

Grammaire ambiguë

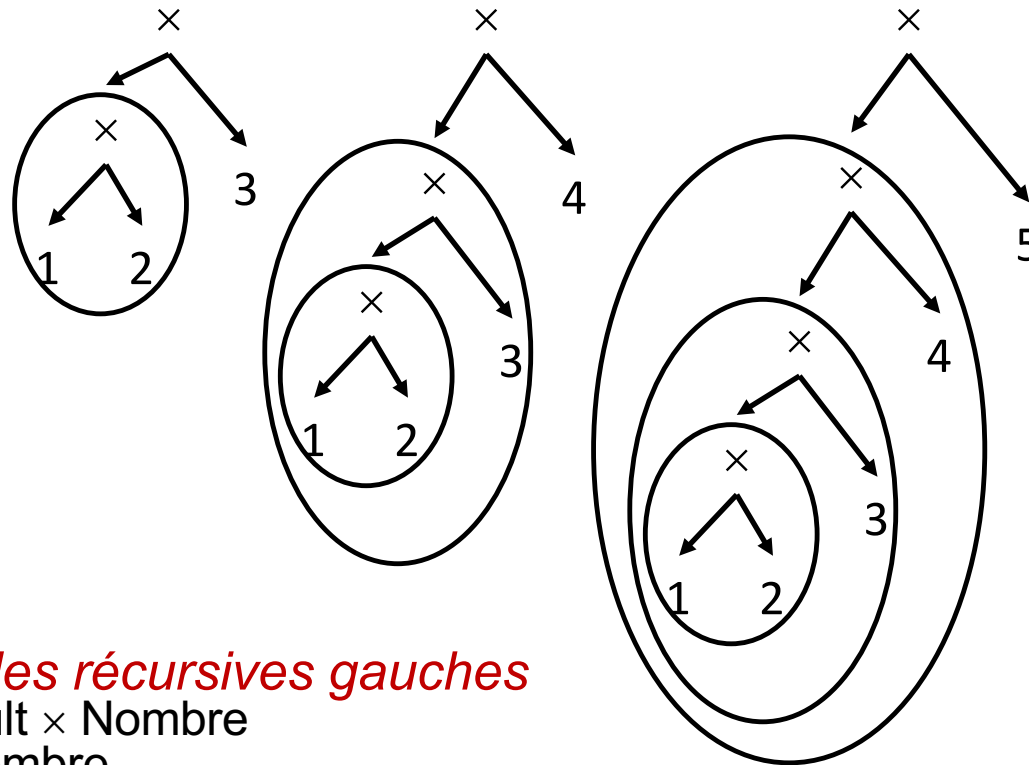
Élimination de l'ambiguïté

- ❑ Ambiguïté pour les expressions de G_{arith} sur l'opérateur \times
 - ❑ Cause : G_{arith} accepte aussi bien l'associativité gauche que droite de \times
 - ❑ Solution : On choisit d'accepter **l'associativité à gauche de \times** (e.g. l'interprétation $(1 \times 2) \times 3$ mais pas $1 \times (2 \times 3)$.)
- ❑ Ambiguïté pour les expressions de G_{arith} sur l'opérateur $+$
 - ❑ Cause : G_{arith} accepte aussi bien l'associativité gauche que droite de $+$
 - ❑ Solution : On choisit d'accepter **l'associativité à gauche de $+$** (e.g. l'interprétation $(1 + 2) + 3$ mais pas $1 + (2 + 3)$.)
- ❑ Ambiguïté pour les expressions de G_{arith} sur les 2 opérateurs \times et $+$
 - ❑ Cause : G_{arith} ne différencie pas entre les priorités de \times et $+$
 - ❑ Solution : On choisit **priorité(\times) > priorité($+$)** (e.g. l'interprétation $1 + (2 \times 3)$ mais pas $(1 + 2) \times 3$.)
- ❑ NB. Rien ne nous empêche d'adopter l'associativité droite !!
- ❑ Suite de l'exercice :
 - ❑ Essayer de réfléchir sur les transformations de G_{arith} pour supporter ces contraintes nécessaires à sa désambiguïsation

