**Задание.**

Рассматривается частично наблюдаемая последовательность

с ненаблюдаемой компонентой и наблюдаемой , удовлетворяющая системе уравнений

где и – центрированные стационарные гауссовские шумы

с ,

случайная величина ,

причем и – не коррелированы.

1. Выбрав значения входных параметров

(ограничение), смоделировать начальное условие и последовательность для .

1. Используя реализацию , построить фильтр Калмана (лекция 7)
2. Вычислить среднеквадратическую ошибку фильтра, сравнить с дисперсией ошибки наблюдения, объяснить результат
3. Вывести на печать графики полученных реализаций и
4. Повторить стохастический эксперимент 1-4 для негауссовских (например равномерно распределенных) ошибок и с теми же характеристиками.
5. Сформулировать выводы.

*Данные:*

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
| 0.7 | 1.5 | 2 | 0.6 | 0.9 |

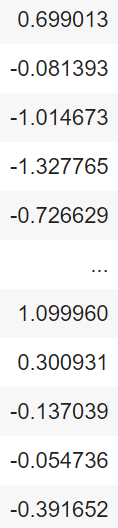
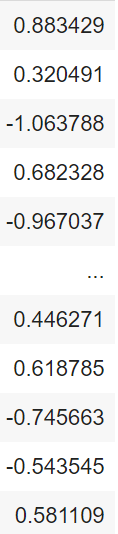
**Решение.**

1. Сгенерируем последовательности двух гауссовских центрированных шумов и .

eps\_n = np.random.normal(0, D\_eps, n)

v\_n = np.random.normal(0, D\_v, n)

: :



1. Смоделирируем начальное условие , и последовательность для .

ksi\_0 = np.random.normal(mu, sigma)

ksi\_n = np.zeros(n)

ksi\_n[0] = ksi\_0

eta\_n = np.zeros(n)

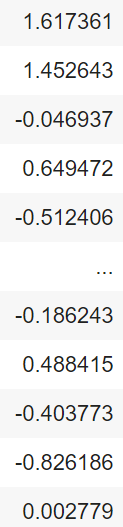
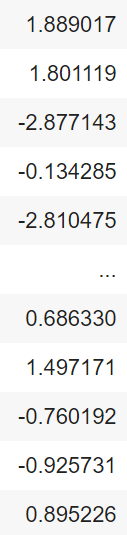
eta\_n[0] = ksi\_n[0] + v\_n[0]

for i in range(1, n):

  ksi\_n[i] = a \* ksi\_n[i-1] + eps\_n[i]

  eta\_n[i] = ksi\_n[i] + v\_n[i]

: :

****

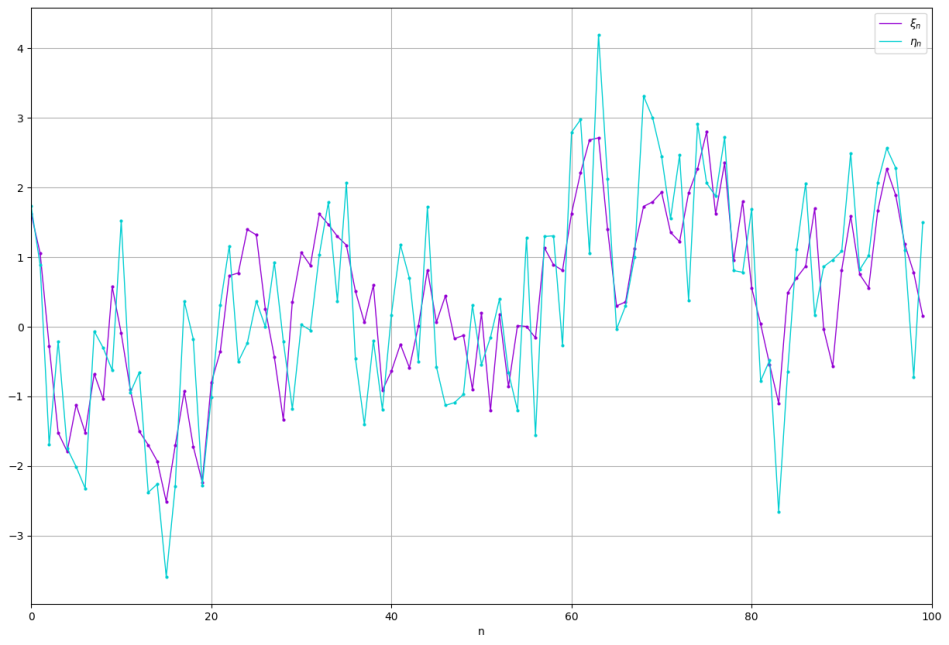
****

Рисунок 1 – Совместный график

1. Используя реализацию , построим фильтр Калмана , который задаётся следующим образом.

