

Algebraisches Sehen

Brücken zwischen reiner und angewandter Forschung

Kathlén Kohn

Technische Universität Berlin

22. Juni 2018

Section 1

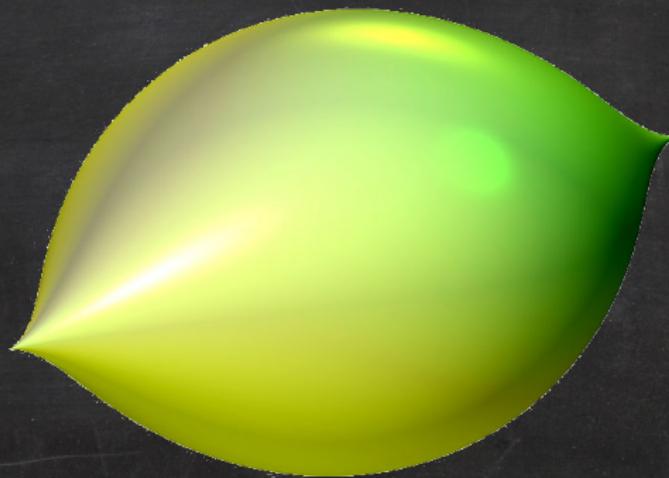
Algebraic Vision

Algebraic Vision

= Algebraische Geometrie + Computer Vision

Algebraische Geometrie

Klassisches Teilgebiet der Mathematik, welches die Nullstellenmengen von Polynomen untersucht.



$$\text{Nullstellenmenge von } \frac{6}{5}y^2 + \frac{6}{5}z^2 - 5\left(x + \frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2} - x\right)^3$$

Polynome

Mathematische Ausdrücke, welche man durch iterierte **Addition**, **Subtraktion** und **Multiplikation** von **Variablen** und **Zahlen** erhält.

Beispiele:

- ◆ $\frac{6}{5}y^2 + \frac{6}{5}z^2 - 5\left(x + \frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2} - x\right)^3$
- ◆ $x(1 - z) - yz + 7$

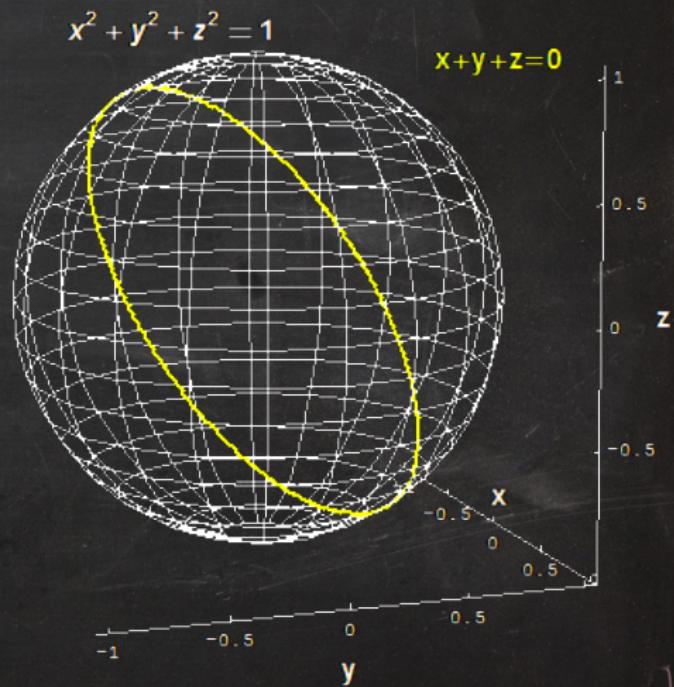
Polynome enthalten **keine**

- ◆ Wurzelzeichen \sqrt{a}
- ◆ \sin, \cos , etc.

