

Cognoms, nom: .....

**Problema\_1 (B1-B2).** A primer curs d'uns estudis de Grau es matriculen 400 estudiants, 180 de les quals són dones i 220 homes. Curiosament, hi ha exactament 100 dones i 100 homes que disposen de MAC OS, mentre que la resta disposa d'ordinador amb Windows. Si s'escull un estudiant (home o dona) a l'atzar:

(a) Calculeu la probabilitat de que tingui MAC OS

(b) Si resulta que té MAC OS, calculeu la probabilitat de que s'hagi escollit una dona

Si anomenem  $X$  al sexe (0 = dona, 1 = home) i  $Y$  al SO (0 = Mac OS, 1 = Windows)

(c) Calculeu la funció de probabilitat conjunta

(d) Calculeu la funció de probabilitat condicionada

(e) Són independents els esdeveniments “ser home” i “disposar d’ordinador amb Windows”? Raoneu la resposta

(f) Si escollim dos estudiants diferents a l’atzar, calculeu la probabilitat de que els dos tinguin el mateix sistema operatiu (**3 decimals correctes**)

Si, per terme mig, un MAC s’avaria 0.1 vegades/any i si el nombre d’avaries segueix una distribució de Poisson,

(g) Calculeu la probabilitat de que en dos anys un MAC no s’avariï

(h) Calculeu la probabilitat de que, en dos anys, 160 o més MAC’s no s’hagin avariat

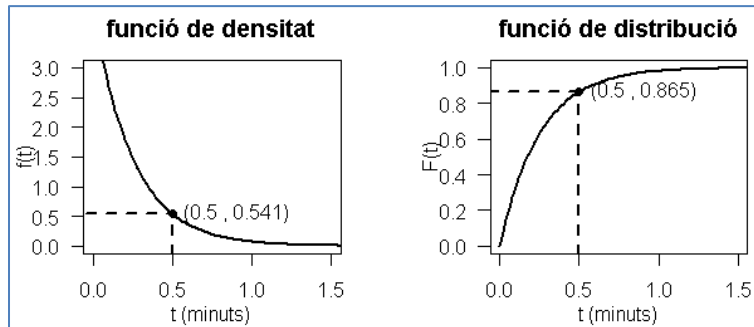
**Puntuació: preguntes (c),(f),(g),(h): 1.5 punts (cada una); altres preguntes: 1 punt (c.u.)**

NOM: \_\_\_\_\_

(Contesteu cada pregunta en el seu lloc. Expliciteu i justifiqueu els càlculs.)

**Problema 2 (B3-B4).** L'empresa de missatgeria YALLEGO,S.A. té una base de dades de clients que es consultada recurrentment pel personal de la companyia.

1. La durada de les consultes es distribueix segons una exponencial amb les següents funcions de densitat i de distribució. Troba el paràmetre  $\lambda$  de la distribució. (0.5 punts)



2. Troba la probabilitat que una consulta trigui més de mig minut. Si no has trobat la  $\lambda$  a l'apartat anterior, fes servir  $\lambda = 3$ . (0.5 punts)
3. Una consulta porta un minut executant-se i encara no ha acabat. Quina és la probabilitat que acabi en el següent mig minut? (és a dir, que en total duri menys de 1 minut i mig) (1 punt)
4. El nombre de consultats diàries fetes pel Toni, un empleat de l'empresa es distribueix com una Poisson de mitjana 10. Quina és la probabilitat que un dia concret faci exactament 10 consultes? (1 punt)
5. Quin nombre de consultes setmanals (en 5 dies laborables) no superarà el Toni amb una probabilitat de 0.95? (1 punt)
6. En un dia en que el Toni fa 5 consultes, quina és la probabilitat de que almenys una d'elles trigui més de 30 segons? (1 punt)

