



UNIVERSIDADE
FEDERAL
DE PERNAMBUCO



Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática - CIn

Disciplina: Algoritmos e Estrutura de Dados

Docente: Sérgio Ricardo de Melo Queiroz

Discente:

Katharian Abrahel de Lima Vieira Gomes

Hallan Ângelo de Farias

Relatório do projeto: Grupo #1.4

Recife, 17 de Abril de 2023

Contexto do problema

O problema abordado neste projeto é a implementação do algoritmo de Dijkstra para encontrar o caminho mais curto em um grafo ponderado. Para isso, criou-se um grafo que representa a rede de metrô de Nova York a fim de achar o caminho mais curto entre duas estações quaisquer, caso elas estejam conectadas a partir de linhas de metrô.

Para a criação do grafo, foi utilizado uma base de dados pública do metrô disponibilizada por agências da cidade de Nova York. Essa base de dados pode ser acessada através do link: <https://data.cityofnewyork.us/views/kk4q-3rt2/rows.csv>. Essa base de dados possui o nome das estações assim como a numeração referente a cada uma delas; a localização de cada estação referenciada a partir de coordenadas geográficas (latitude e longitude); as linhas de metrô de cada estação e seus respectivos horários. Vale ressaltar que não foram considerados os horários para criação do grafo, somente as linhas de cada estação, e que os nós do grafo foram definidos a partir da numeração das estações, visto que algumas possuem nomes iguais. É possível observar no Anexo II o número que corresponde a cada estação.

Implementação

O algoritmo utilizado neste projeto é o algoritmo de Dijkstra, que é um algoritmo de busca em grafos que soluciona o problema do caminho mais curto em grafos ponderados, com arestas de pesos não negativos. Para isso, foi feito um código em python para implementação do algoritmo, utilizando as bibliotecas pandas, networkx e matplotlib para carregar e visualizar os dados, e o módulo math para calcular a distância geodésica entre as estações.

O primeiro passo foi utilizar a biblioteca networkx para criar um grafo vazio. A partir desse grafo, adiciona-se cada nó, extraindo sua posição geográfica através da coluna "the_geom", a qual é tratada para remover informações desnecessárias. Em seguida, é adicionado o nó do grafo criado anteriormente, com um identificador único através da coluna OBJECTID, além de informações adicionais como nome da estação (NAME) e sua posição (pos).

Em seguida foi criada as arestas do grafo, conectando os nós a partir das estações vizinhas que possuem linhas de metrô em comum. Para cada linha do dataset, é verificado se a estação atual é diferente da estação que está sendo comparada ($idx1 \neq idx2$) e se ambas possuem uma linha de metrô em comum. Se sim, é calculado a distância entre as estações utilizando a função haversine e adicionado à lista de vizinhos (neighbors), junto com o identificador da estação vizinha. Importa destacar que a distância entre duas estações é determinada por meio de uma linha reta, tendo em vista que tal cálculo se baseia nas coordenadas de latitude e longitude dos pontos. Entretanto, é necessário salientar que essa medida pode não refletir com precisão a distância efetiva entre as estações, uma vez que o trajeto entre elas pode não seguir necessariamente uma linha reta.

Com o grafo criado, é possível implementar o algoritmo. O algoritmo de Dijkstra foi implementado na função `dijkstra_shortest_path`, que recebe como parâmetros um grafo `G`, um nó de origem `source` e um nó de destino `target`. A função utiliza o algoritmo de Dijkstra para encontrar o menor caminho entre a origem e o destino no grafo `G`. Para cada nó, a função mantém uma distância mínima e um nó predecessor, inicializados como infinito e nenhum, respectivamente. A distância do nó de origem para si mesmo é zero. A função cria um conjunto de nós não visitados e, enquanto houver nós não visitados, encontra o nó não visitado com a menor distância. Se o nó atual for o nó de destino, o algoritmo pode parar. Caso contrário, a função atualiza as distâncias dos vizinhos do nó atual. Se a nova distância for menor do que a distância anterior, a função atualiza a distância e o predecessor do nó vizinho. Ao final do algoritmo, se o nó de destino não foi alcançado, a função retorna `None`. Caso contrário, a função reconstrói o caminho a partir dos predecessores e calcula o custo do caminho. O caminho é retornado como uma lista de nós e o custo é retornado como uma lista de pesos de arestas.

