Mapa de Karnaugh

Dentro de circuitos lógicos, muitas vezes temos uma solução lógica muito grande ou de difícil tradução, em virtude disso, usualmente utilizamos algumas técnicas com o intuito de simplificação dessa expressão, uma delas é o mapa de Karnaugh. Esse método gráfico é usado para simplificar uma equação lógica ou converter uma tabela verdade no seu circuito lógico correspondente. Normalmente utilizamos para simplificação até 4 entradas, pois acima desse valor o método se torna muito complicado sendo melhor fazer a análise por meio de programas de computador. Seja:

Tabela 1: Tabela de Equivalência Lógica

	Propriedade	**Equivalência Lógica**
1	Identidades	$p \wedge V \equiv p$ $p \ \vee F \equiv p$ $p \leftrightarrow V \equiv p$ $p \underline{\vee} F \equiv p$
2	Dominação	$p \vee V \equiv V$ $p \wedge F \equiv F$
3	Leis da idempotência	$p \vee p \equiv p$ $p \wedge p \equiv p$
4	Dupla negação	$\sim (\sim p) \equiv p$
5	Comutativa	$p \vee q \equiv q \vee p$ $p \wedge q \equiv q \wedge p$ $p \leftrightarrow q \equiv q \leftrightarrow p$
6	Associativa	$(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$ $(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$ $(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow r \equiv p \leftrightarrow (q \leftrightarrow r)$
7	Negação ou Inversa	$p \vee \sim p \equiv V$ $p \wedge \sim p \equiv F$
8	Leis da implicação	$(p \rightarrow q) \equiv (\sim p \vee q) \equiv \sim (p \wedge \sim q)$ $\sim (p \rightarrow q) \equiv (p \wedge \sim q)$
9	Leis da equivalência	$(p \leftrightarrow q) \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$ $\sim (p \leftrightarrow q) \equiv (p \leftrightarrow \sim q) \equiv (\sim p \leftrightarrow q)$
10	Distributiva	$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
11	Leis de De Morgan	$\sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$ $\sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$
12	Absorção	$p \vee (p \wedge q) \equiv p$ $p \wedge (p \vee q) \equiv p$
13	Lei da contrapositiva	$(p \rightarrow q) \equiv (\sim q) \rightarrow (\sim p)$
14	Lei da redução ao absurdo	$p \rightarrow q \equiv (p \wedge \sim q) \rightarrow F$

Autor: Lógica para computação. Godoy, Edvania Gimenes de Oliveira. Pág 29

Tabela 2: Quadro de analogia dos conectores

Isso é similar	***A isso***
F	0
V	1
$\sim A$	$\bar{A}$
$\equiv$	Equivalente
+	Ou
.	E

Fonte: Autor

Como vimos anteriormente, as variáveis booleanas são representadas através de letras ou números, podendo assumir os valores 0 e 1. A seguir apresentaremos os postulados da complementação, da adição e da multiplicação da Álgebra de boole e suas respectivas identidades resultantes.

1. Postulado da Complementação

Vamos partir do pressuposto que $\boldsymbol{F = 0}$ e que $\boldsymbol{V = 1}$

1º Se $A = 0 \rightarrow \bar{A} = 1$

2º Se $A = 1 \rightarrow \bar{A} = 0$

2. Postulado da dupla negação

Vamos partir do pressuposto que $\sim A = \bar{A}$ e que $\sim\sim A = \bar{\bar{A}}$

$\bar{\bar{A}} = A$

Se $A = 1, temos\text{: } \bar{A} = 0 \; e \; se \; \bar{A} = 0 \rightarrow \bar{\bar{A}} = 1$

Se $A = 0, temos\text{: } \bar{A} = 1 \; e \; se \; \bar{A} = 1 \rightarrow \bar{\bar{A}} = 0$

Com esse postulado podemos dizer que $A = A$.

Ou Seja, quando temos uma dupla negativa ou dupla negação, uma negativa anula a outra.