Algebraische Geometrie

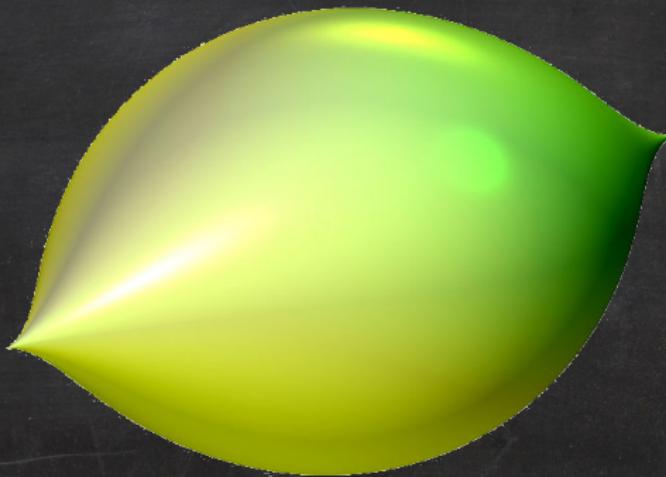
Klassisches Teilgebiet der Mathematik, welches die Nullstellenmengen von Polynomen untersucht.

Der gelbe Kreis ist die Nullstellenmenge von $x^2 + y^2 + z^2 - 1$ und $x + y + z$



Algebraische Geometrie

Klassisches Teilgebiet der Mathematik, welches die Nullstellenmengen von Polynomen untersucht.



$$\text{Nullstellenmenge von } \frac{6}{5}y^2 + \frac{6}{5}z^2 - 5\left(x + \frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2} - x\right)^3$$

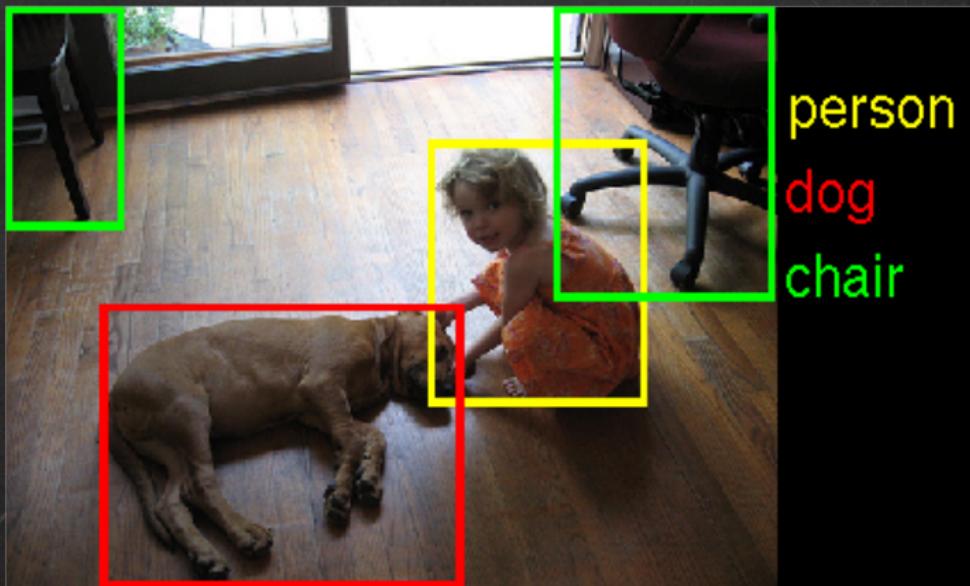
Computer Vision

Teilgebiet der Informatik mit folgender Kernfrage:

Wie können Computer
digitale Bilder und Videos verstehen?

