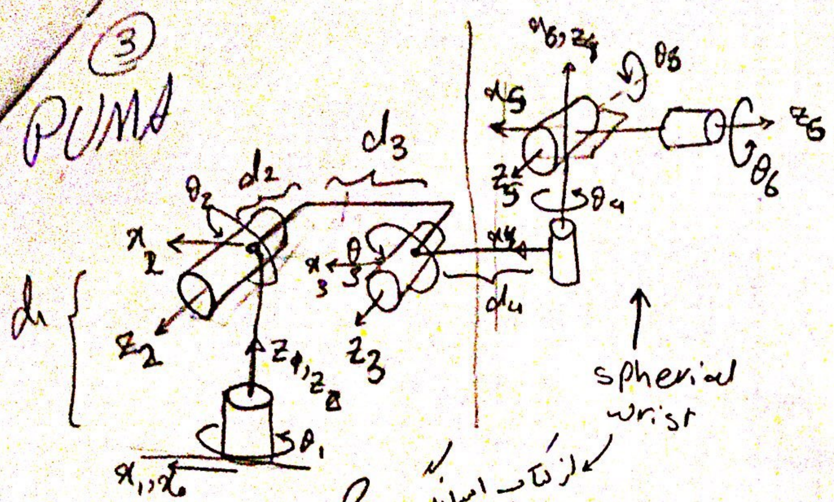
$$\Rightarrow {}^0T_H = {}^0T_5 = {}^0T_1\,{}^1T_2\,{}^2T_3\,{}^3T_4\,{}^4T_5$$

$$A_1A_2 = \begin{bmatrix} -s\theta_1 c\theta_1 - s\theta_1 c\theta_1 & 0 & c^2\theta_1 - s^2\theta_1 & 0 \\ -s^2\theta_1 + c^2\theta_1 & 0 & 2 s\theta_1 c\theta_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & l_3+l_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

به همین ترتیب حساب می‌توانیم ادامه
دهیم برای راحتی از MATLAB
استفاده شد

3

PUMA



از کتاب اسپانگ پرسش

لینک	α_i	a_i	d_i	θ_i
1	-90	0	0	θ_1
2	0	0	d_1	θ_2
3	0	d_3	0	θ_3
4	-90	d_4	0	θ_4
5	90	0	0	θ_5
6	0	0	0	θ_6

5

a) برای ربات 1 اگر نقطه داده شده داخل محدوده کاری باشد، حالات زیاد پاسخ وجود دارد (چند حالت) و برای Positioning برای رسیدن به راه حل می باشد، اگر برای ربات توام سیر تعداد زیاد Positioning برای جهت گیری در فضا وجود دارد (هر دو تا Dexterous اند)

b) برای ربات 2 تنها یک Solution وجود دارد. ولی برای ربات افقی، دو تا Positioning وجود دارد

---

1 الف) هر نقطه در فضا 3 تا برای موقعیت در فضا و 3 تا برای جهت گیری در فضا استفاده می شود

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix}$$

پس مجموعاً تا اینجا 12 حالت داریم که 6 تا از R ها صفر میشن

$$x \cdot y = 0$$
$$x \cdot z = 0 \quad \Longrightarrow \quad 12 - 6 = 6 \text{ پارامتر مستقل}$$
$$y \cdot z = 0$$

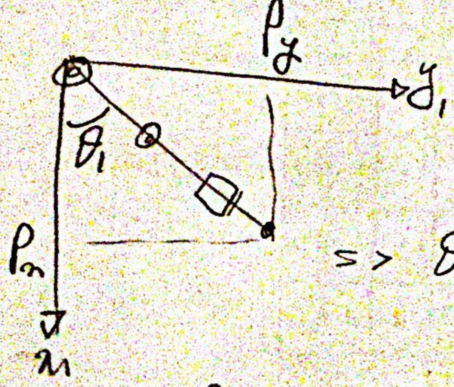
ب) برای پاسخ به سؤال اینکه چگونه به جای 6 پارامتر می توان از 4 پارامتر کمک گرفت و موقعیت هر تعیین محل مرجع i نسبت به جسم فیزیکی و لینک i و محل x_i است بدین ترتیب که همیشه x_i عمود نسبت که مرجع x_i حتماً روی خود جسم و لینک i باشد در نتیجه با انتخاب مناسب مرکز (O) می توان به 4 پارامتر تقلیل داد

۶) ب) با توجه به اینکه wrist ثابت است و متقارنش جاهش درست است
معین مسئله یک جواب وجود ندارد و جواب برای سه مفصل ابتدایی unique هست

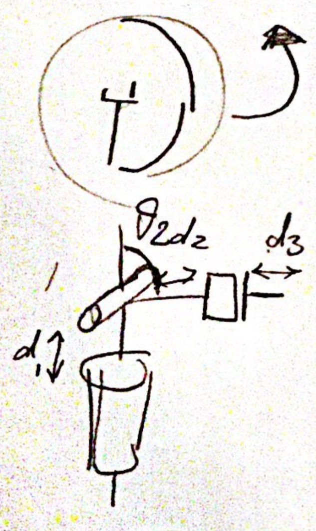
$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \quad \text{و} \quad P = \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{bmatrix}$$

فرض می‌کنیم ربات می‌خواهد الف و ج

wrist فقط توی جهت گیری تاثیر بگذارد P^6



$$\Rightarrow \theta_1 = \operatorname{atan2}(P_y, P_x)$$



$$P_z = d_1 + \cos\theta_2 \times (d_2 + d_3)$$

$$^0R_3 = \begin{bmatrix} \cos\theta_2 & 0 & s\theta_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ -s\theta_2 & 0 & c\theta_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\theta_1 & -s\theta_1 & 0 \\ s\theta_1 & c\theta_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$^3R_6 = ({}^0R_3)^T R$$

$^3R_6 =$ ZYZ اویلر اُنال

$$\begin{bmatrix} x_{cr} \\ y_{cr} \\ z_{cr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{bmatrix} - R \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ d_z \end{bmatrix}$$