Dokumentace k prvnímu projektu do PRL – Pipeline Merge Sort

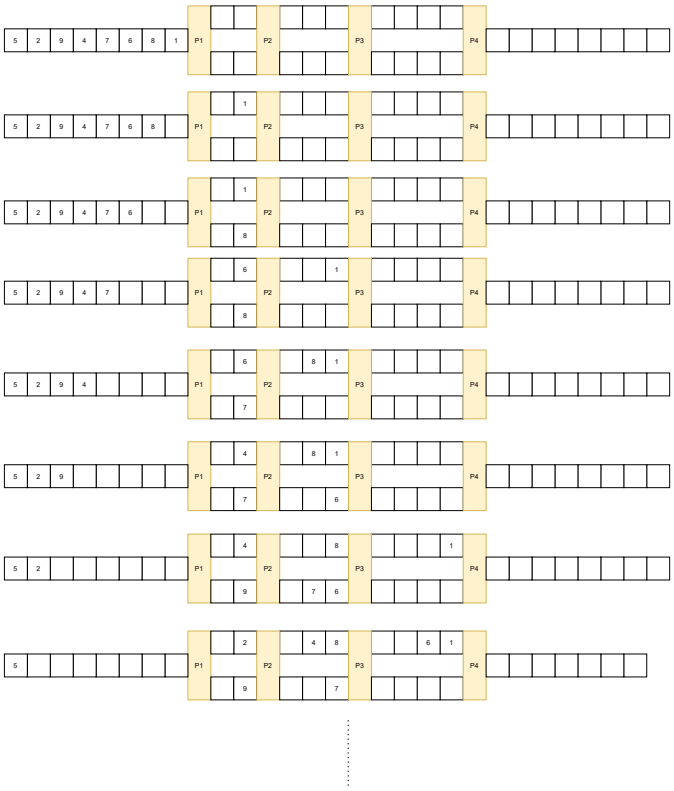
Kateřina Fořtová (xforto00)

duben 2020

1 Rozbor a analýza algoritmu

Úkolem projektu byla implementace řadícího paralelního algoritmu Pipeline Merge Sort. Tento algoritmus pracuje s fixním počtem použitých procesorů, který se řídí vzorcem $p(n) = log_2\ n + 1$, kde n je délka vstupní posloupnosti. Využívá se tedy pevné lineární sítě procesorů pro optimální cenu.

První procesor má za úkol načítat vstupní posloupnost a zasílat je dalšímu procesoru, kdy střídavě probíhá přepínání výstupní linky a hodnoty jsou tedy střídavě uloženy do jedné z daných dvou front. Tento procesor neprovádí žádné porovnávání. Prostřední procesory P_i začnou pracovat, když mají na jednom vstupu posloupnost délky 2^{i-2} a na druhém vstupu posloupnost délky 1. Při tomto potřebném naplnění začne probíhat proces slučování, kdy se spojují dvě posloupnosti do jedné. Hodnoty na stejných pozicích v obou linkách jsou porovnávány a menší z nich je následně zasílána dalšímu z procesorů. Poslední z procesorů má za úkol porovnávat vstupy od předposledního procesoru a řadit je do finální výstupní posloupnosti. Výstupní seřazená posloupnost se tiskne uživateli.



Obrázek 1: Příklad řazení posloupnosti pomocí Pipeline Merge Sort – prvních 7 kroků algoritmu

Jak již bylo uvedeno, procesor P_i začne pracovat, když má na jednom vstupu posloupnost délky 2^{i-2} a na druhém vstupu posloupnost délky 1. Tento procesor tedy začne svoji práci $2^{i-2}+1$ cyklů po předchozím procesoru P_{i-1}. Procesor P_i začne v cyklu, který je dán následujícím vzorcem:

$$1 + \sum_{j=0}^{i-2} 2^j + 1 = 2^{i-1} + i - 1$$

Procesor P_i poté následně skončí v cyklu:

$$(p(n) - 1) + 2^{i-1} + i - 1$$

Proměnná i značí index konkrétního procesoru a $p(n)$ počet procesorů. Právě počet procesorů byl získán na základě vzorce výše. Algoritmus skončí když skončí činnost poslední z procesorů. Procesor P_i skončí svoji činnost v cyklu $(n-1)+2^{i-1}+i-1$, kde n je délka vstupní posloupnosti.

