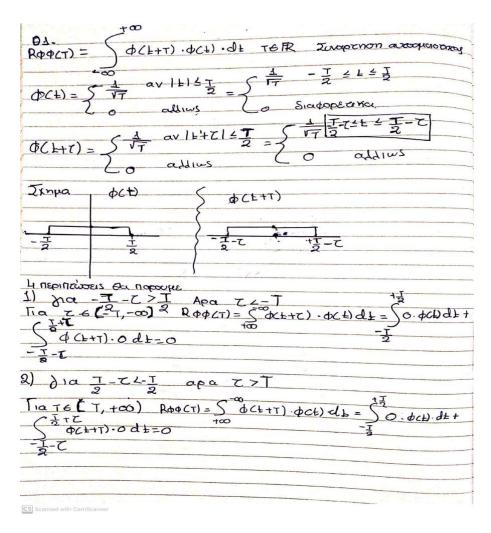
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ 1

Αικατερίνη Τσιμπιρδώνη 2018030013 Νοέμβριος 2021

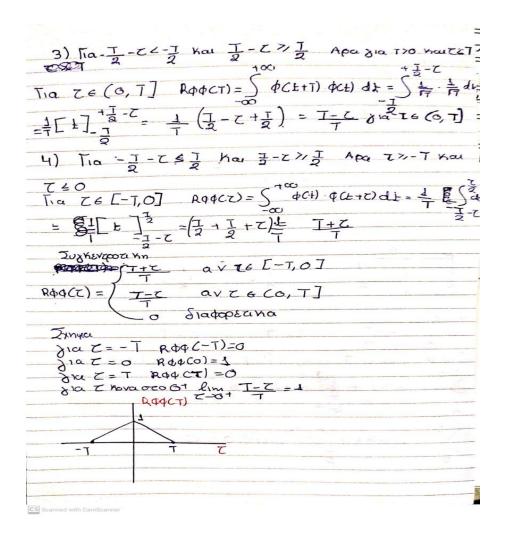
 $\Theta1$. Να υπολογίσετε αναλυτικά και να σχεδιάσετε τη συνάρτηση αυτοομοιότητας της

$$\phi(t) = \left\{ \begin{array}{ll} \frac{1}{\sqrt{T}}, & \text{an } |t| \leq \frac{T}{2} \\ 0, & \text{διαφορετικά}. \end{array} \right.$$

Τι παρατηρείτε; ΛΥΣΗ:



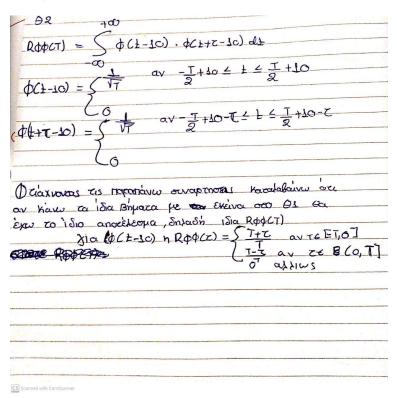
Φιγυρε 1: Θ1



Φιγυρε 2: $\Theta 1$ συνεχεια

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ: Η Rφφ είναι η συνάρτηση αυτοομοιότητας με τύπο που αναφέρεται στις χειρόγραφες σημειώσεις ειναι μια τριγωνική συνάρτηση και αυτο συμβαίνει λόγω του ολοκληρώματος που υπάρχει αφού η αρχική $\phi(t)$ ειναι τετραγωνική επίσης η $\phi(t)$ ειναι πεπερασασμένης ενέργειας με ενέργεια $R\phi\phi(0)$ =1:

 $\Theta.2 \ (10)$ Να επαναλάβετε για την $\phi(t-10)$.



Φιγυρε 3: Θ2

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ: Οπως προαναφέρθηκε η $\phi(t-10)$ έχει την ίδια \mathbf{R} φφ με την $\mathbf{\phi}(t)$ δηλαδή η μετατόπιση της δεν περνάει στην συνάρτηση αυτοομοιότητας.

