

Problema A

1. Una multinacional de components informàtics té dues fàbriques diferents per produir un determinat model de pantalla d'ordinador: la fàbrica A on es produeixen el 30% de les pantalles i la fàbrica B on se n'elaboren el 70% restant. En la fàbrica A s'utilitza un procediment més laboriós que produeix un 99% d'unitats satisfactories. La fàbrica B empra un altre procediment menys costós, però que comporta un 10% d'unitats defectuoses. Després les pantalles de les dues fàbriques s'envien al centre logístic de distribució.

S'escull a l'atzar una pantalla en el centre logístic de distribució.

a) Quina és la probabilitat que sigui defectuosa? (1 punt)

b) Si la pantalla és satisfactoria, quina és la probabilitat que sigui de la fàbrica B? (1 punt)

2. El sistema de postvenda rep les pantalles defectuosos i les classifica diàriament segons la fàbrica que les ha produït. Així, el nombre de pantalles procedents de la fàbrica A es recull a la variable aleatòria X_1 , i per a la fàbrica B es té la v.a. X_2

x	$P_{X_1}(x)$	$P_{X_2}(x)$
0	0.2	0.1
1	0.25	0.2
2	0.3	0.4
3	0.25	0.3

a) Quina és la probabilitat que en un dia s'hagin rebut menys de 2 pantalles defectuosos de la fàbrica A? (1 punt)

b) Calculeu la taula de probabilitats conjunta de X_1 i X_2 . (1 punt)

c) Calculeu la probabilitat que el nombre de pantalles rebudes de la fàbrica A sigui superior a les rebudes de la fàbrica B. (1 punt)

d) Calculeu l'esperança d'X1 (0'5 punts)

e) Calculeu la variància i la desviació típica de X2. (1 p)

3. Es considera la variable aleatòria contínua, T, amb la següent funció de densitat:

$$f(t) = \begin{cases} \frac{1+t^2}{a}, & 0 < t < 6 \\ 0 & , \text{altrament} \end{cases}$$

3a) Calculeu a perquè $f(t)$ sigui una funció densitat (2 p)

3b) Calculeu la funció de distribució de T (1'5 p)

Sigueu concisos i feu lletra lleigible.

Contesteu cada pregunta en el seu lloc.

Expliciteu i justifiqueu els càlculs.

Amb l'objectiu de reduir la congestió d'una ciutat, un ajuntament està considerant posar a prova 40 nous semàfors amb sensors de capacitat de manera que segons el volum de vehicles que hi ha a la cua el semàfor roman més o menys temps de color verd. Es sap que, amb aquesta nova tecnologia, el 5% dels nous semàfors (sensors) fallen.

1.a. Quina és la distribució de probabilitat que s'adequa al fenomen "Nombre de semàfors/sensors que fallen" (**0.5 punts**)

1.b. Quin és el nombre esperat de semàfors que fallen? (**0.25 punts**)

1.c. Quina és la desviació tipus del nombre de semàfors que fallen? (**0.25 punts**)

2. Quina és la probabilitat que falli algun semàfor? (**1 punt**)

3. En la prova pilot instal·len els primers 10 semàfors d'un en un. Quina és la probabilitat que funcionin els nou primers i falli el desè? (**1 punt**)

4. Suposem que el temps d'espera al semàfor quan està vermell és una variable aleatòria amb probabilitat constant en l'interval entre 0 i 2 minuts.

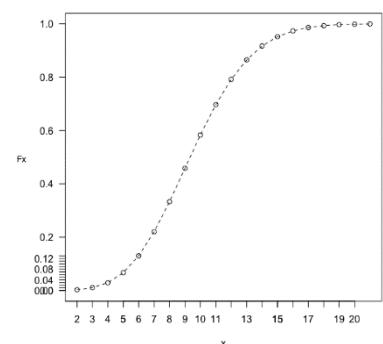
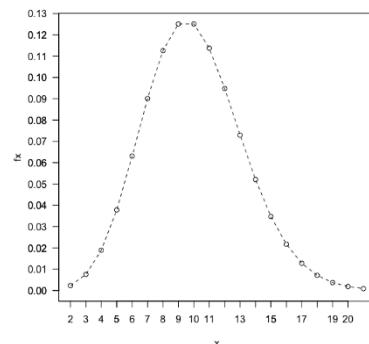
4.a. Quin és el model de probabilitat que s'adequa a aquesta situació? (**0.5 punts**)