Celý algoritmus skončí za $2n + log\ n - 1$ cyklů – z tohoto plyne, že časová složitost se dá vyjádřit následovně:

$$t(n) = O(n)$$

Prostorová složitost lze vyjádřit následovně:

$$s(n) = p(n)$$

Cenu algoritmu lze spočítat jako:

$$c(n) = t(n) \cdot (n) = O(n) \cdot (log\ n + 1) = O(n \cdot log\ n)$$

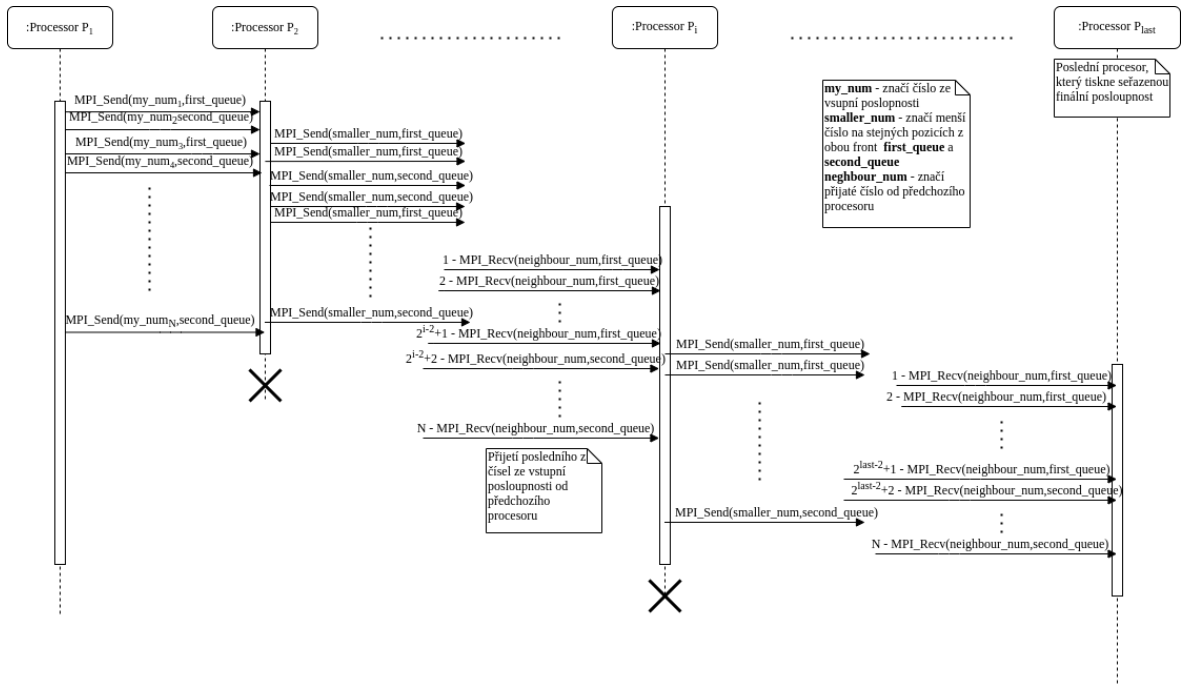
Časová složitost optimálního řadícího sekvenčního algoritmu lze vyjádřit jako $t_{seq}(n)$. Tyto hodnoty jsou řádově stejné, proto se jedná se o optimální cenu při porovnání s časovou složitostí optimálního sekvenčního řadícího algoritmu [1].

2 Implementace

Pipeline Merge Sort byl implementován v jazyce C++ s využitím knihovny OpenMPI, která implementuje funkce pro meziprocesorovou komunikaci. Dle zadání je vstupní počet čísel fixně nastaven na číslo 16, je proto nutné spustit algoritmus se správným počtem procesorů dle vzorce $p(n) = log_2\ n + 1 = log_2\ 16 + 1 = 5$. Tento počet procesorů je zadán ve spouštěcím skriptu `test.sh`. Při načtení je uložena vstupní posloupnost do fronty a až poté je vytisknuta uživateli. Posloupnost je načtena do vstupní fronty a následně ji začne zpracovávat první procesor, který pouze vybírá první číslo z fronty vstupní posloupnosti a zasílá ji druhému procesoru. Bylo nutné správně rozdělit daný prostor pomocí indexů, které určovali, kdy může daný procesor přijímat data nebo porovnávat. Také bylo nutné analyzovat, kdy je nutné přepínat dvě fronty, do kterých procesory ukládají vstupní čísla. Pro komunikaci mezi procesory byly využity pouze funkce `MPI_Send` a `MPI_Recv`. Poslední procesor již funkce `MPI_Send` nevyužívá, ale přímo tiskne na výstup postupně seřazená čísla. Bylo nutné zajistit, aby byla zachováno vstupní pořadí čísel a aby se tedy zpracovávala popořadě. Funkce `MPI_Recv` slouží pro přijímání čísla od předchozího procesoru a následně je toto číslo zařazeno korektně do jedné ze dvou front.

