

ОТА.

Основная теорема арифметики. Любое натуральное $n > 1$ однозначно представляется в виде $n = p_1^{d_1} \cdot p_2^{d_2} \cdot \dots \cdot p_k^{d_k}$, где $p_1 < p_2 < \dots < p_k$ - простые, d_1, d_2, \dots, d_k - натуральные числа.

1. Произведение двух натуральных чисел, каждое из которых не делится нацело на 10, равно 1000. Найдите их сумму.
2. Число умножили на сумму его цифр и получили 2008. Найдите это число.
3. Перемножили несколько натуральных чисел и получили 224, причём самое маленькое число было ровно вдвое меньше самого большого. Сколько чисел перемножили?
4. Определите, на какую наибольшую натуральную степень числа 2024 делится 2024!
5. Найдите наименьшее натуральное число, половина которого – квадрат, треть – куб, а пятая часть – пятая степень.
6. Доказать, что из любых 27 различных натуральных чисел, меньших 100, можно выбрать два числа, не являющихся взаимно простыми.
7. Пусть $n > 2$. Докажите, что между n и $n!$ есть по крайней мере одно простое число.
8. Докажите, что $n!$ не делится на 2^n .