

Zadanie: Spójność krawędziowa i przekrój

Spójność krawędziowa grafu to minimalna liczba krawędzi, którą trzeba usunąć by rozspójnić graf. Wazona spójność krawędziowa to minimalna suma wag krawędzi które należy usunąć by rozspójnić graf.

Niech s, t będą wierzchołkami grafu. $s-t$ -przekrój tego grafu to zbiór krawędzi taki, że po jego usunięciu wierzchołki s i t znajdują się w dwóch różnych spójnych składowych grafu. Wartością $s-t$ przekroju jest suma wag krawędzi wchodzących w jego skład.

Celem zadania jest napisanie dwóch metod rozszerzających interfejs Graph.

1. `MinCut(int s, int t, out Edge<double>[] cut)` - zwracającą minimalną wartość $s-t$ -przekroju.

Parametr wyjściowy `cut` powinien zawierać zbiór krawędzi realizujący minimalny przekrój (metoda przyjmuje tylko grafy wazone nieskierowane).

2. `EdgeConnectivity(out Edge<double>[] cuttingSet)` - zwracającą wazoną spójność krawędziową.

Parametr wyjściowy `cuttingSet` powinien zawierać zbiór krawędzi rozspójniający graf o minimalnej wadze (metoda przyjmuje tylko grafy wazone nieskierowane).

Wymagania złożonościowe:

- punkt 1 powinien działać w czasie $MF(n, m)$,
- punkt 2 powinien działać w czasie $n \cdot MF(n, m)$,

gdzie n to liczba wierzchołków, a $MF(n, m)$ to złożoność algorytmu znajdującego maksymalny przepływ.

Wskazówki:

1. Do wszystkich metod należy wykorzystać algorytm maksymalnego przepływu. Wartość maksymalnego przepływu w grafie jest równa wartości minimalnego przekroju.
2. Grafy nieskierowane (na takich mają działać implementowane metody) należy przekształcić do odpowiadających im grafów skierowanych.
3. Po usunięciu z grafu G $s-t$ przekroju w grafie G powstają dwie spójne składowe, nazwijmy je S i T .
 S to spójna składowa zawierająca wierzchołek s , a T to spójna składowa zawierająca wierzchołek t . Zbiór S można wyznaczyć łatwo z sieci rezydualnej (dla maksymalnego przepływu) – jest to zbiór wierzchołków osiągalnych (w sieci rezydualnej) z wierzchołka s (a T to zbiór wierzchołków nieosiągalnych).
 $s-t$ przekrój to zbiór krawędzi, których jeden koniec jest w zbiorze S , a drugi w T .
4. Wygodnie jest napisać metodę pomocniczą wyznaczającą przekrój dla danego grafu i danego maksymalnego przepływu w tym grafie
5. Jak wyznaczyć wazoną spójność krawędziową? Odpowiedź: Popatrz na wymaganą złożoność.

Punktacja:

- `MinCut` – 1.5 pkt.
- `EdgeConnectivity`
 - Wartość wazonej spójności krawędziowej – 0.5 pkt.
 - Zbiór rozspójniający – 0.5 pkt.