**Задание.**

Рассматривается линейная модель **ARMA(1,1)**

где – обобщенный белый шум:

1. Найти представление в виде одностороннего скользящего среднего для ССМ
2. Вычислить теоретические характеристики
3. Смоделировать реализацию СП с начальным условием и выбранными самостоятельно значениями параметров

(например, , обязательно )

для двух вариантов белого шума:

А)

Б)

1. Вывести на печать графики полученных реализаций
2. Вычислить эмпирические характеристики полученных реализаций, начиная с момента установки стационарного режима ( выбирается самостоятельно после анализа результатов моделирования)

и сравнить с теоретическими значениями

1. Сформулировать выводы.

*Данные:*

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
| 1000 | 0,6 | 3 | 0,3 | 0,2 |

**Решение.**

1. Найдем представление в виде одностороннего скользящего среднего для ССМ .

Введём оператор смещения *L: ,* тогда получим:

*⇒*

Рассмотрим второй множитель:

Тогда для верно:

1. Вычислим теоретические характеристики
2. Смоделируем реализацию СП с начальным условием и выбранными значениями параметров

(, )

для двух вариантов белого шума:

А)

Б)

ksi\_n\_normal = np.random.normal(0,sigma,N)

ksi\_n\_uniform = np.random.uniform(-3\*\*(1/2)\*sigma, 3\*\*(1/2)\*sigma, N)

hn\_normal = np.zeros(N)

hn\_uniform = np.zeros(N)

for i in range(1,N):

    hn\_normal[i] = a0 + a1 \* hn\_normal[i-1] + ksi\_n\_normal[i] + b1 \* ksi\_n\_normal[i - 1]

    hn\_uniform[i] = a0 + a1 \* hn\_uniform[i-1] + ksi\_n\_uniform[i] + b1 \* ksi\_n\_uniform[i - 1]