p = D\_eps / D\_v

K\_0 = sigma\*\*2 / D\_v

ksi\_0\_filter = mu

K = np.zeros(n)

K[0] = K\_0

for i in range(1, n):

    K[i] = ((a \*\* 2) \* K[i-1] + p) / ((a \*\* 2) \* K[i-1] + p + 1)

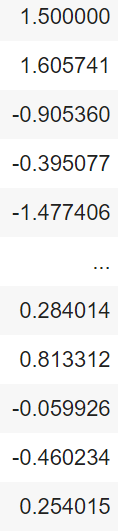
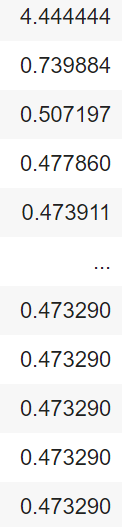
ksi\_n\_filter = np.zeros(n)

ksi\_n\_filter[0] = ksi\_0\_filter

for i in range(1, n):

    ksi\_n\_filter[i] = a \* ksi\_n\_filter[i-1] + K[i] \* (eta\_n[i] - a \* ksi\_n\_filter[i-1])

*К:*

* *

1. Вычислим среднеквадратическую ошибку фильтра и сравним её с дисперсией ошибки наблюдения.

sum = 0

for i in range(n):

  sum += ((ksi\_n[i] - ksi\_n\_filter[i]) \*\* 2) / n

– ошибка фильтра. Поскольку,то среднеквадратическая ошибка фильтра меньше, чем ошибка наблюдения , т.е. . В нашем случае: .

1. Выведем на печать графики полученных реализаций и .