Grammaire ambiguë

Élimination de l'ambiguïté

- ❑ Accepter *l'associativité à gauche de \times*



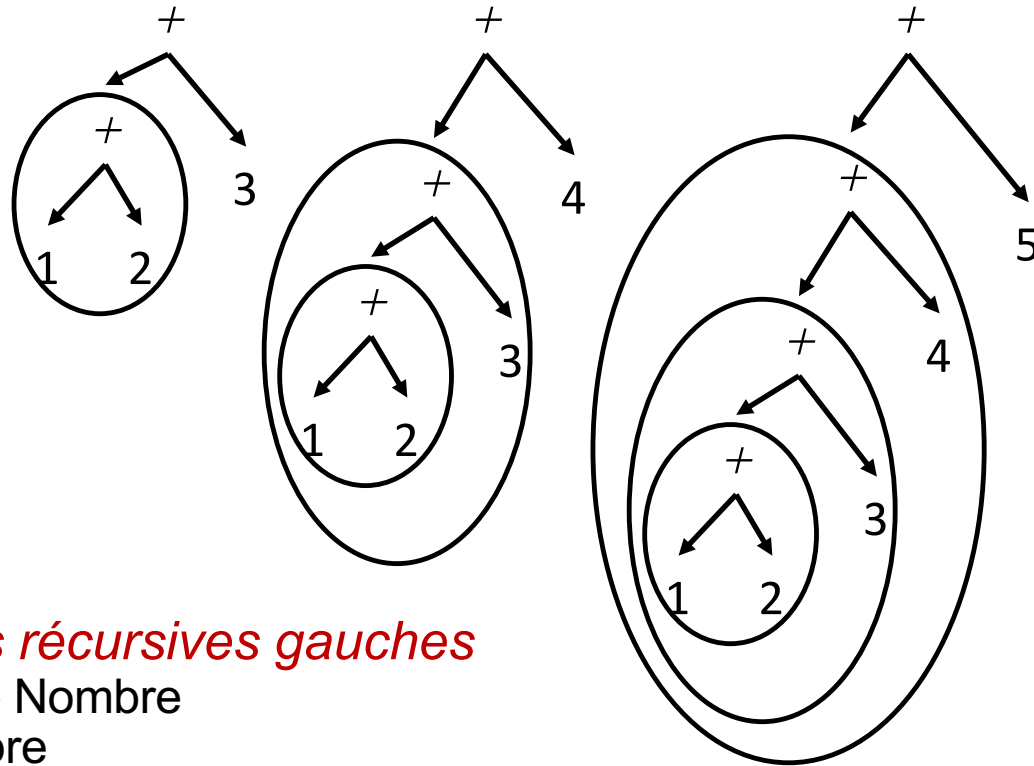
\Rightarrow Introduire des *règles récursives gauches*

- ❑ $R_{11} : \text{Mult} \rightarrow \text{Mult} \times \text{Nombre}$
- ❑ $R_{12} : \text{Mult} \rightarrow \text{Nombre}$

Grammaire ambiguë

Élimination de l'ambiguïté

- ❑ Accepter *l'associativité à gauche de +*



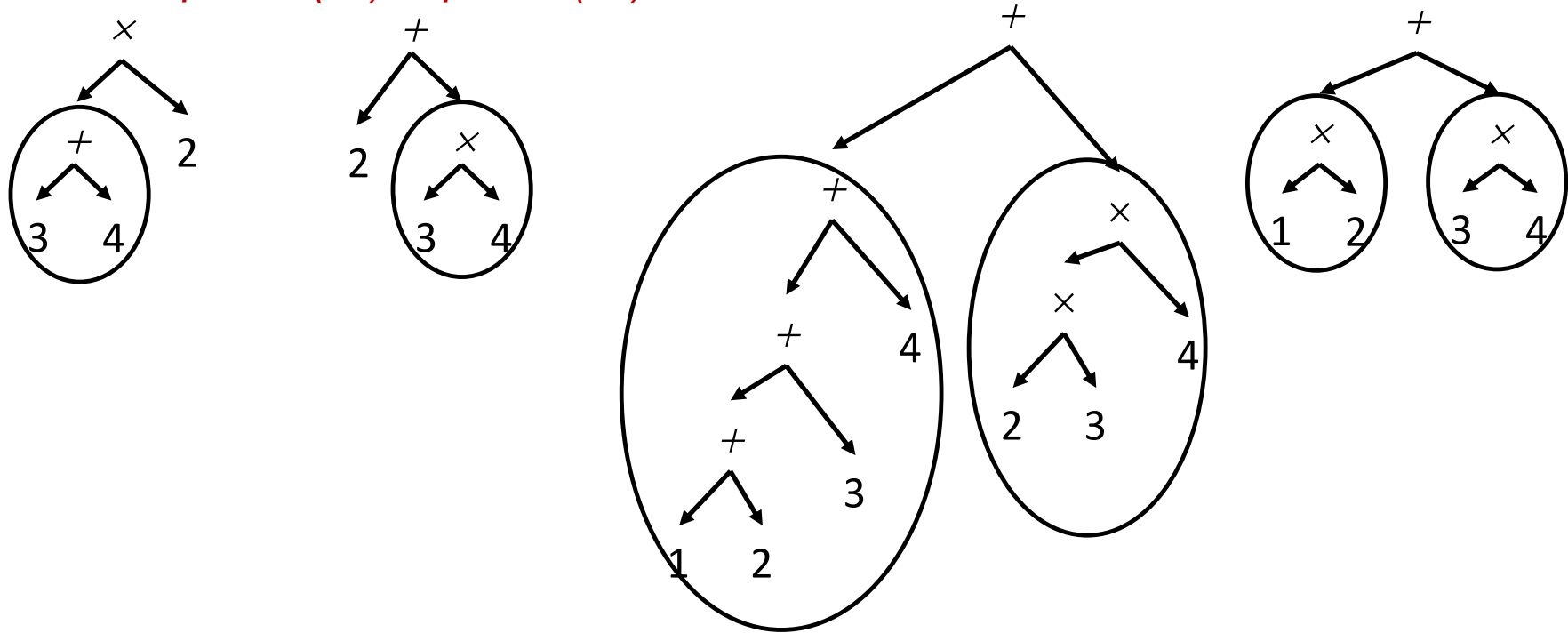
⇒ Introduire des *règles récursives gauches*

- ❑ $R_{21} : \text{Add} \rightarrow \text{Add} + \text{Nombre}$
- ❑ $R_{22} : \text{Add} \rightarrow \text{Nombre}$