1. Выведем на печать графики полученных реализаций

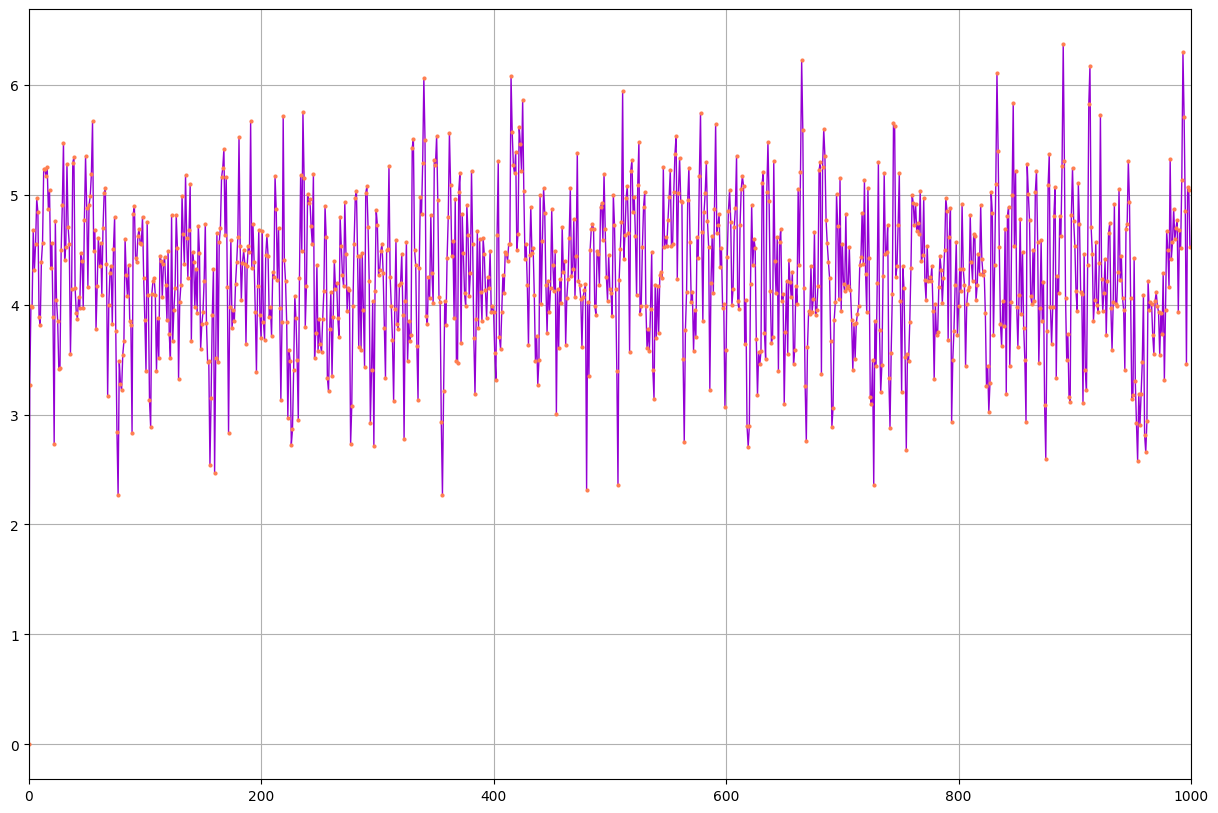
****

Рисунок 1 – График траекторий при

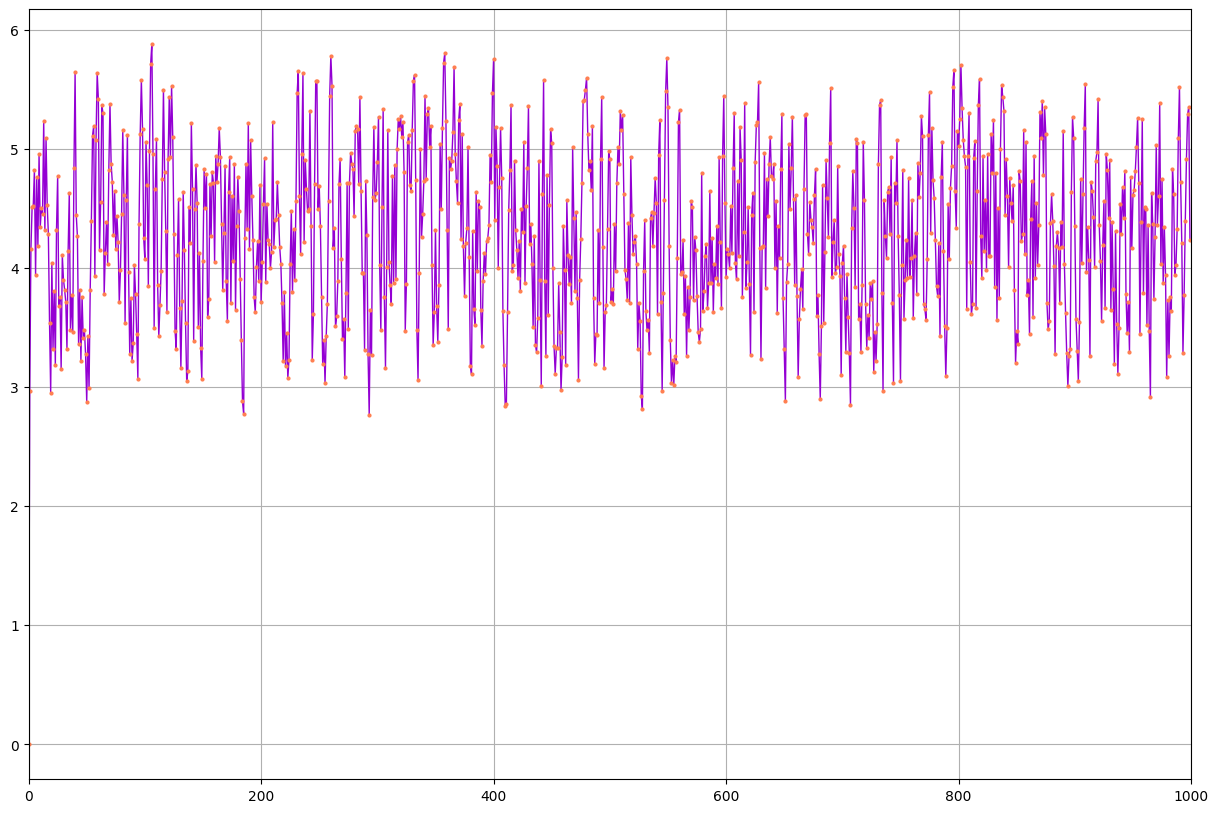


Рисунок 2 – График траекторий при

1. Вычислим эмпирические характеристики полученных реализаций, начиная с момента установки стационарного режима и сравним с теоретическими значениями.