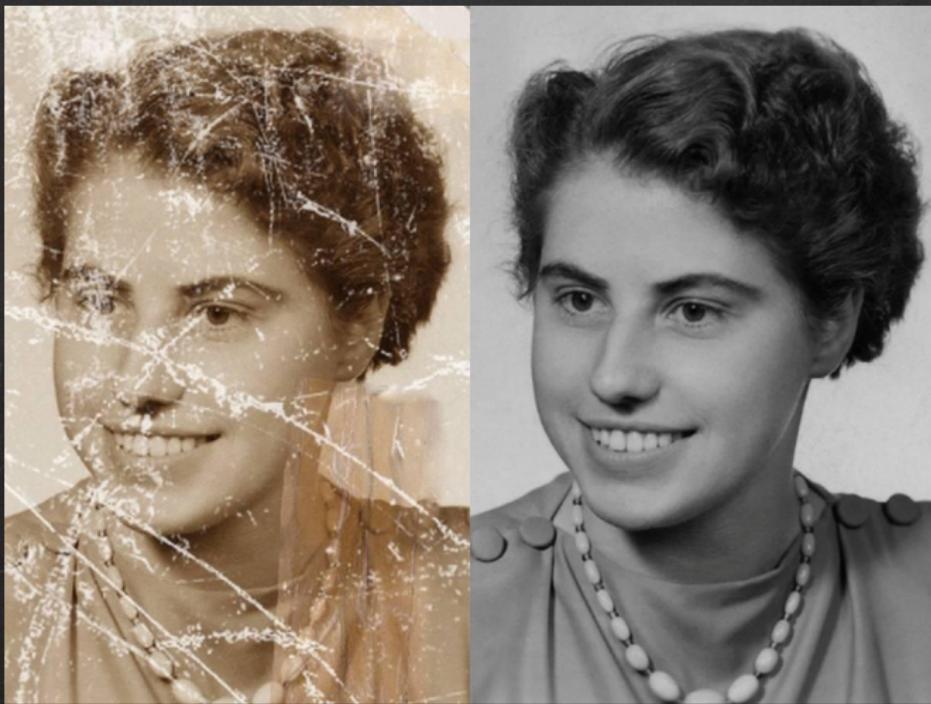
Computer Vision

Objekterkennung



Computer Vision

Bildrestaurierung



Computer Vision

Rekonstruieren von 3D-Szenen



Computer Vision

Ereigniserkennung



Computer Vision

Ereigniserkennung zum Rekonstruieren von 3D-Szenen

Wir betrachten mehrere Aufnahmen eines fixen Objektes mit einer beweglichen Kamera.

Ziel: Rekonstruktion des 3D-Objektes



Computer Vision

Ereigniserkennung zum Rekonstruieren von 3D-Szenen

Wir betrachten mehrere Aufnahmen eines fixen Objektes mit einer beweglichen Kamera. **Ziel:** Rekonstruktion des 3D-Objektes



Fragen:

- ◆ Wie müssen die 2D-Aufnahmen zusammengeklebt werden?

Computer Vision

Ereigniserkennung zum Rekonstruieren von 3D-Szenen

Wir betrachten mehrere Aufnahmen eines fixen Objektes mit einer beweglichen Kamera. **Ziel:** Rekonstruktion des 3D-Objektes



Fragen:

- ◆ Wie müssen die 2D-Aufnahmen zusammengeklebt werden?
- ◆ An welchen Kamerapunkten ändern sich die Aufnahmen strukturell?

Computer Vision

Ereigniserkennung zum Rekonstruieren von 3D-Szenen

Wir betrachten mehrere Aufnahmen eines fixen Objektes mit einer beweglichen Kamera. **Ziel:** Rekonstruktion des 3D-Objektes



Fragen:

- ◆ Wie müssen die 2D-Aufnahmen zusammengeklebt werden?
- ◆ An welchen Kamerapunkten ändern sich die Aufnahmen strukturell?
- ◆ Beispiel: An welchem Kamerapunkt erscheint das Loch im Henkel?

Computer Vision

Ereigniserkennung zum Rekonstruieren von 3D-Szenen

Wir betrachten mehrere Aufnahmen eines fixen Objektes mit einer beweglichen Kamera. **Ziel:** Rekonstruktion des 3D-Objektes



An welchen Kamerapunkten ändern sich die Aufnahmen strukturell?

Solch eine strukturelle Änderung heißt **Ereignis**.

Algebraic Vision

= Algebraische Geometrie + Computer Vision

Algebraic Vision

= Algebraische Geometrie + Computer Vision

Wir wollen die Aufgaben aus der Computer Vision aus der Sicht der algebraischen Geometrie betrachten.

Section 2

Ereigniserkennung an algebraischen Objekten

Ereigniserkennung an Objekten



Fragen, die wir mit algebraischer Geometrie beantworten wollen:

Ereigniserkennung an Objekten



Fragen, die wir mit algebraischer Geometrie beantworten wollen:

- ◆ Welche Typen von Ereignissen gibt es?

Ereigniserkennung an Objekten



Fragen, die wir mit algebraischer Geometrie beantworten wollen:

- ◆ Welche Typen von Ereignissen gibt es?
- ◆ Wie oft passiert ein Ereignis eines Typs entlang eines Kamerapfades?

Ereigniserkennung an Objekten



Fragen, die wir mit algebraischer Geometrie beantworten wollen:

- ◆ Welche Typen von Ereignissen gibt es?
- ◆ Wie oft passiert ein Ereignis eines Typs entlang eines Kamerapfades?
- ◆ Können wir diese Ereignispunkte ausrechnen?
- ◆ etc.