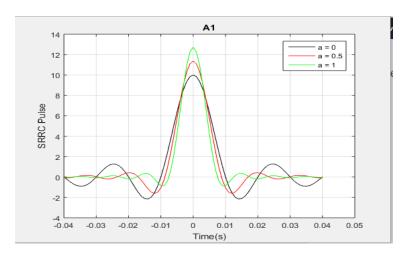
Α.1 Εκφώνηση

Να δημιουργήσετε παλμούς SRRC $\phi(t)$ (ενδεικτικές τιμές: $T=10^{-2}\,{\rm sec},\,T_s=\frac{T}{{\rm over}},\,{\rm over}=10,$ A=4 και συντελεστή roll-off a=0,0.5,1).

- 1. Να σχεδιάσετε σε **κοινό** plot τους παλμούς, στον κατάλληλο άξονα του χρόνου, για $T=10^{-3}\sec$, over =10, A=4 και a=0,0.5,1.
- 2. Τι παρατηρείτε σχετικά με το ρυθμό "μείωσης" του πλάτους των παλμών, όσο αυξάνεται η απόλυτη τιμή του χρόνου, σε σχέση με τις τιμές του a;

ΛΥΣΗ:

1.



Φιγυρε 4: Α1

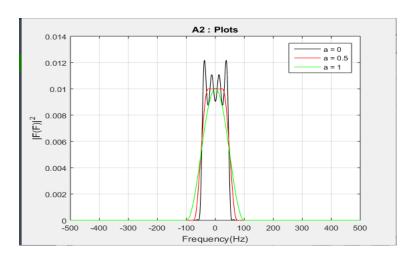
- 2. Παρατηρήσεις:
- 1. Με την αύξηση του α, αυξάνεται και το μέγιστο πλάτος του παλμου.
- 2.Καθώς και φθίνει πιο γρήγορα.

CODE:

```
close all;
clear ;
T=0.01;
over=10;
Ts=T/over;
A=4;
a = [0 \ 0.5 \ 1];
[f1, t1] = srrc_pulse(T, over, A, a(1));
[f2, t2] = srrc_pulse(T, over, A, a(2));
[f3, t3] = srrc_pulse(T, over, A, a(3));
figure
plot (t1, f1, 'black')
hold on
plot (t2, f2, 'red')
hold on
plot (t3, f3, 'green')
grid on
\mathbf{legend} \, (\; `a \_ = \_0 \; `, \; \; `a \_ = \_0.5 \; `, \; \; `a \_ = \_1 \; `) \, ;
xlabel('Time(s)');
ylabel('SRRC_Pulse');
title ('A1')
```

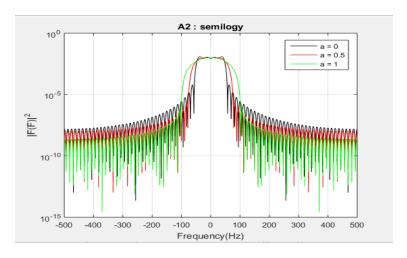
Α.2 Μέσω των συναρτήσεων fft και fftshift, να υπολογίσετε τους μετασχηματισμούς Fourier $\Phi(F)$ των παλμών που σχεδιάσατε στο προηγούμενο βήμα, σε N_f ισαπέχοντα σημεία στον άξονα συχνοτήτων $[-\frac{F_s}{2},\frac{F_s}{2})$ (ενδεικτικά, $N_f=1024,2048$). Να σχεδιάσετε τη φασματική πυκνότητα ενέργειας $|\Phi(F)|^2$ αυτών των παλμών:

1. σε κοινό plot, $\Lambda \Upsilon \Sigma H \colon$



Φιγυρε 5: α2.1

2. σε κοινό semilogy $\Lambda \Upsilon \Sigma H$:



Φιγυρε 6: α2.2

```
\begin{array}{l} N=2048;\\ Fs=1/Ts;\\ thz=-Fs/2{:}Fs/N{:}Fs/2{-}Fs/N;\\ F1=fftshift(fft(f1,N){*}Ts);\\ F2=fftshift(fft(f2,N){*}Ts);\\ F3=fftshift(fft(f3,N){*}Ts);\\ figure\\ plot(thz,~abs(F1).^2,~'black');\\ hold\ on \end{array}
```