3 Komunikační protokol

Komunikační protokol znázorňuje princip zasílání zpráv mezi procesory. Pro vizualizaci bylo využito sekvenčního diagramu. Zasílání zpráv je znázorněno pomocí využití funkcí knihovny OpenMPI `MPI_Send` a `MPI_Recv`. Procesor P_1 má za úkol přijímat vstupní neseřazenou posloupnost. Procesor P_{last} pak jakožto poslední procesor tiskne seřazenou posloupnost na výstup.



Obrázek 2: Obecný sekvenční diagram pro n procesorů

4 Experimenty

Úkolem experimentování bylo zjistit časy běhu algoritmu pro vstupní seřazenou posloupnost vzestupně, sestupně a pro neseřazenou posloupnost. Pro každý případ bylo provedeno 30 měření. Projekt byl testován na lokálním Ubuntu 18.04.5 LTS (Intel Core i5 8250U Kaby Lake Refresh) a na školním serveru `merlin.fit.vutbr.cz`. Bylo nutné měřit pouze samotný běh řadícího algoritmu.

	Ubuntu	**Merlin**
Min [ms]	0,098	0,049
Max [ms]	0,332	0,109
Average [ms]	0,151	0,066

Tabulka 1: Výpočetní čas pro vstupní posloupnost 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16

	Ubuntu	**Merlin**
Min [ms]	0,121	0,054
Max [ms]	0,337	0,144
Average [ms]	0,185	0,082

Tabulka 2: Výpočetní čas pro vstupní posloupnost 16 15 14 13 12 11 10 9 8 7 6 5 4 3 2 1

	Ubuntu	**Merlin**
Min [ms]	0,099	0,060
Max [ms]	0,333	0,140
Average [ms]	0,178	0,083

Tabulka 3: Výpočetní čas pro vstupní posloupnost 5 12 15 1 14 13 9 16 6 8 10 11 4 3 2 7

Z naměřených hodnot na školním serveru je patrné, že průměrný běh algoritmu se pohybuje v úzkém rozmezí 0,049 – 0,060 milisekund. Při výpočtu na lokálním stroji je rozpětí průměrného výpočtu vyšší v rozmezí 0,998 – 0,121 milisekund. Můžeme prohlásit, že výpočetní čas pro všechny tři případy by měl být teoreticky stejný, protože každou posloupnost musí postupně zpracovat všech 5 procesorů, ať už jsou čísla na vstupu seřazená či nikoliv.

5 Závěr

Úkolem projektu byla implementace a dokumentace jednoho z paralelních řadících algoritmů Pipeline Merge Sort. Počet vstupních čísel byl pevně nastaven na 16 a na základě příslušného vzorce byl nastaven před spuštěním programu příslušný počet procesorů na 5. Při programování bylo potřeba vytvořit indexy pracovního prostoru pro jednotlivé pracující procesory. Při implementaci jsem vycházela z vlastností uvedených na přednáškách do předmětu PRL, avšak bylo potřeba upravit obecně indexování, protože na podkladech k přednášce, kde byl Pipeline Merge Sort vysvětlen, se indexuje od 1 a nikoliv od 0. Z funkcí umožňující meziprocesorovou komunikaci bylo v programu použito úplné minimum – pouze funkce `MPI_Send` pro zaslání dat dalšímu procesoru a `MPI_Recv` pro přijetí dat od předchozího procesoru.

Pro experimentování bylo využito prostředí školního serveru a lokálního stroje. Výpočetní čas na lokálním stroji byl obecně vyšší. Bylo experimentováno s měřením času pro seřazení seřazené vstupní posloupnosti vzestupně, sestupně a neseřazené posloupnosti. Na seřazenosti čísel nezáleží, protože všechny použité procesy musí za všech situací zpracovat vstupní posloupnost.

Celkově implementaci považuji za úspěšnou, nejdůležitější částí bylo vytvořit správné indexování pro prostor algoritmu a správné pochopení samotného principu Pipeline Merge Sort. Projekt byl řádně otestován jak na lokálním systému, využívající novější knihovny OpenMPI, tak i v referenčním prostředí `merlin.fit.vutbr.cz`.

Reference

[1] HANÁČEK, P. *Paralelní a distribuované algoritmy – Řazení* [online]. Poslední změna 15. května 2020 [cit. 5. dubna 2021]. Dostupné na: <https://bit.ly/3t4oavq>.