4.b. Quina és el temps mitjà d'espera? (**0.25 punts**)

4.c. Quina és la probabilitat d'haver d'esperar menys de 30 segons? (**0.25 punts**)

5. A un dels semàfors que podrien reduir la congestió arriben, en un dia laborable, 10 vehicles per minut.

5.a. Quin és el model de probabilitat que s'adequa a aquesta situació? (**0.5 punts**)



5.b. Aproximadament, quina és la probabilitat que arribin 6 o menys vehicles en un minut (fes servir la funció de distribució del gràfic adjunt)? (**0.5 punts**)

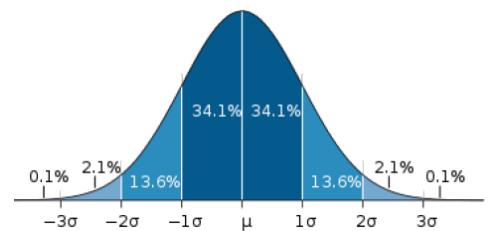
6. Considerem ara el temps que passa (en minuts) entre l'arribada de dos vehicles consecutius a un semàfor. Recorda que arriben 10 vehicles per minut.

6.a. Quin és el model de probabilitat que modelitza aquest fenomen? **(0.5 punts)**

6.b. Indica quin és el temps esperat d'arribades (en segons) entre vehicles **(0.25 punts)**

6.c. Fa mig minut que no arriba cap vehicle al semàfor. Quina és la probabilitat que arribi un vehicle en els propers 15 segons? **(0.25 punts)**

7. En un dia festiu on la intensitat de trànsit augmenta, s'ha observat que el nombre de vehicles que arriben per minut en aquest semàfor es multiplica per 10 (recorda que en un dia laborable arriben 10 vehicles per minut). Quina és la probabilitat que arribin més de 110 vehicles en un minut (fes servir el gràfic)? **(1 punt)**



8. (fent servir el gràfic) Quina és la probabilitat que arribin entre 80 i 120 vehicles per minut? **(1 punt)**

9. Es vol calcular probabilitats sobre el nombre de vehicles que arriben als 40 semàfors en un dia festiu. Suposem que les arribades de vehicles als semàfors són independents i idènticament distribuïdes.

9.a. Indica la distribució de la variable aleatòria que ens permet estudiar aquest fenomen. **(0.5 punts)**

9.b. Indica quina seria la distribució de la variable aleatòria que ens permetria estudiar la mitjana de vehicles que arriben als 40 semàfors. **(0.5 punts)**

10. Aproximadament, quina és la probabilitat que arribin més de 4100 vehicles als 40 semàfors? **(1 punt)**

pnorm(1.52)=	0.9357
pnorm(1.54)=	0.9382
pnorm(1.56)=	0.9406
pnorm(1.60)=	0.9452
pnorm(1.62)=	0.9474
pnorm(1.64)=	0.9495

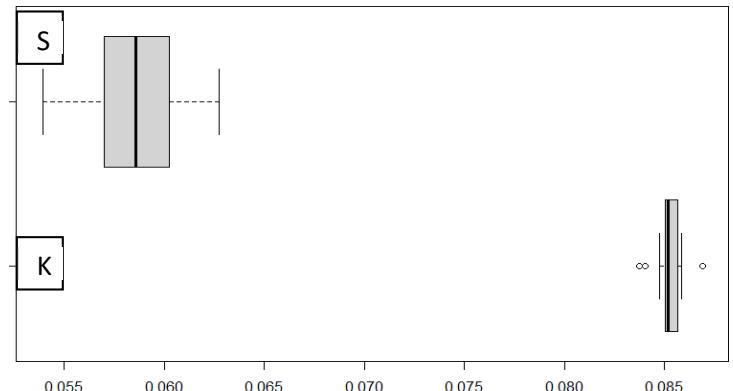
Sigueu concisos i feu lletra lleible. Contesteu cada pregunta en el seu lloc. Explicieu i justifiqueu els càlculs. Cada apartat, 1 punt

Volem comparar la eficiència en temps dels algorismes de multiplicació Karatsuba (K) i eStandard (S). En un mateix ordinador, hem generat aleatoriament 18 parells de nombres de 900 bits i hem calculat el temps de multiplicar cada parell de nombres amb K i amb S.

