کسری خلفی 9523038 امتحان take home رباتیک پیشرفته دکتر ایل شریعی

① رابطه معادله مفصلی و فضای کارتزین = ?

مستر :
$$(1) \Rightarrow M_{x,m}(q_m)\ddot{X}_m + C_{x,m}(q_m, \dot{q}_m) + G_{x,m}(q_m) + F_{x,m}(\dot{q}_m) = f_m + f_{th}$$

سمت اسلیو :
$$(2) \Rightarrow M_x(q_s)\ddot{X}_s + C_{x,s}(q_s, \dot{q}_s) + G_{x,s}(q_s) + F_{x,s}(\dot{q}_s) = f_s - f_{pa}$$

* معادله مفصلی :

$$(\text{master}(*)) : M_{q,m}\ddot{q}_m + C_{q,m}(q_m, \dot{q}_m)\dot{q}_m + G_{q,m}(q_m) + F_{q,m}(\dot{q}_m) = \tau_m + \tau_{th}$$

$$(\text{slave}*) \quad M_{q,s}\ddot{q}_s + C_{q,s}(q_s, \dot{q}_s)\dot{q}_s + G_{q,s}(q_s) + F_{q,s}(\dot{q}_s) = \tau_s - \tau_{pa}$$

می‌دانیم
$$\begin{cases} J\dot{q} = \dot{x} \xrightarrow{\text{مشتق}} \ddot{x} = \dot{J}\dot{q} + J\ddot{q} \\ x = \Omega(q) \quad , \quad J^T F = \tau \end{cases}$$

مکان و زوایای مفاصل در کینماتیک مستقیم

جایگذاری این معادله در فرمول های (1) و (2)

=> فرض می‌کنیم master و slave هر دو مفصل i امشان در حال تحلیل است

$$\begin{cases} M_{x,i}(q_i) = J_i^{-T} M_{q,i}(q_i) J_i^{-1} \\ G_{x,i}(q_i) = J_i^{-T} G_{q,i}(q_i) \\ C_{x,i}(q_i, \dot{q}_i) = J_i^{T}\left(C_{q,i}(q_i, \dot{q}_i) - M_{q,i}(q_i) J_i^{-1} \dot{J}_i\right) J_i^{-1} \\ F_{x,i}(q) = J_i^{-T} F_{q,i}(q_i) \\ f_i = J_i^{-T} \tau_i \\ f_{th} = J_m^{-T} \tau_{th} \\ f_{pa} = J_s^{-T} \tau_{pa} \end{cases}$$

صفحه ②

ب) معادله‌ی 3 و 4 را تفسیر نمائید و مقادیر مناسب را مثال بزنید

این دو فرمول یکی برای سمت master ولی برای سمت slave می‌باشد که هر دو برای کنترل امپدانس تعریف شده‌اند که موقعیت و سرعت سمت مستر و همچنین نیروی وارده‌ی master به سمت slave برای کنترل امپدانس هدایت می‌یابد. همچنین نیروی وارده‌ی سمت slave‌های نیز به سمت master انتقال می‌یابد

$$X_{m\,scaled} = K_p X_m$$

$$F_{pa\,scaled} = K_p F_{pa}$$

← در سمت master سرعت و موقعیت و در سمت slave، نیروی بیمار scale می‌شود

هر شخص تراپیست و همان master با جسم سبک وزن‌تری کار می‌کند ان‌گاه بالای

- فرمول 3 یک رابطه‌ی دینامیکی امپدانس بین master و نیروی تعاملی بین راهبر و رهرو را نمایان ساخته است

در فرمول 4 نیز، $\tilde{x}_{mod}$ برابر است با رابطه‌ی دینامیکی بین نیروی بیمار و مقدار اختلاف مطلوب بین slave با همان بیمار و مکان master که scale شده می‌باشد

به بیان دیگر، فرمول 3 بیانگر امپدانس بین master بین تراپیست و بیمار است ولی (4) میزان انحراف بیمار از دستورات پزشک را به کمک اعمال نیرو به slave مشخص می‌کند