A função `imprime_dijkstra` é responsável por chamar a função `dijkstra_shortest_path` e imprimir o resultado na tela. A função recebe os nós de origem e destino digitados pelo usuário e verifica se eles pertencem ao grafo. Se houver informações insuficientes ou um nó não pertencer ao grafo, a função imprime uma mensagem de erro. Caso contrário, a função chama a função `dijkstra_shortest_path` e imprime o menor caminho e a distância total na tela. Além disso, a função plota o menor caminho no grafo usando a biblioteca `networkx` e a biblioteca `matplotlib.pyplot`.

O final do código cria uma janela gráfica utilizando o módulo `Tkinter`. Utilizando o `tkinter`, é criada uma janela onde dentro dela são adicionados diversos widgets, como textos, entradas de texto e botões. Há uma entrada de texto para o usuário digitar sua origem e destino, um botão para executar o algoritmo de Dijkstra. Também há um botão para visualizar o grafo completo. Em resumo, o final do código cria uma interface gráfica para interagir com o algoritmo de Dijkstra e visualizar o grafo completo das estações de metrô de NY.

OBS: Nem todas estações possuem caminhos um para o outro. É possível observar as conexões das estações no Anexo I.

Conclusão

O projeto mostrou que é possível utilizar o algoritmo de Dijkstra para encontrar o caminho mais curto em um grafo ponderado, como é o caso da rede de metrô de Nova York. Para isso, foi criado um grafo a partir de uma base de dados pública, a qual continha informações sobre as estações de metrô, incluindo suas localizações e linhas de metrô. Com o grafo criado, foi possível implementar o algoritmo de Dijkstra em Python utilizando as bibliotecas `pandas`, `networkx` e `matplotlib`. O resultado foi um sistema que permite ao usuário encontrar o caminho mais curto entre duas estações quaisquer do metrô de Nova York.

Uma limitação do projeto foi a utilização da distância geodésica entre as estações para calcular a distância entre os nós do grafo. Embora essa medida seja comum em

aplicações que envolvem localização geográfica, ela pode não refletir com precisão a distância efetiva entre as estações, uma vez que o trajeto entre elas pode não seguir necessariamente uma linha reta. Portanto, uma possível melhoria seria utilizar informações sobre as linhas de metrô e suas respectivas distâncias para aprimorar a precisão dos cálculos.

Abaixo segue algumas imagens do programa funcionando:

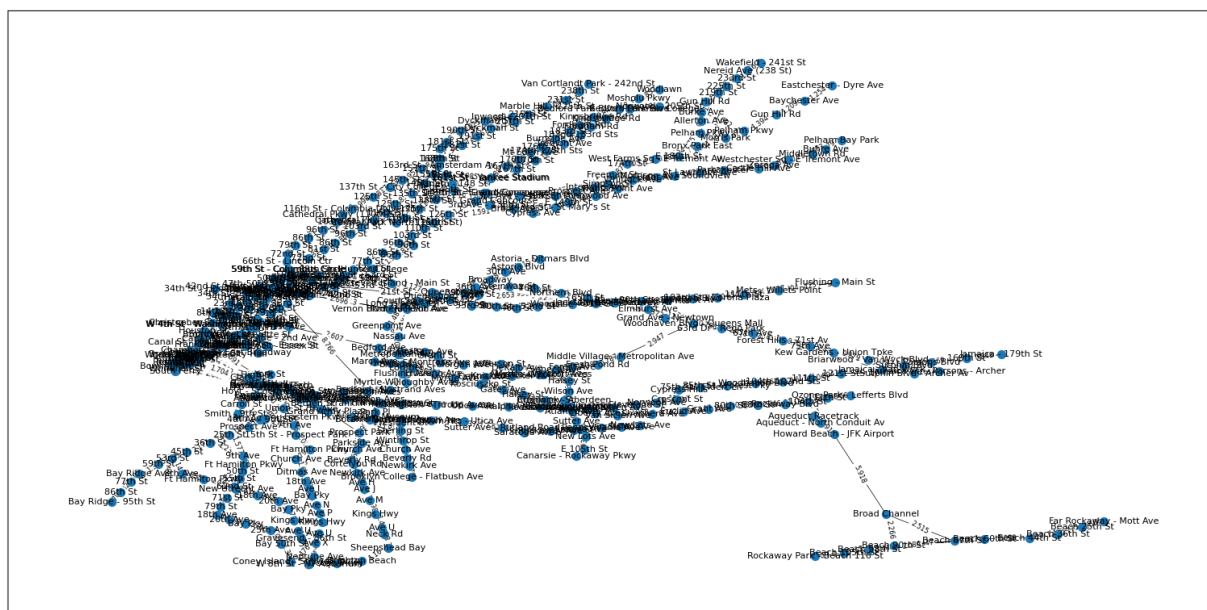
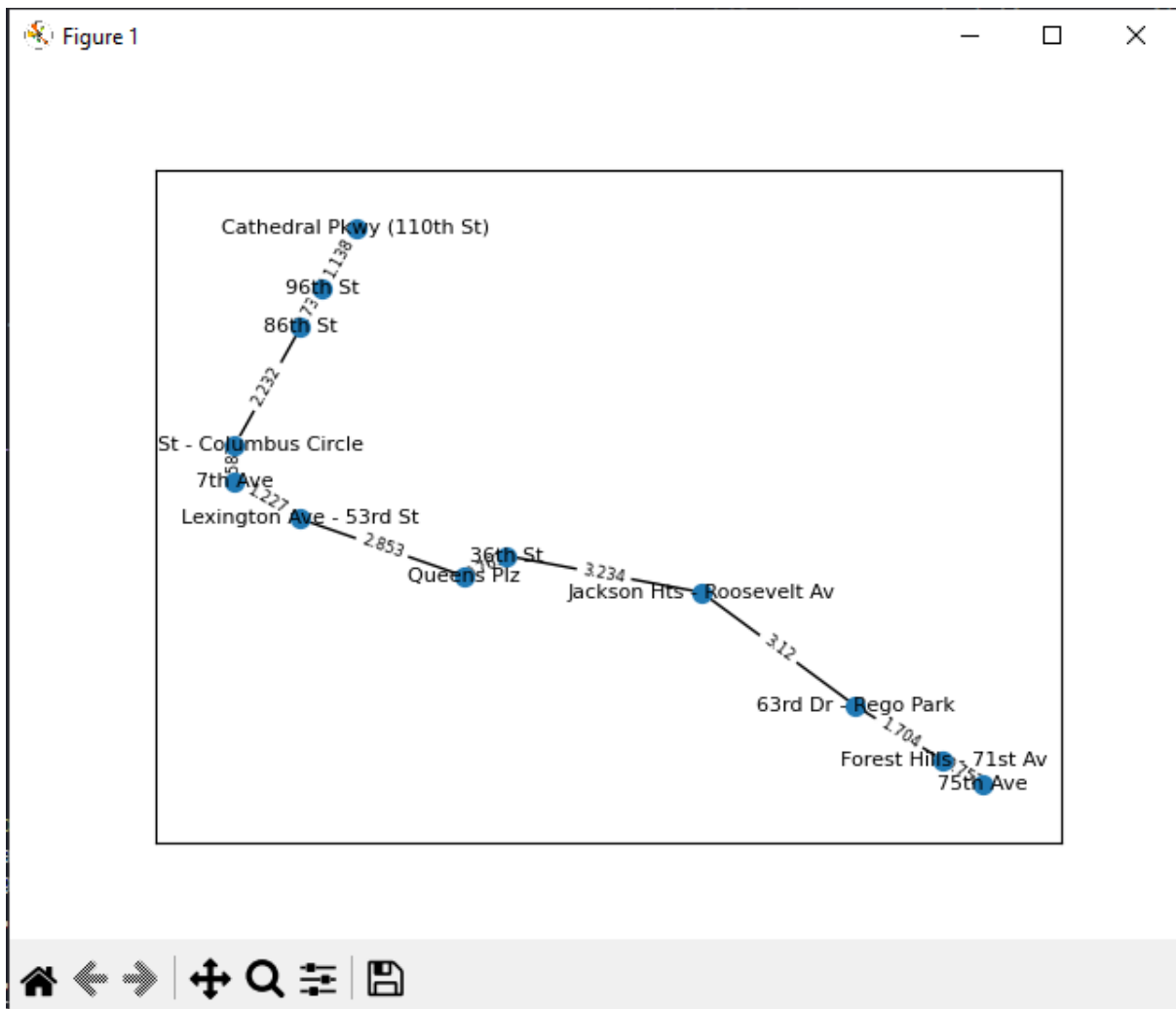
The screenshot shows a web application window titled "Estações de Metrô de NY". It has a green background. On the left, there are two input fields: "Digite aqui a sua origem" with the value "7" and "Digite aqui o seu destino" with the value "164". Below these are two buttons: "Executar algoritmo" and "Ver Grafo". On the right, a white box displays the calculated path and total distance.

