

(Mittel) Geometrie

## **v1.7.6.5.1 Winkelzwänge**

**Kategory GmbH & Co. KG**

Präsentiert von Jörg Kunze

Copyright (C) 2025 Kategory GmbH & Co. KG

## BESCHREIBUNG

**Inhalt.** Wir wissen nun, was senkrecht heißt. Wir haben mehrere äquivalente Definitionen von senkrecht, 90 Grad.

Wir nennen einen Winkel stumpf, wenn er größer, und spitz, wenn er kleiner als 90 Grad ist. Wir nennen ihn zusätzlich ultra-spitz, wenn er kleiner als 60 Grad ist.

Da wir immer drei Winkel im Dreieck haben und die Summe immer 180 Grad ist gibt es eine Reihe von Zwängen, denen die Winkel eines Dreiecks unterliegen.

Auf der anderen Seite, gibt es zu je 3 Zahlen größer 0, deren Summe 180 ist, Dreiecke mit diesen 3 Zahlen als Winkel.

**Präsentiert.** Von Jörg Kunze

**Voraussetzungen.** Punkte, Strecken, Dreiecke, Winkel, Winkelsumme im Dreieck

**Text.** Der Begleittext als PDF und als LaTeX findet sich unter <https://github.com/kategory/kategoryMathematik/tree/main/v1.7%20Mittel/v1.7%20Klasse%207%20und%208/v1.7.6.5%20Winkel%20vs%20Seitenl%C3%A4nge>

**Meine Videos.** Siehe auch in den folgenden Videos:

v1.7.6.0.1 (Mittel) Geometrie - Punkt, Gerade, Ebene, Kreis, Winkel

<https://youtu.be/sM064kyF67Y>

v1.7.6.2 (Mittel) Geometrie - Winkelsummen - Winkelsummen im Dreieck ist 180

<https://youtu.be/ERo4638IY68>

v1.7.6.3 (Mittel) Geometrie - Besondere Dreiecke <https://youtu.be/TrUNSDnTISs>

v1.7.6.4.3.5 (Mittel) Geometrie - Senkrecht <https://youtu.be/3e7ScXE-qBQ>

v1.7.6.5 (Mittel) Geometrie - Winkel vs Seitenlänge <https://youtu.be/64glnLLQMp4>

**Quellen.** Siehe auch in den folgenden Seiten:

[https://de.wikipedia.org/wiki/Winkel#Arten\\_von\\_Winkeln](https://de.wikipedia.org/wiki/Winkel#Arten_von_Winkeln)

[https://de.wikipedia.org/wiki/Stumpfer\\_Winkel](https://de.wikipedia.org/wiki/Stumpfer_Winkel)

<https://de.wikipedia.org/wiki/Dreieck>

<https://de.schubu.org/p305/die-winkelsumme>

**Buch.** Grundlage ist folgendes Buch:

„KomplettWissen Mathematik Gymnasium Klasse 5-10“

Klett Lerntraining bei PONS

978-3-12-926097-5 (ISBN)

<https://www.lehmanns.de/shop/schulbuch-lexikon-woerterbuch/35031626-9783129260975-komplettwissen-mathematik-gymnasium-klasse-5-10>

„Grundlagen der ebenen Geometrie“ Hendrik Kasten, Denis Vogel

Springer Berlin

978-3-662-57620-5 (ISBN)

<https://www.lehmanns.de/shop/mathematik-informatik/43394438-9783662576205-grundlagen-der-ebenen-geometrie>

**Lizenz.** Dieser Text und das Video sind freie Software. Sie können es unter den Bedingungen der GNU General Public License, wie von der Free Software Foundation veröffentlicht, weitergeben und/oder modifizieren, entweder gemäß Version 3 der Lizenz oder (nach Ihrer Option) jeder späteren Version.

Die Veröffentlichung von Text und Video erfolgt in der Hoffnung, dass es Ihnen von Nutzen sein wird, aber OHNE IRGEND EINE GARANTIE, sogar ohne die implizite Garantie der

MARKTREIFE oder der VERWENDBARKEIT FÜR EINEN BESTIMMTEN ZWECK. Details finden Sie in der GNU General Public License.

Sie sollten ein Exemplar der GNU General Public License zusammen mit diesem Text erhalten haben (zu finden im selben Git-Projekt). Falls nicht, siehe <http://www.gnu.org/licenses/>.

**Das Video.** Das Video hierzu ist zu finden unter `upps`

## 1. v1.7.6.5.1 WINKELZWÄNGE

### 1.1. Senkrecht, spitz, stumpf. Ein Winkel heißt

- stumpf, wenn er  $> 90$
- recht, wenn er  $= 90$
- spitz, wenn er  $< 90$
- ultra-spitz, wenn er  $< 60$

ist. Ein ultra-spitzer Winkel ist also auch spitz. Den Begriff ultra-spitz habe ich selber erfunden und keine Alternative gefunden.

### 1.2. Zwänge. Für die 3 Winkel eines beliebigen Dreiecks gilt:

- Jeder  $< 180$
- Die Summe von je zwei  $< 180$
- Höchstens einer  $> 90$  (höchstens ein stumpfer)
- Höchstens einer  $= 90$  (höchstens ein rechter)
- Höchstens zwei  $> 60$
- Höchstens zwei  $< 60$  (höchstens zwei ultra-spitze)

### 1.3. Zwänge im rechtwinkligen Dreieck. Für die 2 weiteren Winkel eines beliebigen rechtwinkligen Dreiecks gilt darüber hinaus:

- Jeder  $< 90$  (keine stumpfen)
- Kein  $= 90$  (nur ein rechter)
- Höchstens ein  $> 45$
- Höchstens ein  $< 45$

### 1.4. Winkel berechnen. Wenn zwei Winkel bekannt sind, können wir den dritten berechnen.

$$(1) \quad w_3 = 180 - (w_1 + w_2).$$

Im rechtwinkligen können wir, wenn einer bekannt ist, den anderen berechnen, denn die Summe der beiden weiteren Winkel muss 90 sein.

$$(2) \quad w_2 = 90 - w_1.$$

### 1.5. Konstruktion. Wenn die Summe von 3 Zahlen, die größer als 0 sind, 180 ergibt, gibt es auch ein Dreieck mit diesen Zahlen als Winkel. Beweis über ein Diagramm mit Parallelen.

## 2. TODO:

### LITERATUR

- [Klett2016] Klett Lerntraining, *Komplett Wissen Mathematik Gymnasium 5-10*, Klett Lerntraining, 978-3-12-926097-5 (ISBN)
- [KastenVogel2018] Hendrik Kasten, Denis Vogel, *Grundlagen der ebenen Geometrie*, 2018 Springer Berlin, 978-3-662-57620-5 (ISBN)

## SYMBOLVERZEICHNIS

$\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \dots$	Seiten
$a_x, a_y$	Koordinatenversätze der Seite $a$
$ a $	Länge der Seite $a$
$m$	Steigung der Gerade
$q$	Achsenabschnitt der Gerade
$x, y$	Koordinatenachsen
$A, B, C, \dots$	Punkte
$A_x, A_y$	Koordinaten des Punktes $A$
$\overrightarrow{AB}$	gerichtete Strecke von $A$ nach $B$
$\perp$	Senkrecht