Grammaire ambiguë

Élimination de l'ambiguïté

□ Choisir *priorité(×) > priorité(+)*



⇒ Introduire des *règles récursives gauches*

- $R_{31} : \text{Add} \rightarrow \text{Add} + \text{Mult}$ (plus générale que R_{21} , car $R_{12} : \text{Mult} \rightarrow \text{Nombre}$)
- $R_{32} : \text{Add} \rightarrow \text{Mult}$ (plus générale que R_{22} , car $R_{12} : \text{Mult} \rightarrow \text{Nombre}$)

Grammaire ambiguë

Elimination de l'ambiguïté

- ❑ $G'_{arith} < T = \{\text{Nombre}, +, \times\}, NT = \{\text{Mult}, \text{Add}\}, S = \text{Add}, P = \{R_{11}, R_{12}, R_{31}, R_{32}\} >$
 - ❑ $R_{11} : \text{Mult} \rightarrow \text{Mult} \times \text{Nombre}$
 - ❑ $R_{12} : \text{Mult} \rightarrow \text{Nombre}$
 - ~~❑ $R_{21} : \text{Add} \rightarrow \text{Add} + \text{Nombre}$ (car R_{31} est plus générale que R_{21})~~
 - ~~❑ $R_{22} : \text{Add} \rightarrow \text{Nombre}$ (car R_{32} est plus générale que R_{22})~~
 - ❑ $R_{31} : \text{Add} \rightarrow \text{Add} + \text{Mult}$
 - ❑ $R_{32} : \text{Add} \rightarrow \text{Mult}$
- ❑ On a pris $S = \text{Add}$ car *Add* est plus général de *Mult* (c.f. R_{32} , de *Add* on peut aller vers *Mult* mais l'inverse est faux)
 - ❑ G'_{arith} n'est pas ambiguë par construction !!

Grammaire ambiguë

Élimination de l'ambiguïté

❑ Défaut de G'_{arith}

❑ C'est impossible de forcer

- ❑ $1 + 2 \times 3$ à être interprété $(1 + 2) \times 3$
- ❑ et $3 \times 1 + 2$ à être interprété $3 \times (1 + 2)$

❑ Suite de l'exercice :

- ❑ Penser à une solution à ces nouveaux problèmes

Grammaire ambiguë

Élimination de l'ambiguïté

❑ Solution possible : introduire les parenthèses

❑ NT devient {Mult, Add, Aux}

❑ P devient $\{R'_{11}, R'_{12}, R'_{13}, R'_{14}, R_{31}, R_{32}\}$

- ❑ $R'_{11} : \text{Mult} \rightarrow \text{Mult} \times \text{Aux}$ (*plus générale que R_{11} , car $R'_{13} : \text{Aux} \rightarrow \text{Nombre}$*)
- ❑ $R'_{12} : \text{Mult} \rightarrow \text{Aux}$ (*plus générale que R_{12} , car $R'_{13} : \text{Aux} \rightarrow \text{Nombre}$*)
- ❑ $R'_{13} : \text{Aux} \rightarrow \text{Nombre}$
- ❑ $R'_{14} : \text{Aux} \rightarrow (\text{Add})$

❑ Au lieu de

❑ $R_{11} : \text{Mult} \rightarrow \text{Mult} \times \text{Nombre}$

❑ $R_{12} : \text{Mult} \rightarrow \text{Nombre}$

Grammaire ambiguë

Élimination de l'ambiguïté

- ❑ 4 cas avec deux opérations dans une expression parenthésées
 - ❑ + à gauche du \times : $x + y + z$
 - ❑ Cas particuliers : Nombre + Add, Add + Nombre
 - ❑ \times à gauche du + : $x + y \times z$
 - ❑ Exemples : $(1 + 2) \times 3$
 - ❑ Cas particuliers : Nombre + Mult, Add \times Nombre
 - ❑ + à gauche du \times : $x \times y + z$
 - ❑ Exemples : $3 \times (1 + 2)$
 - ❑ Cas particuliers : Nombre \times Add, Mult + Nombre
 - ❑ \times à gauche du \times : $x \times y \times z$
 - ❑ Cas particuliers : Mult \times Nombre, Nombre \times Mult
- ❑ Seuls l'associativité gauche sera bien sûr prise en compte

Grammaire ambiguë

Elimination de l'ambiguïté

□ $G'_{arith} < T = \{\text{Nombre}, +, \times\}, NT = \{\text{Mult}, \text{Add}, \text{Aux}\}, S = \text{Add}, P = \{R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, R_6\} >$

- $R1 (R'_{11}) : \text{Mult} \rightarrow \text{Mult} \times \text{Aux}$
- $R2 (R'_{12}) : \text{Mult} \rightarrow \text{Aux}$
- $R3 (R'_{13}) : \text{Aux} \rightarrow \text{Nombre}$
- $R4 (R'_{14}) : \text{Aux} \rightarrow (\text{Add})$
- $R5 (R_{31}) : \text{Add} \rightarrow \text{Add} + \text{Mult}$
- $R6 (R_{32}) : \text{Add} \rightarrow \text{Mult}$

□ $1 + 2 \times 3$ pourra être interprété sans ambiguïté $(1 + 2) \times 3$:

