(Höhere Grundlagen) Homologische Algebra

v5.1.1.1.5 R-Mod ist additiv

Kategory GmbH & Co. KG
Präsentiert von Jörg Kunze

Beschreibung

Inhalt. Additive Kategorien sind definiert als **Ab**-Kategorien, die ein Null-Objekt und endliche Produkte und Koprodukte besitzen.

Das R-Mod eine **Ab**-Kategorie ist, haben wir schon gezeigt.

Hier zeigen wir, dass der Null-Modul $\{0\}$ ein Null-Objekt ist, und dass die direkte Summe, also das kartesische Produkt mit komponentenweiser Modul-Struktur, Produkt und Koprodukt ist.

In additiven Kategorien ist ein Produkt von zwei Objekten immer auch Koprodukt und umgekehrt. In diesen Kategorien ist dies darüber hinaus äquivalent zu Biprodukten.

Präsentiert. Von Jörg Kunze

Voraussetzungen. Ringe, Moduln, Kategorien, **Ab**-Kategorie, Produkt, Koprodukt, Null-Objekt.

Text. Der Begleittext als PDF und als LaTeX findet sich unter `https://github.com/kategory/kategoryMathematik/tree/main/v5%20H%C3%B6here%20Grundlagen/v5.1%20Homologische%20Algebra/v5.1.1.1.4.5%20Quotienten-Moduln`

Meine Videos. Siehe auch in den folgenden Videos:

v5.1.1.1 (Höher) Homologische Algebra - Moduln
`https://youtu.be/JY43_07kNmA`

v5.1.1.1.4 (Höher) Homologische Algebra - Unter-Moduln
`https://youtu.be/4g2TgQx7JkI`

v5.0.1.0.5 (Höher) Kategorien - Mono Epi Null
`https://youtu.be/n4-qZJK_sH0`

Quellen. Siehe auch in den folgenden Seiten:
`https://de.wikipedia.org/wiki/Quotientenmodul`
`https://ncatlab.org/nlab/show/quotient+module`

Buch. Grundlage ist folgendes Buch:
„An Introduction to Homological Algebra“
Joseph J. Rotman
2009
Springer-Verlag New York Inc.
978-0-387-24527-0 (ISBN)
`https://www.lehmanns.de/shop/mathematik-informatik/6439666-9780387245270-an-introduction-to-homological-algebra`

Oft zitiert:
„An Introduction to Homological Algebra“
Charles A. Weibel
1995
Cambridge University Press
978-0-521-55987-4 (ISBN)
`https://www.lehmanns.de/shop/mathematik-informatik/510327-9780521559874-an-introduction-to-homological-algebra`

Ohne Kategorien-Theorie:
„Algébre 10. Algèbre homologique“
Nicolas Bourbaki
1980
Springer-Verlag
978-3-540-34492-6 (ISBN)
`https://www.lehmanns.de/shop/mathematik-informatik/7416782-9783540344926-algebre`

Das Video. Das Video hierzu ist zu finden unter uups

1. v5.1.1.1.5 R-Mod ist additiv

1.1. **Modul-kompatible Äquivalenz-Relationen.** Sei R ein Ring mit 1 und M ein R-Modul. Sei $\sim$ eine Äquivalenz-Relation auf M.

Literatur

[Rotman2009] Joseph J. Rotman, *An Introduction to Homological Algebra*, 2009 Springer-Verlag New York Inc., 978-0-387-24527-0 (ISBN)

[Bourbaki1970] Nicolas Bourbaki, *Algébre 1-3*, 2006 Springer-Verlag, 978-3-540-33849-9 (ISBN)

[Bourbaki1980] Nicolas Bourbaki, *Algébre 10. Algèbre homologique*, 2006 Springer-Verlag, 978-3-540-34492-6 (ISBN)

[MacLane1978] Saunders Mac Lane, *Categories for the Working Mathematician*, Springer-Verlag New York Inc., 978-0-387-98403-2 (ISBN)

Symbolverzeichnis

R	Ein kommutativer Ring mit Eins
G	Ein Generierendensystem
$*$	Verknüpfung der Gruppe G
$n\mathbb{Z}$	Das Ideal aller Vielfachen von n in $\mathbb{Z}$
$\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$	Der Restklassenring modulo n
$\mathbb{K}$	Ein Körper
x, y	Elemente eines Moduls, wenn wir sie von den Skalaren abheben wollen. Entspricht in etwa Vektoren
r	Element von R^n
ϕ	Gruppen-Homomorphismus
$Z(R)$	Zentrum des Rings R
$\mathrm{Hom}(X, Y)$	Menge/Gruppe der R-Homomorphismen von X nach Y
IM	$= \{im \mid i \in I \wedge m \in M\}$
$\langle G\rangle$	Der von den Elementen aus G generierte Modul