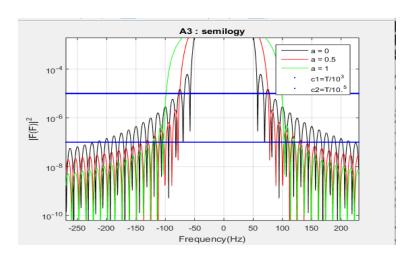
```
plot(thz, abs(F2).^2, 'red');
hold on
\mathbf{plot}(\text{thz}, \mathbf{abs}(\text{F3}).^2, \text{'green'});
hold on
grid on
legend('a = 0', 'a = 0.5', 'a = 1');
xlabel('Frequency(Hz)');
ylabel('|F(F)|^2');
title ('A2_:_Plots')
figure (2)
semilogy(thz, abs(F1).^2, 'black');
hold on
semilogy(thz, abs(F2).^2, 'red');
hold on
semilogy(thz, abs(F3).^2, 'green');
hold on
grid on
\mathbf{legend} \, (\ 'a \_ = \_0\ '\ , \quad 'a \_ = \_0.5\ '\ , \ 'a \_ = \_1\ '\ )\,;
xlabel('Frequency(Hz)');
ylabel('|F(F)|^2');
title ('A2_: semilogy')
```

Α.3 1. Να υπολογίσετε την τιμή του θεωρητικού εύρους φάσματος για καθένα από τους τρεις παλμούς. Το θεωρητικό εύρος φάσματος των παλμών άπειρης διάρκειας είναι $\mathrm{BW}=\frac{1+a}{2T}$.

ΛΥΣΗ:

1.BW = 50 gia $\alpha = 0$ 2.BW = 75 gia $\alpha = 0.5$ 3.BW = 100 gia $\alpha = 1$

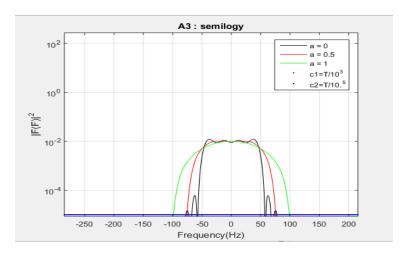
 $2.\Sigma$ το χοινό semilogy του ερωτήματος A.2, να σχεδιάσετε μία οριζόντια γραμμή με τιμή c (ενδεικτικά $c=\frac{T}{10^3}$) και να θεωρήσετε ότι οι τιμές οι οποίες ευρίσκονται κάτω από αυτή τη γραμμή είναι "πρακτικά μηδέν." Σ ε αυτή την περίπτωση, ποιο είναι προσεγγιστικά το εύρος φάσματος των τριών παραπάνω παλμών (η χρήση του zoom μπορεί να φανεί χρήσιμη); Ποιος παλμός είναι πιο αποδοτικός ως προς το εύρος φάσματος $\Lambda \Upsilon \Sigma H$:



Φιγυρε 7: Α3

Προσεγγιστικά το εύρος φάσματος των τριών παραπάνω παλμών για τιμή c (ενδεικτικά $c=\frac{T}{10^3}$) απο την εικόνα φαίνεται:

ΛΥΣΗ:



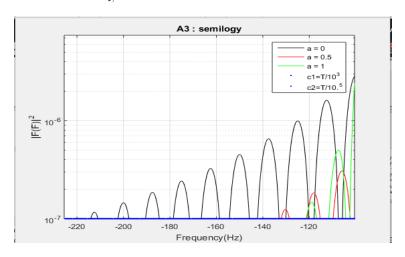
1.BW = 75 gia a=0

 $2.BW = 75 \dot{\gamma} i\alpha \alpha = 0.5$

3.BW = 100 gia a = 1

Όσο αφορα την αποδοτικότητα φαινεται απο το το σχήμα οτι πιο αποδοτικός ως προς το εύρος φάσματος είναι: ο α=0 διότι φθήνει γρηγορότερα

 $3.\Pi$ ώς μεταβάλλεται το εύρος φάσματος των παλμών αν $c=\frac{T}{10^5};~\Sigma$ την περίπτωση αυτή, ποιος παλμός είναι πιο αποδοτικός;