□ $\text{Add} \Rightarrow_{R6} \text{Mult} \Rightarrow_{R1} \text{Mult} \times \text{Aux} \Rightarrow_{R2} \text{Aux} \times \text{Aux} \Rightarrow_{R4} (\text{Add}) \times \text{Aux} \Rightarrow_{R5} (\text{Add} + \text{Mult}) \times \text{Aux} \Rightarrow_{R6} (\text{Mult} + \text{Mult}) \times \text{Aux} \Rightarrow_{R2} (\text{Aux} + \text{Mult}) \times \text{Aux} \Rightarrow_{R2} (\text{Nombre} + \text{Mult}) \times \text{Aux} \Rightarrow^* (\text{Nombre} + \text{Nombre}) \times \text{Nombre}$

□ $3 \times 1 + 2$ peut être interprété sans ambiguïté $3 \times (1 + 2)$

□ $\text{Add} \Rightarrow_{R6} \text{Mult} \Rightarrow_{R1} \text{Mult} \times \text{Aux} \Rightarrow_{R2} \text{Aux} \times \text{Aux} \Rightarrow_{R3} \text{Nombre} \times \text{Aux} \Rightarrow_{R4} \text{Nombre} \times (\text{Add}) \Rightarrow^* \text{Nombre} \times (\text{Nombre} + \text{Nombre})$

Analyseur Syntaxique

Types

- ❑ Il existe 2 types d'analyseurs syntaxiques (parseurs)
 - ❑ Analyseur descendant (**top-down**)
 - ❑ Analyseurs ascendants (**bottom-up**)

Analyseur Syntaxique

Types

- ❑ Analyseur descendant (**top-down**)
 - ❑ Algorithme :
 - ❑ Commence par la racine et procède en descendant l'arbre syntaxique jusqu'aux feuilles.
 - ❑ A chaque étape, l'analyseur choisit un nœud parmi les symboles non-terminaux et développe l'arbre à partir de ce nœud.
- ❑ Exemples : Analyseur récursif descendant, Analyseur LL(1)

Analyseur Syntaxique

Types

- ❑ Analyseurs ascendants (**bottom-up**)
 - ❑ Algorithme :
 - ❑ Commence par les feuilles et procède en remontant l'arbre syntaxique jusqu'à la racine.
 - ❑ A chaque étape, l'analyseur ajoute des nœuds qui développent l'arbre partiellement construit.
 - ❑ Exemples : Analyseur LR(1), Analyseur LALR(1), Analyseur SLR(1)
 - ❑ $LR(1) \supset LALR(1) \supset SLR(1)$

Analyseur Syntaxique Descendant (top-down)

Analyseur Syntaxique Descendant

Exemple

- ❑ Pour une grammaire du type
 - ❑ R1 : $S \rightarrow \text{Mult}$
 - ❑ R2 : $\text{Mult} \rightarrow \text{Mult} \times \text{Aux}$
 - ❑ R3 : $\text{Mult} \rightarrow \text{Aux}$
 - ❑ R4 : $\text{Aux} \rightarrow \text{Nombre}$
- ❑ Problème :
 - ❑ L'algorithme risque de **développer** Mult en $\text{Mult} \times \text{Aux}$ puis en $\text{Mult} \times \text{Mult} \times \text{Aux}$ puis en $\text{Mult} \times \text{Aux} \times \text{Aux} \times \text{Aux} \dots \times \text{Aux} \times \text{Aux}$ **indéfiniment** : **bouclage de l'analyseur** !!
- ❑ Solution :
 - ❑ **Éliminer la récursivité gauche** de la grammaire pour une analyse top-down

Analyseur Syntaxique Descendant

Réversivité a gauche

- Une règle de réécriture est dite réursive gauche si
 - Le premier symbole sur la partie droite de la règle est le même que celui sur sa partie gauche
 - Exemple :
 - $S \rightarrow Sa$
 - ou si le symbole de la partie gauche de la règle apparaît sur sa partie droite et tous les symboles qui le précèdent peuvent dériver le mot vide
 - Exemple :
 - $S \rightarrow TSa$
 - $T \rightarrow \varepsilon \mid \dots$

Analyseur Syntaxique Descendant

□ ***G* : Grammaire réursive gauche ($NT = \{S\}$)**

- $S \rightarrow S \alpha$ (i.e. tout mot de $L(G)$ se termine pas une suite de α)
- $S \rightarrow \beta$ (i.e. tout mot de $L(G)$ commence par β ou contient seulement β)
- $S \Rightarrow S \alpha \Rightarrow S \alpha \alpha \Rightarrow \dots \Rightarrow S \alpha^* \Rightarrow \underline{\beta \alpha^*}$
- $\underline{L(G') = \beta \alpha^*}$

□ ***G'* : Grammaire non-réursive gauche équivalente à *G* ($NT' = \{S, R\}$)**

- $S \rightarrow \beta R$ (i.e. tout mot de $L(G')$ commence par β)
- $R \rightarrow \alpha R$ (i.e. tout mot de $L(G')$ se termine éventuellement pas une suite de α)
- $R \rightarrow \varepsilon$
- $S \Rightarrow \beta R \Rightarrow \beta \alpha R \Rightarrow \alpha \alpha R \Rightarrow \dots \Rightarrow \alpha^* R \Rightarrow \underline{\beta \alpha^*}$
- $\underline{L(G') = \beta \alpha^*}$

□ $L(G) = L(G')$ donc la transformation de *G* en *G'* a conservé le langage reconnu

Elimination de la récursivité à gauche

Solution

Entrée: Une grammaire G .