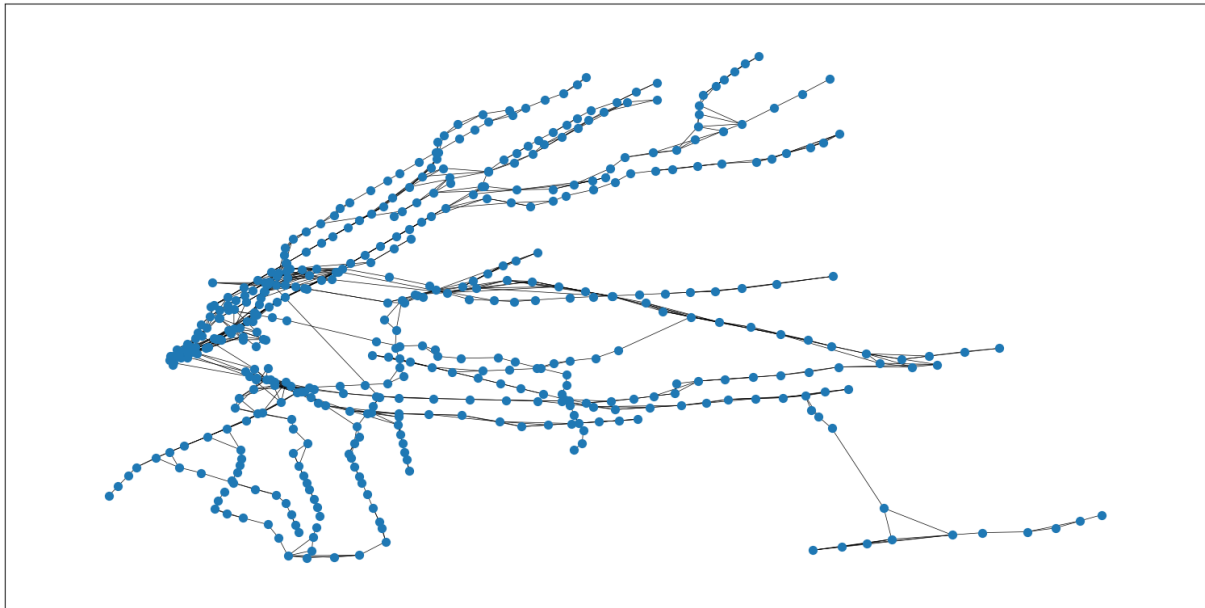
O caminho de 7 até 164 será:

- 7->57: 1.138 (Cathedral Pkwy (110th St) -> 96th St)
- 57->165: 0.736 (96th St -> 86th St)
- 165->353: 2.232 (86th St -> 59th St - Columbus Circle)
- 353->348: 0.587 (59th St - Columbus Circle -> 7th Ave)
- 348->143: 1.227 (7th Ave -> Lexington Ave - 53rd St)
- 143->307: 2.853 (Lexington Ave - 53rd St -> Queens Plz)
- 307->10: 0.763 (Queens Plz -> 36th St)
- 10->438: 3.234 (36th St -> Jackson Hts - Roosevelt Av)
- 438->191: 3.12 (Jackson Hts - Roosevelt Av -> 63rd Dr - Rego Park)
- 191->245: 1.704 (63rd Dr - Rego Park -> Forest Hills - 71st Av)
- 245->164: 0.752 (Forest Hills - 71st Av -> 75th Ave)

A distância total será de 18 km e 346 metros.