Provando o postulado acima, propriedade 4 da tabela acima, teremos:

$\sim(\sim p) \equiv p$

p	~P	$\sim(\sim p)$
V	F	V
V	F	V
F	V	F
F	V	F

3. Postulado da adição

Este postulado, mostra como são as regras da adição dentro da Álgebra de Boole.

1º $0 + 0 = 0$

2º $0 + 1 = 1$

3º $1 + 0 = 1$

4º $1 + 1 = 1$

Através deste postulado, podemos estabelecer as seguintes identidades:

$$A + 0 = A$$

Mas devemos considerar que A pode ser 0 ou 1, vejamos, então, todas as possibilidades:

$$A = 0 \rightarrow 0 + 0 = 0$$

$$A = 1 \rightarrow 1 + 0 = 1$$

Podemos notar que o resultado será sempre igual à variável A. De igual forma se:

$$A + 1 = 1$$

Teremos:

$$A = 0 \rightarrow 0 + 1 = 1$$

$$A = 1 \rightarrow 1 + 1 = 1$$

Notamos que se somarmos 1 a uma variável, o resultado será sempre 1. Agora:

$$A + A = A$$

Teremos:

$$A = 0 \rightarrow 0 + 0 = 0$$

$$A = 1 \rightarrow 1 + 1 = 1$$

Notamos que se somarmos a mesma variável, o resultado será ela mesma. Seja:

$$A + \bar{A} = 1$$

Vejamos as possibilidades:

$$A = 0 \rightarrow \bar{A} = 1 \rightarrow 0 + 1 = 1$$

$$A = 1 \rightarrow \bar{A} = 0 \rightarrow 1 + 0 = 1$$

Notamos que sempre que somarmos a uma variável o seu complemento, teremos como resultado 1. O bloco lógico que executa o postulado da adição é o OU.

4. Postulado da Multiplicação

É o postulado que determina as regras da multiplicação booleana.

1º $0.0 = 0$

2º $0.1 = 0$

3º $1.0 = 0$

4º $1.1 = 1$

Através deste postulado, podemos estabelecer as seguintes regras. Se:

$$A.0 = A$$

Podemos confirmar, verificando todas as possibilidades.

$$A = 0 \rightarrow 0.0 = 0$$

$$A = 1 \rightarrow 1.0 = 0$$

Notamos que todo número multiplicado por 0 é 0. Seja:

$$A.A = A$$

Teremos:

$$A = 0 \rightarrow 0.0 = 0$$

$$A = 1 \rightarrow 1.1 = 1$$

Notamos que os resultados serão sempre iguais a A. Agora:

$$A.\bar{A} = 0$$

Vejamos as possibilidades:

$$A = 0 \rightarrow \bar{A} = 1 \rightarrow 0.1 = 0$$

$$A = 1 \rightarrow \bar{A} = 0 \rightarrow 1.0 = 0$$

Notamos que para ambos os valores possíveis que a variável pode assumir, o resultado da expressão será 0. O bloco lógico que executa o postulado da multiplicação é o E.

5. Propriedades

Estabelecido os conceitos iniciais, podemos descrever algumas propriedades algébricas, úteis, principalmente no manuseio e simplificação de expressões. Partindo das propriedades já conhecidas, vamos descrever e exemplificar as propriedades comutativa, distributiva e associativa, muito utilizadas na Álgebra de Boole.