Ereigniserkennung an Objekten



Fragen, die wir mit algebraischer Geometrie beantworten wollen:

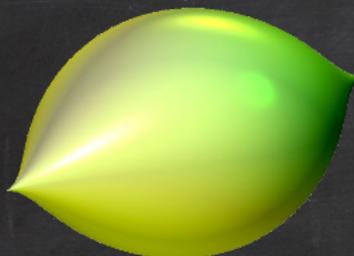
- ◆ **Welche Typen von Ereignissen gibt es?**
- ◆ Wie oft passiert ein Ereignis eines Typs entlang eines Kamerapfades?
- ◆ Können wir diese Ereignispunkte ausrechnen?
- ◆ etc.

Wir können 3D-Objekte durch Nullstellenmengen von
Polynomen modellieren / approximieren!

Wir können 3D-Objekte durch Nullstellenmengen von
Polynomen modellieren / approximieren!

Also: Um zu bestimmen, welche Typen von Ereignissen es gibt, reicht es
algebraische Objekte zu betrachten, d.h. Nullstellenmenge von Polynomen.

Ereigniserkennung an algebraischen Objekten



Unser Projekt:

- ◆ **Welche Typen von Ereignissen gibt es?**
- ◆ Wie oft passiert ein Ereignis eines Typs entlang eines Kamerapfades?
- ◆ Können wir diese Ereignispunkte ausrechnen?
- ◆ etc.

Unser Team

Matthew Trager



Inria Paris

Computer Vision

Bernd Sturmfels



MPI MIS Leipzig
UC Berkeley

angewandte
Algebra & Geometrie

Ich

TU Berlin

algebraische Geometrie

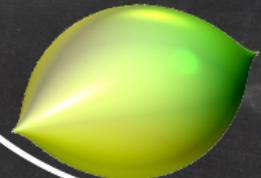
Zusammenfassung

Unser Team



Computer-Vision-Aufgabe

Ereigniserkennung an
algebraischen Objekten



konkrete Fragestellung

Welche Typen von Ereignissen gibt es?

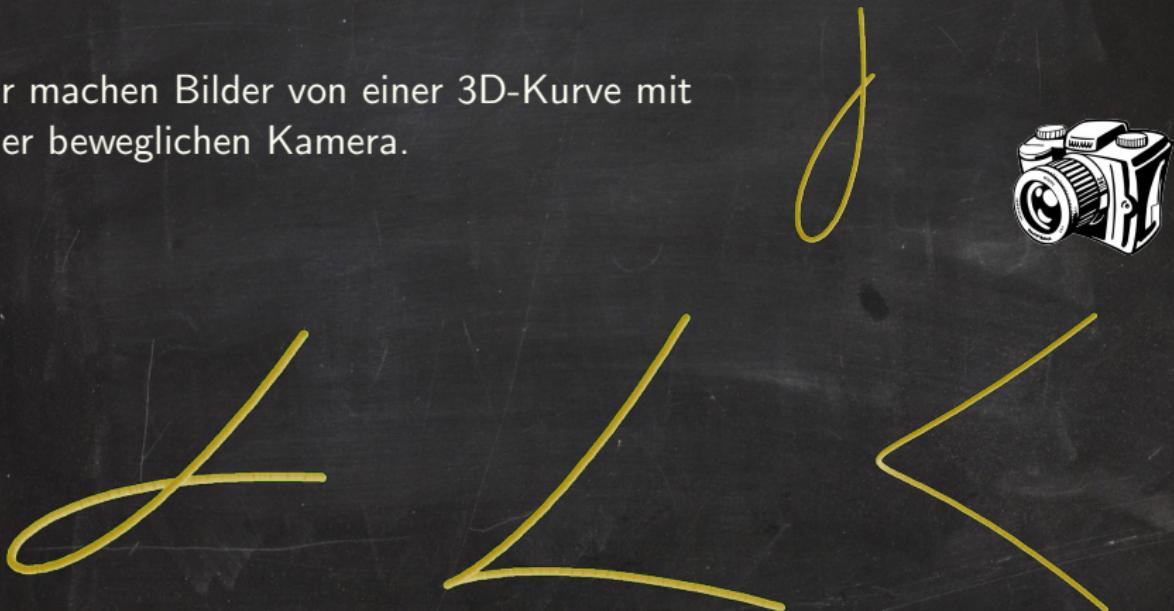
Vereinfachung: 1-dimensionale algebraische Objekte

Wir machen Bilder von einer 3D-Kurve mit
einer beweglichen Kamera.



