Resumen de Probabilidad y Estadística para Ingeniería Informática

1. Modelos de Variables Aleatorias Discretas

1.1 Bernoulli

- **Definición:** Experimento con dos resultados posibles: éxito (1) o fracaso (0).
- **Parámetro:** $p = P(\text{éxito})$
- **Función de probabilidad:** $P(X=x) = p^x (1-p)^{(1-x)}$, $x \in \{0,1\}$
- **Ejemplo:** Lanzar una moneda justa: $p=0.5$.
- **Esperanza y varianza:** $E[X] = p$, $Var[X] = p(1-p)$

1.2 Binomial

- **Definición:** Número de éxitos en n ensayos independientes de Bernoulli.
- **Función de probabilidad:** $P(X=k) = C(n,k)\, p^k (1-p)^{(n-k)}$, $k = 0,1,\ldots,n$
- **Ejemplo:** Lanzar 10 monedas y contar caras.
- **Esperanza y varianza:** $E[X] = np$, $Var[X] = np(1-p)$

1.3 Geométrica

- **Definición:** Número de ensayos hasta el primer éxito.
- **Función de probabilidad:** $P(X=k) = (1-p)^{(k-1)}\, p$, $k = 1,2,\ldots$
- **Ejemplo:** Número de intentos hasta que salga cara.
- **Esperanza y varianza:** $E[X] = 1/p$, $Var[X] = (1-p)/p^2$

1.4 Binomial Negativa

- **Definición:** Número de ensayos hasta obtener r éxitos.
- **Función de probabilidad:** $P(X=k) = C(k-1, r-1)\, p^r (1-p)^{(k-r)}$, $k=r,r+1,\ldots$

1.5 Poisson

- **Definición:** Modela el número de eventos en un intervalo de tiempo/espacio.
- **Función de probabilidad:** $P(X=k) = (\lambda^k e^{-\lambda})/k!$, $k=0,1,2,\ldots$
- **Ejemplo:** Número de llamadas a un centro de soporte en 1 hora.
- **Esperanza y varianza:** $E[X] = \lambda$, $Var[X] = \lambda$

2. Modelos de Variables Aleatorias Continuas

2.1 Uniforme

- **Definición:** Todos los valores en [a,b] son igualmente probables.
- **Densidad de probabilidad:** $f(x) = 1/(b-a)$, $a \leq x \leq b$

- **Esperanza y varianza:** E[X] = (a+b)/2, Var[X] = (b-a)^2/12

2.2 Exponencial

- **Definición:** Modela tiempo entre eventos de un proceso Poisson.
- **Densidad de probabilidad:** f(x) = λ e^-λx, x ≥ 0
- **Esperanza y varianza:** E[X] = 1/λ, Var[X] = 1/λ^2

2.3 Normal

- **Definición:** Distribución continua más importante; simétrica, campana de Gauss.
- **Densidad de probabilidad:** f(x) = 1/(σ√(2π)) e^(-(x-μ)^2/(2σ^2))
- **Ejemplo:** Estatura de una población.
- **Esperanza y varianza:** E[X] = μ, Var[X] = σ^2

3. Teorema Central del Límite

- La suma o promedio de n variables aleatorias independientes tiende a una normal cuando n es grande.
- Permite aproximar distribuciones por la normal.
- Ejemplo: Promedio de notas de 30 estudiantes.

4. Modelos derivados de la normal

4.1 Khi-Cuadrado (χ^2)

- **Uso:** Pruebas de independencia y varianza.
- **Definición:** Suma de cuadrados de k variables normales estándar independientes.
- **R:** `qchisq(p, df)` para cuantiles, `pchisq(x, df)` para probabilidades.

4.2 t-Student

- **Uso:** Estimación de medias con varianza desconocida.
- **R:** `qt(p, df)` y `pt(x, df)`

4.3 F de Fisher-Snedecor

- **Uso:** Comparación de varianzas.
- **R:** `qf(p, df1, df2)` y `pf(x, df1, df2)`

5. Probabilidades y Cuantiles usando R

```
# Probabilidad acumulada
pbinom(3, size=10, prob=0.5)   # Binomial
pexp(2, rate=1.5)               # Exponencial
pnorm(1.96, mean=0, sd=1)       # Normal
```

```r
# Cuantiles
qbinom(0.95, size=10, prob=0.5)
qexp(0.9, rate=1.5)
qnorm(0.975, mean=0, sd=1)
```