Tabela 3: Regras de Inferência

1.	$p \Rightarrow p \vee q$	Lei de adição
2.	$p \wedge q \Rightarrow p$	Leis de simplificação
	$p \wedge q \Rightarrow q$	
3.	$(p \rightarrow q) \wedge p \Rightarrow q$	Modus Ponens
4.	$(p \rightarrow q) \wedge \sim q \Rightarrow \sim p$	Modus Tollens
5.	$(p \vee q) \wedge \sim p \Rightarrow q$	Silogismo disjuntivo
6.	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \Rightarrow (p \rightarrow r)$	Silogismo hipotético
7.	$p \rightarrow F \Rightarrow \sim p$	Demonstração por absurdo

Autor: Lógica para computação. Godoy, Edvania Gimenes de Oliveira. Pág 29

5.1 Propriedade Comutativa

Adição $A + B = B + A$

Multiplicação $A.B = B.A$

Prova do item 5 da tabela 1:

5.1.1 $p \vee q \equiv q \vee p$

p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

p	q	$q \vee p$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

5.1.2 $p \wedge q \equiv q \wedge p$

p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

p	q	$q \wedge p$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

5.1.3 $p \leftrightarrow q \equiv q \leftrightarrow p$

p	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V
p	q	$q \leftrightarrow p$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

5.2 Propriedade Associativa

Adição $A + (B + C) = (A + B) + C = A + B + C$

Multiplicação $A.(B.C) = (A.B).C = A.B.C$

Prova do item 6 da tabela 1:

5.2.1 $(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$

p	q	r	$p \vee q$	$(p \vee q) \vee r$
V	V	V	V	V
V	V	F	V	V
V	F	V	V	V
V	F	F	V	V
F	V	V	V	V
F	V	F	V	V
F	F	V	F	V
F	F	F	F	F

p	q	r	$(q \vee r)$	$p \vee (q \vee r)$
V	V	V	V	V
V	V	F	V	V
V	F	V	V	V
V	F	F	F	V
F	V	V	V	V
F	V	F	V	V
F	F	V	V	V
F	F	F	F	F

5.2.2 $(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$

p	q	r	$(p \wedge q)$	$(p \wedge q) \wedge r$
V	V	V	V	V
V	V	F	V	F
V	F	V	F	F
V	F	F	F	F
F	V	V	F	F
F	V	F	F	F
F	F	V	F	F
F	F	F	F	F

p	q	r	$(q \wedge r)$	$p \wedge (q \wedge r)$
V	V	V	V	V
V	V	F	F	F
V	F	V	F	F
V	F	F	F	F
F	V	V	V	F
F	V	F	F	F
F	F	V	F	F
F	F	F	F	F

5.2.3 $(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow r \equiv p \leftrightarrow (q \leftrightarrow r)$

p	q	r	$(p \leftrightarrow q)$	$(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow r$
V	V	V	V	V
V	V	F	V	F
V	F	V	F	F
V	F	F	F	V
F	V	V	F	F
F	V	F	F	V
F	F	V	V	V
F	F	F	V	F

p	q	r	$(q \leftrightarrow r)$	$p \leftrightarrow (q \leftrightarrow r)$
V	V	V	V	V
V	V	F	F	F
V	F	V	F	F
V	F	F	V	V
F	V	V	V	F
F	V	F	F	V
F	F	V	F	V
F	F	F	V	F

5.3 Propriedade Distributiva

$A.(B + C) = A.B + A.C$

Prova do item 10 da tabela 1:

5.3.1 $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$

p	q	r	$(q \wedge r)$	$p \vee (q \wedge r)$
V	V	V	V	V
V	V	F	F	V
V	F	V	V	V
V	F	F	F	V
F	V	V	F	F
F	V	F	F	F
F	F	V	F	F
F	F	F	F	F

p	q	r	$(p \vee q)$	$(p \vee r)$	$(p \vee q) \wedge (p \vee r)$
V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	V	V
V	F	V	V	V	V
V	F	F	V	V	V
F	V	V	V	V	V
F	V	F	V	F	F
F	F	V	F	V	F

F	F	F	F	F	F

5.3.2 $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

p	q	r	$(q \vee r)$	$p \wedge (q \vee r)$
V	V	V	V	V
V	V	F	V	V
V	F	V	V	V
V	F	F	F	F
F	V	V	V	F
F	V	F	V	F
F	F	V	V	F
F	F	F	F	F

p	q	r	$(p \wedge q)$	$(p \wedge r)$	$(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	V
V	F	V	F	V	V
V	F	F	F	F	F
F	V	V	F	F	F
F	V	F	F	F	F
F	F	V	F	F	F
F	F	F	F	F	F

5.4. Teorema de De Morgan

O complemento da soma é igual ao produto dos complementos. Este teorema é uma extensão do primeiro teorema de De Morgan.