Προσεγγιστικά το εύρος φάσματος των τριών παραπάνω παλμών για τιμή c (ενδεικτικά $c=\frac{T}{10^5}$) απο την εικόνα φαίνεται:

1.BW = 210 για α=0

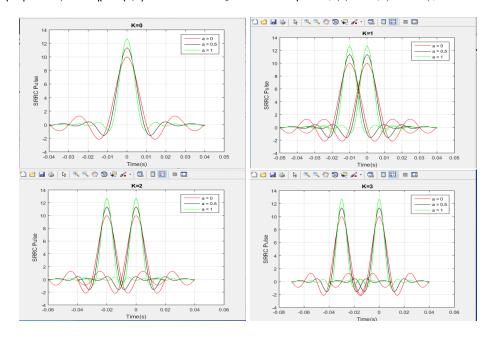
2.BW=130 gia a=0.5

3.BW = 120 gia a=1

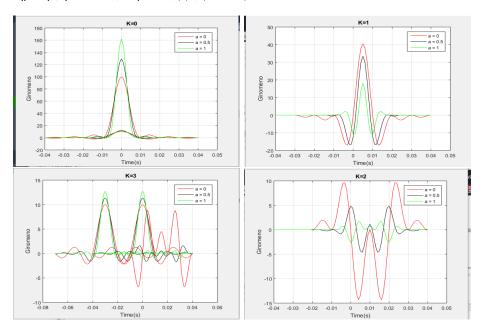
Όσο αφορα την αποδοτικότητα φαινεται απο το το σχήμα οτι πιο αποδοτικός ως προς το εύρος φάσματος είναι: Ο α =1 διότι φθήνει γρηγορότερα

```
c1=T/(1000);
c2=T/10.^5;
figure
semilogy(thz, abs(F1).^2, 'black');
hold on
semilogy(thz, abs(F2).^2, 'red');
hold on
semilogy(thz, abs(F3).^2, 'green');
hold on
semilogy(thz,c1, 'blue.');
hold on
semilogy(thz,c2, 'blue.');
grid on
\mathbf{legend} \, (\ 'a = 0', \ 'a = 0.5', \ 'a = 1', \ 'c1 = T/10^3', 'c2 = T/10.^5')
xlabel('Frequency(Hz)');
ylabel('|F(F)|^2');
title ('A3_: _semilogy')
```

- B.1 Α. Να σχεδιάσετε τα αποτελέσματα των βημάτων 1. και 2., για a=0,0.5,1 και k=0,1,2,3. ΛΥΣΗ:
 - 1. Για a=0,0.5,1, και $k=0,1,\dots,2A$, με A=5, (αντίστοιχα αποτελέσματα θα πάρετε για αρνητικά k) να δημιουργήσετε σε κοινό plot του παλμούς $\phi(t)$ και $\phi(t-kT)$,



2. να δημιουργήσετε το γινόμενο $\phi(t) \phi(t - kT)$,



```
figure (1)
plot(t1, f1, 'red')
hold on
plot(t2, f2, 'black')
\mathbf{hold} \  \, \mathrm{on} \\
plot (t3, f3, 'green')
\mathbf{hold} on
grid on
legend('a==0', 'a==0.5', 'a==1');
xlabel('Time(s)');
ylabel('SRRC_Pulse');
title('K=0')
figure(2)
\mathbf{plot}(t1, f1, red')
hold on
plot (t2, f2, 'black')
```

EP Ω THMA 1 CODE: A=5; k=0:2*A;

hold on

hold on

hold on

hold on

grid on

plot (t3, f3, 'green')

xlabel('Time(s)');

plot(t1-(k(2)*T), f1, 'red')

plot (t2-(k(2)*T), f2, 'black')