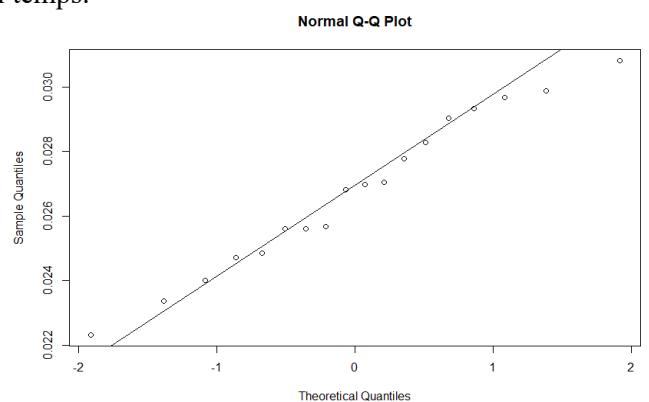
1. Justifica que es tracta d'un disseny aparellat. Quina part de l'enunciat ens ho diu?

2. Com es podria valorar el grau d'aparellament assolit?

3. Interpreteu aquest gràfic descriptiu on les abscisses són el temps en segons. Proposarieu transformar les variables amb logaritmes? Perquè?



4. Interpreteu el diagrama quantil-quantil de les diferències K-S del temps.



La mitjana i error tipus (et) de les diferències valen 0.02678 i 0.00057, respectivament.

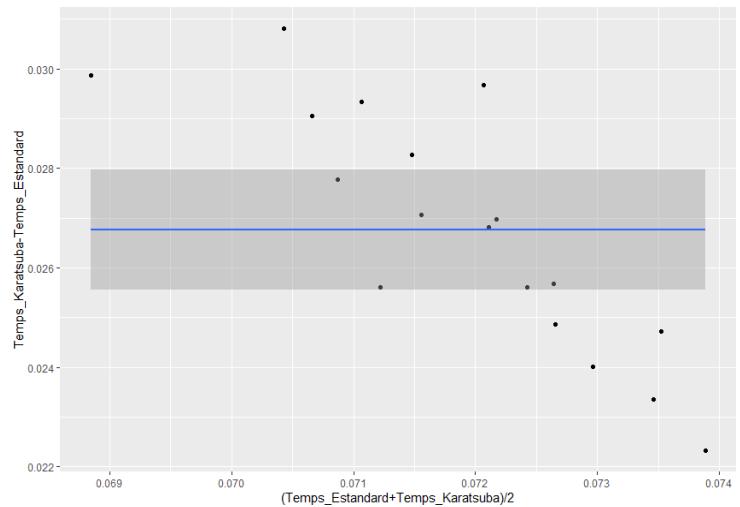
5. Interpreteu.

6. Calculeu la desviació estàndard S (o tipus) de la diferència.

7. Quina diferència hi ha entre la desviació i l'error tipus: què mesuren?

8. Calculeu el IC95% per la diferència de temps entre els dos algoritmes.

9. Interpreteu globalment els resultats. Utilitzeu el següent gràfic com a suport a la interpretació.



10. Té alguna importància per interpretar aquest IC que les desviacions tipus de E i S semblin diferents? Pista: considereu la premissa d'additivitat de l'efecte.

qnorm(0.900) = 1.282	qnorm(0.975) = 1.960	qt(0.950,18)=1.734	qt(0.975,18)=2.101	qt(0.950,36)=1.688	qt(0.975,36)=2.028
qnorm(0.925) = 1.440	qnorm(0.990) = 2.326	qt(0.950,17)=1.740	qt(0.975,17)=2.110	qt(0.950,35)=1.690	qt(0.975,35)=2.030
qnorm(0.950) = 1.645	qnorm(0.995) = 2.576	qt(0.950,16)=1.746	qt(0.975,16)=2.120	qt(0.950,34)=1.691	qt(0.975,34)=2.032

Sigueu concisos i feu lletra lleigible.

Contesteu cada pregunta en el seu lloc.

Expliciteu i justifiqueu els càlculs.

El forat de gènere (*gender pay gap*) es refereix a la diferència de sou existent entre un treballador home i una treballadora dona. Una empresa de consultoria està estudiant la seva situació particular al respecte, i recull dades dels seus assalariats (dades provinents d'una mostra a l'atzar de 30 homes i 20 dones). La variable resposta **Y** és el salari anual actual en milers d'euros; **G** és el gènere ("m", home, "w", dona); **xp** és el nombre d'anys de vida laboral de l'empleat; finalment, **age** és la seva edat. A sota teniu un extret de diversos models aplicats a la resposta.

