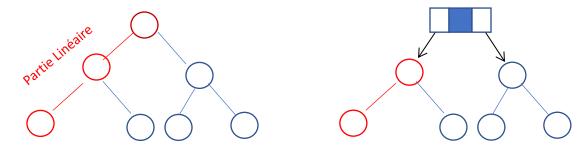
COURS M1: ALGORITHME AVANCE

Introduction

Liste linéaire : vecteur, fichier, liste chainée

Liste non-linéaire : table, arbre



Arbre ⇔ liste chainée à double pointeur (2 pointeurs et 1 partie info)

Tableau ⇔ variable indicé

Déclaration variable \Leftrightarrow réservation d'une place mémoire pour que le var existe (occupation de la case mémoire)

Int tab [100];

- tab : adresse ou pointeur

- *tab : variable

LE TABLEAU

1. Algorithme de Parcours (à l'endroits)

Appel récursif ⇔ appel d'une fonction à l'intérieur d'elle-même

- ⇔ cas général + cas particulier (condition d'arrêt)
- ⇔ si on ne connait pas le condition d'arrêt, met dans le cas général

NB: il y a aussi le parcourt à l'envers.

2. Algorithme d'accès à un élément dans un tableau

```
Parcours Itératif
                                                       Parcours Récursif
booléen acces (int t [], int n, int elm) {
                                            booléen acces (int t [], int n, int elm) {
      int i; booléen found;
                                               if (n < 0) return false;
                                               else if (t[n] == elm) return true;
      i = 0; found = false;
                                               else return acces (t, n-1, elm);
      while ((i < n) \&\& (! found))  {
                                            }
             if(t[i] == elm) {
                 found = true;
             else i++;
      return found;
booléen n'existe pas en langage C,
vous pouvez utiliser int de valeur 0 ou
1
```

3. Recherche dichotomique

- Précondition ⇔ tous les éléments doivent être trié
- Recherche d'élément
- Milieu m = (n + 1) / 2
- Si $t[m] === elm \Leftrightarrow arrêt$
- Si elm < t[m] \Leftrightarrow recherche dans t [inf... m-1]
- Si elm > $t[m] \Leftrightarrow$ recherche dans t[m+1....Sup]

```
Parcours Récursif
              Parcours Itératif
                                                  booléen dicho (int t [], int inf, int sup, int elm)
booléen acces (int t [], int n, int elm) {
      int inf, sup, m; booléen found;
                                                  {
      found = false;
                                                     if (inf > sup) return false;
                                                      else {
      if ((elm >= t[1]) && (elm <= t[n]))
                                                         m = (inf + sup) / 2;
         \inf = 1; \sup = n;
                                                         if (elm < t[m])
                                                             return dicho (t, inf, m-1, elm);
         while ((inf <= sup) && (! found)) {
                                                         else if (elm > t[m])
             m = (inf + sup) / 2;
                                                             return dicho (t, m+1, sup, elm);
            if(t[m] == elm) found = true;
                                                         else
             else if(t[m] < elm) inf = m+1;
                                                            return true;
            else sup = m - 1;
                                                      }
                                                  }
         return found;
      }
}
booléen n'existe pas en langage C, vous
pouvez utiliser int de valeur 0 ou 1
```

4. Algorithme de Tri

Tri lent : tri par remplacement, par permutation, par insertion, et méthode de bulle

Tri rapide : tri par segmentation, par interclassement

• Tri par insertion

- Efficace pour faire le tri d'un petit nombre d'éléments
- On a besoin de fonctions : permettant d'effectuer une insertion + faire le tri