Busca do menor caminho entre as estações 7 e 164





Grafo completo sem o nome das estações e as distâncias para melhor visualização

Referências

Pandas Documentation. 2023. Disponível em: <https://pandas.pydata.org/docs/>. Acesso em: 16 abr. 2023.

Networkx Documentation. 2023. Disponível em: <https://networkx.org/documentation/stable/index.html>. Acesso em: 16 abr. 2023.

Matplotlib Documentation. 2023. Disponível em: <https://matplotlib.org/stable/index.html>. Acesso em: 16 abr. 2023.

Algoritmo de Dijkstra. **Wikipedia**, 2023. Disponível em: https://pt.wikipedia.org/wiki/Algoritmo_de_Dijkstra. Acesso em: 16 abr. 2023.

Anexos

Anexo I. Agrupamento de estações que fazem conexões entre si.

Grupo 1: {1, 2, 3, 4, 5, 6, 18, 19, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 94, 96, 97, 102, 105, 115, 116, 123, 125, 126, 128, 129, 130, 131, 132, 133, 134, 135, 136, 141, 156, 157, 158, 159, 160, 162, 166, 167, 168, 169, 170, 172, 173, 174, 175, 177, 178, 179, 193, 195, 199, 200, 201, 202, 203, 213, 217, 218, 221, 222, 248, 249, 250, 253, 254, 255, 256, 257, 258, 259, 260, 261, 262, 264, 266, 267, 268, 269, 271, 272, 273, 274, 276, 277, 278, 280, 284, 285, 286, 287, 289, 290, 291, 292, 358, 359, 402, 403, 404, 405, 406, 407, 408, 418, 419, 420, 425, 426, 427, 430, 439, 445, 446, 450, 451, 455, 456, 457, 458, 462, 463, 464, 467, 468}

Grupo 2: {7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 20, 21, 22, 35, 36, 37, 38, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 75, 76, 77, 80, 81, 82, 83, 84, 98, 99, 100, 104, 106, 107, 108, 109, 110, 111, 112, 113, 114, 117, 118, 119, 120, 121, 122, 124, 127, 641, 642, 643, 137, 138, 139, 140, 142, 143, 144, 145, 147, 148, 153, 154, 161, 163, 164, 165, 171, 176, 180, 181, 182, 183, 184, 185, 186, 187, 188, 191, 192, 196, 198, 205, 206, 207, 208, 209, 210, 214, 215, 224, 225, 226, 227, 228, 229, 232, 233, 234, 237, 238, 242, 243, 244, 245, 246, 247, 263, 265, 270, 275, 279, 281, 288, 295, 296, 297, 298, 299, 300, 301, 302, 303, 307, 308, 309, 310, 311, 312, 313, 314, 315, 316, 317, 318, 319, 320, 321, 322, 323, 324, 325, 326, 327, 328, 329, 330, 331, 332, 333, 334, 335, 336, 337, 338, 339, 340, 341, 342, 343, 344, 345, 346, 347, 348, 349, 350, 351, 352, 353, 354, 355, 356, 357, 360, 361, 362, 363, 364, 365, 366, 367, 368, 369, 370, 371, 372, 373, 374, 375, 376, 377, 378, 379, 380, 381, 382, 385, 386, 387, 388, 389, 390, 391, 392, 393, 394, 395, 396, 397, 398, 399, 400, 401, 409, 410, 411, 412, 413, 414, 415, 416, 417, 421, 422, 423, 424, 428, 429, 431, 432, 433, 434, 435, 436, 437, 438, 440, 441, 444, 447, 448, 449, 452, 453, 454, 459, 460, 461, 465, 469}

Grupo 3: {23, 24, 25, 155, 293, 294, 304, 54, 189, 190, 197, 204, 78, 79, 466, 470, 93, 95, 101, 230, 231, 103, 236, 239, 240, 241, 251, 252}

