Teorema 1. *Los siguientes afirmaciones son equivalentes para un grupo G.*

1. $P(G) = 1$
2. G es abeliano
3. $Z(G) = G$
4. $G' = \{1\}$
5. $C_G(a) = G$ para todo $a \in G$
6. $G/G' \cong G$

Demostración. Si $P(G) = 1$, entonces $|L(G)| = |G|^2$. Luego $L(G) = G^2$, y esto significa $xy = yx$ para todo $x, y \in G$. Así, G es un grupo abeliano. Es inmediato observar que el razonamiento inverso también es cierto, lo que prueba que 1 es equivalente a 2.

Según este resultado, para tener grados de conmutatividad diferentes de 1 debemos analizar grupos no abelianos. □