Donné-Résultat ⇔ passage par pointeur

Donné ⇔ passage par valeur

```
int *n; n = 6050
*n = 2
```

```
Tri par Insertion
void triInsertion (int t [], int n) {
   int i;
   i = 0;
   while (i < n) {
       insertion (t, i, t[i+1]);
      i++;
void insertion (int t [], int *n, int elm) {
   int p;
   if (*n < 0) {
      t[0] = elm; *n = 1;
   else {
      p = position (t, n, elm);
      insertPlace (t, n, elm, p); ←
void position (int t [], int n, int elm) {
   int i, p;
   if (t [0] > elm) p = 1;
   else {
       i = n - 1;
       while (t[i] > elm) i--;
       p = i + 1;
    return p;
int insertPlace (int t [], int n, int elm, int p) {
   for (i = n - 1; i >= p; i ++) t [i + 1] = t [i];
   n++;
   t[p] = elm;
   return n;
```

4 10 12 40 21 15 t t[i+1]

- Tri par segmentation (Quicksort)
- Segmenter le tableau en 3 sous-tableaux
- t [place] est déjà, donc, seulement trié les 2 sous-tableaux

```
Tri par Segmentation
void triSegmentation (int t [], int inf, int sup) {
   int place;
   if (inf < sup) {
      place = segmentation (t, inf, sup);
      triSegmentation (t, inf, place-1);
      triSegmentation (t, place+1, sup);
int segmentation (int t, int inf, int sup) {
   int i, j, pivot, place;
   pivot = t[inf];
   i = inf + 1; j = sup;
   while (i \le j) {
      if (t[i] <= pivot) i++;
      else {
          permut(t[i], t[j]);
          j-- ;
   Permut(t[inf], t[j]);
   place = j;
   return place;
```

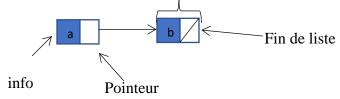
• Tri par interclassement

- Trier la 1ere moitié du tableau, puis la second
- Interclasser les 2 sous-tableaux trié

```
Tri par Interclassement
void triInterclassement (int t [], int inf, int sup) {
   int milieu, *nb3;
   if (inf < sup) {
      milieu = (inf + sup) / 2;
      triInterclassement (t1, inf, milieu);
      triInterclassement (t2, milieu+1, sup);
      interClasser(t1, milieu, t2, sup, t3, nb3);
void interClasser (int t1[], int n1, int t2[], int n2, int t3[]/int *n3) {
   int i, j, k;
   i = k = 1; j = n1 + 1;
   while ((i \le n1) \&\& (j \le n2)) \{
      if (t1[i] \le t2[j]) {
         t3[k] = t1[i];
         i = i + 1;
      else {
          t3[k] = t2[j];
          j = j + 1;
      k = k + 1;
   *n3 = k;
```

LISTE LINEAIRE CHAINEE

Une liste linéaire chaînée est constituée d'un ensemble de cellules chaînées entre elles. cellule



1. Algorithme de création d'une liste chainée

```
Définition d'une liste
struct cellule {
   [type] info;
   struct cellule * suivant;
struct cellule *liste;
typedef struct cellule * pointeur;
liste 1:
1 → info // obtenir la valeur de info
1 → suivant // pointer à la valeur suivant
1 \rightarrow \text{suivant} \rightarrow \text{info}
1 \rightarrow \text{suivant} \rightarrow \text{suivant} \rightarrow \text{info}
               Création d'une liste à partir de son dernière élément
struct cellule {
  type info;
  struct cellule * suivant ;
typedef struct cellule * pointeur;
pointeur l, p;
```

```
1 = NULL; // création d'une liste vide d'adresse l
p = (pointeur) malloc(sizeof(struct cellule)); // creation de cellule p contenant a
p \rightarrow info = a;
p \rightarrow suivant = 1; // chaînage avec 1
1 = p;
            Exemple de liste chaîné: Passage d'un fichier à une liste
pointeur creerListe(FILE *f){
  pointeur 1, p;
  int val;
  1 = NULL;
  f = fopen(\ll fich.txt \gg, \ll r \gg);
  while(!feof){
     p = (pointeur) malloc(sizeof(struct cellule));
     fscanf(f, "%d", &val);
     p \rightarrow info = val;
     p \rightarrow suivant = 1;
     1 = p;
  return 1;
```

