Комбинаторика 1. 7 класс

Определение. Правило суммы. *Если некоторый объект A можно выбрать n способами, а другой объект B можно выбрать k способами, то выбор «либо A, либо B» можно осуществить $n + k$ способами.*

Определение. Правило произведения. *Если некоторый объект A можно выбрать n способами, а после каждого такого выбора, другой объект B можно выбрать k способами (независимо от выбора A), то пару объектов A и B можно выбрать $n \cdot k$ способами.*

Задания.

1. Кощей Бессмертный, желая сделать Бабе Яге подарок на Новый Год, приобрел кучу метелок трех сортов, ступы 5 видов и головные платки 7 расцветок. Он хочет каждый Новый Год дарить Яге 1 метлу, 1 ступу и 1 платок, но так, чтобы ни один год наборы подарков не совпадали. На сколько лет ему хватит приобретенных товаров? (Считайте, что количество приобретенных предметов сколь угодно велико.)

2. В языке аборигенов далекого острова 10 прилагательных, 20 существительных и 15 глаголов. Предложением называется всякое сочетание либо существительного и глагола, либо прилагательного, существительного и глагола (порядок слов в предложении всегда именно такой). Сколько всего предложений в этом языке?

3. В классе из 23 человек требуется выбрать а) старосту и его заместителя; б) двух дежурных. Сколькими способами это можно сделать?

4. Назовем число интересным, если в его записи встречаются только чётные цифры. Сколько существует семизначных неинтересных чисел?

5. На прямой отмечено 12 точек, а на параллельной ей прямой – 13 точек. Сколько существует треугольников с вершинами в этих точках

6. Существует ли выпуклый многоугольник, число диагоналей которого в 10 раз больше числа его сторон?

7. Каких семизначных чисел больше: тех, в записи которых есть 1 или остальных?

8. В классе 10 учеников. Сколькими способами можно разбить этот класс на два кружка по интересам (кол-во учеников в кружках не обязательно равное)

9. Сколькими способами можно расселить 9 человек в три комнаты: трехместную, двухместную и четырехместную?

10. На доске написано n натуральных чисел. Пусть a_k – количество тех из них, которые не меньше k. Исходные числа стерли и вместо них написали все положительные a_k. Докажите, что если с новыми числами сделать то же самое, то на доске окажется исходный набор чисел. Например, для чисел $5, 3, 3, 2$, получается следующая цепочка $(5, 3, 3, 2) \to (4, 4, 3, 1, 1) \to (5, 3, 3, 2)$.