- طبق جدول 1 مقاله:

برای Handoverhand ← $\frac{1}{4} < K_p < 1$، بزرگ: m_s، C_s و K_s، کوچک: K_m، C_m و m_m

برای Adjustable flexibility ← $\frac{1}{4} < K_p < 1$، 〃 〃 〃 : متوسط، 〃 〃 〃 : کوچک

کوچک: $K_i < 10\,N/m$

متوسط: $50\,N/m < K_i < 200\,N/m$

بزرگ: $K_i > 1000\,N/m$

همچنین به عنوان تفسیر بیشتر، می‌توان گفت با افزایش جرم و دمپر سیال، ...... است

صفحه ③

ت) با استفاده از FAT کنترل کننده ی مناسبی سمت راهبر طراحی نمایید

سمت راهبر $\Rightarrow$ $M_{q,m}(q_m)\varphi_{1,m} + C_{q,m}(q_m,\dot{q}_m) + G_{q,m}(q_m) + F_{q,m}(\dot{q}_m) = Y_{q,m}(\varphi_{1,m},\varphi_{2,m},q,\dot{q}_m)\,\alpha_{q,m}$

همچنین می دانیم $M \leftarrow$ Possitive symmetric و $\dot{M}-2C \leftarrow$ Skew symmetric

طبق قانون M/S ربات در کارتزین به صورت BMRAIC که داریم

$$f_m = \hat{M}_{x,m}\begin{pmatrix} -(m_m^{-1}C_m)\dot{X}_m - (m_m^{-1}K_m)(X_m - X_0) \\ +(m_m^{-1})(f_{th} - K_f f_{pa}) + \lambda_{3,m}^2 \tilde{X}_m \end{pmatrix} + \hat{C}_{x,m}(q_m,\dot{q}_m)\dot{X}_{r,m} + \hat{G}_{x,m}(q_m) + \hat{F}_{x,m}(\dot{q}_m) - f_{th}$$

که طبق جایگذاری تبدیل از کارتزین به مفصلی (فضای مفصلی) داریم:

$$\tau_m = Y_{q,m}\hat{a}_{q,m} - J_m^T f_{th}$$

به کمک رابطه ی f_m بالا و فرمول داده شده ی در جزوه، طبق مقاله به این نتیجه خواهیم رسید:

$$M_{x,m}\left[\ddot{X}_m + (X_m^{-1}C_m)\dot{X}_m + (X_m^{-1}K_m)(X_m - X_0) - (X_m^{-1})(f_{th} - K_f f_{pa}) - \lambda_{3,m}^2 \tilde{X}_m\right]$$

$$= (\hat{M}_{x,m} - M_{x,m})\left[-(m_m^{-1}C_m)\dot{X}_m - (m_m^{-1}K_m)(X_m - X_0) + (m_m^{-1})(f_{th} - K_f f_{pa}) + \lambda_{3,m}^2 \tilde{X}_m\right]$$

$$+ (\hat{C}_{x,m} - C_{x,m})\dot{X}_{r,m} - C_{x,m}S_m + (\hat{G}_{x,m} - G_{x,m}) + (\hat{F}_{x,m} - F_{x,m})$$

برای FAT $\Rightarrow$
$$\begin{cases} D = W_D^T Z_D \\ C = W_C^T Z_C \\ g = W_g^T Z_g \end{cases}$$

* طبق جزوه، با فرض در دسترس بودن f_h ، U_m به صورت زیر تعریف می شود:

$$U_m = \left(B_m - \frac{M_m}{M}B\right)\dot{X}_m + \left(\frac{M_m}{M} - 1\right)f_h - \frac{M_m}{M}(K_f f_{pa} + K_x \ldots$$

صفحه ۴

مطلب

$$\begin{cases} v = \dot{q}_d - \Lambda \tilde{q} \\ \dot{v} = \ddot{q}_d - \Lambda \dot{\tilde{q}} \\ r = \dot{q} - v = \dot{\tilde{q}} + \Lambda \tilde{q} \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} \dot{x}_{r,m} = \dot{x}_{mod_m} - \lambda_{1,m} \tilde{x}_m = v \\ s_m = r = \dot{x}_m - \dot{x}_{r,m} \end{cases} \Longrightarrow \text{مقاله}$$

