

## Zadanie: silny indeks chromatyczny

Zadanie składa się z czterech części; części 1-3 są niezależne od siebie, natomiast część 4 korzysta ze wszystkich poprzednich.

Uwagi do wszystkich metod:

1. Grafy wynikowe muszą być reprezentowane w taki sam sposób jak grafy będące parametrami
2. Grafów będących parametrami nie wolno zmieniać

### Część I: Funkcja zwracająca kwadrat danego grafu

Kwadratem grafu nazywamy graf o takim samym zbiorze wierzchołków jak graf pierwotny, w którym wierzchołki połączone są krawędzią jeśli w grafie pierwotnym były połączone krawędzią bądź ścieżką złożoną z 2 krawędzi (ale pętli, czyli krawędzi o początku i końcu w tym samym wierzchołku, nie dodajemy!).

### Część II: Funkcja zwracająca Graf krawędziowy danego grafu

Wierzchołki grafu krawędziowego odpowiadają krawędziom grafu pierwotnego, wierzchołki grafu krawędziowego połączone są krawędzią jeśli w grafie pierwotnym z krawędzi odpowiadającej pierwszemu z nich można przejść na krawędź odpowiadającą drugiemu z nich przez wspólny wierzchołek.

Tablicę `names` tworzymy i wypełniamy według następującej zasady: każdemu wierzchołkowi grafu krawędziowego odpowiada element tablicy `names` (o indeksie równym numerowi wierzchołka) zawierający informację z jakiej krawędzi grafu pierwotnego wierzchołek ten powstał, np. dla wierzchołka powstałego z krawędzi  $\langle 0,1 \rangle$  do tablicy zapisujemy krotkę  $(0, 1)$  - przyda się w dalszych etapach.

### Część III: Funkcja znajdująca poprawne kolorowanie wierzchołków danego grafu nieskierowanego

Kolorowanie wierzchołków jest poprawne, gdy każde dwa sąsiadujące wierzchołki mają różne kolory.

Funkcja ma szukać kolorowania według następującego algorytmu zachłannego: Dla wszystkich wierzchołków  $v$  (od 0 do  $n - 1$ ) pokoloruj wierzchołek  $v$  kolorem o najmniejszym możliwym numerze (czyli takim, na który nie są pomalowani jego sąsiedzi).

Kolory numerujemy począwszy od 0.

Funkcja zwraca liczbę użytych kolorów (czyli najwyższy numer użytego koloru  $+ 1$ ), a w tablicy `colors` zapamiętuje kolory poszczególnych wierzchołków.

UWAGA: Podany opis wyznacza kolorowanie jednoznacznie, jakiegokolwiek inne kolorowanie, nawet jeśli spełnia formalnie definicję kolorowania poprawnego, na potrzeby tego zadania będzie uznane za błędne.

### Część IV: Funkcja znajduje silne kolorowanie krawędzi danego grafu

Silne kolorowanie krawędzi grafu jest poprawne gdy każde dwie krawędzie, które są ze sobą sąsiednie (czyli można przejść z jednej na drugą przez wspólny wierzchołek) albo są połączone inną krawędzią (czyli można przejść z jednej na drugą przez ową inną krawędź), mają różne kolory.

Należy zwrócić nowy graf, który będzie miał strukturę identyczną jak zadany graf, ale w wagach krawędzi zostaną zapisane przydzielone kolory.

Wskazówka: to bardzo proste. Należy wykorzystać wszystkie poprzednie funkcje. Zastanowić się co możemy powiedzieć o kolorowaniu wierzchołków kwadratu grafu krawędziowego? Jak się to ma do silnego kolorowania krawędzi grafu pierwotnego?