Vereinfachung: 1-dimensionale algebraische Objekte

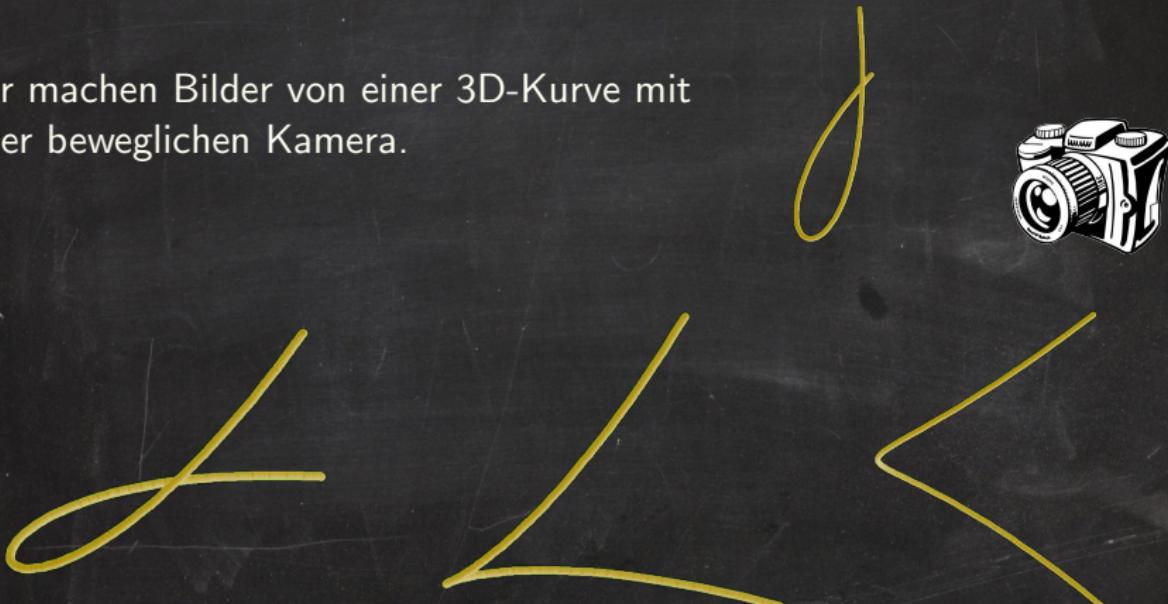
Wir machen Bilder von einer 3D-Kurve mit
einer beweglichen Kamera.



An diesem Kamerapunkt passiert ein Ereignis.

Vereinfachung: 1-dimensionale algebraische Objekte

Wir machen Bilder von einer 3D-Kurve mit
einer beweglichen Kamera.



An diesem Kamerapunkt passiert ein Ereignis.
Der Kamerapunkt liegt auf einer Tangentiallinie der Kurve.