Sortie: Une grammaire équivalente sans récursivité à gauche.

Méthode:

Ordonner les non-terminaux par indices A_1, \dots, A_n .

Pour $i:=1$ à n faire

Pour $j := 1$ à $i - 1$ faire

Remplacer chaque production de la forme $A_i \rightarrow A_j \gamma$

par les productions $A_i \rightarrow \delta_1 \gamma \mid \dots \mid \delta_k \gamma$,

où $A_j \rightarrow \delta_1 \mid \dots \mid \delta_k$ sont les A_j -productions actuelles

Fin

Eliminer les récursivité immédiates à gauche des A_i -productions

Fin

Elimination de la récursivité a gauche

Solution

❑ Éliminer la récursivité gauche de la grammaire suivante :

❑ $G'_{arith} < T=\{\text{Nombre}, +, \times\}, NT=\{\text{Mult}, \text{Add}, \text{Aux}\}, S=\text{Add}, P = \{R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, R_6\}>$

❑ $R_1 : \text{Mult} \rightarrow \text{Mult} \times \text{Aux}$

❑ $R_2 : \text{Mult} \rightarrow \text{Aux}$

❑ $R_3 : \text{Aux} \rightarrow \text{Nombre}$

❑ $R_4 : \text{Aux} \rightarrow (\text{Add})$

❑ $R_5 : \text{Add} \rightarrow \text{Add} + \text{Mult}$

❑ $R_6 : \text{Add} \rightarrow \text{Mult}$

Elimination de la récursivité a gauche

Solution

Règles récursives gauche NT={Mult, Aux, Add}	Grammaire récursive droite équivalente (i.e. conserve l'associativité droite et les priorités de G'_{arith}) NT={Mult, Mult', Aux, Add, Add'}
$R_1 : \text{Mult} \rightarrow \text{Mult} \times \text{Aux}$ $R_2 : \text{Mult} \rightarrow \text{Aux}$ $R_3 : \text{Aux} \rightarrow \underline{\text{Nombre}}$ $R_4 : \text{Aux} \rightarrow (\text{Add})$ $R_5 : \text{Add} \rightarrow \text{Add} \pm \text{Mult}$ $R_6 : \text{Add} \rightarrow \text{Mult}$	<p>// Transformation directe de Mult $\text{Mult} \rightarrow \text{Aux Mult}'$</p> <p>$\text{Mult}' \rightarrow \underline{\times} \text{Aux Mult}'$ $\quad \quad \quad \varepsilon$</p> <p>// Aux n'est pas récursive gauche $\text{Aux} \rightarrow \underline{\text{Nombre}}$ $\text{Aux} \rightarrow (\text{Add})$</p> <p>// Transformation directe de Add $\text{Add} \rightarrow \text{Mult Add}'$ $\text{Add}' \rightarrow \underline{\pm} \text{Mult Add}'$ $\quad \quad \quad \varepsilon$</p>

Elimination de la récursivité a gauche

Solution

❑ Éliminer la récursivité gauche de la grammaire suivante :

❑ $S \rightarrow S + A \mid S \times B \mid C \mid D$

Elimination de la récursivité a gauche

Solution

$$\begin{array}{l}
 S \rightarrow S \alpha_1 \mid S \alpha_2 \mid S \alpha_3 \mid \dots \mid S \alpha_n \\
 \quad \mid \beta_1 \mid \beta_2 \mid \dots \mid \beta_n
 \end{array}
 \rightarrow
 \begin{array}{l}
 S \rightarrow \beta_1 R \mid \beta_2 R \mid \dots \mid \beta_n R \\
 R \rightarrow \alpha_1 R \mid \alpha_2 R \mid \dots \mid \alpha_n R \\
 \quad \mid \varepsilon
 \end{array}$$

$$\square S \rightarrow S + A \mid S x B \mid C \mid D$$

$$\square S \rightarrow C S' \mid D S'$$

$$\square S' \rightarrow + A S' \mid x B S' \mid \varepsilon$$

Factorisation à gauche

Algorithme

- ❑ *Pour chaque $A \in NT$*
 - ❑ *Trouver le plus long préfixe « α » commun à deux ou plusieurs parties droites de règles relatives à A*
 - ❑ *Si ($\alpha \neq \varepsilon$) alors*
 - ❑ *remplacer les règles de A de la forme*
 - ❑ $A \rightarrow \alpha\beta_1 \mid \alpha\beta_2 \mid \cdots \mid \alpha\beta_n \mid \gamma$
 - ❑ *par :*
 - ❑ $A \rightarrow \alpha B \mid \gamma$
 - ❑ $B \rightarrow \beta_1 \mid \beta_2 \mid \cdots \mid \beta_n$
 - ❑ $NT \leftarrow NT \cup \{B\}$ // ajouter B à l'ensemble des symboles non-terminaux
- ❑ *Répéter jusqu'à ce qu'il n'y ait plus de préfixe commun*

Factorisation à gauche

Exemple

$$\square S \rightarrow aS \mid aB \mid aC \mid aD$$

Simple factorisation

$$\square S \rightarrow a S'$$

$$\square S' \rightarrow S \mid B \mid C \mid D$$

Factorisation à gauche

Exercice

Factorisation à gauche de:

☐ $S \rightarrow *aA$

☐ $\quad | *aB$

☐ $\quad | *C$

Factorisation à gauche

Solution

$$\square S \rightarrow *aA \mid *aB \mid *C$$

$$\square S \rightarrow *aS' \mid *C$$

$$\square S' \rightarrow A \mid B$$

$$\square S \rightarrow *S''$$

$$\square S'' \rightarrow aS'' \mid C$$

Analyseur Syntaxique Descendant

Grammaire prédictive LL(1)

Analyseur Syntaxique Descendant

Grammaire prédictive LL(1)

LL : Left to right – Leftmost derivation

- ❑ Commence par la racine et procède en descendant l'arbre syntaxique jusqu'aux feuilles.
- ❑ A chaque étape, l'analyseur choisit un nœud parmi les symboles non-terminaux et développe l'arbre à partir de ce nœud.

Analyseur Syntaxique Descendant

Grammaire prédictive LL(1)

LL : Left to right – Leftmost derivation

- ❑ Une grammaire est dite **LL(k)** si, et seulement si, elle peut être analysée en ne disposant, à chaque instant, que des **n** prochains **terminaux** non encore consommés.
- ❑ Le **k** appelé lookahead (regarder en avant) indique le nombre de **terminaux** qu'il faut avoir lus sans les avoir encore consommés pour décider quelle dérivation faire.
- ❑ L'analyse d'une grammaire **LL(3)** impose de gérer 3 variables contenant les 3 prochains **terminaux** non encore consommés à chaque instant.

Analyseur Syntaxique Descendant

Grammaire prédictive LL(1)

LL : Left to right – Leftmost derivation

- ❑ Soit $A \rightarrow \alpha$ une règle de production, on définit **First(α)** =
 - ❑ {ensemble des symboles terminaux qui peuvent apparaître comme premiers symboles dans les mots dérivables à partir de α }
- ❑ Soit $G = \langle T, NT, S, P \rangle$ une grammaire, G est dite prédictive (**dite LL(1)**) ssi
- ❑ \forall les règles $A \rightarrow \alpha_1 \mid \alpha_2 \mid \alpha_3 \mid \dots \mid \alpha_n$ de **P**
 - ❑ $\forall i, j$ $\text{First}(\alpha_i) \cap \text{First}(\alpha_j) = \emptyset$

Analyseur Syntaxique Descendant

Grammaire prédictive LL(1)

Exemple

□ La grammaire $S \rightarrow a \mid bS$ est **LL(1)**:

□ $\text{Productions}(S \rightarrow a) = \text{First}(a) = \{a\}$

□ $\text{Productions}(S \rightarrow bS) = \text{First}(bS) = \text{First}(b) = \{b\}$

□ La grammaire $S \rightarrow a \mid aS$ n'est pas **LL(1)**:

□ $\text{Productions}(S \rightarrow a) = \text{First}(a) = \{a\}$

□ $\text{Productions}(S \rightarrow aS) = \text{First}(aS) = \text{First}(a) = \{a\}$

Analyseur Syntaxique Descendant

Grammaire prédictive LL(1)

First/Follow

□ L'ensemble premier :

Productions($S \rightarrow a$) = **Premier**(a) si **a** n'est pas vide.

□ Si **a** est de la forme **aS** ou **a** est un **terminal** alors nous avons **First**(aS) = {a}.

□ Si **a** est de la forme **AS** ou **A** est un **non-terminal** alors nous avons **First**(AS) = **First**(A).

Analyseur Syntaxique Descendant

Grammaire prédictive LL(1)

First/Follow

□ L'ensemble suivant :

Productions($S \rightarrow a$) = **Follow**(S) si **a** est vide.

□ Si une règle est de la forme $S \rightarrow aTb$ alors l'ensemble **Follow**(T) contient l'ensemble **First**(b).

□ Si une règle est de la forme $A \rightarrow aT$ alors l'ensemble **Follow**(T) contient l'ensemble **Follow**(A).

Analyseur Syntaxique Descendant

Grammaire prédictive LL(1)

Exercice : First

Calculer l'ensemble First (S) des règles suivantes :

☐ $S \rightarrow Aa$

☐ $A \rightarrow bB$

☐ $\quad \quad | \varepsilon$

Calculer l'ensemble First des non terminaux de la grammaire suivante :

☐ $S \rightarrow ETC$

☐ $E \rightarrow aE \mid \varepsilon$

☐ $T \rightarrow bT \mid cT \mid \varepsilon$

☐ $C \rightarrow dC \mid da \mid dE$

Analyseur Syntaxique Descendant

Grammaire prédictive LL(1)

Solution: First

□ $S \rightarrow Aa$

□ $A \rightarrow bB$ First (S) = First (A) + First(S si A= ϵ) = {b,a}

□ $\quad \quad \quad | \epsilon$

□ $S \rightarrow ETC$

□ $E \rightarrow aE \mid \epsilon$

□ $T \rightarrow bT \mid cT \mid \epsilon$

□ $C \rightarrow dC \mid da \mid dE$

First (S) = {a,b,c,d}

First (E) = {a, ϵ }

First(T) = {b,c, ϵ }

First(C) = {d}

Analyseur Syntaxique Descendant

Grammaire prédictive LL(1)

Exercice : Follow

Calculer l'ensemble Follow des non terminaux de la grammaire suivante :