Passivity Based Control

لیاپانوف $\Rightarrow V = V(s, \tilde{w}_D, \tilde{w}_C + \tilde{w}_g) = \frac{1}{2} s^T M s + \frac{1}{2} Tr(\tilde{w}_D^T Q_D \tilde{w}_D + \tilde{w}_C^T Q_C \tilde{w}_C + \tilde{w}_g^T Q_g \tilde{w}_g + \tilde{w}_F^T Q_F \tilde{w})$

$$\dot{V} = \underbrace{\frac{1}{2}\dot{s}^T M s + \frac{1}{2} s^T \dot{M} s}_{s^T M \dot{s}} + \frac{1}{2} Tr(\dot{\tilde{w}}^T Q_D \tilde{w}_D + \dot{\tilde{w}}_C^T Q_C \tilde{w}_C + \dot{\tilde{w}}_g^T Q_g \tilde{w}_g + \dot{\tilde{w}}_F^T Q_F \tilde{w}_F)$$

جایگذاری

طبق رابطه ۲۷ مقاله $\Rightarrow M_{x,m} \dot{s} = -C_{x,m} s_m + J_m^{-T} Y_{q,m} \tilde{\alpha}_{q,m} - M_{x,m} \lambda_{2,m} s_m$

$$\Rightarrow -s^T C_m s + s^T J^{-T} Y_{q,m} \tilde{\alpha} - \lambda_{2,m} s^T M s + \frac{1}{2} s^T \dot{M} s + \frac{1}{2} Tr(\dot{\tilde{w}}_D^T Q_D \tilde{w}_D + \dot{\tilde{w}}_C^T Q_C \tilde{w}_C + \dot{\tilde{w}}_g^T Q_g \tilde{w}_g + \dot{\tilde{w}}_F^T Q_F \tilde{w})$$

$\dot{M} - 2C = 0 \rightarrow$ skew-symmetric

$$\Rightarrow \dot{V} = \underbrace{s^T J^{-T} Y \tilde{\alpha}}_{\text{اسکالر (میره داخل Trace)}} - \lambda_{2,m} s^T M s + Tr(\dot{\tilde{w}}_D^T Q_D \tilde{w}_D + \dot{\tilde{w}}_C^T Q_C \tilde{w}_C + \dot{\tilde{w}}_g^T Q_g \tilde{w}_g + \dot{\tilde{w}}_F^T Q_F \tilde{w})$$

معین مثبت

$$\Rightarrow \dot{V} = -\lambda_{2,m} s^T M s + Trace(\dot{\tilde{w}}_D^T Q_D \tilde{w}_D + \dot{\tilde{w}}_C^T Q_C \tilde{w}_C + \dot{\tilde{w}}_g^T Q_g \tilde{w}_g + s^T J^{-T} Y \tilde{\alpha})$$

positive

$Y\tilde{\alpha} = (\tilde{M})\beta + \tilde{C}\dot{\alpha} + \tilde{G} + \tilde{F}$

$\tilde{M} \to \tilde{w}_m^T z_m$, $\tilde{C} \to w_c^T z_c$, $\tilde{G} \to w_G^T z_G$

صفحه بعد محاسبه شدن روش بدست آوردن

صفحه 5

$$M\varphi_1 + C\varphi_2 + G + F = Y\alpha$$

$$\Rightarrow MJ^{-1}(\;) - MJ_m^{-1}\dot{J}_m J^{-1}\dot{X}_{r,m} + CJ_m^{-1}\dot{X}_{r,m} + G_x + F_x \neq Y\alpha$$

$$\rho_1 \quad \text{برابر با} \quad \Rightarrow \rho_1 = -\rho_2$$

رابطه 22 مقاله

$$M_{x,m}(\ddot{X}_m + \dot{\rho}_2) = (\hat{M} - M)\rho_2 + (\hat{C} - C)\dot{X}_{r,m} - C_{x,m}S_m + (\hat{G} - G) + (\hat{F} - F)$$