2. Algorithme de Parcours d'une liste

- 1 = NULL (cas d'arrêt)
- 1 # NULL (cas général)

Parcours Récursif			
Parcours à l'endroit	Parcours à l'envers		
void parcours(pointeur 1) {	void parcours(pointeur 1) {		
if(l != NULL) {	if(1 != NULL) {		
traiter(l→info);	parcours(l→suivant);		
parcours(l→suivant);	traiter(l→info);		
}	}		
}	}		

```
        Parcours Itératif

        void parcours(pointeur l) {
        while(l != NULL) {

        traiter(l→info);
        l = l→suivant;

        }
        }
```

3. Algorithme d'accès dans une liste

Algorithme d'accès				
Schema itératif	Schema récursif			
booléen acces(pointeur l, t val, pointeur	pointeur acces(pointeur l, t val) {			
*point){	if(l == NULL) return NULL;			
booléen found = false;	else {			
while((1 != NULL) && (!found)) {	$if(1 \rightarrow info == val) return 1;$			
$if(1\rightarrow info == val) found = true;$	else return acces($1\rightarrow$ suivant, val);			
else $l = l \rightarrow suivant;$	}			
}	}			
*point = 1;				
return found;				
}				

4. Accès associatifs dans une liste triée

Une liste triée:

- Une liste vide ou avec 1 élément est une liste triée
- Une liste avec plus de 2 éléments est triée si :

```
liste # NULL; liste → suivant # NULL; liste → info <= liste → suivant → info;
```

```
Schéma récursif

pointeur acces(pointeur l, t val) {
    if(l == NULL) return NULL;
    else {
        if(l→info < val) return acces(l→suivant, val);
        else {
            if(l→info > val) return NULL;
            else return l;
        }
    }
}
```

5. Algorithme de Mise à Jour

Insertion				
Insertion en tête de liste	Insertion en fin de liste			
void insertTete(pointeur *l, t elm) {	void insertFin(pointeur l, t elm) {			
pointeur p;	pointeur der, p;			
p = (pointeur) malloc(sizeof(struct	if(l == NULL) insertTete(&l, eml);			
cellule));	else {			
$p \rightarrow info = elm;$	der = dernier(1);			
$p \rightarrow suivant = *1;$	p = (pointeur) malloc(sizeof());			
*1 = p;	$p \rightarrow info = elm;$			
}	$p \rightarrow suivant = NULL;$			
	$der \rightarrow suivant = p;$			
	}			
	return 1;			
	}			
Fonction dernier				
Forme itérative	Forme récursive			
pointeur dernier(pointeur l) {	pointeur dernier(pointeur l) {			
pointeur precedent;	if($1 \rightarrow$ suivant == NULL) return 1;			
while (1 != NULL) {	else return dernier(l→suivant);			
precedent = 1;	}			
$1 = 1 \rightarrow \text{suivant};$				
}				
return precedent;				
}				

Suppression Schéma itératif Schéma récursif booléen supprimek(pointeur *l, int k) { Void supprimek(pointeur *1, int k, pointeur ptk, precedent; booléen *possible) { if(*l == NULL) *possible = false; booléen possible; if((*1)!= NULL && (k==1)) { else { possible = true; if(k==1){ *possible = true; suppTete(l); } else { suppTete(1); possible = false; } else { precedent = pointk(1, k-1);supprimek((*1) \rightarrow suivant, k-1, if(precedent != NULL) { *possible); $ptk = precedent \rightarrow suivant;$ if(ptk != NULL) { possible = true; } $precendent \rightarrow suivant = ptk$ →suivant; free(ptk); } } return possible;

LISTE LINEAIRE PARTICULIERE

Sommet

Base

1) PILE

Pile → une liste linéaire

Mise à jour se font à partir de sommet

Jargon:

- Empiler(val)
- Depiler(val)
- Pile vide \rightarrow sommet = 0, ou sommet = -1 en langage c
- Pile Plein \rightarrow sommet = dimpile, ou sommet = dimpile 1 en c
- SommetPile (), initPileVide ()

