

(Höhere Grundlagen) Kategorien

## **v5.0.1.1.8 Quotienten-Kategorien**

**Kategory GmbH & Co. KG**

Präsentiert von Jörg Kunze

Copyright (C) 2024 Kategory GmbH & Co. KG

## BESCHREIBUNG

**Inhalt.** Eine Kategorie ist auch ein Graph. Genauer ein Multidigraph, also ein gerichteter Graph mit parallelen Pfeilen und Schleifen.

**Präsentiert.** Von Jörg Kunze

**Voraussetzungen.** Freie Monoide, freie Gruppen, gerichtete Graphen, Kategorien, kleine Kategorien, Funktoren

**Text.** Der Begleittext als PDF und als LaTeX findet sich unter <https://github.com/kategory/kategoryMathematik/tree/main/v5%20H%C3%B6here%20Grundlagen/v5.0.1%20Kategorien/v5.0.1.1.7%20Graphen%20und%20freie%20Kategorien>

**Meine Videos.** Siehe auch in den folgenden Videos:

v5.0.1.1.5 (Höher) Kategorien - Die Kategorie der Kategorien  
<https://youtu.be/5lov2GMpKRI>

v5.0.1.1.7 (Höher) Kategorien - Graphen und freie Kategorien  
<https://youtu.be/akb7aRprDTM>

**Quellen.** Siehe auch in den folgenden Seiten:  
[https://en.wikipedia.org/wiki/Quotient\\_category](https://en.wikipedia.org/wiki/Quotient_category)  
<https://ncatlab.org/nlab/show/quotient+category>

**Buch.** Grundlage ist folgendes Buch:  
 „Categories for the Working Mathematician“  
 Saunders Mac Lane  
 1998 | 2nd ed. 1978  
 Springer-Verlag New York Inc.  
 978-0-387-98403-2 (ISBN)  
<https://www.amazon.de/Categories-Working-Mathematician-Graduate-Mathematics/dp/0387984038>

Gut für die kategorische Sichtweise ist:  
 „Topology, A Categorical Approach“  
 Tai-Danae Bradley  
 2020 MIT Press  
 978-0-262-53935-7 (ISBN)  
<https://www.lehmanns.de/shop/mathematik-informatik/52489766-9780262539357-topology>

Einige gut Erklärungen finden sich auch in den Einführenden Kapitel von:  
 „An Introduction to Homological Algebra“  
 Joseph J. Rotman  
 2009 Springer-Verlag New York Inc.  
 978-0-387-24527-0 (ISBN)  
<https://www.lehmanns.de/shop/mathematik-informatik/6439666-9780387245270-an-introduction-to-homological-algebra>

Etwas weniger umfangreich und weniger tiefgehend aber gut motivierend ist:  
 „Category Theory“  
 Steve Awodey  
 2010 Oxford University Press  
 978-0-19-923718-0 (ISBN)  
<https://www.lehmanns.de/shop/mathematik-informatik/9478288-9780199237180-category-theory>

Ausführlich:  
 „Handbook of Categorical Algebra Vol. 1“

Francis Borceux 2008 Cambridge University Press  
978-0521061193 (ISBN)

**Lizenz.** Dieser Text und das Video sind freie Software. Sie können es unter den Bedingungen der GNU General Public License, wie von der Free Software Foundation veröffentlicht, weitergeben und/oder modifizieren, entweder gemäß Version 3 der Lizenz oder (nach Ihrer Option) jeder späteren Version.

Die Veröffentlichung von Text und Video erfolgt in der Hoffnung, dass es Ihnen von Nutzen sein wird, aber OHNE IRGENDNE GARANTIE, sogar ohne die implizite Garantie der MARKTREIFE oder der VERWENDBARKEIT FÜR EINEN BESTIMMTEN ZWECK. Details finden Sie in der GNU General Public License.

Sie sollten ein Exemplar der GNU General Public License zusammen mit diesem Text erhalten haben (zu finden im selben Git-Projekt). Falls nicht, siehe <http://www.gnu.org/licenses/>.

**Das Video.** Das Video hierzu ist zu finden unter xxx

## 1. v5.0.1.1.8 QUOTIENTEN-KATEGORIEN

### 1.1. Kategorie vs Multidigraph.

#### LITERATUR

- [Awodey2010] Steve Awode, *Category Theory*, 2010 Oxford University Press, 978-0-19-923718-0 (ISBN)
- [Bradley2020] Tai-Danae Bradley, *Topology, A Categorical Approach*, 2020 MIT Press, 978-0-262-53935-7 (ISBN)
- [LawvereSchanuel2009] F. William Lawvere, Stephen H. Schanuel, *Conceptual Mathematics: a First Introduction to Categories*, 2009 Cambridge University Press, 978-0-521-71916-2 (ISBN)
- [MacLane1978] Saunders Mac Lane, *Categories for the Working Mathematician*, Springer-Verlag New York Inc., 978-0-387-98403-2 (ISBN)
- [Rotman2009] Joseph J. Rotman, *An Introduction to Homological Algebra*, 2009 Springer-Verlag New York Inc., 978-0-387-24527-0 (ISBN)
- [Borceux2008] Francis Borceux, *Handbook of Categorical Algebra Vol. 1* 2008 Cambridge University Press, 978-0-521-06119-3 (ISBN)

#### SYMBOLVERZEICHNIS

•	Kategorie mit genau einem Objekt und einem Morphismus
$A, B, C, \dots, X, Y, Z$	Objekte
$f, g, h, r, s, \dots$	Homomorphismen
$\mathcal{C}, \mathcal{D}, \mathcal{E}, \dots$	Kategorien
$\mathcal{P}$	Potenzmengen-Funktor
<b>Set</b>	Die Kategorie der kleinen Mengen
<b>Ab</b>	Kategorie der kleinen abelschen Gruppen
$\text{Hom}(X, Y)$	Die Klasse der Homomorphismen von $X$ nach $Y$
$\alpha, \beta, \dots$	natürliche Transformationen oder Ordinalzahlen
$\mathcal{C}^{\text{op}}$ oder $\mathcal{C}^*$	Duale Kategorie
$\mathcal{D}^{\mathcal{C}}$	Funktorkategorie
$U, U', U''$	Universen
$V_\alpha$	eine Menge der Von-Neumann-Hierarchie zur Ordinalzahl $\alpha$