$$= Y\tilde{\alpha} - \hat{C}S_m$$

$$\Rightarrow J^T\varphi_1 + J^TC\varphi_2 + \underbrace{G_x}_{J^TG} + \underbrace{F_x}_{J^TF} = J^TFY\alpha$$

$$\Rightarrow \underbrace{J^TMJ^{-1}\rho}_{M_x} - \underbrace{J^TMJ_m^{-1}\dot{J}_mJ^{-1}\dot{X}_{r,m} + J^TCJ_m\dot{X}_{r,m}}_{(\text{ضریب})\;\dot{X}_{r,m}} + G_x + F_x = J^TY\alpha$$

$$M\rho + C_x\dot{X}_{r,m} + G_x + F_x = J_m^{-T}Y\alpha$$

$$J^{-T}Y\tilde{\alpha} = \underbrace{(\hat{M} - M)}_{\tilde{M}}\rho + \underbrace{(\hat{C} - C)}_{\tilde{C}}\dot{X}_{r,m} + \underbrace{(\hat{G}_x - G_x)}_{\tilde{G}} + \underbrace{(\hat{F} - F)}_{\tilde{F}}$$

ادامه صفحه قبل

$$\Rightarrow \dot{V} = \underbrace{-\lambda_{2x}S^TMS}_{\text{منفی}} + Tr(\;)$$

باید منفی یا صفر

برای D مثلاً

$$\Rightarrow Tr(\dot{\tilde{W}}_D^TQ_D\tilde{W}_D + S^T\cancel{Z}^T\tilde{W}_D^TZ\rho) = Tr(\dot{\tilde{W}}_D^TQ_D\tilde{W}_D + \rho^TZ^T\tilde{W}_DS)$$

$$= Tr(\dot{\tilde{W}}_D^TQ_D\tilde{W}_D + S\rho^TZ^T\tilde{W}_D)$$

$$= Tr((\underbrace{\dot{\tilde{W}}_D^TQ_D + S\rho^TZ^T}_{\text{صفر}})\tilde{W}_D)$$

$$\boxed{\dot{\hat{W}}_D = \cancel{(S\rho^TZQ^{-1})^T}} \qquad \dot{\tilde{W}}^T = S\rho^TZ^TQ^{-1}$$

Scanned with CamScanner

صفحه 6

$$Tr\left(\dot{\tilde{W}}_C^T Q_C \tilde{W}_C + s^T W_C^T z_C \dot{x}_{ren}\right) = Tr\left(\dot{\tilde{W}}_C^T Q_C \tilde{W}_C + \dot{x}^T z^T W_C s\right)$$

$$= Tr\left(\quad " \quad + s\, \dot{x}^T z^T \tilde{W}_C\right)$$

$$= Tr\left(\left(\dot{\tilde{W}}_C^T Q_C + s\, \dot{x}^T z_C^T\right) W_C^T\right)$$

$$\boxed{\dot{\hat{W}}_C = \left(s\, \dot{x}^T z_C^T Q^{-1}\right)^T} \longleftarrow \text{باید} = 0$$

$$Tr\left(\dot{\tilde{W}}_G^T Q_G \tilde{W}_G + s^T W_G^T z_G\right) = Tr\left(\dot{\tilde{W}}_G^T Q_G \tilde{W}_G + z_G^T \tilde{W} s\right)$$

$$Tr\left(\dot{\tilde{W}}_F^T Q_F \text{———}\right. \qquad = Tr\left(\quad " \quad + s\, z_G^T \tilde{W}\right)$$

$$= Tr\left(\left(\dot{\tilde{W}}_G^T Q_G + s z^T\right) \tilde{W}\right)$$

$$\boxed{\dot{\hat{W}}_G = \left(s z^T Q_C^{-1}\right)^T} \longleftarrow \text{باید} = 0$$