1.1. <u>Vecteur Pile</u>

```
void empiler (t val) {
  if(pilePlein()) {
    printf("Pile Plein");
    exit(1);
  }
  sommet += 1;
  pile[sommet] = val;
}
NB: pile, dimpile et sommet sont globales
```

```
Algorithme Depiler(val)
void dePiler (t *val) {
  if(pileVide()) {
    printf("Pile Vide");
    exit(1);
   else {
     *val = pile[sommet];
     sommet -= 1;
}
NB : pile, dimpile et sommet sont globales
                                 Sommet Pile
void sommetPile () {
   return pile[sommet];
NB : pile, dimpile et sommet sont globales
                                  Pile est vide
booléen pileVide() {
  return sommet == 0;
}
                                 Pile est Plein
booléen pilePlein() {
  return sommet == dimpile;
}
                              Initialiser une Pile
void initPileVide() {
  sommet = 0;
```

1.2. Représentation Chaînée d'une Pile

```
Algorithme Empiler(val)
void empiler (t elm) {
  insertTete(&pile, elm);
}
NB: pile, pointeur sont globales
                                 Depiler(val)
void depiler(t elm) {
  if(pileVide()) exit(1);
  else {
     *elm = pile→info;
     suppTete(&pile);
                                   Pile Vide
booléen pileVide() {
  return (pile == NULL);
                             Initializer Pile Vide
void initPileVide() {
  pile = NULL;
                                 Sommet Pile
t initPileVide() {
  return pile→info;
}
```

2. TRAITEMENT DES EXPRESSIONS

2.1. Definition

- Expression completement parenthésée (excp)
- Une variable = une expression complètement parenthésée
- Soit x et y sont excp, opbin un opérateur binaire \Rightarrow (x opbin y) est un excp
- Soit x un excp, opun un operateur unaire \Rightarrow (opun x) est un excp

NB: Selon les règles de grammaire de BNF (Backus-Naur Form)

- excp : <variable> ; (<excp> <opbin> <excp>) ; (<opun> <excp>)
- *opbin*: +, -, *, /, <, <=, =, >=, >, #, Λ , v
- *opun*: Δ , ∇ , \neg (+ et unaires, ! pour les opérateurs logiques).

$\underline{\mathbf{E}\mathbf{x}}$:

- **excp** => $((A+B) * C); (((A/B) = C) \land (E < F)); (\nabla A);$
- **Non excp** => (A), ((A+B)), $A\nabla B$
- Expression sous forme préfixé (expref)

Dans la grammaire de BNF, les règles sont :

- expref: <variable>; (<opbin> <expref> <expref>); <opun> <expref>
 ex: +-ABC => ((A-B) + C); Λ ¬ < A B C => ((¬ (A < B)) Λ C)
- Expression sous forme postfixé (expost)

Dans la grammaire de BNF, les règles sont :

- expost : <variable> ; (<expost> <expost> <opbin>) ; <expost> <opun>
ex : ((A-B) + C) => AB-C+

- Expression sous forme infixé (expinf)
- C'est l'écriture habituel dans les langages de programmation
- Suppression des certaines parenthèses si l'ordre des priorités est admis

$$\underline{Ex}$$
: ((((A / B) * C) - (C / (D * E))) - (F - G)) => A/B*C - C/(D * E) - (F - G)

Voir la grammaire de BNF dans le slide n°34

2.2. Evaluation d'une expression

Pour évaluer une expression, il faut utiliser la pile

- Evaluation d'expression postfixé (expost)
- tind => type indifférencié
 faux => 0 ; vrai => autre que 0 et positif
 B => booléen ; N => Numérique

```
D'où, faux => (B, 0); vrai => (B, 1); 1 => (N, 1)
```

```
Déclaration de tind en C

typedef struct tind{
   char car;
   int val;
}
```