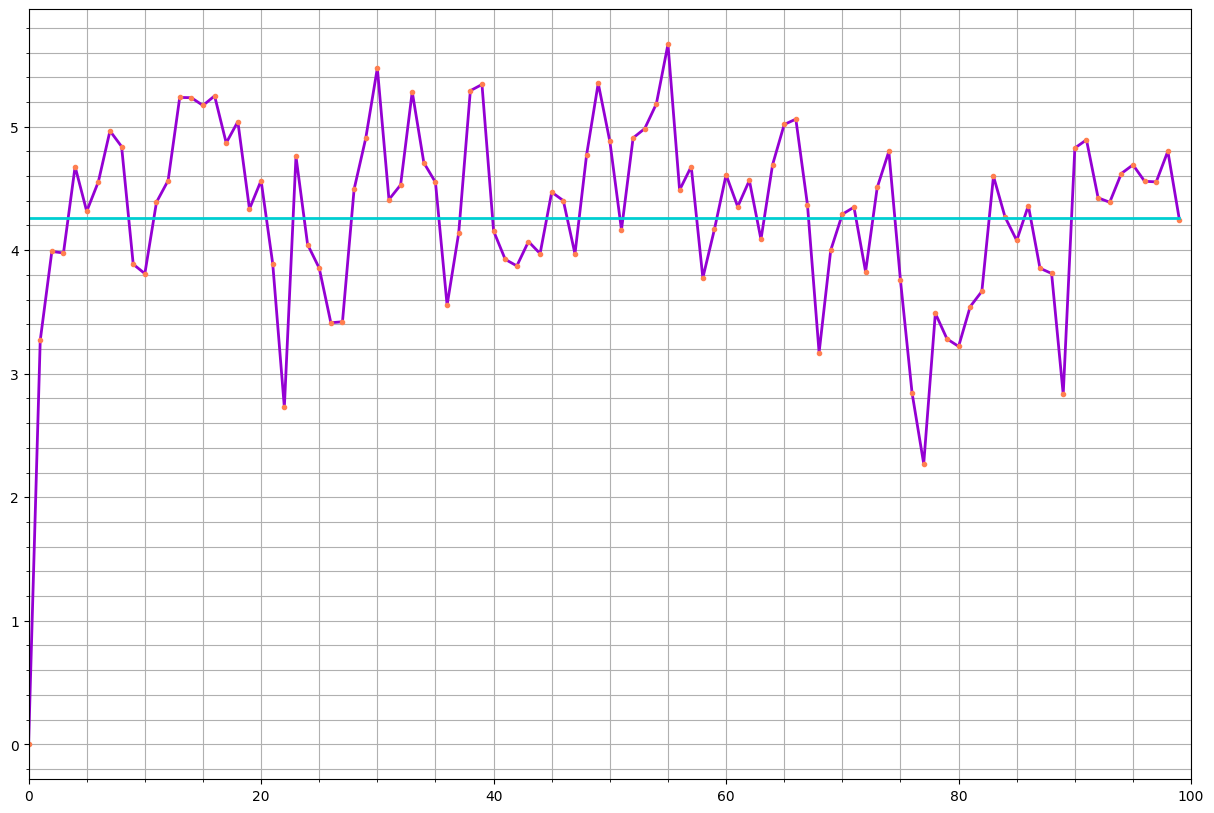
Для того чтобы определить момент установки стационарного режима изобразим начало траекторий:   
  