 $\mathbf{plot}(t3-(k(2)*T), f3, 'green')$

legend('a = 0', 'a = 0.5', 'a = 1');

```
ylabel('SRRC_Pulse');
title('.K=1')
figure (3)
plot(t1, f1, 'red')
hold on
plot(t2, f2, 'black')
hold on
plot(t3, f3, 'green')
hold on
plot (t1-(k(3)*T), f1, 'red')
hold on
\mathbf{plot}(t2-(k(3)*T), f2, 'black')
hold on
\mathbf{plot}(t3-(k(3)*T), f3, 'green')
grid on
legend('a = 0', 'a = 0.5', 'a = 1');
xlabel('Time(s)');
ylabel('SRRC_Pulse');
\mathtt{title} \, (\; \text{`\_K}\!\!=\!\!2\, \text{'}\, )
figure (4)
plot(t1, f1, 'red')
hold on
plot(t2, f2, 'black')
hold on
plot(t3, f3, 'green')
hold on
plot (t1-(k(4)*T), f1, 'red')
hold on
\mathbf{plot}(t2-(k(4)*T), f2, 'black')
hold on
\mathbf{plot}(t3-(k(4)*T), f3, 'green')
grid on
legend('a = 0', 'a = 0.5', 'a = 1');
xlabel('Time(s)');
ylabel('SRRC_Pulse');
title('.K=3')
   ΕΡΩΤΗΜΑ 2
CODE:
A=5;
k = 0:2*A;
k1 = 1;
k2 = 2:
k3 = 3;
figure
f1=givetherightlength(k(1),f1,T,Ts);
f2=givetherightlength(k(1),f2,T,Ts);
f3=givetherightlength(k(1),f3,T,Ts);
p1a = givetherightlength(k(2), f1, T, Ts);
p2a = givetherightlength(k(2), f2, T, Ts);
        givetherightlength (k(2), f3,T,Ts);
p3a =
p1b =
        givetherightlength (k(3), f1, T, Ts);
p2b =
       givetherightlength(k(3),f2,T,Ts);
        givetherightlength(k(3),f3,T,Ts);
```

```
p1c = givetherightlength(k(4), f1, T, Ts);
p2c =
       givetherightlength (k(4), f2, T, Ts);
p3c = givetherightlength(k(4), f3, T, Ts);
figure (1)
plot (t2, f1.*f1, 'red')
\mathbf{hold} on
plot (t2, f2.*f2, 'black')
hold on
plot (t3, f3.*f3, 'green')
hold on
grid on
legend('a == 0', 'a == 0.5', 'a == 1');
xlabel('Time(s)');
ylabel('Ginomeno');
title('.K=0')
figure (2)
plot (t1, f1.*p1a, 'red')
hold on
plot (t1, f2.*p2a, 'black')
hold on
plot (t1, f3.*p3a, 'green')
hold on
grid on
legend('a = 0', 'a = 0.5', 'a = 1');
xlabel('Time(s)');
ylabel('Ginomeno');
title('.K=1')
figure (3)
plot (t1, f1.*p1b, 'red')
hold on
plot (t1, f2.*p2b, 'black')
hold on
plot (t1, f3.*p3b, 'green')
hold on
grid on
legend('a==0', 'a==0.5', 'a==1');
xlabel('Time(s)');
ylabel('Ginomeno');
title('_K=2')
figure (4)
plot(t1, f1.*p1c, 'red')
hold on
plot (t1, f2.*p2c, 'black')
hold on
plot (t1, f3.*p3c, 'green')
hold on
grid on
legend('a = 0', 'a = 0.5', 'a = 1');
xlabel('Time(s)');
ylabel('Ginomeno');
title('.K=3')
```

FUNCTION:

function [V] = givetherightlength (k, f, T, Ts)

```
V = ([\,\mathbf{zeros}\,(1\,,\!(1/Ts)\ .*\ k\ .*\ T)\ f\,(1\ :\ \mathbf{end}\ -\ (1/Ts)\ .*\ k\ *\ T)\,]\,)\,; \mathbf{end}
```

3. Να προσεγγίσετε αριθμητικά το ολοκλήρωμα του γινομένου $\phi(t) \, \phi(t-kT)$, με τη μέθοδο που αναφέραμε στο μάθημα.