Algorithme évaluation d'expression postfixé

Soit v, un vecteur de caractère

Soit #, marque le signe de la fin de vecteur

- Si v[i] == "#" :
 Arrêt de la pile

 Retourner la valeur au sommet de la pile
- Sinon:

```
Si variable(v[i]):
    empiler (valeur(v[i]))
    i++
```

→ H

Sinon si operateur(v[i]):
depiler son/ses opérandes
empiler résultat opération
i++

→ H

Evaluation d'une expost à l'aide d'une pile Soit une expression postfixé : AB*CD+ Avec l'évènement : A = 2 ; B = 4 ; C = 9 ; D = 7 ; 2 4 Empiler valeur de A Depiler 4, puis 1 Empiler valeur de B Etat initial AB*CD+# Evaluer (*, 4, 1) Pile vide AB*CD+# Empiler 4 AB*CD+#AB*CD+# 1 *4 1

NB: initialisation Pile vide

- Vecteur \Rightarrow sommet = 1 / 0 en C
- Liste => sommet = NULL
- Résultat = valeur au sommet du pile

```
Evaluation Expression Postfixé
tind evalpost(char expost[]){
   tind vald, valg, evalp;
   int i;
   initPileVide();
   i = 1;
   while(expost[i] != '#') {
      if(variable(expost[i])) {
          empiler(valeur(expost[i]));
      else if(unaire(expost[i]) {
         depiler(vald);
         empiler(operationUnaire(expost[i]), vald);
      }
      else {
         depiler(vald);
         depiler(valg);
         empiler(operationBinaire(valg, expost[i], vald);
      i++;
   depiler(evalp);
   return evalp;
```

• Evaluation d'expression complètement parenthésée (excp)

Algorithme évaluation d'expression complètement parenthésée

Soit excp, symbole lu dans une expression complètement parenthésée

- Si excp est une parenthèse gauche :

On ne fait rien

- Sinon si c'est une *variable* : empiler la valeur de excp ;
- Sinon si c'est *une parenthèse droite* : depiler les sous-expressions empiler le résultat de son évaluation

Evaluation d'une excp à l'aide d'une pile					
Soit une ex	apression : (A+B)				
Avec l'évè	nement : $A = 2$; $B = 4$	+; C = 9;	4		
	2	+ 2	+ 2		
Etat initial	Empiler valeur de A	Empiler operat	teur * Empiler valeur de B		
Pile vide (A+B)#	(A+B)#	(A+B)#	(A+B)# ↑		
Em	oiler et faire l'opération 2 piler le résultat 6 -B)#	+ 4 = 6	$ \begin{array}{c} 6 \\ \text{Fin de pile, depiler résultat} \\ (A+B)\# &\leftarrow \end{array} $		

```
Evaluation Expression Complètement Parenthésée
tind evalcp(t excp[]){
  tind vald, valg, evalc;
  char op;
  int i;
  initPileVide();
  i = 1;
  while(excp[i] != '#') {
      if(variable(excp[i])) {
          empiler(valeur(excp[i]));
      else if(operateur(excp[i]) {
         empiler(excp[i]);
      }
      else {
          if(excp[i] == ')') {
             depiler(vald);
             depiler(op);
             if(unaire(op)) {
                empiler(operationUnaire(op, vald));
             else {
                depiler(valg);
                empiler(operationBinaire(valg, op, vald));
          }
      i++;
  depiler(evalc);
  return evalc;
}
```

2.3. Passage d'une expression à une autre

• Expression complètement parenthésée en Expression postfixé

Algorithme de transformation

Soit **excp**, symbole lu dans une expression complètement parenthésée et **expost**, une variable

- Si **excp** est *un operateur* : empiler excp
- Sinon si c'est une *variable* : ranger excp dans expost ;
- Sinon si c'est *une parenthèse droite* : depiler un operateur que l'on range dans expost

Soit une excp : (A+B) # expost: A (A+B) # empiler + (A+B) # expost: AB (A+B) # Depiler + expost: AB+