1º Teorema

$$(\overline{A.B}) = \bar{A} + \bar{B}$$

Podemos reescrevê-lo da seguinte maneira:

$$A.B = (\overline{\bar{A} + \bar{B}}) \text{ (1)}$$

Podemos notar que A é o complemento de $\bar{A}$ e que B é o complemento de $\bar{B}$. Se chamarmos $\bar{A}$ de X e $\bar{B}$ de Y, da expressão acima teremos:

$$A.B = \left(\overline{\bar{A} + \bar{B}}\right)$$

$$(\bar{X}.\bar{Y}) = (\overline{X + Y})$$

Substituindo X por A e Y por B novamente, teremos:

$$(\bar{X}.\bar{Y}) = (\overline{X + Y})$$

$$(\bar{A}.\bar{B}) = (\overline{A + B})$$

Logo, temos o 2º teorema de De Morgan

2º teorema de De Morgan

$$(\bar{A}.\bar{B}) = (\overline{A + B})$$

Que é o segundo teorema de De Morgan. Com essa expressão acima, podemos generalizar a quantas expressões quisermos, do tipo:

$$(\overline{\boldsymbol{A} + \boldsymbol{B} + \boldsymbol{C} + \cdots + \boldsymbol{N}}) = \overline{\boldsymbol{A}} + \overline{\boldsymbol{B}} + \overline{\boldsymbol{C}} + \cdots + \overline{\boldsymbol{N}}$$

Prova do item 11 da tabela 1:

5.4.1 $\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$

p	q	$(p \vee q)$	$\sim(p \vee q)$
V	V	V	F
V	F	V	F
F	V	V	F
F	F	F	V

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \wedge \sim q$
V	V	F	F	F
V	F	F	V	F
F	V	V	F	F
F	F	V	V	V

5.4.2 $\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$

p	q	$(p \wedge q)$	$\sim(p \wedge q)$
V	V	V	F
V	F	F	V
F	V	F	V
F	F	F	V

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \vee \sim q$
V	V	F	F	F
V	F	F	V	V
F	V	V	F	V
F	F	V	V	V

Resumindo teremos:

Tabela 4: Resumo das Propriedades

	Propriedade	OU	E
P1	Identidade	$X + 1 = 1$	$X \cdot 0 = 0$
P2	Elemento Neutro	$X + 0 = X$	$X \cdot 1 = X$
P3	Idempotência	$X + X = X$	$X \cdot X = X$
P4	Involução	$\overline{\overline{X}} = X$	$\overline{\overline{X}} = X$
P5	Complemento	$X + \overline{X} = 1$	$X \cdot \overline{X} = 0$
P6	Comutatividade	$X + Y = Y + X$	$X \cdot Y = Y \cdot X$
P7	Associatividade	$(X + Y) + Z = X + (Y + Z)$	$(X \cdot Y) \cdot Z = X \cdot (Y \cdot Z)$
P8	Distributividade	$X + (Y \cdot Z) = (X + Y) \cdot (X + Z)$	$X \cdot (Y + Z) = (X \cdot Y) + (X \cdot Z)$
P9	Cobertura	$X \cdot (X + Z) = X$	$X + (X \cdot Y) = X$
P10	Combinação	$(X \cdot Y) + (X \cdot \overline{Y}) = X$	$(X + Y) \cdot (X + \overline{Y}) = X$
P11	Consenso	$(X \cdot Y) + (\overline{X} \cdot Z) + (Y \cdot Z)$ $= (X \cdot Y) + (\overline{X} \cdot Z)$	$(X + Y) \cdot (\overline{X} + Z) \cdot (Y + Z)$ $= (X + Y) \cdot (\overline{X} + Z)$
P12	De Morgan	$\overline{(X + Y)} = \overline{X} \cdot \overline{Y}$	$\overline{(X \cdot Y)} = \overline{X} + \overline{Y}$