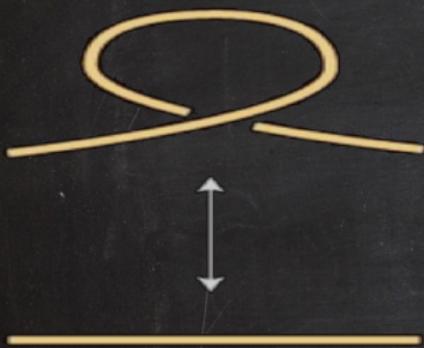
Tangentiallinien

von 1-dimensionalen algebraischen Objekten



3 Ereignistypen

1-dimensionale algebraische Objekte



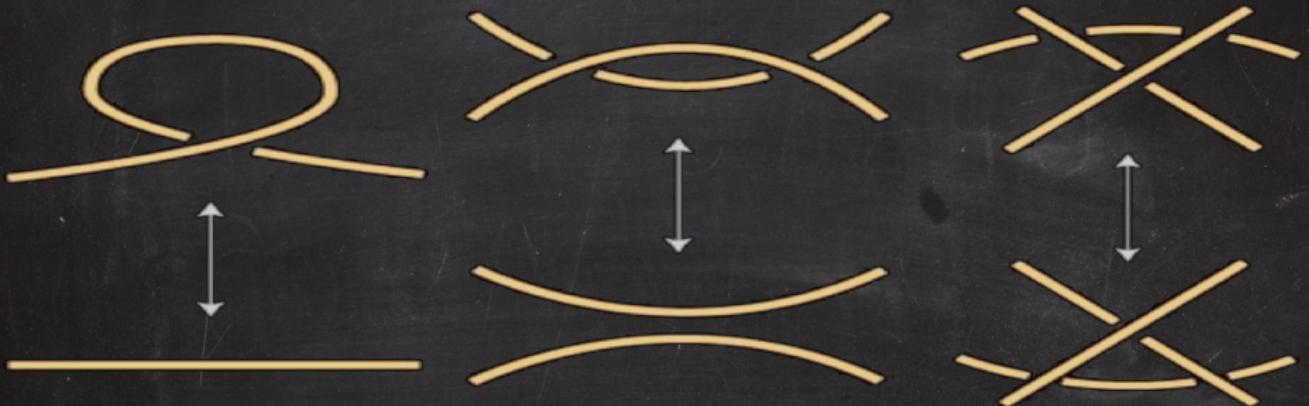
3 Ereignistypen

1-dimensionale algebraische Objekte



3 Ereignistypen

1-dimensionale algebraische Objekte



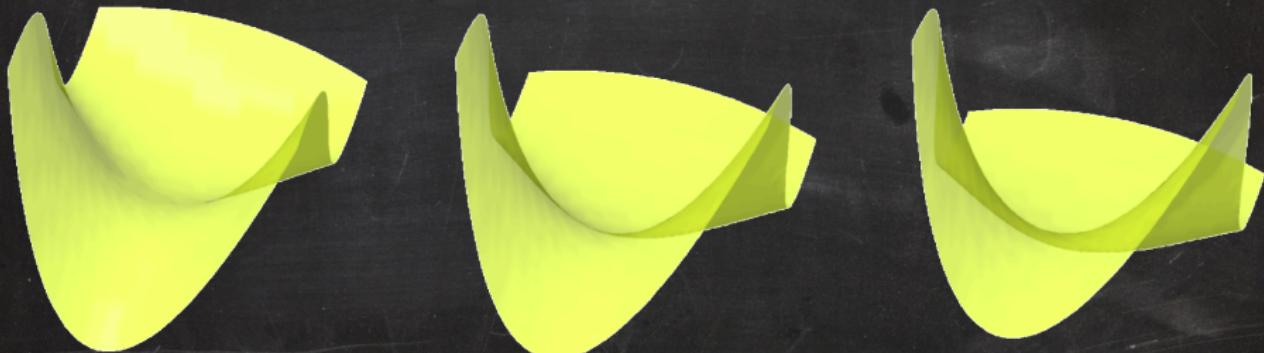
2-dimensionale algebraische Objekte

Wir machen Bilder von einer Fläche mit einer beweglichen Kamera.



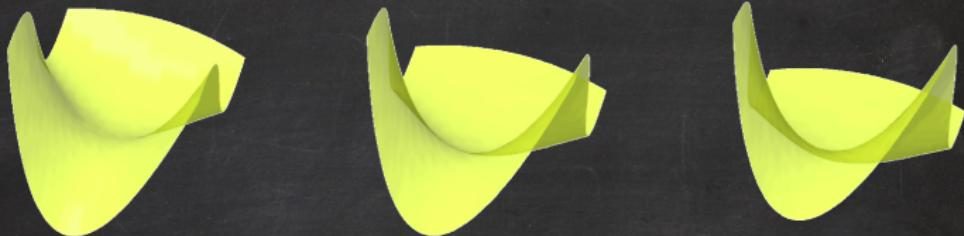
2-dimensionale algebraische Objekte

Wir machen Bilder von einer Fläche mit einer beweglichen Kamera.