• Expression infixée en Expression postfixé

Algorithme de transformation

Soit expinf, symbole lu dans une expression infixé et expost, une variable

- Les variables sont rangées directement dans expost
- Les opérateurs sont empilés (tenir compte de la priorité)
- Empiler les parenthèses gauches
- Pour les parenthèses droites, depiler tous les operateurs jusqu'à la parenthèse gauche et les ranger dans expost

Ex:

Expinf: A*B + C / (D*E)
 Expost: AB*CDE*/+

•

NB: Priorité des opérateurs

Priorité	Opérateurs
0	(
1	&&
2	== !=
3	< <= >= >
4	+ -
5	* / %
6	! ++

STRUCTURE DE DONNES DYNAMIQUE NON LINEAIRE ARBRE

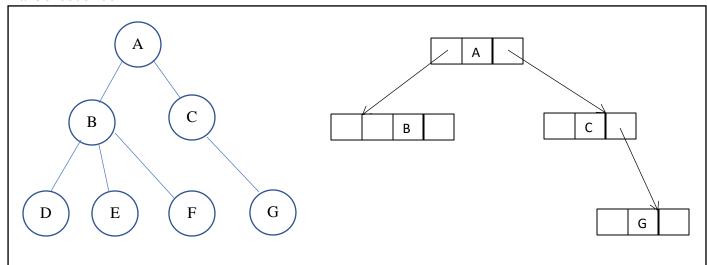
Arbre: une liste chainée contenant au moins une partie info et deux pointeurs

Arborescence: arbre généalogique, dictionnaire

Feuille: nœud qui n'a pas de fils (nœud externe)

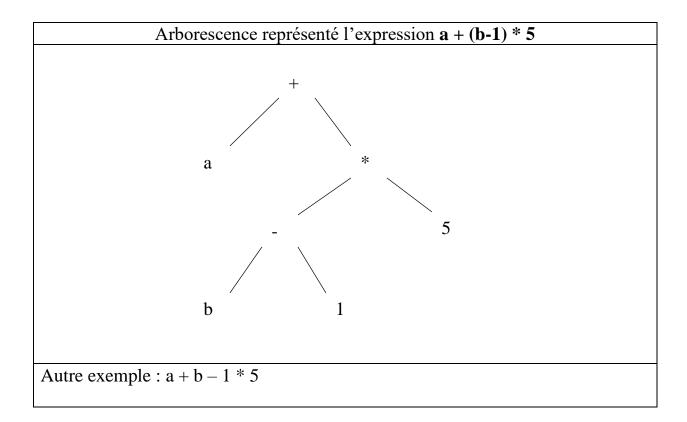
Racine: nœud interne (parent)

On peut représenter une relation d'inclusion entre plusieurs ensembles par une arborescence



<u>NB</u>:

- Tous les opérateurs se trouvent dans les nœuds des arbres, tandis que les opérandes aux feuilles
- Même priorité => plus de priorité à gauche
- Le plus prioritaire à la feuille
- Une liste est un cas particulier d'une arborescence
- Une arborescence est un graphe particulier tel que :
 - o Il existe un chemin unique d'un sommet à l'autre
 - o Il n'y a pas de cycle



Définition et terminologie

- *Graphe orienté*: ensemble fini des **nœuds** (sommets) associé à un ensemble fini des **arcs** joignant chacun un nœud à un autre
- *Graphe non orienté* : ensemble des nœuds et des arcs qui n'ont d'origine ni d'extrémité
- Degré d'un nœud = nombre de fils de ce nœud
- Une feuille = un nœud de degré 0
- Profondeur = niveau 1 avec racine = niveau 1

