

NOM: \_\_\_\_\_ COGNOM: \_\_\_\_\_

Contesteu cada pregunta en el seu lloc. Expliciteu i justifiqueu els càlculs.

## Problema 1 (A)

Segons les dades d'una enquesta d'intoleràncies alimentaries, aquestes es distribueixen de la següent manera segons si la edat és superior a 45 anys o inferior o igual a 45 anys. Es van anotar les intoleràncies al gluten (G), Lactosa (L) i a Cap de les dues anteriors (C), no es contempla la possibilitat de que hi ha intolerància al gluten i a la lactosa. La taula següent presenta les probabilitats corresponents:

| Edat    | Gluten (G) | Lactosa (L) | Cap de les anteriors (C) |
|---------|------------|-------------|--------------------------|
| Edat>45 | 0.1        | 0.05        | 0.3                      |
| Edat≤45 | 0.25       | 0.12        | 0.18                     |

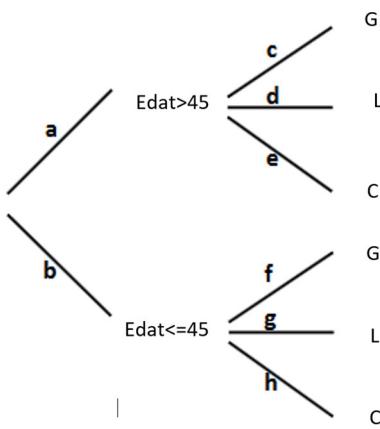
a) (0.5 punts) Les probabilitats a la taula són probabilitats condicionades o conjuntes? Raoneu la resposta.

b) (0.5 punts) Les variables Edat i Intolerància són dependents, expliqueu com ho podem saber.

c) (1 punt) Si fossin independents, com quedaria la taula anterior? Manteniu les mateixes proporcions pels grups d'edat, i també pels grups d'intolerància.

| Edat    | Gluten (G) | Lactosa (L) | Cap de les anteriors (C) |
|---------|------------|-------------|--------------------------|
| Edat>45 |            |             |                          |
| Edat≤45 |            |             |                          |

d) (1 punt) Calculeu les probabilitats a fins a h del següent arbre indiqueu les fórmules necessàries per fer els càlculs.



e) (1 punt) Si una persona de qualsevol edat no té intolerància al gluten, quina és la probabilitat de que sigui més gran de 45 anys?

Disposem de 2 tests diferents per detectar toleràncies alimentaries (1=Si, 0=No), però com no són del tot fiables es sol utilitzar els dos amb el mateix pacient. El resultats del 1r test es recullen a la variable aleatòria X1 i els del segon test a la variable aleatòria X2 i a continuació s'indiquen les probabilitats de les combinacions dels possibles resultats:

|        |     | TEST 2 |
|--------|-----|--------|
| TEST 1 | 0   | 1      |
| 0      | 0.1 | 0.2    |
| 1      | 0   | 0.7    |

f) (0.5 punts) Calculeu l'esperança dels resultats obtinguts en cadascun dels tests.

g) (1 punt) Amb els dos tests es construeix una nova escala igual a  $4 \text{ TEST1} + 6 \text{ TEST2}$ . Trobeu quina és la variància d'aquesta escala.

h) (1.5 punts) Calculeu la covariància dels resultats obtinguts en els dos test.

El temps entre les realitzacions dels 2 tests (TD) va d'entre 0 i 2 hores i segueix la funció lineal creixent:  $f_{TD}(t) = t/2$ .

i) (0.5 punts) Representeu amb un gràfic esquemàtic la funció de densitat.

j) (1 punt) Trobeu la funció de distribució de probabilitat de la variable.

k) (0.5 punts) Calculeu la probabilitat que el temps entre 2 tests sigui inferior a 1 hora.

l) (1 punt) Trobeu la mitjana del temps (el valor esperat) i la mediana del temps (la meitat dels pacients triguen aquest temps entre test i test), *en minuts*.

Nom:

**Problema 2 (BB)**

Un departament de la universitat CPU té un parell d'impressores, PH i Conan, que no sempre funcionen bé. En particular, de la impressora PH s'ha observat al llarg del temps que un de cada 12 documents enviats a imprimir no s'imprimeix bé, o fins i tot no s'imprimeix.