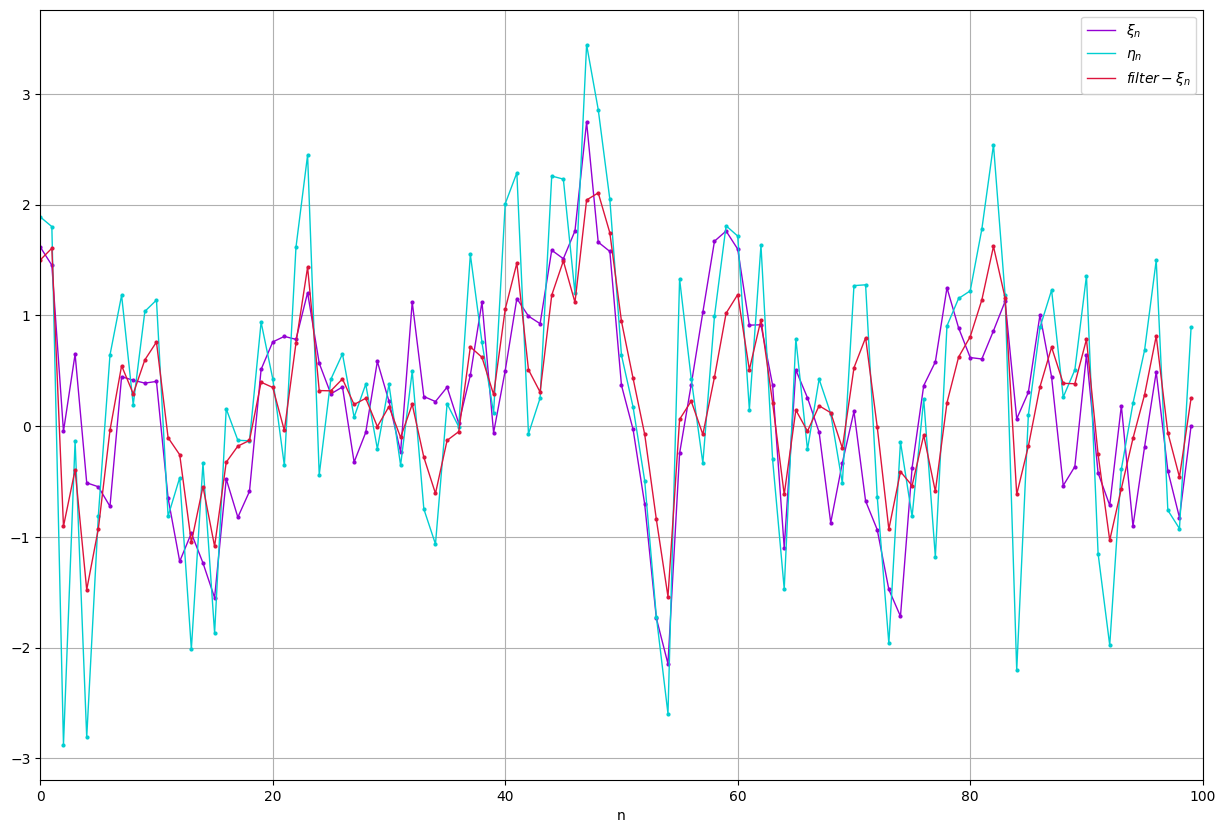


Рисунок 2 – Совместный график

1. Повторим стохастический эксперимент 1-5 для равномерно распределенных R[a, b] ошибок и с теми же характеристиками.

Найдем параметры распределения исходя из системы:

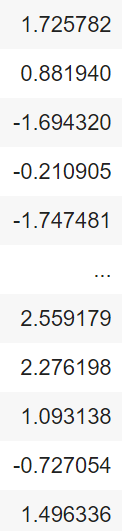
Для :

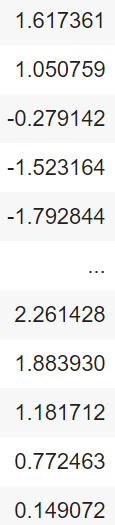
Смоделируем:

eps\_n = np.random.uniform(-np.sqrt(3\*D\_eps), np.sqrt(3\*D\_eps), n)

v\_n = np.random.uniform(-np.sqrt(3\*D\_v), np.sqrt(3\*D\_v), n)

Также выведем, смоделированные в ходе решения, последовательности:

****: :

****

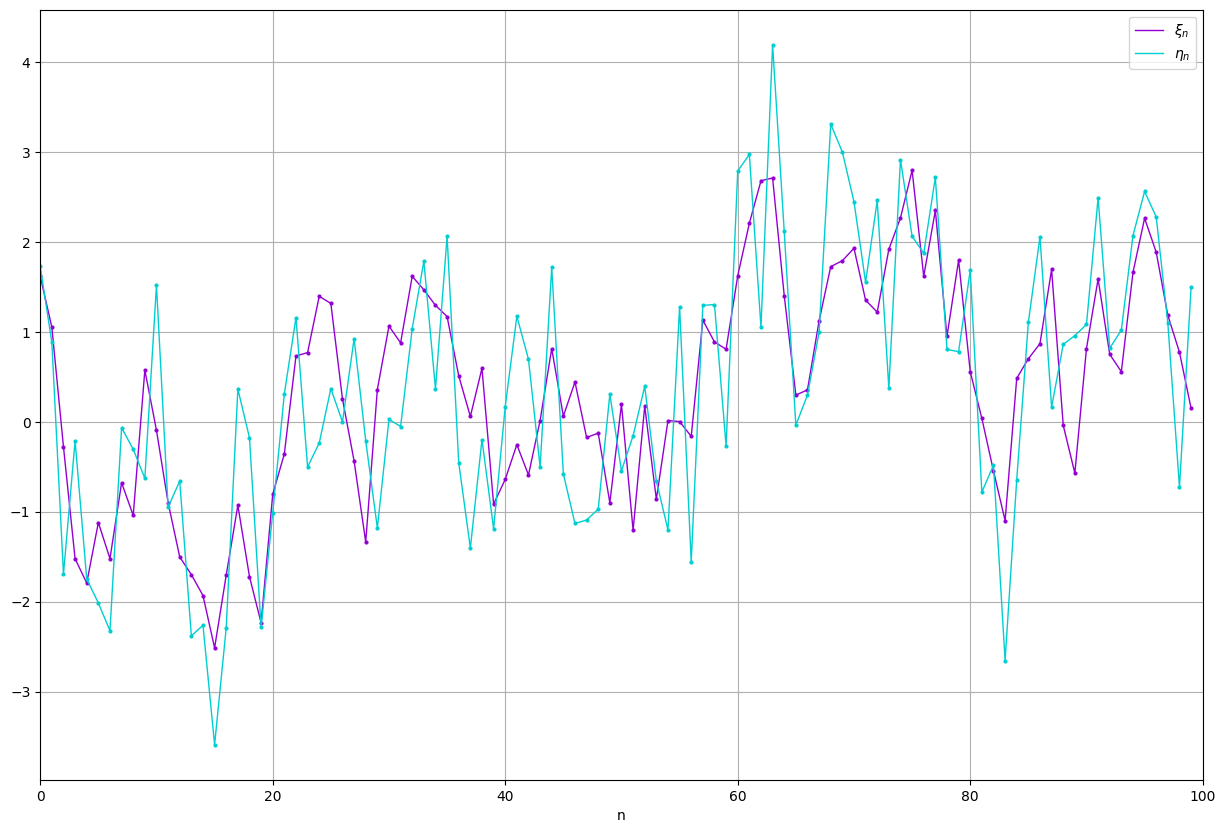
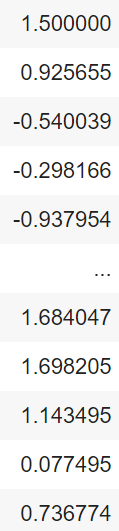