L'informàtic de la companyia decideix crear índexs sobre les taules de la base de dades per tal de millorar-ne el rendiment. Per saber si ho ha aconseguit recull una mostra de 100 temps de consultes fetes pels treballadors després d'haver creat els índexs. La suma dels temps (en segons) i dels temps al quadrat són:

$$\sum(x) = 1299 \quad \sum(x^2) = 32689$$

7. Troba la mitjana, la desviació tipus i l'error estàndard de la mitjana mostral dels temps (1 punt)
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
8. Posa a prova la hipòtesi que el rendiment de les consultes és inferior a 15 segons.
  - a. Escribeu formalment la prova d'hipòtesi i digues si és bilateral o unilateral (0.5 punts)
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  - b. Escribeu l'expressió de l'estadístic, la seva distribució sota la hipòtesi nul·la i les premisses adients (0.5 punts)
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  - c. Calculeu el valor de l'estadístic i digues quin és el punt crític per a un nivell de significació  $\alpha = 0.05$  (0.5 punts)
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  - d. Conclou sobre la prova d'hipòtesi (0.5 punts)
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
9. Construeix un interval de confiança del 95% (IC95%) bilateral per la mitjana poblacional dels temps i interpreta'l (1 punt)
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
10. Calculeu la grandària mostral necessària per tenir un IC95% amb una amplitud de 2.5 segons (1 punt)

NOM: \_\_\_\_\_ COGNOM: \_\_\_\_\_  
 (Contesteu cada pregunta en el seu lloc. Expliqueu i justifiqueu els càlculs)

### Problema 3 (B5,B6)

Un professor de Ciències de la Computació vol analitzar la relació que hi ha entre el temps de CPU de l'algorisme A i el de l'algorisme B. Per dur a terme aquesta investigació, recull una mostra, obtenint la següent informació:

**A** = [94.07, 96.79, 92.15, 92.30, 96.50, 83.11, 91.16, 90.81, 81.37, 89.81, 84.92, 84.43, 86.33, 87.60, 81.08]

**B** = [86.59, 93.08, 87.85, 86.83, 92.70, 76.80, 83.40, 86.74, 77.67, 85.70, 79.96, 79.80, 81.15, 81.92, 76.32]

El nombre d'observacions és 15 per cadascun i els estadístics a utilitzar son:

Mitjana A = 88.83;

Mitjana B = 83.77

Covariancia = 26.63

Variancia A = 26.70;

Variancia B = 28.21

Variancia diferencia = 1.66

1.- **(2 punts)** Assumim que són dades aparellades i volem contrastar si l'esperança del temps dels dos algorismes és la mateixa o no:

- Plantegeu quina és la hipòtesi nul·la i l'alternativa
- Digueu quin és l'estadístic i les premisses
- Es pot rebutjar la hipòtesi nul·la? Raoneu la vostra resposta

2. **(2 punts)** I si les dades no son aparellades, per contrastar si l'esperança del temps dels dos algorismes és la mateixa o no:

- Plantegeu quina és la hipòtesi nul·la i l'alternativa
- Digueu quin és l'estadístic i les premisses en aquest cas
- Es pot rebutjar la hipòtesi nul·la? Raoneu la vostra resposta. I raoneu si obtindríeu el mateix resultat que a l'apartat 1?

3. **(1 punt)** Calculeu, interpreteu i compareu els intervals de confiança al 95% per a la diferència de mitjanes pels 2 casos anteriors

4. **(2 punts)** Per veure si hi ha relació entre els dos temps de CPU, volem calcular la recta de regressió de B (resposta) en funció de A (predictor). Estimeu puntualment el terme independent ( $\beta_0$ ) i el pendent ( $\beta_1$ ). Doneu un interval de confiança al 95% per a  $\beta_1$
5. **(2 punts)** Sabent que el valor actual de A és 100, calculeu la predicció puntual del Temps de CPU de B i l'interval de confiança al 95% per al corresponent valor esperat.
6. **(1 punt)** Interpreteu els resultats obtinguts als dos apartats anteriors