Grupo 4: {384, 146, 149, 150, 151, 152, 282, 283, 305, 306, 442, 443, 194, 72, 73, 74, 211, 212, 216, 219, 220, 223, 235, 383}

Anexo II. Quadro com nome e número das estações

Nome da estação	Número da estação
Astor Pl	1
Canal St	2
50th St	3
Bergen St	4
Pennsylvania Ave	5
238th St	6
Cathedral Pkwy (110th St)	7
Kingston - Throop Aves	8
65th St	9
36th St	10
Delancey St - Essex St	11
Van Siclen Ave	12
Norwood Ave	13
104th-102nd Sts	14
DeKalb Ave	15
Beach 105th St	16
Beach 90th St	17
Freeman St	18
Intervale Ave	19
182nd-183rd Sts	20
174th-175th Sts	21
167th St	22
Mets - Willets Point	23
Junction Blvd	24
Flushing - Main St	25
Buhre Ave	26
3rd Ave - 138th St	27
Castle Hill Ave	28
Brooklyn Bridge - City Hall	29
Zerega Ave	30
Grand Central - 42nd St	31
33rd St	32
96th St	33
77th St	34
Chauncey St	35
Union St	36
Elmhurst Ave	37
Ralph Ave	38
Pelham Pkwy	39
Gun Hill Rd	40
Nereid Ave (238 St)	41
Franklin Ave	42

Simpson St	43
Bronx Park East	44
Winthrop St	45
Van Siclen Ave	46
149th St - Grand Concourse	47
161st St - Yankee Stadium	48
Lexington Ave - 59th St	49
E 149th St	50
Morrison Av - Soundview	51
Whitlock Ave	52
St Lawrence Ave	53
Woodside - 61st St	54
Far Rockaway - Mott Ave	55
72nd St	56
96th St	57
168th St	58
Kingsbridge Rd	59
42nd St - Bryant Pk	60
Prospect Park	61
55th St	62
Jamaica - Van Wyck	63
Kew Gardens - Union Tpke	64
Sutphin Blvd - Archer Av	65
Court Sq - 23rd St	66
67th Ave	67
Grand Ave - Newtown	68
Ditmas Ave	69
Classon Ave	70
Broadway	71
Lorimer St	72
Sutter Ave	73
Wilson Ave	74
Halsey St	75
Lorimer St	76
8th Ave	77
36th Ave	78
Broadway	79
Times Sq - 42nd St	80
Grand Central - 42nd St	81
Park Pl	82
111th St	83
W 4th St - Washington Sq	84

(Lower)	
51st St	85
86th St	86
233rd St	87
66th St - Lincoln Ctr	88
Hunts Point Ave	89
Canal St	90
Middletown Rd	91
23rd St	92
Court Sq	93
59th St - Columbus Circle	94
Hunters Point Ave	95
23rd St	96
Houston St	97
104th St	98
Broad Channel	99
Ocean Pkwy	100
Vernon Blvd - Jackson Ave	101
68th St - Hunter College	102
Queensboro Plz	103
Rockaway Blvd	104
Union Sq - 14th St	105
Bedford - Nostrand Aves	106
15th St - Prospect Park	107
7th Ave	108
Ft Hamilton Pkwy	109
Church Ave	110
Beverly Rd	111
Church Ave	112
Newkirk Ave	113
Parkside Ave	114
Grand Army Plaza	115
Atlantic Av - Barclay's Center	116
Rockaway Ave	117
Fulton St	118
Clinton - Washington Aves	119
7th Ave	120
Atlantic Av - Barclay's Center	121
Atlantic Av - Barclay's Center	122
Borough Hall	123

Aqueduct Racetrack	124
Morris Park	125
Pelham Pkwy	126
Nostrand Ave	127
Nevens St	128
Eastern Pkwy - Bklyn Museum	129
Beverly Rd	130
Church Ave	131
Newkirk Ave	132
Brooklyn College - Flatbush Ave	133
Sterling St	134
Crown Hts - Utica Ave	135
Kingston Ave	136
Nassau Ave	137
Greenpoint Ave	138
Marcy Ave	139
Hewes St	140
138th St - Grand Concourse	141
5th Ave - 53rd St	142
Lexington Ave - 53rd St	143
28th St	144
Herald Sq - 34th St	145
1st Ave	146
Times Sq - 42nd St	147
Metropolitan Ave	148
Grand St	149
Graham Ave	150
Bedford Ave	151
Montrose Ave	152
Long Island City - Court Sq	153
21st St	154
39th Ave	155
145th St	156
157th St	157
96th St	158
103rd St	159
Central Park North (110th St)	160
103rd St	161
72nd St	162
81st St	163