A	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)	B	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	48.0241	0.7107	67.576	< 2e-16	(Intercept)	31.7455	1.7458	18.184	< 2e-16
Gw	-7.4136	1.1237	-6.598	3.05e-08	xp	1.0350	0.1301	7.958	2.55e-10
Residual standard error:	3.893	on 48 degr of freedom			Residual standard error:	3.529	on 48 degr of freedom		
Multiple R-squared:	0.4756,	Adjusted R-squared:	0.4646		Multiple R-squared:	0.5689,	Adjusted R-squared:	0.5599	
C	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)	D	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	36.9077	1.5525	23.773	< 2e-16	(Intercept)	44.0387	10.9254	4.031	0.000207
xp	0.7922	0.1051	7.535	1.27e-09	xp	1.1575	0.5638	2.053	0.045789
Gw	-5.0984	0.8237	-6.190	1.39e-07	age	-0.3088	0.4683	-0.659	0.512878
Residual standard error:	2.647	on 47 degr of freedom			Gw	-5.2430	0.8572	-6.116	1.94e-07
Multiple R-squared:	0.7625,	Adjusted R-squared:	0.7524		Residual standard error:	2.663	on 46 degr of freedom		
					Multiple R-squared:	0.7647,	Adjusted R-squared:	0.7494	

1. Es tracta d'un estudi experimental o observacional? Canviaria la vostra resposta si fossin 25 homes i 25 dones? Raoneu els vostres arguments. (1 pt)

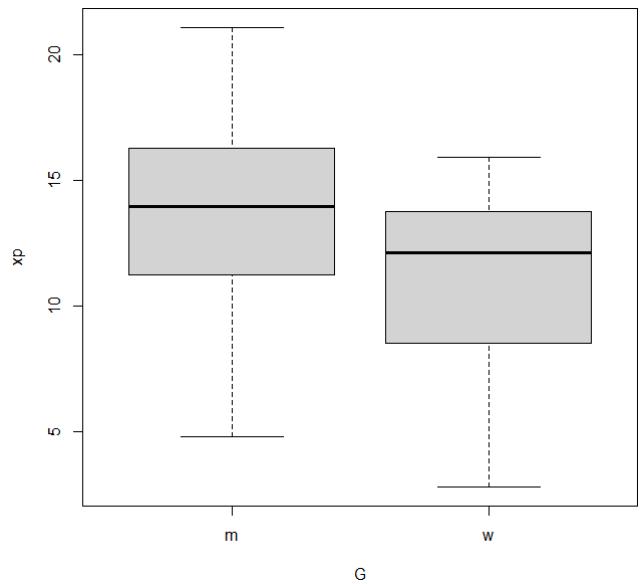
2. Quin és el salari mitjà dels homes i dones d'aquesta mostra? (1 pt)

3. Estimeu per interval de confiança 95% la mitjana de la diferència de salari. Hi ha una única resposta? Hi ha coincidència? Com s'interpreta? (2 pts)

4. Com es valora en termes de salari cada any addicional de vida laboral? Hi ha una única resposta? Hi ha coincidència? Com valoreu la precisió de l'estimació? Com s'interpreta? (2 pts)

5. A la mostra, la desviació tipus del salari és de 5,320€. Compareu aquest valor amb les diferents desviacions residuals dels models A a C, destacant el diferent significat de cadascú. (1 pt)

6. Què ens aporta la figura següent? Podeu relacionar aquesta informació amb el que heu vist anteriorment? (1 pt)



7. Un manager de la consultora no sap interpretar el valor -0.3088 del darrer model. Segons ell, no és versemblant que a més edat menys sou. Com li podeu ajudar? (1 pt)

8. Expliqueu què obtenim amb les següents instruccions: (1 pt)

```
ind = data.frame(age=50, G='w', xp=25)
predict(lm(Y~xp+G), ind, interval='confidence')
    fit      lwr      upr
1 51.61551 48.44504 54.78598
```

qt(0.95, 46)=	1, 67866	qt(0.975, 46)=	2, 01290	qt(0.95, 48)=	1, 67722	qt(0.975, 48)=	2, 01063	qnorm(0.95)=	1.64485
qt(0.95, 47)=	1, 67793	qt(0.975, 47)=	2, 01174	qt(0.95, 49)=	1, 67655	qt(0.975, 49)=	2, 00958	qnorm(0.975)=	1.95996