$$\boxed{W_F = \left(s z_F^T Q_F^{-1}\right)^T}$$

مثال) از روش همزمان FAT و کنترل سطح لغزشی (Sliding mode) برای سمت رهرو

$$f_s = \hat{M}_{x,s}(q)\left(K_p \ddot{x}_m - (m_s^{-1} C_s)(\dot{x}_s - K_p \dot{x}_m) - (m_s^{-1} K_s)(x_s - K_p x_m) + (m_s^{-1})(-f_{pa}) + \lambda_{3,s}^2 \tilde{x}\right)$$

$$+ \hat{C}_{x,s}(q_s, \dot{q}_s)\dot{x}_{r,s} + \hat{G}_{x,s}(q_s) + \hat{F}_{x,s}(\dot{q}_s) + f_{pa} - \eta\, \mathrm{sgn}(s)$$

$$* \; S_s = \dot{x}_s - \dot{x}_{r,s} \longleftarrow \text{فرمول از دستور اسلایدینگ مد}$$

$$\hat{\ddot{x}}_m = X_m^{-1}(f_{th} - K_p f_{pa}) - m_m^{-1} C_m \dot{x}_{mod_m} - m_m^{-1} K_m (x_{mod_m} - x_r) \longleftarrow \text{شتاب بستر تخمین زده شده}$$

جایگذاری در فرمول اصلی

$$M_{x,s}\Big[(\ddot{x}_s - K_p \ddot{x}_m) + (m_s^{-1} C_s)(\dot{x}_s - K_p \dot{x}_m) + (m_s^{-1} K_s)(x_s - K_p x_m)$$

$$- (m_s^{-1})(-f_{pa}) - \lambda_{3,s}^2 \tilde{x}_s + M_{x,s} K_p (\hat{\ddot{x}}_m - \ddot{x}_m)\Big] + (\hat{M}_{x,s} - M_{x,s})\Big[K_p \ddot{x}_m$$

$$- (m_s^{-1} C_s)(\dot{x}_s - K_p \dot{x}_m) - (m_s^{-1} K_s)(x_s - K_p x_m) + (m_s^{-1})(-f_{pa}) + \lambda_{3,s}^2 \tilde{x}_s\Big]$$

$$- \eta_s\, \mathrm{sgn}(s) + (\hat{C}_{x,s} - C_{x,s})\dot{x}_{r,s} - C_{x,s} S_s + (\hat{G}_{x,s} - G_{x,s}) + (\hat{F}_{x,s} - F_{x,s})$$

7 صفحه

برای اثبات مراحل صفحه قبل

$$\Rightarrow (\ddot{\tilde{x}}_s - K_p\ddot{\tilde{x}}_m) = (\ddot{x}_s - K_p\hat{\ddot{x}}_m) - K_p(\ddot{x}_m - \hat{\ddot{x}}_m)$$

$$\Rightarrow M_{x,s}\left(\ddot{\tilde{x}}_s + (m_s^{-1}C_s)\dot{\tilde{x}} + (m_s^{-1}K_s)\tilde{x}_s - \lambda_{3,s}^2\tilde{x}\right) = -C_{x,s}S_s + J_s^{-T}Y_{q,s}\tilde{\alpha}_{q,s} + M_{x,s}K_p(\hat{\ddot{x}} - \ddot{x}_m) - \eta_s\,\mathrm{sgn}(S_s)$$

$M_{q_s}\varphi_{1s} + C_{q_s}\varphi_{2s} + G_{q_s} + F_{q_s} = Y_{q_s}\alpha_{q_s}$ مثل صفحه قبل

$$\mathrm{(I)}\Rightarrow M_{x,s}\dot{S}_s = -\lambda_{2,s}M_{x,s}S_s - C_{x,s}S_s + J_s^{-T}Y_{q,s}\tilde{\alpha}_{q,s} + M_{x,s}K_p(\hat{\ddot{x}}_m - \ddot{x}_m) - \eta_s\,\mathrm{sgn}(S_s)$$