75th Ave	164
86th St	165
Cathedral Pkwy (110th St)	166
116th St - Columbia University	167
125th St	168
135th St	169
116th St	170
Tremont Ave	171
137th St - City College	172
145th St	173
176th St	174
Burnside Ave	175
170th St	176
168th St	177
181st St	178
191st St	179
175th St	180
Beach 44th St	181
Beach 60th St	182
Beach 98th St	183
Rockaway Park - Beach 116 St	184
Beach 36th St	185
Beach 25th St	186
Parsons Blvd	187
169th St	188
103rd St - Corona Plaza	189
111th St	190
63rd Dr - Rego Park	191
Grant Ave	192
79th St	193
Atlantic Ave	194
Christopher St - Sheridan Sq	195
Ozone Park - Lefferts Blvd	196
Times Sq - 42nd St	197
W 8th St - NY Aquarium	198
28th St	199
28th St	200
Pelham Bay Park	201
Westchester Sq - E Tremont Ave	202
18th St	203

Grand Central - 42nd St	204
Beach 67th St	205
W 4th St - Washington Sq (Upper)	206
85th St - Forest Pky	207
Woodhaven Blvd	208
111th St	209
121st St	210
Halsey St	211
Myrtle - Wyckoff Aves	212
New Lots Ave	213
Van Siclen Ave	214
Cleveland St	215
Livonia Ave	216
Junius St	217
Rockaway Ave	218
Canarsie - Rockaway Pkwy	219
E 105th St	220
Saratoga Ave	221
Sutter Ave - Rutland Road	222
New Lots Ave	223
Broadway Junction	224
Alabama Ave	225
Shepherd Ave	226
Crescent St	227
Cypress Hills	228
75th St - Eldert Ln	229
69th St	230
74th St - Broadway	231
Woodhaven Blvd - Queens Mall	232
Myrtle - Wyckoff Aves	233
Seneca Ave	234
DeKalb Ave	235
52nd St	236
46th St	237
Northern Blvd	238
46th St	239
82nd St - Jackson Hts	240
90th St - Elmhurst Av	241
Howard Beach - JFK Airport	242
Aqueduct - North Conduit Av	243

Briarwood - Van Wyck Blvd	244
Forest Hills - 71st Av	245
Sutphin Blvd	246
Jamaica Ctr - Parsons / Archer	247
225th St	248
Elder Ave	249
Longwood Ave	250
Astoria Blvd	251
Astoria - Ditmars Blvd	252
Jackson Ave	253
Prospect Ave	254
Cypress Ave	255
174th St	256
Allerton Ave	257
E 143rd St - St Mary's St	258
Kingsbridge Rd	259
Bedford Park Blvd - Lehman College	260
Harlem - 148 St	261
Mt Eden Ave	262
Fordham Rd	263
170th St	264
Bedford Park Blvd	265
Marble Hill - 225th St	266
231st St	267
215th St	268
207th St	269
Inwood - 207th St	270
Van Cortlandt Park - 242nd St	271
West Farms Sq - E Tremont Av	272
219th St	273
Mosholu Pkwy	274
Norwood - 205th St	275
Burke Ave	276
Baychester Ave	277
Eastchester - Dyre Ave	278
Jamaica - 179th St	279
Wakefield - 241st St	280
Botanic Garden	281
Bushwick - Aberdeen	282
Broadway Junction	283

