(Höhere Grundlagen) Kategorien

v5.0.1.2.1.3 Universeller Morphismus ist End-Objekt der Komma-Kategorie

Kategory GmbH & Co. KG
Präsentiert von Jörg Kunze

Beschreibung

Inhalt. Wenn wir uns die Konstruktionen von universellen Morphismen und von Komma-Kategorien im Detail anschauen, sehen wir, dass beide von einem Funktor und einem festen Objekt der Ziel-Kategorie ausgehen und dann Paare gebildet aus 1. einem Objekt der Quell-Kategorie und 2. einem Morphismus vom Bild dieses Objektes zu dem fest gewählten Objekt.

In der Komma-Kategorie sind diese Paare die Objekte. Der ein universeller Morphismus ist selber ein Objekt der Komma-Kategorie.

Unter diesem Blickpunkt ist die Bedingung an einen Universeller Morphismus nichts anderes als die an ein End-Objekt der Komma-Kategorie.

Hier haben wir ein in der Kategorien-Theorie häufiges Phänomen: ein Grund-Konzept kann durch ein anderes ausgedrückt werden. Dieses Phänomen zusammen mit der Omnipräsenz dieser Konstruktionen im Land der Mathematik bestätigen uns, dass diese Definitionen die „richtigen“ sind.

Präsentiert. Von Jörg Kunze

Voraussetzungen. Kategorien, Funktoren, Komma-Kategorie, universeller Morphismus, Anfangs- und End-Objekte

Text. Der Begleittext als PDF und als LaTeX findet sich unter `https://github.com/kategory/kategoryMathematik/tree/main/v5%20H%C3%B6here%20Grundlagen/v5.0.1%20Kategorien/v5.0.1.2.1.3%20Universeller%20Morphismus%20ist%20terminales%20Element%20der%20Komma-Kategorie`

Meine Videos. Siehe auch in den folgenden Videos:

v5.0.1.2.1.1 (Höher) Kategorien - Universeller Morphismus
`https://youtu.be/ohhW5OYFyYY`

v5.0.1.0.5 (Höher) Kategorien - Mono Epi Null
`https://youtu.be/n4-qZJK_sH0`

v5.0.1.1.6 (Höher) Kategorien - Kommakategorien
`https://youtu.be/9NG173KqPTI`

Quellen. Siehe auch in den folgenden Seiten:
`https://en.wikipedia.org/wiki/Universal_property#Connection_with_comma_categories`
`https://en.wikipedia.org/wiki/Comma_category`
`https://ncatlab.org/nlab/show/comma+category`

Buch. Grundlage ist folgendes Buch:
„Categories for the Working Mathematician“
Saunders Mac Lane
1998 | 2nd ed. 1978
Springer-Verlag New York Inc.
978-0-387-98403-2 (ISBN)
`https://www.amazon.de/Categories-Working-Mathematician-Graduate-Mathematics/dp/0387984038`

Gut für die kategorische Sichtweise ist:
„Topology, A Categorical Approach“
Tai-Danae Bradley
2020 MIT Press
978-0-262-53935-7 (ISBN)
`https://www.lehmanns.de/shop/mathematik-informatik/52489766-9780262539357-topology`

Einige gut Erklärungen finden sich auch in den Einführenden Kapitel von:

„An Introduction to Homological Algebra“
Joseph J. Rotman
2009 Springer-Verlag New York Inc.
978-0-387-24527-0 (ISBN)
https://www.lehmanns.de/shop/mathematik-informatik/6439666-9780387245270-an-introduction-to-homological-algebra

Etwas weniger umfangreich und weniger tiefgehend aber gut motivierend ist:
„Category Theory“
Steve Awodey
2010 Oxford University Press
978-0-19-923718-0 (ISBN)
https://www.lehmanns.de/shop/mathematik-informatik/9478288-9780199237180-category-theory

Ausführlich:
„Handbook of Categorical Algebra Vol. 1“
Francis Borceux 2008 Cambridge University Press
978-0521061193 (ISBN)

Das Video. Das Video hierzu ist zu finden unter xxx

1. v5.0.1.2.1.3 Universeller Morphismus ist End-Objekt der Komma-Kategorie

(Noch nicht begonnen ...)

1.1. Ideen.

-

Literatur

[Awodey2010] Steve Awode, *Category Theory*, 2010 Oxford University Press, 978-0-19-923718-0 (ISBN)
[Bradley2020] Tai-Danae Bradley, *Topology, A Categorical Approach*, 2020 MIT Press, 978-0-262-53935-7 (ISBN)
[LawvereSchanuel2009] F. William Lawvere, Stephen H. Schanuel, *Conceptual Mathematics: a First Introduction to Categories*, 2009 Cambridge University Press, 978-0-521-71916-2 (ISBN)
[MacLane1978] Saunders Mac Lane, *Categories for the Working Mathematician*, Springer-Verlag New York Inc., 978-0-387-98403-2 (ISBN)
[Rotman2009] Joseph J. Rotman, *An Introduction to Homological Algebra*, 2009 Springer-Verlag New York Inc., 978-0-387-24527-0 (ISBN)
[Borceux2008] Francis Borceux, *Handbook of Categorical Algebra Vol. 1* 2008 Cambridge University Press, 978-0-521-06119-3 (ISBN)

Symbolverzeichnis

$\bullet$	Kategorie mit genau einem Objekt und einem Morphismus
$A, B, C, \cdots, X, Y, Z$	Objekte
$f, g, h, r, s, \cdots$	Homomorphismen
$\mathcal{C}, \mathcal{D}, \mathcal{E}, \cdots$	Kategorien
$\mathcal{P}$	Potenzmengen-Funktor
Set	Die Kategorie der kleinen Mengen
Ab	Kategorie der kleinen abelschen Gruppen
$\mathrm{Hom}(X, Y)$	Die Klasse der Homomorphismen von X nach Y
$\alpha, \beta, \cdots$	natürliche Transformationen oder Ordinalzahlen
$\mathcal{C}^{\mathrm{op}}$ oder $\mathcal{C}^*$	Duale Kategorie
$\mathcal{D}^{\mathcal{C}}$	Funktorkategorie
U, U', U''	Universen
V_α	eine Menge der Von-Neumann-Hierarchie zur Ordinalzahl α