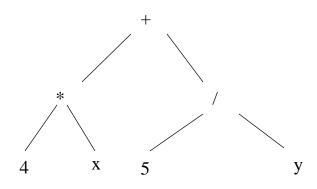
ARBRE BINAIRE

- *Arbre binaire*: un arbre où chaque nœud a *0*, *1*, *ou 2 fils* (un fils gauche, un fils droit)
- Arbre binaire complet: chaque nœud a 0 ou 2 fils
- *Arbre binaire plein*: arbre binaire complet et toutes les feuilles sont des mêmes niveaux
- Arbre n-aire : arbre formé par n fils
- Taille d'un arbre binaire = nombre de nœuds
- Hauteur d'un nœud = maximum du niveau des feuilles
- Hauteur d'un arbre : C'est la hauteur de sa racine
- Hauteur d'un arbre vide = nulle
- **Hauteur d'un nœud** = max des hauteurs de sous-arbres gauche et du sousarbre droit plus 1
- Facteur d'équilibre de sous arbre est associé à la racine
- Facteur d'équilibre de nœud = hauteur de sous-arbre gauche hauteur de sous arbre droite

Représentation d'un arbre binaire sous-forme parenthésé

Racine (Sous-Arbre-Gauche, Sous-Arbre-Droite)

Exemple : ((4*x) + (5/y))



$$\Rightarrow$$
 +(*(4, x), /(5, y))

```
Construction des arbres binaires
struct nœud {
  struct nœud *gauche;
  type info;
  struct nœud *droite;
typedef struct nœud *pointeur;
                 Algorithme de parcours d'un arbre binaire
Il y a 4 algorithmes de parcours :
     Préfixé : RGD (Racine Gauche Droite)
   - Postfixé : GDR (Gauche Droite Racine)
   - Infixé : GRD (Gauche Racine Droite)
      En largeur : parcours par niveau, de gauche à droite
Exemple: soit une expression: a + (b-1) * 5
      Préfixé: + a * - b 1 5
   - Postfixé : a b 1 - 5 * +
   - Infixé: a + b - 1 * 5
     En largeur : + a * - 5 b 1
```

Algorithme de parcours récursif d'un arbre binaire

```
Parcours préfixé
                                                                      Parcours infixé
                                    Parcours postfixé
void prefixe(pointeur raci){
                              void postfixe(pointeur raci){
                                                              void infixe(pointeur raci){
  if(raci!= NULL) {
                                 if(raci!= NULL) {
                                                                 if(raci!= NULL) {
     traiter(raci→info);
                                    postfixe(raci→gauche);
                                                                   infixe (raci→gauche);
     prefixe(raci→gauche);
                                    postfixe(raci→droite);
                                                                   traiter(raci→info);
     prefixe(raci→droite);
                                                                   infixe (raci→droite);
                                    traiter(raci→info);
  }
                               }
```

• Autre algorithme sur les arbres binaires

```
Création d'un arbre binaire
pointeur creerArbre(pointeur raci) {
  pointeur p;
  char filsg[20], filsd[20];
  printf(«Saisir fils gauche »);
  scanf(« %s », filsg) ;
  if(strcmp(filsg, \ll null \gg) != 0)
     p = (pointeur) malloc(sizeof(struct noeud));
     strcpy(p→info, filsg);
     raci\rightarrowgauche = p;
     return creerArbre(raci→gauche);
  }
  else {
     raci→gauche = NULL.
  printf(«Saisir fils droite »);
  scanf(« %s », filsd);
  if(strcmp(filsd, \ll null \gg) != 0)
     p = (pointeur) malloc(sizeof(struct noeud));
     strcpy(p→info, filsd);
     raci\rightarrowdroite = p;
     return creerArbre(raci→droite);
  }
  else {
     raci→droite = NULL.
                             Calcul taille d'un arbre
int taille(pointeur raci) {
  if(raci == NULL) return 0;
  else return (1 + taille(raci→gauche) + taille(raci→droite));
```

Calcul nombre de feuille booléen feuille (pointeur nœud) { return ((nœud→gauche == NULL) && (noeud→droite == NULL)); } int nbFeuille(pointeur raci) { if(raci == NULL) return 0; else { if(feuille(raci)) return 1; else return (nbFeuille(raci→gauche) + nbFeuille(raci→droite));