

1. Оценка+пример

Пример. Какое наибольшее количество слонов можно поставить на шахматную доску так, чтобы они не били друг друга?

Решение. Оценка: разделим доску на 15 непересекающихся диагоналей (параллельных одной из главных диагоналей). Заметим, что на каждой из них стоит не более одного слона, причем на двух диагоналях длины 1 по углам одновременно стоять слоны не могут. Откуда берется оценка на 14. Пример на 14 несложно приводится.

Замечание. Если вы видите в задачах вопросы по типу: «какое наименьшее...?», «какое наибольшее...?», «какое максимальное...?», «какое минимальное...?», «какое гарантированное...?»; это означает, что задача разбивается на две части: оценку и пример. В качестве ответа нужно придумать при какой ситуации достигается наименьшее (например) значение. В качестве оценки нужно предъявить доказательство того, что действительно меньше невозможно.

1. В ряд выложены несколько апельсинов, мандаринов, яблок и бананов. Оказалось, что рядом с фруктами каждого вида можно найти фрукт любого другого вида. Какое наименьшее число фруктов могло быть выложено?
2. В медпункт на медосмотр пришли 10 детей и каждый оставил в коридоре пару тапочек. Все пары тапочек имеют разные размеры. Дети начали уходить из медпункта по одному, одевая любую пару тапочек, в которые они могли влезть (т.е. каждый ребёнок мог надеть пару тапочек, не меньшую, чем его собственные). В какой-то момент обнаружилось, что ни один из оставшихся детей не может найти себе пару тапочек, чтобы уйти. Какое наибольшее число детей могло навечно остаться в медпункте?
3. Паучок, любящий ходить по рёбрам куба, ходит по рёбрам куба. Какое наибольшее количество рёбер куба паучок, любящий ходить по рёбрам куба, сможет пройти, если он не любит ходить по одному ребру куба дважды?
4. Пятачок разливает килограмм мёда по пяти стоящим в ряд безграничным горшочкам. Винни-Пух после этого забирает себе два стоящих рядом горшочка, в которых суммарно налито наибольшее количество мёда. Какое наибольшее количество мёда гарантированно сможет забрать себе Винни-Пух?
5. Найдите наибольшее натуральное число, которое невозможно представить в виде суммы двух составных чисел.

6. Какое наибольшее число ферзей можно расставить на шахматной доске так, чтобы они не били друг друга?

7. Какое наименьшее число слонов могут побить все поля шахматной доски (слон бьёт поле, на котором стоит)?

8. Новогодняя гирлянда, висящая вдоль школьного коридора, состоит из красных и синих лампочек. Рядом с каждой красной лампочкой обязательно есть синяя. Всего в гирлянде 50 лампочек.

а) Может ли в этой гирлянде быть 20 красных лампочек?

б) Может ли в этой гирлянде быть 41 красная лампочка?

в) Какое наибольшее количество красных лампочек может быть в этой гирлянде?