Рисунок 3 – График траекторий при

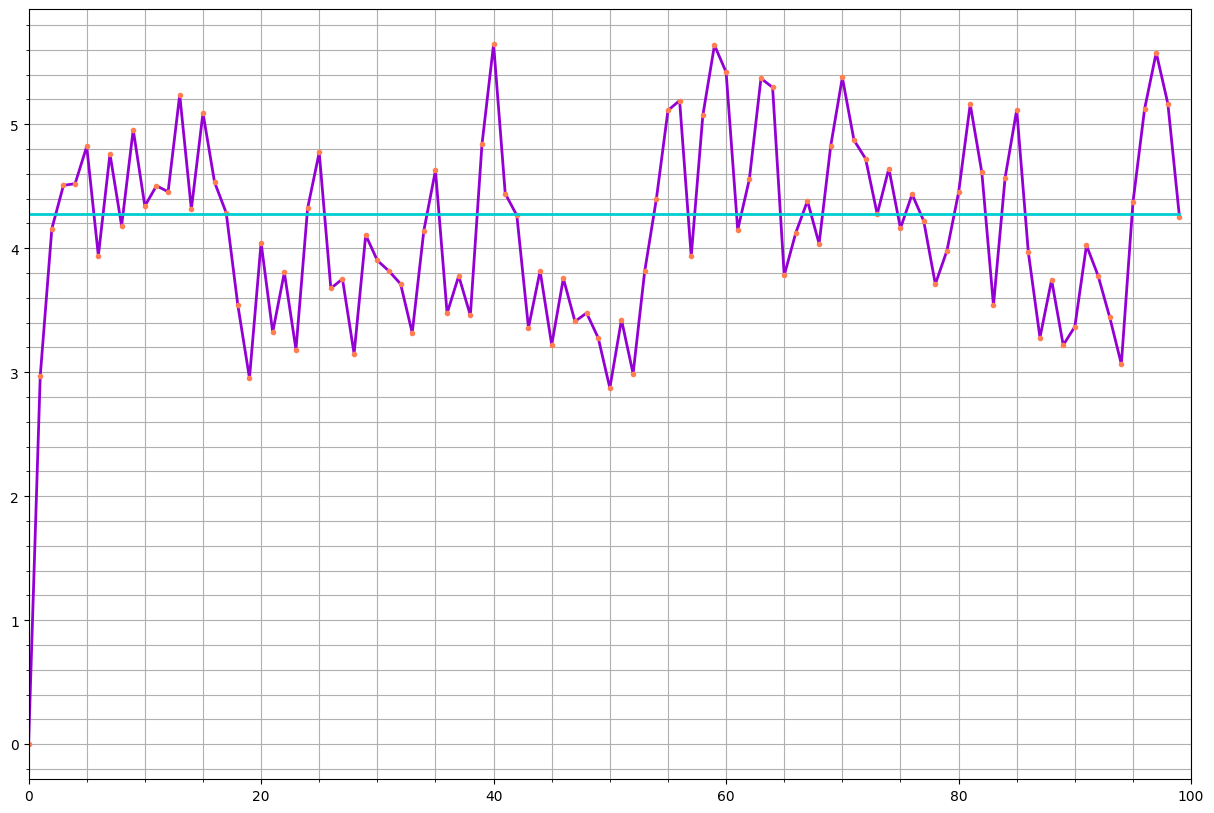


Рисунок 4 – График траекторий при

Исходя из вида начала траекторий, выберем для в обоих случаях значение =5 .

Вычислим среднее выборочное, среднее квадратичное отклонение, математическое ожидание и дисперсию:

l = 5

emp\_mean\_norm = hn\_normal[l:].mean()

emp\_var\_norm = hn\_normal[l:].var()

emp\_mean\_uniform = hn\_uniform[l:].mean()

emp\_var\_uniform = hn\_uniform[l:].var()

teor\_mean = a0/(1-a1)

teor\_var = sigma \*\* 2 \* (1 + (a1 + b1) \*\* 2 /(1 - a1 \*\* 2))

emp\_cov\_norm = np.zeros(3)

emp\_cov\_uniform = np.zeros(3)

teor\_cov = np.zeros(3)

for j in [1,2,3]:

    for k in range(j + 1 + l, N):

        emp\_cov\_norm[j-1] += (hn\_normal[k] - emp\_mean\_norm) \* (hn\_normal[k - j] - emp\_mean\_norm)

        emp\_cov\_uniform[j-1] += (hn\_uniform[k] - emp\_mean\_uniform) \* (hn\_uniform[k - j] - emp\_mean\_uniform)

    emp\_cov\_norm[j-1] /= (N - l)

    emp\_cov\_uniform[j-1] /= (N - l)

for j in [1,2,3]:

    teor\_cov[j - 1] = (sigma \*\* 2) \* (a1 \*\* (j - 1)) \* (a1 + b1) \* (1 + a1 \*

b1) / (1 - a1 \*\* 2)

|  | **Теоретические значения** | **Эмпирические значения с нормальным шумом** | **Эмпирические значения с равномерным шумом** |
| --- | --- | --- | --- |
| **K(1)** | 0.20967 | 0.20899 | 0.21908 |
| **K(2)** | 0.06291 | 0.06071 | 0.07683 |
| **K(3)** | 0.01887 | 0.02889 | 0.03321 |
| **Дисперсия** | 0.45891 | 0.44987 | 0.46487 |
| **Мат. ожидание** | 4.28571 | 4.26606 | 4.28023 |

Из полученных результатов видно, что эмпирические и теоретические характеристики достаточно близки. Можно сделать вывод о том, что распределение не зависит от закона распределения .

**Выводы:**

В ходе выполнения домашней работы было найдено представление в виде одностороннего скользящего среднего для ССМ , получены выражения для расчёта характеристик . Были построены для и и вычислены их эмпирические характеристики. В результате было показано, что СП не зависит от закона распределения .