Να αναφέρετε τις τιμές των ολοκληρωμάτων που υπολογίσατε στο βήμα 3., για a=0,0.5,1 και k=0,1,2,3 και να προσπαθήσετε να τις εξηγήσετε.

```
\Lambda \Upsilon \Sigma H:
```

```
\Gammaia k=0
integral1 = 0.9747 \Gamma ia a=0
integral2 = 0.9999 \Gamma ia a=0.5
integral3 = 1.000 \Gamma ia a=1
\Gamma \iota \alpha k=1
integral1 = 0.0290 \Gamma \alpha a=0
integral2 = 2.1998x10^-5 \; \Gamma \mathrm{i}\alpha \; \mathrm{a}{=}0.5
integral3 = -4.6762x10^{-}5 \Gamma i\alpha a=1
\Gammaia k=2
integral1 = -0.0349 \Gamma ia a=0
integral2 = 3.3292x10^{-4} \Gamma ia a=0.5
integral3 = -8.2122x10^{-}5 \text{ Fig a=1}
\Gammaia k=3
integral1 = 0.0461 \Gamma ia a=0
integral2 = -3.4066x10^-4~\Gamma \mathrm{i}\alpha~\mathrm{a}{=}0.5
integral3 = -2.0308x10^{-4} \Gamma i\alpha a=1
```

Από τα γινόμενα που υπολογίσαμε φαινεται οτι αυξάνοντας το k για $a\!=\!0.5$ και 1 οι παλμοί φθίνουν γρηγορότερα και τίνει το γινόμενο τους στο 0 έτσι και το ολοκλήρωμα. Για αυτο για $k\!=\!0$ είναι πιο κοντά στο 1 αφού οι παλμοί δεν φθίνουν . Ενώ για $a\!=\!0$ η παλμοί δεν φθίνουν τοσο γρήγορα για αυτό και βλέπουμε τα ολοκληρώματα να μην είναι τόσο μικρά όσο για $a\!=\!0.5$ και 1.

CODE:

```
\begin{array}{l} \text{integral1} = & \text{sum}(\texttt{f1}.*\texttt{f1})*\texttt{Ts};\\ \text{integral2} = & \text{sum}(\texttt{f2}.*\texttt{f2})*\texttt{Ts};\\ \text{integral3} = & \text{sum}(\texttt{f3}.*\texttt{f3})*\texttt{Ts};\\ \text{integrala1} = & \text{sum}(\texttt{f1}.*\texttt{p1a})*\texttt{Ts};\\ \text{integrala2} = & \text{sum}(\texttt{f2}.*\texttt{p2a})*\texttt{Ts};\\ \text{integrala3} = & \text{sum}(\texttt{f3}.*\texttt{p3a})*\texttt{Ts};\\ \text{integralb1} = & \text{sum}(\texttt{f1}.*\texttt{p1b})*\texttt{Ts};\\ \text{integralb2} = & \text{sum}(\texttt{f2}.*\texttt{p2b})*\texttt{Ts};\\ \text{integralb3} = & \text{sum}(\texttt{f3}.*\texttt{p3b})*\texttt{Ts};\\ \text{integralc1} = & \text{sum}(\texttt{f1}.*\texttt{p1c})*\texttt{Ts};\\ \text{integralc2} = & \text{sum}(\texttt{f2}.*\texttt{p2c})*\texttt{Ts};\\ \text{integralc3} = & \text{sum}(\texttt{f3}.*\texttt{p3c})*\texttt{Ts};\\ \text{integralc3} = & \text{sum}(\texttt{f3}.*\texttt{p3c})*\texttt{Ts};\\ \text{integralc3} = & \text{sum}(\texttt{f3}.*\texttt{p3c})*\texttt{Ts};\\ \end{array}
```

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ:

- 1. Τέλος, θα προσομοιώσουμε ένα PAM σύστημα βασιχής ζώνης, το οποίο μεταφέρει N bits χρησιμοποιώντας διαμόρφωση 2-PAM. Έστω $T=0.1\,\mathrm{sec},$ over =10, a=0.5, και A=5.
- $\Delta.1$ Να δημιουργήσετε N bits b_i , για $i=0,\ldots,N-1$ (ενδεικτικά N=50,100), με την εντολή

$$b = (sign(randn(N, 1)) + 1)/2;$$
(1)

ΛΥΣΗ:

Η δημουργία των N bits φαίνεται στον κώδικα που θα προσκομιθεί παρακάτω.