- $S \rightarrow ETC$
- $E \rightarrow aE \mid \varepsilon$
- $T \rightarrow bT \mid cT \mid \varepsilon$
- $C \rightarrow dC \mid da \mid dE$

Analyseur Syntaxique Descendant

Grammaire prédictive LL(1)

Solution: Follow

□ $S \rightarrow ETC$

□ $E \rightarrow aE \mid \varepsilon$

□ $T \rightarrow bT \mid cT \mid \varepsilon$

□ $C \rightarrow dC \mid da \mid dE$

$\text{First}(S) = \{a, b, c, d\}$

$\text{First}(E) = \{a, \varepsilon\}$

$\text{First}(T) = \{b, c, \varepsilon\}$

$\text{First}(C) = \{d\}$

$\text{Follow}(S) = \{\$ \}$

$\text{Follow}(E) = \text{First}(T) + \text{First}(C) = \{b, c, d, \$ \}$

$\text{Follow}(T) = \text{First}(C) = \{d\}$

$\text{Follow}(C) = \text{Follow}(S) = \{\$ \}$

Analyseur Syntaxique Descendant

Grammaire prédictive LL(1)

Exemple

- ❑ Déterminons un programme permettant une analyse syntaxique en reprenant la grammaire G suivantes:

- ❑ $\text{expr} \rightarrow \text{term}$
- ❑ | $\text{term} \text{ "+" expr}$
- ❑ | $\text{term} \text{ "-" expr}$
- ❑ $\text{term} \rightarrow \text{fact}$
- ❑ | $\text{fact} \text{ "*" term}$
- ❑ | $\text{fact} \text{ "/" term}$
- ❑ $\text{fact} \rightarrow \text{"a"} \mid \text{"b"} \mid \text{"c"} \mid \text{"d"}$
- ❑ | "(expr)"
- ❑ | $\text{fact} \text{ "^" fact}$
- ❑ $\text{expr} \text{ /*axiome*/}$

- ❑ Nous décrirons seulement les règles de productions de fact.

Analyseur Syntaxique Descendant

Grammaire prédictive LL(1)

Exemple

<input type="checkbox"/> fact	→	"a" "b" "c" "d"
<input type="checkbox"/>		("expr")
<input type="checkbox"/>		fact "^"fact

Pour la fonction fact, nous obtenons alors :

```
void _fact()  
{  
    if (sTerminal == " ( " ) { /*commençons par "(" expr ")" */  
        _expr();  
        if (sTerminal != " ) " )  
            {_ErrSyntax("après expr " ) " attendu");}  
    else  
        {_avancer();}  
    } /*fin de "(" expr ")" */  
else  
{
```

Analyseur Syntaxique Descendant

Grammaire prédictive LL(1)

Exemple

☐ fact → "a" | "b" | "c" | "d"

☐ | ("expr")

☐ | fact "^" fact

```
{
  if (sTerminal == ("a" || "b" || "c" || "d")) {
    _avancer()
  }
  else
  {
    fact();
    if (sTerminal != "^")
      {_ErrSyntax(''après FACT "^" attendu '');}
    else {
      _fact();
      _avancer();
    } /*fin de fact "^" fact*/
  }
} /*Fin de la fonction pour les règles de fact*/
```

Analyseur Syntaxique Descendant

Grammaire prédictive LL(1)

- ❑ Nous venons de produire un programme permettant de construire uniquement une analyse de la production Fact. Mais pouvons-nous être plus général pour l'ensemble des constructions ?
- ❑ **L'analyse prédictive** se fait à l'aide d'une **table d'analyse syntaxique prédictive**.

Analyseur Syntaxique Descendant

Grammaire prédictive LL(1)

Table d'Analyse

$\text{First}(S) = \{a, b, c, d\}$

$\text{Follow}(S) = \{\$ \}$

$\text{First}(E) = \{a, \epsilon\}$

$\text{Follow}(E) = \text{First}(T) + \text{First}(C) = \{b, c, d, \$ \}$

$\text{First}(T) = \{b, c, \epsilon\}$

$\text{Follow}(T) = \text{First}(T) = \{d\}$

$\text{First}(C) = \{d\}$

$\text{Follow}(C) = \text{Follow}(S) = \{\$ \}$

	First	Follow
S	$\{a, b, c, d\}$	$\{\$ \}$
E	$\{a, \epsilon\}$	$\{b, c, d, \$ \}$
T	$\{b, c, \epsilon\}$	$\{d\}$
C	$\{d\}$	$\{\$ \}$

Analyseur Syntaxique Descendant

Grammaire prédictive LL(1)

Table d'Analyse

□ $S \rightarrow ETC$

□ $E \rightarrow aE \mid \varepsilon$

□ $T \rightarrow bT \mid cT \mid \varepsilon$

□ $C \rightarrow dC \mid da \mid dE$

$C \rightarrow dC'$

$C' \rightarrow C \mid a \mid E$

	First	Follow
S	{a,b,c,d}	{\$}
E	{a,ε}	{b,c,d,\$}
T	{b,c,ε}	{d}
C	{d}	{\$}

	a	b	c	d	\$
S	$S \rightarrow ETC$	$S \rightarrow ETC$	$S \rightarrow ETC$	$S \rightarrow ETC$	
E	$E \rightarrow aE$	$E \rightarrow \varepsilon$	$E \rightarrow \varepsilon$	$E \rightarrow \varepsilon$	$E \rightarrow \varepsilon$
T		$T \rightarrow bT$	$T \rightarrow cT$	$T \rightarrow \varepsilon$	
C				$C \rightarrow dC$ $C \rightarrow da$ $C \rightarrow dE$	

