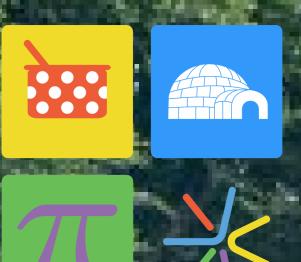


mentor: Bojan Bašić, PMF Novi Sad









Definicija: Izgubili ste se sa prijateljima u n-dimenzionoj šumi. Sve što znate su oblik i dimenzije šume. Kako najbrže neko od vas može da izađe po pomoć?

Koje šume mi posmatramo?

- traka
- k-traka
- šume čiji je konveksni omotač trougao

Rezultati - trake u \mathbb{R}^n

Ideja je bila pronaći neki, što "manji" objekat koji ne možemo da smestimo u traku u \mathbb{R}^n

Teorema 1. Između dve hiperravni u \mathbb{R}^n na udaljenosti 1 se ne može postaviti pravilan n-simpleks stranice

$$\sqrt{\frac{2\left\lceil\frac{n}{2}\right\rceil\cdot\left(n-\left\lceil\frac{n}{2}\right\rceil+1\right)}{n+1}}$$

tako da ga ni jedna od ove dve hiperravni ne seče.

Dalje smo tražili što kraču šetnju po ovom objektu

Teorema 2. Put koji formiraju po trojkama nekoplanarne $ivice \ n\text{-}simpleksa \ \check{c}ije \ su \ ivice \ du\check{z}ine \ \sqrt{\frac{2\lceil \frac{n}{2} \rceil \cdot \left(n-\lceil \frac{n}{2} \rceil +1\right)}{n+1}} \ je$ izlazni put iz trake u n dimenzija i taj put ima dužinu:

$$L_{n,1} = n \cdot \sqrt{\frac{2 \left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil \cdot \left(n - \left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil + 1\right)}{n+1}}.$$

Teorema 3. Put koji formira n + 1 duži od centra do svih temena pravilnog n-simpleksa čije su ivice dužine $\sqrt{rac{2\left|rac{n}{2}\right|\cdot(n-\left|rac{n}{2}\right|+1)}{n+1}}$ je izlazni put za n+1 ljudi iz trake u ndimenzija i taj put ima dužinu:

$$L_{n,n+1} = \sqrt{n \cdot \left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil \cdot \left(n - \left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil + 1\right)}$$

Zašto je bolje ići sa prijateljima?

Bavili smo se i našim uopštenjem problema:

- Put za n ljudi je skup k puteva koji kreću iz iste tačke.
- Dužina puta za n ljudi je suma dužina pojedinačnih puteva.
- Za put za k ljudi P_n kažemo da je izlazan put iz šume F ako za bilo koji početni položaj, barem jedan od n puteva iz skupa izlazi iz F.

Rezultati - k-trake

Sta ako drugačije uopštimo trake u višim dimenzijama?

Definicija. Definišimo k-traku u n dimenzija za svako $prirodnon i za svako 1 \leqslant k \leqslant n-1 kao šumu odredjenu$ $svim\ tačkama\ iz\ \mathbb{R}^n\ na\ udaljenosti\ manjoj\ ili\ jednakoj\ rac{1}{2}\ od$ $nekog \ k$ -dimensionog potprostora \mathbb{R}^n .

Teorema 4. Najkraća izlazna putanja iz k-trake u \mathbb{R}^n je ista kao najkraća izlazna putanja iz trake u \mathbb{R}^{k+1} .

Rezultati - donje ograničenje

Gomi je pokazao gornje organičenje za dužinu puta širine 1. On nas je inspirisao da uradimo slično za naše uopštenje sa n ljudi.

Teorema 5. Neka je dužina najkraćeg izlaznog puta jedinične *širine za k \geqslant 2 ljudi iz trake u n \geqslant 2 dimenzija S_k. Tada važi:*

$$S_k \geqslant \frac{k}{2k-2} \cdot \sqrt{2.2782^2 + 9(n-2)}$$

Hipoteza. Kako naše konstrukcijski dobijena rešenja imaju ceo "red veličine" veću dužinu nego data donja ograničenja pretpostavljamo da je moguće pooštritii ove ocene.

Dalji rad

Posmatranjem objekata poput zarubljenih simpleksa, moguće je još poboljšati predstavljene rezultate. Recimo za 3 dimenzije:

Takođe prirodno je postaviti i sledeće pitanje: "Grupa ljudi je zajedno izgubljena u šumi poznatih dimenzija. Koliko optimalno treba da ih bude, i koliki put moraju da pređu, tako da znaju da će izaći iz šume?"

Hipoteza. Ako je za n-to dimenzionu šumu F dužina najkraćeg izlaznog puta za k ljudi $S_k(F)$, tada je:

$$S(F) = \lim_{n \to \infty} S_n(F) = L_{n,n+1}$$