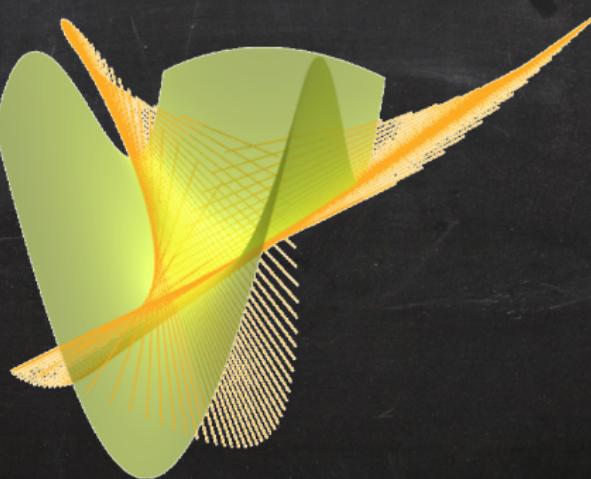


An diesem Kamerapunkt passiert ein Ereignis.

2-dimensionale algebraische Objekte



Alle Kamerapunkte von diesem Ereignistyp:



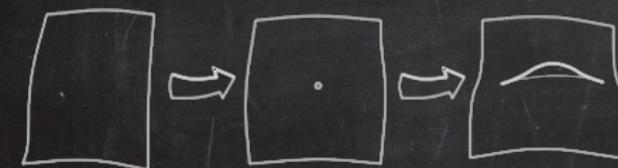
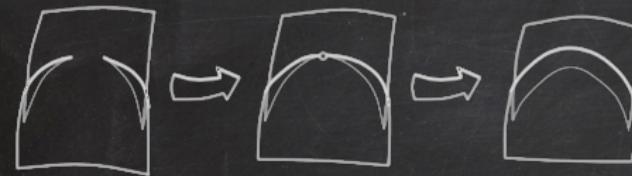
6 Ereignistypen

2-dimensionale algebraische Objekte



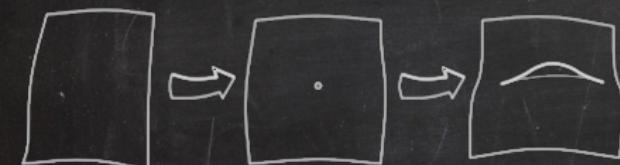
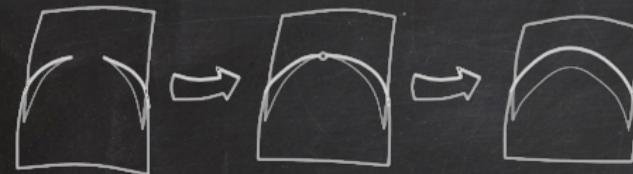
6 Ereignistypen

