

NOM: _____ COGNOM: _____
Contesteu cada pregunta en els espais en blanc. Expliqueu i justifiqueu els càlculs.

Problema 1 (A)

Un distribuïdor de servidors utilitza una caixa per l'ordinador amb tres slots per instal·lar els discs durs, que poden ser d'un o de dos TB. Un servidor ha de disposar almenys de 2 TB d'espai, i els discs durs es col·loquen en els slots 1, 2 i 3 de manera que al primer slot sempre va el disc més gran, i als següents ha d'anar un d'igual o menor que el previ, o quedar buit. Aquí teniu tot l'espai de configuracions possibles: $\Omega = \{(2,2,2), (2,2,1), (2,2,0), (2,1,1), (2,1,0), (2,0,0), (1,1,1), (1,1,0)\}$.

1. A la vista del conjunt Ω anterior, (1) definiu una probabilitat $P()$ per a cadascuna de les configuracions basada en el espai de disc en TB de la configuració: concretament imposeu que la probabilitat sigui inversament proporcional a l'espai (és a dir, si l'espai és la meitat, la probabilitat es duplica). (2) Quina seria la probabilitat que, agafat un servidor aleatòriament, tingui més de 4 TB? (1.5 pts)
2. A partir d'ara, totes les configuracions possibles es suposen igual de probables. Dibuixeu l'arbre d'esdeveniments i probabilitats resultant. *Per no fer un arbre massa gran, no representeu les branques que no fan falta.* (1.5 pts)
3. Com es demostra si la capacitat del disc del slot 2 i la capacitat del disc del slot 3 són independents o no? Responeu, considerant que un slot buit també és una opció ("capacitat 0"). (1.5 pts)

4. Aplicant el teorema de Bayes, trobeu la probabilitat que al primer slot tinguem un disc de 2 TB sabent que el tercer slot és buit (2 pts, si doneu una solució sense aplicar Bayes, la qualificació serà com a molt del 50%).
5. Per a un servidor escollit a l'atzar es defineixen les variables aleatòries D_1 i D_2 , nombre de discos d'un TB i de dos TB respectivament.
- Obtingueu la funció de probabilitat de cada variable i també la conjunta. (1 pt)
 - Quina és la covariància entre D_1 i D_2 ? Detalleu tots els passos necessaris. (1 pt)
6. L'espai de disc del servidor es pot definir a partir de les variables anteriors com a: $S = D_1 + 2D_2$. Trobeu l'esperança i la variància de l'espai de disc sense calcular explícitament la distribució de probabilitat de S . (1.5 pts)

NOM: _____ COGNOM: _____

*Contesteu cada pregunta en els espais en blanc. Expliqueu i justifiqueu els càlculs.***Problema 2 (B)**

Uns distribuïdors de servidors ofereixen tres configuracions segons la mida del disc dur: petits, mitjans o grans (amb 2, 4 o 6 TB respectivament). Els distribuïdors reben consultes sobre preus, i d'aquestes algunes es materialitzen en compres.

(Definiu en cada apartat les variable, models i paràmetres adequats. Responen formalment i expliciten els càlculs)

1. En una setmana reben 20 consultes pels servidors petits, i en 2 casos de cada 10 acaben comprant. Calculeu el valor esperat i la desviació del nombre de servidors venuts (1 punt)

2. Calculeu la probabilitat de vendre dos o més servidors dels petits la setmana de la pregunta anterior (1 punt)

3. Un objectiu comercial és vendre dos servidors petits. Quin nombre de consultes setmanals de servidors petits podem esperar tenir fins assolir l'objectiu? (1 punt)

4. En el cas dels servidors mitjans, si la meitat de les consultes acaben comprant i en una setmana es reben 25 consultes, quin és el nombre de vendes que no es superarà amb una probabilitat del 50%? (1 punt)

5. Pels servidors més grans, setmanalment es reben moltes consultes però menys acaben en venda, amb una mitjana de 2 vendes setmanals. Calculeu la probabilitat de vendre setmanalment dos o més servidors dels grans (1 punt)

6. Calculeu la probabilitat d'estar més d'un mes (4 setmanes) per vendre un servidor dels grans (1 punt)

Respecte el preu dels servidors, els distribuïdors asseguren que, sense distingir per mida, segueix una distribució Normal amb una mitjana de 3000 eur i variància 10^6 eur²

(Els càlculs amb el model Normal cal que els formalitzeu en termes de la Normal estàndard)

7. Calculeu el preu màxim que no es superarà amb probabilitat del 95% (1punt)
8. Calculeu la probabilitat que el preu estigui entre 2500 i 3500 eur (1 punt)
9. Ara considerem una agrupació de 100 distribuïdors amb les característiques de vendes setmanals descrites inicialment. Calculeu la probabilitat que entre tots venguin en una setmana més de 425 servidors petits. I la de que venguin setmanalment menys de 190 dels grans (2 punts)

$\text{pnorm}(2.75) = 0.99702$	$\text{pnorm}(1.6) = 0.94520$	$\text{pnorm}(0.7) = 0.75804$	$\text{qnorm}(0.999) = 3.090232$	$\text{qnorm}(0.975) = 1.959964$
$\text{pnorm}(2.5) = 0.99379$	$\text{pnorm}(1.4) = 0.91924$	$\text{pnorm}(0.6) = 0.72575$	$\text{qnorm}(0.995) = 2.575829$	$\text{qnorm}(0.95) = 1.644854$
$\text{pnorm}(1.96) = 0.975002$	$\text{pnorm}(1) = 0.841345$	$\text{pnorm}(0.5) = 0.69146$	$\text{qnorm}(0.99) = 2.326348$	$\text{qnorm}(0.90) = 1.281552$