لیاپانوف $V = \frac{1}{2}S^TMS + \frac{1}{2}Tr(\tilde{W}_D^TQ_D\tilde{W} + \tilde{W}_C^TQ_C\tilde{W} + \tilde{W}_g^TQ_g\tilde{W}_g + \tilde{W}_F^TQ_F\tilde{W}_F)$

$$\Rightarrow \dot{V} = S^TM\dot{S} + \frac{1}{2}S^T\dot{M}S + Tr(\dot{\tilde{W}}_D^TQ_D\tilde{W} + \tilde{W}_C^TQ_C\tilde{W} + \tilde{W}_g^TQ_g\tilde{W}_g + \tilde{W}_F^TQ_D\tilde{W}_F)$$

جایگذاری (I)

$$-\lambda_{2,s}S^TM_{x,s}S_s - \underline{S^TC_{x,s}S} + S^TJ_s^{-T}Y_{q,s}\tilde{\alpha}_{q,s} + S^TM_{x,s}K_p(\hat{\ddot{x}}_m - \ddot{x}_m) - S^T\eta\,\mathrm{sgn}(S_s) + \underline{\frac{1}{2}S^T\dot{M}S}$$

skew-symmetric

$$+\cancel{\tfrac{1}{2}}Tr(\quad\dot{X}\quad) = \dot{V}$$

? پاسخ حذف شده

$$\Rightarrow \dot{V} = -\lambda_{2,s}S^TMS + S^TJ^{-T}Y_{q,s}\tilde{\alpha}_{q,s} + S^TM_{x,s}K_p(\tilde{\ddot{x}}_m) - S^T\eta\,\mathrm{sgn}(S_s) + Tr(\dot{X})$$

برای محاسبه‌ی $J^{-T}Y_{q,s}\tilde{\alpha}_{q,s}$ مثل روش قبل عمل کرده و به جواب زیر خواهیم رسید

$$J^{-T}Y\tilde{\alpha} = \underbrace{(\hat{M} - M)}_{\tilde{M}}A + \underbrace{(\hat{C} - C)}_{\tilde{C}}\dot{X}_{r,m} + \underbrace{(\hat{G} - G)}_{\tilde{G}} + \underbrace{(\hat{F} - F)}_{\tilde{F}}$$

$$\Rightarrow \dot{V} = \underbrace{-\lambda_{2,s}S^TMS}_{\text{منفی}} + S^TJ^{-T}Y\tilde{\alpha} + \underbrace{S^TM_xK_p(\hat{\ddot{x}}_m - \ddot{x}_m) - S^T\eta\,\mathrm{sgn}(S_s)}_{S^T\left[M_xK_p(\hat{\ddot{X}}_m - \ddot{x}_m) - \eta_s\mathrm{sgn}(S_s)\right]} + Tr(\_\_)$$

این عبارت باید منفی باشد، برای اینکه منفی شود باید η_s باید مقدار بزرگی شود. توجه شود که چون M مقدار معینی نیست همچنین اینکه $\hat{\ddot{X}}_m - \ddot{X}_m$ مقدار معینی نیست. در نتیجه η_s باید به حدی بزرگ باشد که η_s باعث شود حاصل پیدا شده منفی گردد

Scanned with CamScanner

صفحه 8

$$\Rightarrow \eta_s \geq \| M_{x_{d,s}} K_p(\hat{\ddot{\alpha}}_m - \ddot{x}_m) \| + \varepsilon_s$$ ضریب ثابت مثبت

که شرط فرض مقاله مثبت است درنتیجه $-\mathrm{sgn}(s) \times \eta_s = -\eta_s$ می‌شود

درنتیجه بخش مانده برای اثبات منفی بودن مشتق لیاپانوف؟

$$\dot{V} = Tr(\quad) + s^T \underbrace{J^{-1} Y \tilde{\alpha}}$$

$$\tilde{M}A + \tilde{C}\dot{x}_{r,m} + (\hat{G} - G) + \tilde{F}$$

$\tilde{M}A$: مقدار حاصل برابر

$\tilde{C} \to \tilde{W}_C^T z_C$, $\tilde{F} \to \tilde{W}_F^T z_F$

$Tr(AB) = Tr(BA)$

$$\Rightarrow \dot{V} = Tr(\dot{\tilde{W}}_D^T Q_D \tilde{W}_D + \dots + s^T(\tilde{M}A + \tilde{C}\dot{x}_{r,m} + \tilde{G} + \tilde{F})$$