**Table
d'Analyse**

N'est pas une grammaire LL(1)

Factorisation

Analyseur Syntaxique Descendant

Grammaire prédictive LL(1)

Exercice

Soit la grammaire suivante :

- $S \rightarrow S + T \mid T$
- $T \rightarrow T * F \mid F$
- $F \rightarrow (S) \mid \text{id}$

Construire la table d'analyse

Analyseur Syntaxique Descendant

Grammaire prédictive LL(1)

Solution

Etape 1: Supprimer la récursivité a gauche

$$\square S \rightarrow S + T \mid T$$

$$\square T \rightarrow T * F \mid F$$

$$\square F \rightarrow (S) \mid \text{id}$$

$$\square S \rightarrow TS'$$

$$\square S' \rightarrow + T S' \mid \varepsilon$$

$$\square T \rightarrow FT'$$

$$\square T' \rightarrow *FT' \mid \varepsilon$$

$$\square F \rightarrow (S) \mid \text{id}$$

Nouvelle grammaire

Analyseur Syntaxique Descendant

Grammaire prédictive LL(1)

Solution

Calculer l'ensemble First et Follow

- ❑ $S \rightarrow TS'$
- ❑ $S' \rightarrow + T S' \mid \varepsilon$
- ❑ $T \rightarrow FT'$
- ❑ $T' \rightarrow * FT' \mid \varepsilon$
- ❑ $F \rightarrow (S) \mid id$

	First	Follow
S	{ (, id }	{) , \$ }
S'	{ + , ε }	{) , \$ }
T	{ (, id }	{ + ,) , \$ }
T'	{ * , ε }	{ + ,) , \$ }
F	{ (, id }	{ * , + ,) , \$ }

Analyseur Syntaxique Descendant

Grammaire prédictive LL(1)

Solution

- $S \rightarrow TS'$
- $S' \rightarrow + TS' \mid \varepsilon$
- $T \rightarrow FT'$
- $T' \rightarrow *FT' \mid \varepsilon$
- $F \rightarrow (S) \mid id$

	First	Follow
S	{ (, id }	{) , \$ }
S'	{ + , ε }	{) , \$ }
T	{ (, id }	{ + ,) , \$ }
T'	{ * , ε }	{ + ,) , \$ }
F	{ (, id }	{ * , + ,) , \$ }

Table d'analyse

	id	+	*	()	\$
S	$S \rightarrow TS'$			$S \rightarrow TS'$		
S'		$S' \rightarrow + TS'$			$S' \rightarrow \varepsilon$	$S' \rightarrow \varepsilon$
T	$T \rightarrow FT'$			$T \rightarrow FT'$		
T'		$T' \rightarrow \varepsilon$	$T' \rightarrow *FT'$		$T' \rightarrow \varepsilon$	$T' \rightarrow \varepsilon$
F	$F \rightarrow id$			$F \rightarrow (S)$		

Analyseur Syntaxique Descendant

Grammaire prédictive LL(1)

Exemple: Vérification de mot

□ Prenons la grammaire G suivante :

□ $S \rightarrow \text{Term Exp}$

□ $\text{Exp} \rightarrow +\text{Term Exp} \mid \varepsilon$

□ $\text{Term} \rightarrow \text{Entier} \text{ ou } "0" \mid "1" \mid \dots \mid "9" \mid \dots$

Analyseur Syntaxique Descendant

Grammaire prédictive LL(1)

Exemple: Vérification de mot

□ $S \rightarrow \text{Term Exp}$

□ $\text{Exp} \rightarrow +\text{Term Exp} \mid \varepsilon$

□ $\text{Term} \rightarrow \text{Entier} \text{ ou } "0" \mid "1" \mid \dots \mid "9" \mid \dots$

	First	Follow
S	{ entier }	{ \$ }
Exp	{ + , ε }	{ \$ }
Term	{ entier }	{ + , \$ }

Table d'analyse

	+	entier	\$
S		$S \rightarrow \text{Term Exp}$	
Exp	$\text{Exp} \rightarrow +\text{Term Exp}$		$\text{Exp} \rightarrow \varepsilon$
Term		$\text{Term} \rightarrow \text{Entier}$	

Analyseur Syntaxique Descendant

Grammaire prédictive LL(1)

Exemple: Vérification de mot

Le mot :**1+3**

Reconnu	Pile	Entrée	Action
	S\$	1 + 3\$	$S \rightarrow \text{Term Exp}$
	Term Exp\$	1 + 3\$	$\text{Term} \rightarrow \text{Entier}$
	Entier Expr\$	1 + 3\$	Entier = 1 (dépilé Entier)
1	Expr\$	+ 3\$	$\text{Exp} \rightarrow +\text{Term Exp}$
1	+Term Exp\$	+ 3\$	$+ = +$ (Dépilé +)
1+	Term Exp\$	3\$	$\text{Term} \rightarrow \text{Entier}$
1+	Entier Expr\$	3\$	Entier = 3 (dépilé Entier)
1+3	Expr\$	\$	$\text{Exp} \rightarrow \epsilon$
	\$	\$	Accepté