2-dimensionale algebraische Objekte



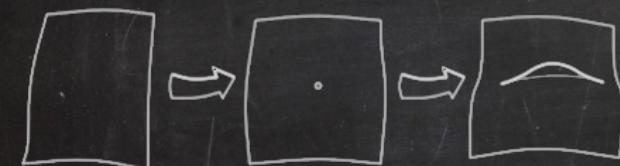
6 Ereignistypen

2-dimensionale algebraische Objekte



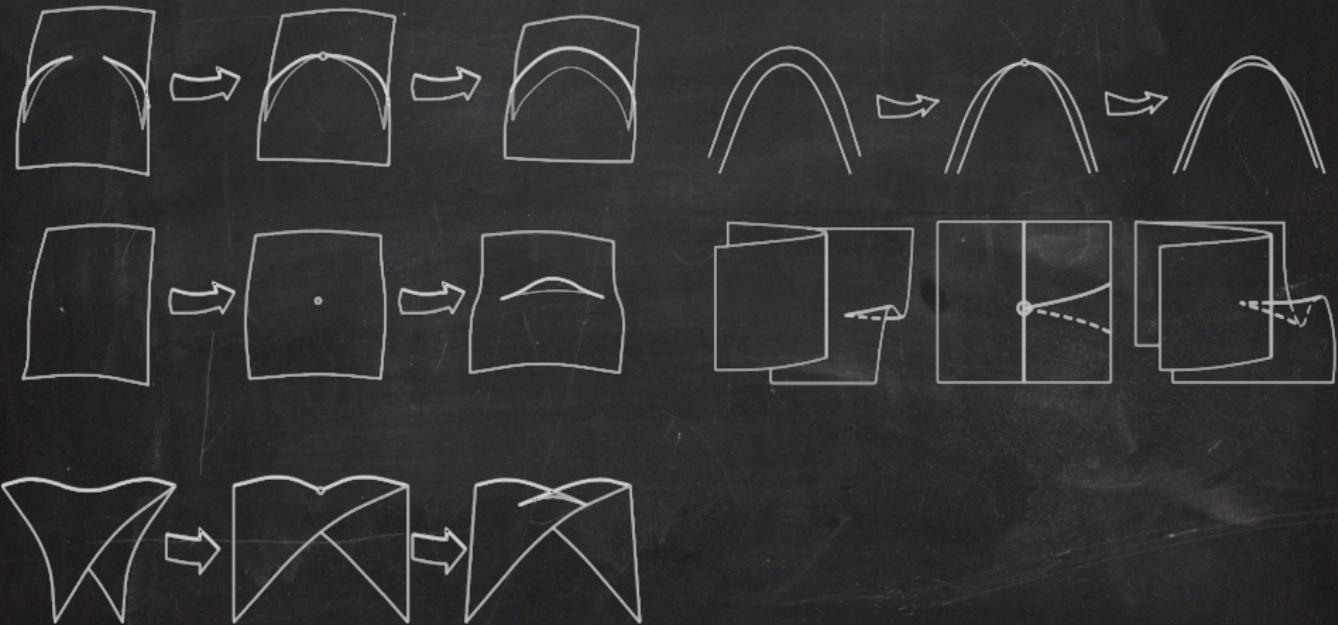
6 Ereignistypen

2-dimensionale algebraische Objekte



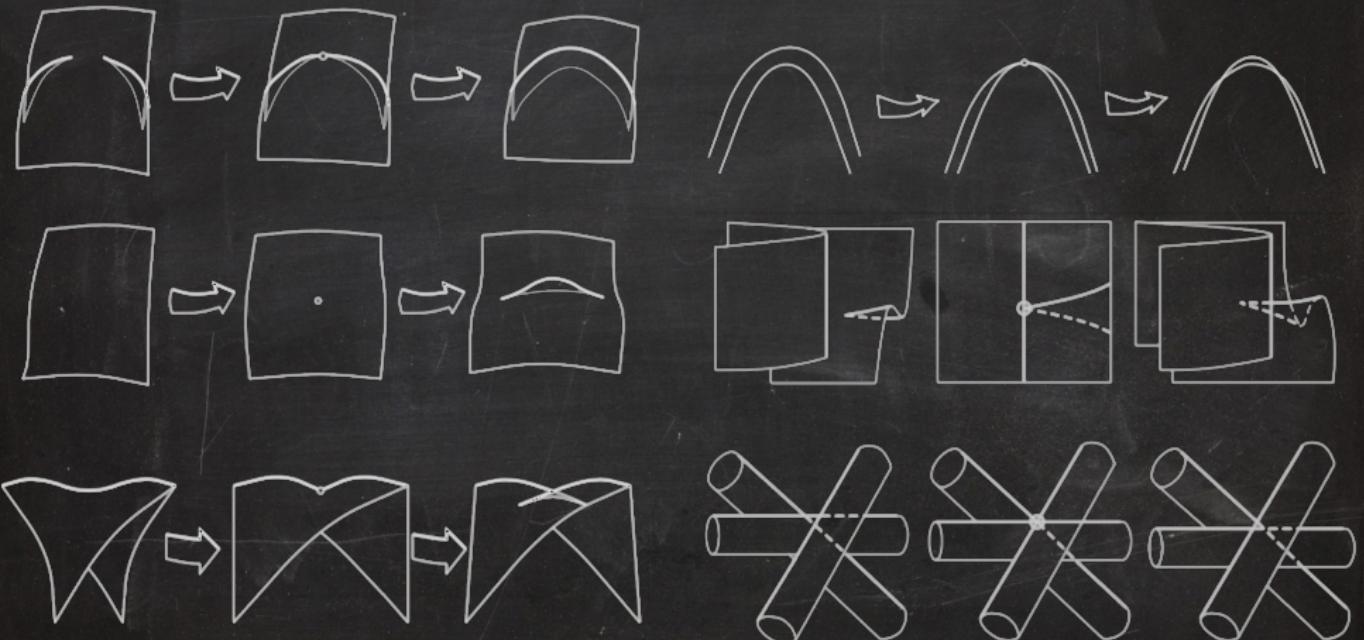
6 Ereignistypen

2-dimensionale algebraische Objekte



6 Ereignistypen

2-dimensionale algebraische Objekte





**Vielen Dank für
Ihre Aufmerksamkeit**