Το σύστημα 2-ΡΑΜ βασιχής ζώνης υλοποιείται ως εξής.

Δ.2 Να γράψετε συνάρτηση

$$X = bits_to_2PAM(b);$$

η οποία παίρνει είσοδο την ακολουθία bits b και παράγει ως έξοδο την ακολουθία από 2-PAM σύμβολα X, χρησιμοποιώντας την εξής απεικόνιση:

$$0 \longrightarrow +1$$
,

$$1 \longrightarrow -1$$
.

ΛΥΣΗ:

CODE:

 $\begin{array}{ll} \textbf{function} \left[X \right] &= bitsto2PAM\left(b\right) \\ \textbf{for} & k=1: \textbf{length}\left(b\right) \\ \textbf{if} \left(b(k) == 0\right) \\ X(k) = 1; \\ \textbf{elseif} \left(b(k) == 1\right) \\ X(k) = -1; \end{array}$

end end end

Να προσομοιώσετε το σήμα

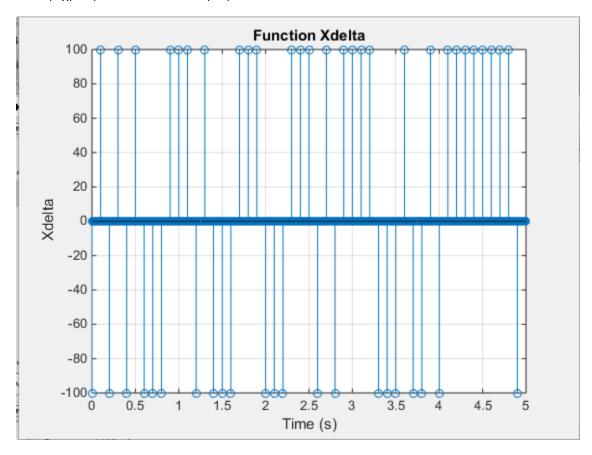
$$X_{\delta}(t) = \sum_{k=0}^{N-1} X_k \,\delta(t - kT),\tag{2}$$

μέσω της εντολής

$$X_{delta} = 1/T_s * upsample(X, over);$$
 (3)

1. Να ορίσετε κατάλληλα τον άξονα του χρόνου και να σχεδιάσετε το σήμα $X_{\delta}(t)$.

ΛΥΣΗ: ο χρόνος εκτείνεται στο διάστημα τ=0 και θα πρέπει να φανούν και τα Ν.Άρα ο χρόνος φτάνει μέχρι την τ=N*T, όπου T η περίοδος.

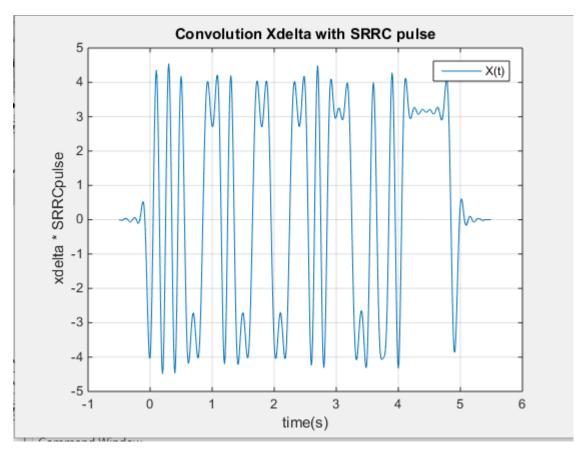


```
CODE:
T = 0.1;
N=50;
b=(sign(randn(N,1))+1)/2;
X=bitsto2PAM(b);
over=10;
Ts=T/over;
A=5;
a = 0.5;
Xdelta = (1/Ts)* upsample(X, over);
figure
ti = (0:Ts:N*T-Ts);
stem(ti, Xdelta);
hold on
grid on
title ('Function _Xdelta');
xlabel('Time_(s)')
ylabel('Xdelta')
```

Να δειγματοληπτήσετε κατάλληλα τον αποκομμένο SRRC παλμό, $\phi(t)$, και να προσομοιώσετε τη συνέλιξη $X(t) = X_{\delta}(t) \circledast \phi(t)$.

