(Master) Berechenbarkeit

v4.0.4.4 Church-Markov-Turing These

Kategory GmbH & Co. KG
Präsentiert von Jörg Kunze

Beschreibung

Inhalt. Die Church-Markov-Turing These besagt, dass jede denkbare Formalisierung des Begriffs der Berechenbarkeit zur selben Menge berechenbarer Funktion führt. Anders gesagt, die Klasse der Turing-berechenbaren Funktionen stimmt mit der Klasse der intuitiv berechenbaren Funktionen überein. Sie besagt unter anderem auch, dass wir mit jeder erdenklichen Programmiersprache die selben Programme schreiben können. Alle Programmiersprachen sind prinzipiell gleich.

Es ist eine These. Kein Theorem, da es nicht bewiesen ist. Noch nicht einmal ein mathematischer Satz, sodass es auch nie bewiesen werden kann. Es ist also auch keine Vermutung. Aber alles, was wir bisher in dieser Richtung unternommen haben, stützt die Church-Markov-Turing These. Die These heißt auch Church-Turing These oder nur Church These.

Ein System, welches zu den selben Funktionen führt, wie die Turing-Maschinen heißt Turing-äquivalent.

Mathematisch beweisen können wir Teile dieser These. So z. B. die Äquivalenz von rekursiven, Lambda-Kalkül und Turing-Maschinen Funktionen. Wir können ebenfalls beweisen, dass die üblichen Programmiersprachen Turing-äquivalent sind. Dies gilt für prozedurale Sprachen wie C und objektorientierte Sprachen wie C++ und Java ein. Auch funktionale Programmiersprachen wie LISP und Haskell und Sprachen für Logikprogrammierung wie Prolog, sind Turing-äquivalent.

Präsentiert. Von Jörg Kunze

Voraussetzungen. Kategorie, Homomorphismus

Text. Der Begleittext als PDF und als LaTeX findet sich unter

Meine Videos. Siehe auch in den folgenden Videos:

v5.0.1.0.1 (Höher) Kategorien - Axiome für Kategorien
`https://youtu.be/X8v5KylyOKI`

v5.0.1.0.2 (Höher) Kategorien - Kategorien
`https://youtu.be/sIaKt-Wxlog`

Quellen. Siehe auch in den folgenden Seiten:
`https://de.wikipedia.org/wiki/Kategorientheorie`
`https://ncatlab.org/nlab/show/small+category`
`https://en.wikipedia.org/wiki/Small_set_(category_theory)`

Buch. Grundlage ist folgendes Buch:
„Categories for the Working Mathematician“
Saunders Mac Lane
1998 | 2nd ed. 1978
Springer-Verlag New York Inc.
978-0-387-98403-2 (ISBN)
`https://www.amazon.de/Categories-Working-Mathematician-Graduate-Mathematics/dp/0387984038`

Gut für die kategorische Sichtweise ist:
„Topology, A Categorical Approach“
Tai-Danae Bradley
2020 MIT Press
978-0-262-53935-7 (ISBN)
`https://www.lehmanns.de/shop/mathematik-informatik/52489766-9780262539357-topology`

Einige gut Erklärungen finden sich auch in den Einführenden Kapitel von:
„An Introduction to Homological Algebra“

Joseph J. Rotman
2009 Springer-Verlag New York Inc.
978-0-387-24527-0 (ISBN)
https://www.lehmanns.de/shop/mathematik-informatik/6439666-9780387245270-an-introduction-to-homological-algebra

Etwas weniger umfangreich und weniger tiefgehend aber gut motivierend ist: „Category Theory“
Steve Awodey
2010 Oxford University Press
978-0-19-923718-0 (ISBN)
https://www.lehmanns.de/shop/mathematik-informatik/9478288-9780199237180-category-theory

Mit noch weniger Mathematik und die Konzepte motivierend ist: „Conceptual Mathematics: a First Introduction to Categories“
F. William Lawvere, Stephen H. Schanuel
2009 Cambridge University Press
978-0-521-71916-2 (ISBN)
https://www.lehmanns.de/shop/mathematik-informatik/8643555-9780521719162-conceptual-mathematics

Das Video. Das Video hierzu ist zu finden unter `hhh`

1. Mathematische Grundlagen der Kategorien

1.1. Das Problem der Größe.

Literatur

[Awodey2010] Steve Awode, *Category Theory*, 2010 Oxford University Press, 978-0-19-923718-0 (ISBN)
[Bradley2020] Tai-Danae Bradley, *Topology, A Categorical Approach*, 2020 MIT Press, 978-0-262-53935-7 (ISBN)
[LawvereSchanuel2009] F. William Lawvere, Stephen H. Schanuel, *Conceptual Mathematics: a First Introduction to Categories*, 2009 Cambridge University Press, 978-0-521-71916-2 (ISBN)
[MacLane1978] Saunders Mac Lane, *Categories for the Working Mathematician*, Springer-Verlag New York Inc., 978-0-387-98403-2 (ISBN)
[Rotman2009] Joseph J. Rotman, *An Introduction to Homological Algebra*, 2009 Springer-Verlag New York Inc., 978-0-387-24527-0 (ISBN)

Symbolverzeichnis

$P(x)$	ein Prädikat
$A, B, C, \cdots, X, Y, Z$	Objekte
F, G	Funktoren
$f, g, h, r, s, \cdots$	Homomorphismen
$\mathcal{C}, \mathcal{D}, \mathcal{E}, \cdots$	Kategorien
Set	Die Kategorie der Mengen
$\mathrm{Hom}(X, Y)$	Die Menge der Homomorphismen von X nach Y
$\alpha, \beta, \cdots$	natürliche Transformationen oder Ordinalzahlen
$\mathcal{C}^{\mathrm{op}}$	Duale Kategorie
$\mathcal{D}^{\mathcal{C}}$	Funktorkategorie
Ring, **Gruppe**	Kategorie der Ringe und der Gruppen
U, U', U''	Universen
V_α	eine Menge der Von-Neumann-Hierarchie