Fonte: https://www.inf.ufpr.br/kunzle/disciplinas/ci068/2019-2/slides/aula9_mapa_de_karnaugh.pdf

Vamos ver alguns exemplos:

1. Simplifique a expressão abaixo através das propriedades algébricas lógicas.

$(A + B).(A + C)$

Resolução

$(A + B).(A + C)$

$A.A + A.C + B.A + B.C\ (Propriedade\ Distributiva)$

$A + A.C + B.A + BC\ (Propriedade\ A.A = A)$

$A.(1 + C + B) + BC\ (Propriedade\ Distributiva)$

$A.(1 + B) + B.C\ (Postulado\ da\ soma\ considerando\ que\ 1 + C = 1)$

$A.(1) + B.C\ (Postulado\ da\ soma\ considerando\ que\ 1 + B = 1)$

$A.1 + B.C = A + B.C$

Para demonstrar a veracidade da expressão podemos fazer a tabela verdade

$(A + B).(A + C)$

A	B	C	(A+B)	(A+C)	(A+B).(A+C)

V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	V	V
V	F	V	V	V	V
V	F	F	V	V	V
F	V	V	V	V	V
F	V	F	V	F	F
F	F	V	F	V	F
F	F	F	F	F	F

De igual forma:

$A + B.C$

A	B	C	B.C	A+B.C
V	V	V	V	V
V	V	F	F	V
V	F	V	F	V
V	F	F	F	V
F	V	V	V	V
F	V	F	F	F
F	F	V	F	F
F	F	F	F	F

2. Simplifique a expressão abaixo através das propriedades algébricas lógicas.

$A + \bar{A}.B$

Resolução

$A + \bar{A}.B$

$(\overline{\overline{A + \bar{A}.B}})$ $(Identidade\ \bar{\bar{X}} = X)$

$\left[\overline{\bar{A}.\overline{(\bar{A} + B)}}\right]$ $(2º\ Teorema\ de\ De\ Morgan\ \overline{X.Y} = \bar{X}.\bar{Y})$

$\overline{[\bar{A}.(\bar{\bar{\bar{A}}} + \bar{B})]}$$(Identidade\ \bar{\bar{X}} = X)$

$\overline{[\bar{A}.(A + \bar{B})]}$$(1º\ Teorema\ de\ De\ Morgan\ \overline{X.Y} = (\bar{X} + \bar{Y})$

$[\overline{\bar{A}.A + \bar{A}\bar{B}}]$$(Propriedade\ de\ Distributiva)$

$(\overline{0 + \bar{A}\bar{B}})$ $(Identidade\ \bar{A}.A = 0)$

$(\overline{\bar{A}.\bar{B}})$

$\overline{\overline{A + B}}$ $(1º\ Teorema\ De\ Morgan)$

$A + B$ $(Identidade\ \bar{\bar{X}} = X)$

Logo $A + \bar{A}.B = A + B$

Para a tabela verdade de $A + \bar{A}.B$

A	B	$\bar{A}$	$\bar{A}.B$	$A + \bar{A}.B$
V	V	F	F	V
V	V	F	F	V
V	F	F	F	V
V	F	F	F	V
F	V	V	V	V
F	V	V	V	V
F	F	V	F	F
F	F	V	F	F

Para a tabela $A + B$

A	B	$A + B$
V	V	V
V	V	V
V	F	V
V	F	V
F	V	V
F	V	V
F	F	F
F	F	F

Mapa de Karnaugh ou Mapa K

Vimos anteriormente que uma expressão lógica, pode ser simplificada utilizando algumas propriedades e postulados, mas dependendo da situação ou da proposição não seria uma estratégia tão fácil. O mapa de Veitch-Karnaugh, ou simplesmente mapa de Karnaugh, é uma tabela montada de forma a facilitar o processo de minimização das expressões lógicas.

