(Höhere Grundlagen) Homologische Algebra

v5.1.1.1.5.2 R-Mod hat Kern und Kokern

Kategory GmbH & Co. KG
Präsentiert von Jörg Kunze

Beschreibung

Inhalt. Wir können bei R-Modulen den Kern und den Kokern ganz „normal“ wie bei Gruppen und Vektorräumen als Urbild der 0 bzw. dem Quotient durch das Bild definieren. Wie dort müssen wir dann nachweisen, dass es sich wieder um R-Moduln handelt.

Damit wir die Kategorien der R-Moduln aber als abelsch sehen können, müssen alle Morphismen einen Kern und Kokern im kategorischen Sinne haben. Hier werden diese Begriffe mit rein kategorischen Mitteln definiert und können somit auf alle Kategorien mit Null-Objekt angewandt werden.

Wir zeigen hier, dass die „traditionellen“ Definition zu den über Egalisator und Koegalisator Kernen und Kokernen führen.

Text. Der Begleittext als PDF und als LaTeX findet sich unter `https://github.com/kategory/kategoryMathematik/tree/main/v5%20H%C3%B6here%20Grundlagen/v5.1%20Homologische%20Algebra/v5.1.1.1.5.2%20R-Mod%20hat%20Kern%20und%20Kokern`

Meine Videos. Siehe auch in den folgenden Videos:

v5.0.1.6.1.2 (Höher) Kategorien - Abelsche - Kern, Kokern
`https://youtu.be/Oet-arXLeOg`

v5.1.1.1.5 (Höher) Homologische Algebra - R-Mod ist additiv
`https://youtu.be/aASaOqcjPgQ`

Quellen. Siehe auch in den folgenden Seiten:
`https://de.wikipedia.org/wiki/Kern_(Algebra)`
`https://de.wikipedia.org/wiki/Differenzkern`
`https://de.wikipedia.org/wiki/Differenzkokern`
`https://de.wikipedia.org/wiki/Modulhomomorphismus`

Buch. Grundlage ist folgendes Buch:
„An Introduction to Homological Algebra“
Joseph J. Rotman
2009
Springer-Verlag New York Inc.
978-0-387-24527-0 (ISBN)
`https://www.lehmanns.de/shop/mathematik-informatik/6439666-9780387245270-an-introduction-to-homological-algebra`

Oft zitiert:
„An Introduction to Homological Algebra“
Charles A. Weibel
1995
Cambridge University Press
978-0-521-55987-4 (ISBN)
`https://www.lehmanns.de/shop/mathematik-informatik/510327-9780521559874-an-introduction-to-homological-algebra`

Ohne Kategorien-Theorie:
„Algébre 10. Algèbre homologique“
Nicolas Bourbaki
1980
Springer-Verlag
978-3-540-34492-6 (ISBN)
`https://www.lehmanns.de/shop/mathematik-informatik/7416782-9783540344926-algebre`

Das Video. Das Video hierzu ist zu finden unter uups

1. v5.1.1.1.5.2 R-Mod hat Kern und Kokern

1.1. ???

Literatur

[Rotman2009] Joseph J. Rotman, *An Introduction to Homological Algebra*, 2009 Springer-Verlag New York Inc., 978-0-387-24527-0 (ISBN)

[Bourbaki1970] Nicolas Bourbaki, *Algébre 1-3*, 2006 Springer-Verlag, 978-3-540-33849-9 (ISBN)

[Bourbaki1980] Nicolas Bourbaki, *Algébre 10. Algèbre homologique*, 2006 Springer-Verlag, 978-3-540-34492-6 (ISBN)

[MacLane1978] Saunders Mac Lane, *Categories for the Working Mathematician*, Springer-Verlag New York Inc., 978-0-387-98403-2 (ISBN)

Symbolverzeichnis

R	Ein kommutativer Ring mit Eins
G	Ein Generierendensystem
$*$	Verknüpfung der Gruppe G
$n\mathbb{Z}$	Das Ideal aller Vielfachen von n in $\mathbb{Z}$
$\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$	Der Restklassenring modulo n
$\mathbb{K}$	Ein Körper
x, y	Elemente eines Moduls, wenn wir sie von den Skalaren abheben wollen. Entspricht in etwa Vektoren
r	Element von R^n
ϕ	Gruppen-Homomorphismus
$Z(R)$	Zentrum des Rings R
$\operatorname{Hom}(X, Y)$	Menge/Gruppe der R-Homomorphismen von X nach Y
IM	$= \{im \mid i \in I \wedge m \in M\}$
$\langle G \rangle$	Der von den Elementen aus G generierte Modul