Transpose

$$Tr(\dot{\tilde{W}}_M^T Q_M \tilde{W}_M + s^T \tilde{M} A) = Tr(\dot{\tilde{W}}_M^T Q_M \tilde{W}_M + s^T \tilde{W}_M^T z_M A)$$

$\tilde{M} \to \tilde{Z}_M^T z_C$

$$= Tr(\dot{\tilde{W}}_M^T Q_M \tilde{W}_M + A z_M^T \tilde{W}_M s^T)$$

$$= Tr([\dot{\tilde{W}}_M Q_M + s^T A z_M^T] W_M)$$

$$\boxed{\dot{\hat{W}} = s^T A z_M^T Q_M^{-1}}$$

$$Tr(\dot{\tilde{W}}_C^T Q_C \tilde{W}_F + s^T \tilde{C}\dot{x}_{r,m}) = Tr(\dot{\tilde{W}}_C^T Q_C \tilde{W} + s^T \tilde{W}_C^T z_C \dot{x}_{r,m})$$

$$= Tr(\dot{\tilde{W}}_C^T Q_C \tilde{W} + \dot{x}_{r,m}^T z_C^T \tilde{W}_C s)$$

$$= Tr([\dot{\tilde{W}}_C^T Q_C + s\dot{x}_{r,m}^T z_M^T] \tilde{W}_C)$$

$$\boxed{\dot{\tilde{W}}_C = \dot{\hat{W}}_C = (s \dot{x}_{r,m}^T z_C^T)^T}$$

$$Tr(\dot{\hat{W}}_F^T Q_F \tilde{W}_F + s^T \tilde{W}_F^T z_F) = Tr(\dot{\tilde{W}}_F^T Q_F W_F + z_F^T W_F s)$$

$$= Tr(\dot{\tilde{W}}_F Q_F W_F + s z_F^T W_F) \Rightarrow \boxed{\dot{\tilde{W}}_F = \dot{\hat{W}}_F = (s z_F^T Q^{-1})^T}$$

$$\boxed{\dot{\hat{W}}_G = (s z_F^T Q^{-1})^T}$$ عین F درست می‌آید

صفحه ۹

ج) لیاپانوف جدید در نظر گرفته شده:

$V=$ لیاپانوف بخش ث + لیاپانوف بخش ت (اسلیو + مستر)

به صورت جدا برای هر دو بخش مستر و slave اثبات شده که مشتق هر دو کمتر مساوی صفر است و خود لیاپانوف هم یک مثبت است. برای master همواره منفی شد و برای بخش slave نیز به شرطی اینکه η بزرگتر از مقداری باشد پایداری ثابت شد در نتیجه تابع لیاپانوف V مانند به شرط بزرگتر بودن η از مقداری همواره پایدار است

با توجه به اینکه یک محدوده مشخص کردیم پایداری از نوع UUB می‌باشد.

Uniformly Ultimate Boundedness

ح) عدم وجود سنسور نیرو: قانون دو طرفه غیرخطی تطبیقی کنترل سمت master و slave باید در فضای کارتزین نسبت به حالت بالا تغییر می‌کند بدین صورت که f_{th} در سمت کنترلر master و f_{pa} در سمت slave وجود ندارد و نمی‌شه اندازه گرفت.

طبق جزوه نیز، در صورت داشتن $\ddot{x}_m$ و نداشتن f_h (سنسور نیرو)، می‌توان از رابطه‌ی زیر استفاده کرد:

$$U_m = M_m \ddot{X}_m + B_m \dot{X}_m - M\ddot{X}_m - B\dot{X}_m - K X_m - K_f f_e$$

درباره‌ی پایداری نیز نمی‌توان به صورت مستقیم در حال حاضر صحبت کرد زیرا کنترلر جدید باید طراحی شود و پس از طراحی کنترلر جدید می‌توان درباره‌ی پایداری صحبت کرد