Os mapas de Karnaugh permitem a simplificação de expressões com duas, três, quatro, cinco ou mais variáveis onde suas células vão ter um número de 2^n (n é o número de variáveis de entrada). Algumas regras são seguidas no desenvolvimento do mapa de Karnaugh:

1. Todos “1” devem ser lidos pelo menos uma vez.
2. Grupos de “1” em potência de 2, e retangulares formam uma leitura.
3. O grupo deve ser o maior possível.
4. Deve-se ter o menor número possível de leituras.
5. A leitura corresponde às variáveis que se mantiverem constantes

Para os nossos exemplo, adotaremos ! como substituição do ~.

Seja a tabela dada abaixo:

A	B	C	f
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

O que podemos perceber em um primeiro momento é que não temos a sentença lógica, temos apenas a função f(A,B,C) que nos dá o resultado final de nossa proposição. Outra pergunta que nós fazemos é: Como determinar então uma expressão que traduza a nossa função? Vamos por partes. Primeiramente sabemos o seguinte:

A	B	C	f	
0	0	0	0	
0	0	1	0	
0	1	0	1	<= !A · B · !C
0	1	1	1	<= !A · B · C
1	0	0	1	<= A · !B · !C
1	0	1	0	
1	1	0	0	
1	1	1	1	<= A · B · C

Para a terceira linha temos que o A é zero, portanto é Falso, o B é 1, portanto é Verdadeiro e o C é zero, portanto é Falso. Na quarta linha temos 0,1,1 ou seja, Falso, Verdadeiro,

Verdadeiro e podemos fazer essa analise para todas as linhas de nossa tabela. Agora o que vamos fazer é traduzir essas informações para uma matriz. A matriz de Karnaugh terá todas as possíveis combinações de nossas proposições, se estivermos trabalhando com uma expressão logica com duas proposições apenas, teremos $2^2 = 4$, teremos uma matriz com 2 linhas e 2 colunas, ou seja, 2x2=4, se tivermos 3 proposições, teremos $2^3 = 8$, teremos uma matriz de 2 linhas e 4 colunas, e assim sucessivamente.

A matriz terá a seguinte característica:

Matriz com duas proposições:

A \ B	0	1
0		
1		

Matriz com três proposições:

AB \ C	0	1
00		
01		
11		
00		

Matriz com quatro proposições:

AB \ CD	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

Existem várias formatações da tabela de Karnaugh, porém vamos trabalhar com essas dadas acima. Como funciona o processo:

Obtenção da Expressão

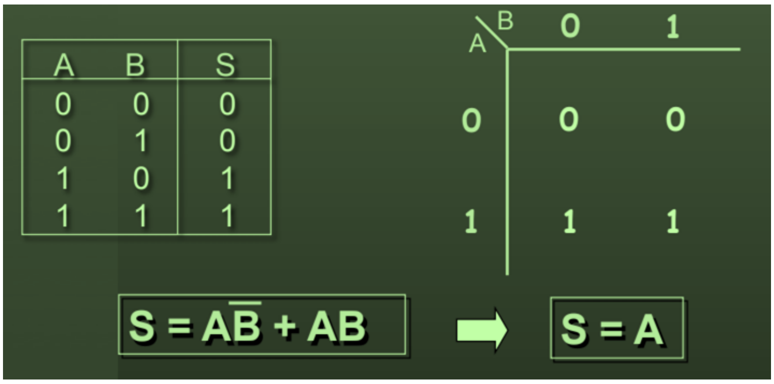
- Unir blocos de 1´s adjacentes;
- Deve-se buscar a formação de blocos com a maior quantidade possível de 1´s respeitando a regra de $N = 2^n$ onde N é a quantidade de 1´s no bloco com formação, com agrupamentos de dois (Pares), quatro (Quarteto) e oito (octetos);
- Expressão final = “ soma ” das expressões de cada bloco;

