Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura
Escuela de Ciencias Exactas y Naturales
Complementos Matemáticos I

Apunte de Clases 1
Representación de grafos

Representación de grafos simples

De ahora en más un grafo estará definido en *python* como una tupla cuyo primer elemento es una lista de nodos o vértices del grafo, y su segundo elemento es una lista que contiene las aristas del grafo. Un vértice está representado por un caracter o una palabra, y una arista está representada por una tupla de dos vértices.
En el caso de estar trabajando con grafos no dirigidos, el grafo G de la Figura1,

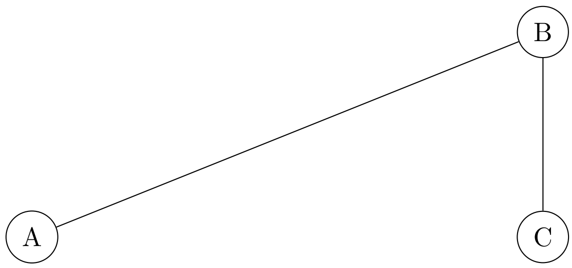

Figura 1: Grafo no dirigido G.

puede representarse en python como:

$$G = (['A','B','C'], [('A','B'), ('B','C')]) \tag{1}$$

La **matriz de adyacencia** correspondiente al grafo G está dada por:

$$\begin{array}{c c} & \begin{array}{ccc} A & B & C \end{array} \\ \begin{array}{c} A \\ B \\ C \end{array} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

Es decir, la matriz de adyacencia de un grafo G de n vértices y m aristas será una matriz A cuadrada de nxn. Si G es un grafo sin bucles, la componente A_{ij} de la matriz será 1 si y solo si la arista *(i,j)* pertenece al grafo, y será 0 en caso contrario. Note que si G es un grafo no dirigido, entonces A siempre es simétrica. En el caso particular de tener un grafo con bucles, suele usarse el valor 2 en la componente $A_{i,i}$ que representa al bucle.
En python representamos la matriz de adyacencia correspondiente al ejemplo de la siguiente manera:

$$(['A','B','C'], [[0,1,0], [1,0,1], [0,1,0]])$$

La **matriz de incidencia** correspondiente al grafo G está dada por:

$$\begin{array}{c c} & \begin{array}{ccc} A & B & C \end{array} \\ \begin{array}{c} AB \\ BC \end{array} & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

Es decir, la matriz de incidencia de un grafo G de n vértices y m aristas será una matriz I de mxn, en donde cada fila representa una arista, y cada columna, un nodo. Si G es un grafo no dirigdo

sin bucles, la componente I_{aj} de la matriz será 1 si y solo si el nodo j pertenece a la arista a, y será 0 en caso contrario. En el caso particular de tener un grafo con un bucle (i,i), puede usarse el valor 2 en la componente $A_{(i,i),i}$.
En python representamos la matriz de incidencia correspondiente al ejemplo de la siguiente manera:

$$(['A','B','C'],[[1,1,0],[0,1,1]])$$

Grafos dirigidos y multigrafos

Si deseamos representar grafos dirigidos o muiltigrafos podremos usar el mismo tipo de estructura antes propuesto con algunas consideraciones. Si se está trabajando en un universo de grafos dirigidos, el grafo no dirigido de la Figura 1 deberá representarse en python como:

$$G = (['A','B','C']\,[('A','B'),('B','A'),('B','C'),('C','B')]) \tag{2}$$

Ahora bien podemos representar el grafo dirigido de la Figura 2 de la siguiente manera:

$$G = (['A','B','C']\,[('A','B'),('B','C')]) \tag{3}$$

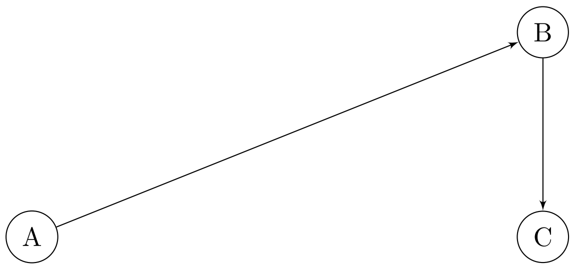

Figura 2: Grafo dirigido G.

La matriz de adyacencia está dada por:

$$\begin{array}{c|c} & \begin{array}{ccc} A & B & C \end{array} \\ \begin{array}{c} A \\ B \\ C \end{array} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

y la matriz de incidencia está dada por:

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc} A & B & C \end{array} \\ \begin{array}{c} AB \\ BC \end{array} & \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

Note que en grafos dirigidos diferenciamos el nodo inicial y final de una arista usando -1 o 1, respectivamente.

De igual manera el multi-grafo de la Figura 3 se representa como:

$$G = (['A','B','C']\,[('A','B'),('A','B'),('B','C')]) . \tag{4}$$

Ahora, la matriz de adyacencia está dada por:

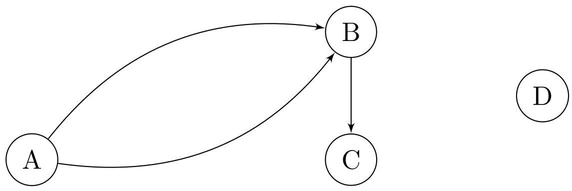

Figura 3: Multigrafo dirigido G.

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cccc} A & B & C & D \end{array} \\ \begin{array}{c} A \\ B \\ C \\ D \end{array} & \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

y la matriz de incidencia está dada por:

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cccc} A & B & C & D \end{array} \\ \begin{array}{c} AB \\ AB' \\ BC \end{array} & \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$