Gun Hill Rd	284
E 180th St	285
Dyckman St	286
125th St	287
Franklin Ave - Fulton St	288
149th St - Grand Concourse	289
3rd Ave - 149th St	290
167th St	291
Brook Ave	292
33rd St	293
40th St	294
145th St	295
155th St	296
161st St - Yankee Stadium	297
Utica Ave	298
Steinway St	299
Kosciuszko St	300
Gates Ave	301
Central Ave	302
Knickerbocker Ave	303
30th Ave	304
Jefferson St	305
Morgan Ave	306
Queens Plz	307
18th Ave	308
77th St	309
Bay Ridge Ave	310
50th St	311
Ft Hamilton Pkwy	312
25th Ave	313
Bay Pky	314
20th Ave	315
18th Ave	316
Bay Ridge - 95th St	317
86th St	318
79th St	319
71st St	320
20th Ave	321
18th Ave	322
62nd St	323
New Utrecht Ave	324
Ave U	325
Kings Hwy	326

Brighton Beach	327
Sheepshead Bay	328
Ave U	329
Kings Hwy	330
Ave U	331
Kings Hwy	332
Neptune Ave	333
Ave X	334
Bay 50th St	335
Gravesend - 86th St	336
Ave P	337
Ave N	338
Bay Pky	339
Ave M	340
Bay Pky	341
Ave I	342
Ave J	343
Ave H	344
Neck Rd	345
21st St - Queensbridge	346
50th St	347
7th Ave	348
47th-50th Sts - Rockefeller Ctr	349
57th St	350
Lexington Ave - 63rd St	351
Roosevelt Island - Main St	352
59th St - Columbus Circle	353
49th St	354
57th St	355
5th Ave - 59th St	356
Lexington Ave - 59th St	357
34th St - Penn Station	358
Times Sq - 42nd St	359
Fulton St	360
Chambers St	361
42nd St - Port Authority Bus Term	362
Myrtle-Willoughby Aves	363
Flushing Ave	364
23rd St	365
Herald Sq - 34th St	366
Hoyt - Schermerhorn Sts	367
Jay St - MetroTech	368

East Broadway	369
Delancey St - Essex St	370
Lower East Side - 2nd Ave	371
Flushing Ave	372
Myrtle Ave	373
4th Av - 9th St	374
Smith - 9th Sts	375
Bergen St	376
Jay St - MetroTech	377
Court St	378
Union Sq - 14th St	379
23rd St	380
Prospect Ave	381
4th Av - 9th St	382
3rd Ave	383
Union Sq - 14th St	384
Liberty Ave	385
Broadway Junction	386
59th St	387
45th St	388
36th St	389
9th Ave	390
53rd St	391
Ft Hamilton Pkwy	392
25th St	393
Carroll St	394
Spring St	395
181st St	396
190th St	397
116th St	398
125th St	399
Prince St	400
8th St - NYU	401
Fulton St	402
Park Pl	403
Chambers St	404
Hoyt St	405
Borough Hall	406
183rd St	407
Fordham Rd	408
World Trade Center	409
Canal St - Holland Tunnel	410
155th St	411
163rd St - Amsterdam Av	412

Fulton St	413
Chambers St	414
Canal St	415
City Hall	416
Canal St	417
South Ferry	418
Bowling Green	419
Wall St	420
Whitehall St	421
Rector St	422
Fresh Pond Rd	423
Middle Village - Metropolitan Ave	424
Rector St	425
Cortlandt St	426
Fulton St	427
Broad St	428
Cortlandt St	429
Wall St	430
Dyckman St	431
Grand St	432
Broadway - Lafayette St	433
Bowery	434
Canal St	435
23rd St	436
34th St - Penn Station	437
Jackson Hts - Roosevelt Av	438
14th St	439
135th St	440
14th St	441
6th Ave	442
8th Ave	443
14th St	444
Nostrand Ave	445
Clark St	446
Franklin Ave	447
Clinton - Washington Aves	448
Forest Ave	449
110th St	450
86th St	451
York St	452
High St	453
Lafayette Ave	454

President St	455
Woodlawn	456
Bleecker St	457
103rd St	458
Euclid Ave	459
88th St	460
Cortelyou Rd	461
116th St	462
Parkchester	463
Franklin St	464
80th St	465
5th Ave - Bryant Pk	466
Spring St	467
125th St	468
Coney Island - Stillwell Av	469
34th St - Hudson Yards	470
72nd St	641
86th St	642
96th St	643