Simplificação da Expressão

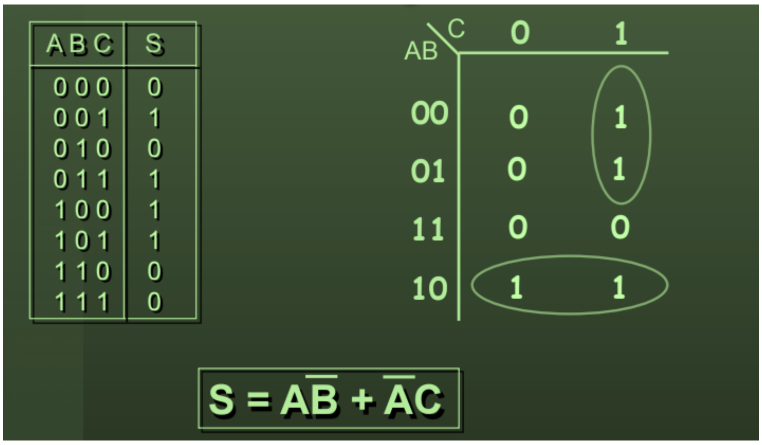
- Usar o menor número de blocos possível;
- Na expressão de cada bloco, eliminam-se as variáveis que mudam de estado dentro do bloco;
- As variáveis que não mudam de estado são mantidas na expressão, representando o seu respectivo valor fixo no bloco ($A = 1 \rightarrow A, A = 0 \rightarrow \sim A$)
- Quanto maior o bloco, maior o número de variáveis eliminadas e mais simplificada fica a expressão final:

Exemplos

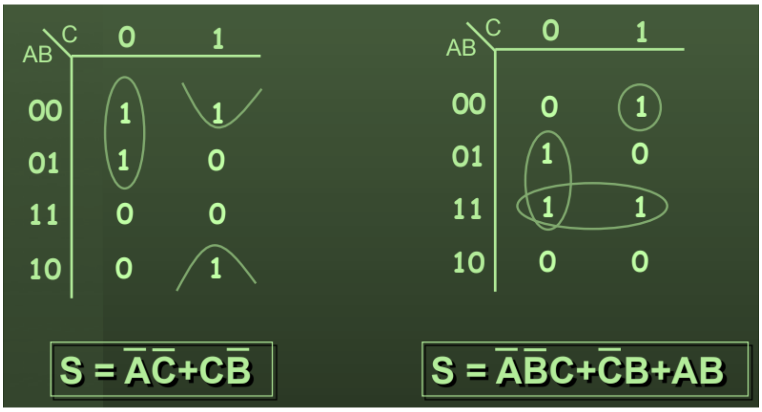
1.



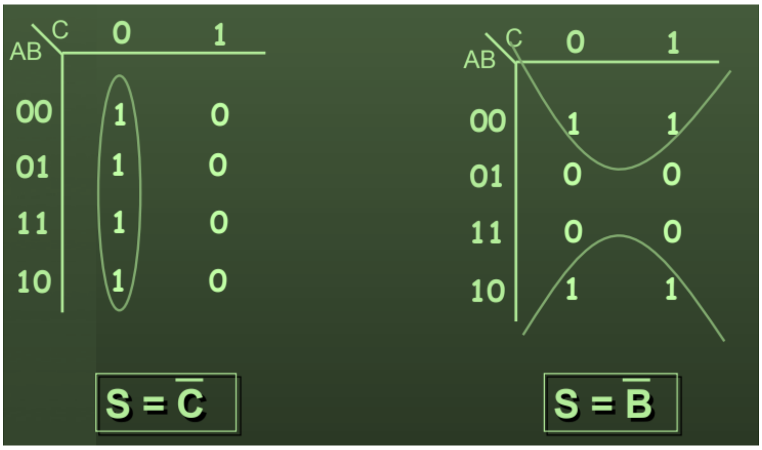
2.