[2.] Να κατασκευάσετε κατάλληλα τον άξονα του χρόνου και να σχεδιάσετε το σήμα X(t). ΛΥΣΗ:

Καταλληλος αξονας: η συνέλιξη των x(t) και h(t), τα οποία είναι μη μηδενικά στα διαστήματα [txmin, txmax] [thmin, thmax], αρα για τη συνεληξη [txmin + thmin, txmax + thmax].



```
[f,t]=srrcpulse(T,over,A,a);
conv1t = [(t(1)+ti(1):Ts:t(end)+ti(end))];
Xc=conv(Xdelta,f)*Ts;
figure
plot(conv1t,Xc);
grid on
xlabel('time(s)');
ylabel('xdelta_*_SRRCpulse');
title('Convolution_Xdelta_with_SRRC_pulse');
legend('X(t)');
```

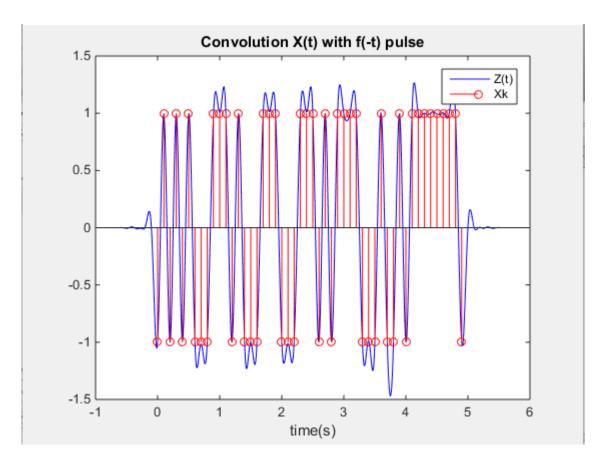
Υποθέτοντας ιδανικό κανάλι, στην είσοδο του δέκτη λαμβάνουμε X(t). Να προσομοιώσετε τη συνέλιξη $Z(t) = X(t) \circledast \phi(-t)$.

Να σχεδιάσετε το Z(t) στον αντίστοιχο άξονα του χρόνου και να βρείτε τι τιμές παίρνει τις χρονικές στιγμές kT, για $k=0,\ldots,N-1$. Να συσχετίσετε τις τιμές αυτές με τις τιμές των X_k , για $k=0,\ldots,N-1$. Μπορείτε να εξηγήσετε το φαινόμενο;

Ένας γραφικός τρόπος για να συγκρίνετε τις τιμές Z(kT) με τις τιμές X_k , για $k=0,\ldots,N-1$, είναι να επιλέξετε hold on στο plot του Z(t) και να εκτελέσετε την εντολή

$$\mathtt{stem}([0:N-1]*T,X);$$

όπου X είναι το διάνυσμα με τα σύμβολα $X_k,\,k=0,\ldots,N-1.$ Τι παρατηρείτε; Μπορείτε να εξηγήσετε το φαινόμενο; $\Lambda \Upsilon \Sigma {\rm H}$:



ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ: Ο $\varphi(t)$ πρόχειται για ενανSRRCπαλμό που παρατηρούμε οτι ειναι άρτιος αρα $\varphi(-t)=\varphi(t)$. Τα Z(kT) και τα X_k , για $k=0,\ldots,N-1$, ειναι σχεδόν ίδια με μικρές αποκλήσεις διότι ο $\varphi(t)$ ορθοκανονικός ως πρός τις μετατοπίσεις τους κατά kT, με k Z.

```
N1 = flip(f);
N1(end) = f(1);
conv2t =(t(1)+conv1t(1): Ts: t(end) + conv1t(end));
Z=conv(N1,Xc)*Ts;
figure
plot(conv2t,Z,'b');
```

```
hold on
stem ([0:N-1]*T, X, 'red');
legend ('Z(t)', 'Xk');
xlabel('time(s)');
title('Convolution_X(t)_with_f(-t)_pulse');
```