**(a) (0,6 punts)**

Si un professor envia 10 documents per setmana a imprimir a la impressora PH, quina és la probabilitat que tots s'imprimeixin bé. Indiqueu quina distribució feu servir per a aquest càcul.

**(b) (0,6 punts)**

Quin és el valor esperat d'aquesta variable? Doneu una interpretació del valor obtingut.

**(c) (0,6 punts)**

Quina és la distribució de la variable 'Nombre d'enviaments de documents a la impressora fins s'hagin imprès bé els deu documents? Quin és el seu valor esperat?

De la impressora Conan se sap per experiència que la mitjana de incidències que requereixen l'ajuda de l'informàtic en una setmana de 5 dies i 10 hores laborables diàries (de 8 a 18h) és 4. Se sap també que els problemes d'aquesta impressora són independents dels problemes de la impressora PH.

**(d) (0,6 punts)**

Quin és el valor esperat de nombre de incidències en un dia? Quina distribució feu servir?

**(e) (0,8 punts)**

Si entre dilluns i dimecres hi hagut 4 incidències, quina és la probabilitat que el nombre total d'incidències setmanals superi 6?

**(f) (1 punt)**

Un matí qualsevol, entre les 8 i 14h, s'envien 6 documents a imprimir a la impressora PH. Calculeu la probabilitat que aquest dia l'informàtic del departament passi un matí (de 8 a 14h) tranquil, és a dir sense cap incidència de cap de les dues impressores.

**(g) (0,8 punts)**

Quina és la distribució de la variable ‘Temps entre dues incidències de la impressora Conan’ i quin és el seu valor esperat (en hores laborables)?

**(h) (1 punt)**

Quina és la probabilitat que durant almenys 5 de les 6 hores del matí no hi hagi cap incidència de la impressora Conan?

Si la impressora PH no dona problemes, el temps (en segons) d'imprimir una prova de seguiment de l'assignatura Ep per a 20 estudiants segueix una distribució normal amb paràmetres  $\mu = 30$  i  $\sigma = 2$ .

**(i) (0,6 punts)**

Calculeu la probabilitat que el temps d'impressió superi 35 segons? Feu servir per a aquest càlcul un dels valors de les funcions \*norm a la taula al final d'aquest full.

**(j) (1,2 punts)**

Assumint independència entre la impressió d'una prova de seguiment i la següent, calculeu la probabilitat que la diferència de temps entre una impressió i la següent sigui de 5 segons o més.

La quantitat de fulls que gasta un professor qualsevol del departament setmanalment amb les impressions a la impressora Conan es pot modelar amb una distribució uniforme amb paràmetres 0 i 100 (fulls).

**(k) (0,6 punts)**

Quins són el valor esperat, la mediana i la desviació de la variable ‘Nombre de fulls setmanals impresses (per professor/a)?

**(l) (1,6 punts)**

Amb quants fulls s'ha de carregar la impressora Conan a l'inici de la setmana per tal que la probabilitat que hi hagi fulls suficients per als 20 professors i professores del departament per a tota la setmana amb una probabilitat del 95%? Feu servir per a aquest càlcul un dels valors de les funcions \*norm a la taula al final d'aquest full.

|                           |       |                          |       |                         |       |                           |       |
|---------------------------|-------|--------------------------|-------|-------------------------|-------|---------------------------|-------|
| <code>pnorm(-2)</code>    | 0.023 | <code>pnorm(0)</code>    | 0.5   | <code>pnorm(1.5)</code> | 0.933 | <code>qnorm(0.9)</code>   | 1.282 |
| <code>pnorm(-1.77)</code> | 0.038 | <code>pnorm(0.15)</code> | 0.56  | <code>pnorm(2)</code>   | 0.977 | <code>qnorm(0.95)</code>  | 1.645 |
| <code>pnorm(-0.8)</code>  | 0.212 | <code>pnorm(0.2)</code>  | 0.579 | <code>pnorm(2.5)</code> | 0.994 | <code>qnorm(0.975)</code> | 1.96  |
| <code>pnorm(-0.63)</code> | 0.264 | <code>pnorm(0.25)</code> | 0.599 | <code>pnorm(3)</code>   | 0.999 | <code>qnorm(0.995)</code> | 2.576 |