3.



4.



Exercícios

1. Variáveis booleanas são representadas através de letras e podem assumir dois e apenas dois valores 0 e 1. Através de postulados, propriedades, teoremas fundamentais e identidades da álgebra de Boole é possível a simplificação das expressões que representam os circuitos lógicos. Levando em consideração as simplificações de expressões lógicas, pode-se dizer que a expressão simplificada da proposição dada é:

$$S = ABC + A\bar{C} + A.\bar{B}$$

RESPOSTA COMENTADA

A	B	C	$\bar{C}$	$\bar{B}$	ABC	$A\bar{C}$	$A.\bar{B}$	$ABC + A\bar{C} + A.\bar{B}$
V	V	V	F	F	V	F	F	V
V	V	F	V	F	F	V	F	V
V	F	V	F	V	F	F	V	V
V	F	F	V	V	F	V	V	V
F	V	V	F	F	F	F	F	F
F	V	F	V	F	F	F	F	F
F	F	V	F	V	F	F	F	F
F	F	F	V	V	F	F	F	F

Mapa de Karnaugh

A \ BC	00	01	11	10
0	0	0	0	0
1	1	1	1	1

Portanto Teremos:

S = A

2. Variáveis booleanas são representadas através de letras e podem assumir dois e apenas dois valores 0 e 1. Através de postulados, propriedades, teoremas fundamentais e identidades da álgebra de Boole é possível a simplificação das expressões que representam os circuitos lógicos. Levando em consideração as simplificações de expressões lógicas, considerando a tabela verdade abaixo, pode-se dizer que a expressão mais simples da expressão dada é:

A	B	C	S
V	V	V	V
V	V	F	V
V	F	V	F
V	F	F	V
F	V	V	F
F	V	F	F
F	F	V	F
F	F	F	F

RESPOSTA COMENTADA

Seja:

A	B	C	S
V	V	V	V
V	V	F	V
V	F	V	F
V	F	F	V
F	V	V	F
F	V	F	F
F	F	V	F
F	F	F	F

A \ BC	00	01	11	10
0	0	0	0	0
1	1	0	1	1

$S = AB + A\bar{C}$

Comprovação

A	B	C	$\bar{C}$	AB	$A\bar{C}$	$AB + A\bar{C}$
V	V	V	F	V	F	V
V	V	F	V	V	V	V
V	F	V	F	F	F	F
V	F	F	V	F	V	V
F	V	V	F	F	F	F
F	V	F	V	F	F	F
F	F	V	F	F	F	F
F	F	F	V	F	F	F

3. Em eletrônica digital, os teoremas podem ser utilizados em uma técnica de simplificação de equações lógicas, que agora podemos chamar também de equações Booleanas, denominada simplificação algébrica. O objetivo de um processo de simplificação de uma equação lógica é obter uma equação equivalente à original, porém mais simples diminuindo a quantidade de blocos lógicos. Considere a seguinte expressão lógica:

$$S = \bar{A}.\bar{B}.\bar{C} + \bar{A}.B.\bar{C} + A.\bar{B}.C$$

Podemos dizer que uma expressão análoga à essa, porém mais simplificada é melhor representada em:

RESPOSTA COMENTADA

Seja a seguinte expressão:

$S = \bar{A}.\bar{B}.\bar{C} + \bar{A}.B.\bar{C} + A.\bar{B}.C$

Tirando $\bar{A}.\bar{C}$ em Evidencia nos dois primeiros termos:

$S = \bar{A}.\bar{C}.(B + \bar{B}) + A.\bar{B}.C$

Aplicando $\bar{B} + B = 1$, teremos:

$S = \bar{A}.\bar{C}.(1) + A.\bar{B}.C$

$S = \bar{A}.\bar{C} + A.\bar{B}.C$