Рисунок 2 – Совместный график

Кроме того, выведем найденные, аналогично предыдущим пунктам, и *K*:

*К:*

* *

Среднеквадратичная ошибка фильтра в этом случае:

Выведем на печать графики полученных реализаций и .

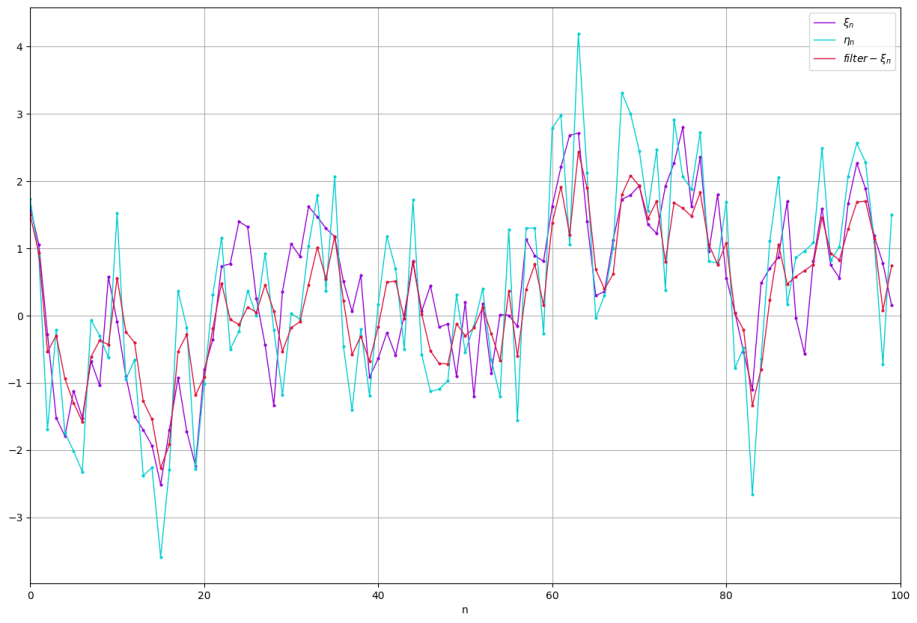


Рисунок 4 – Совместный график

**Выводы:**

В ходе выполнения домашней работы была смоделирована рекуррентная стохастическая последовательность, а также соответствующая ей наблюдаемая последовательность при различных законах распределения белых шумов (гауссовский и равномерный). Фильтрация наблюдаемой последовательности была реализована с помощью фильтра Калмана. Были вычислены среднеквадратические ошибки фильтра, которые в обоих случаях оказались меньше дисперсии ошибки наблюдения, что объясняется самой конструкцией фильтра Калмана. Однако в случае негауссовского распределения ошибки наблюдается небольшое увеличение оценки ошибки фильтра.