Análise e desenvolvimento de Sistemas e Sistemas para internet

#Ressignificar Realizar Reinventar 2022

AADD

Aula 3: Lógica Matemática

Profª Esp. Jandira Barroso

A Essência da matemática é a sua liberdade.

Georg Cantor

Unidade 2

Lógica para Computação

- Conjuntos
- Operações com Conjuntos
- Conjuntos das Partes

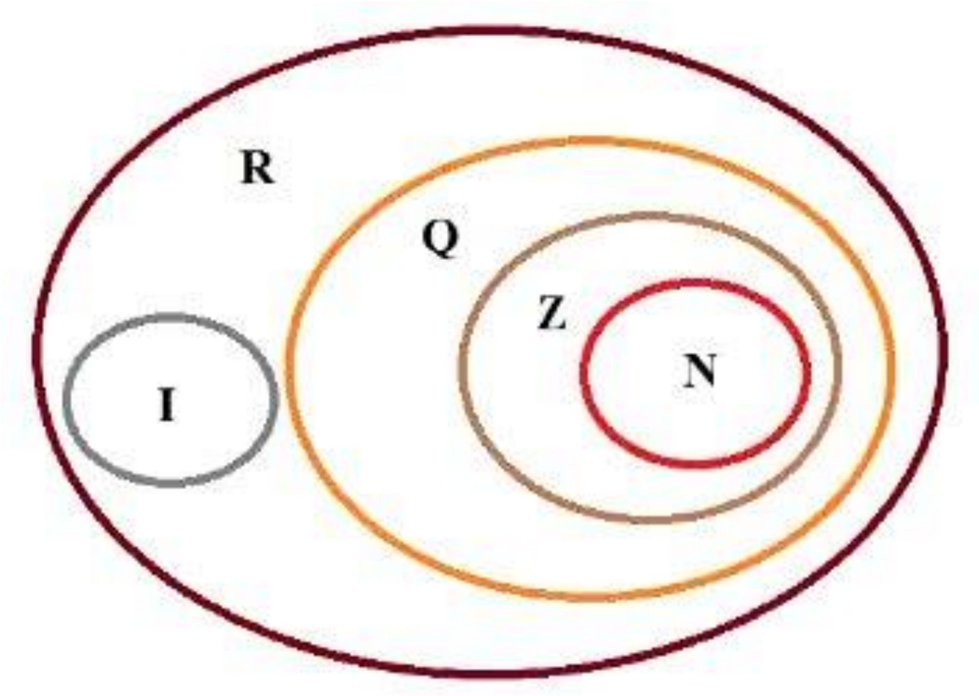
Georg Cantor

O estudo mais rigoroso da teoria dos conjuntos despontou no sec. XIX, com os trabalhos do matemático Georg Cantor. Em um de seus trabalhos, ele abalou a comunidade matemática da época, provando que a cardinalidade infinita do conjunto R, dos números reais, e maior que a cardinalidade infinita do conjunto N dos números naturais.

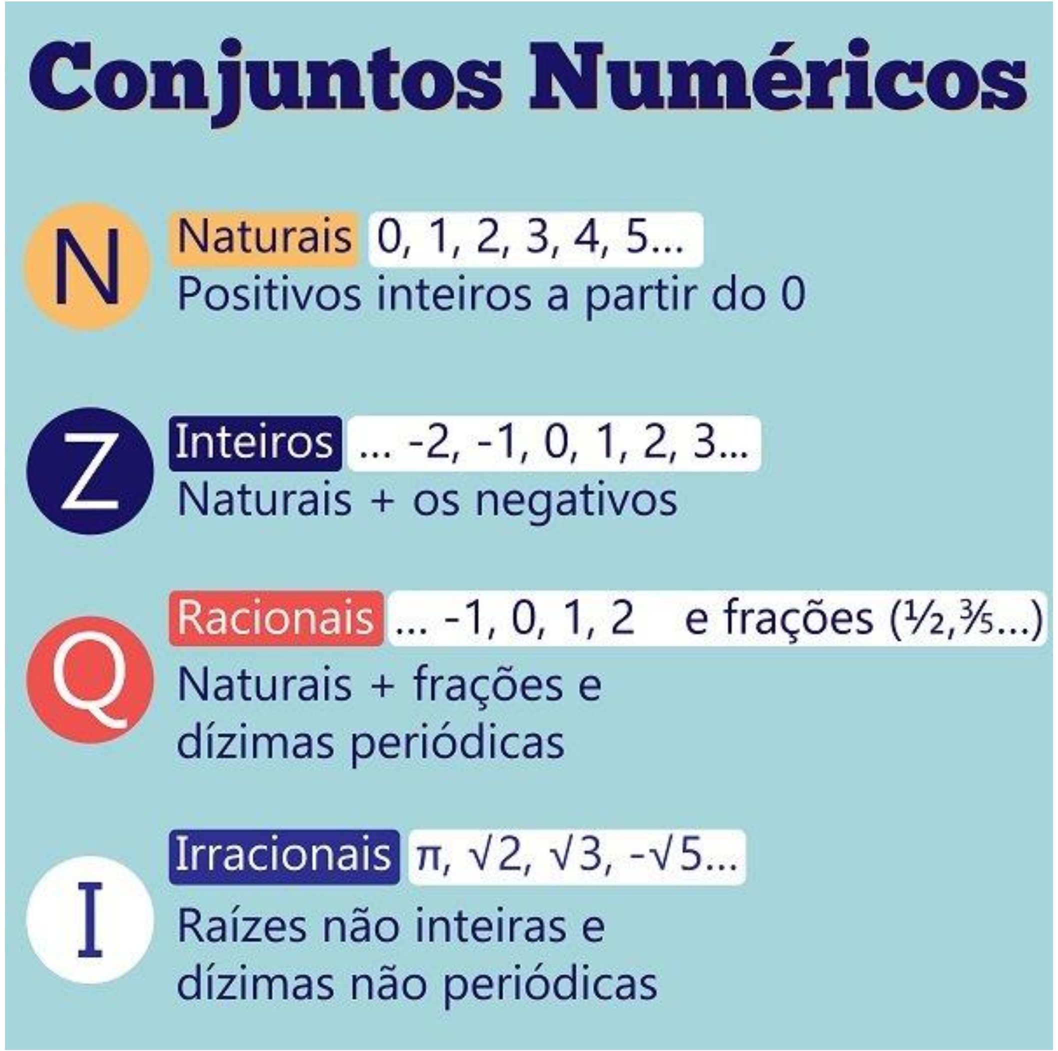
A cardinalidade de um conjunto finito e o número de elementos deste conjunto. Cantor mostrou que ha vários tipos de conjuntos infinitos e que existem infinitos “maiores" que outros infinitos. O conjunto dos números racionais Q tem a mesma cardinalidade infinita que N, mas R tem cardinalidade maior.

Georg Cantor (1845 - 1918)

Conjuntos Numéricos



https://www.todamateria.com.br/conjuntos-numericos/



https://blogdoenem.com.br/conjuntos-numericos/

Conjuntos

Usaremos as seguintes notações:

- $x \in A$, x é um elemento do conjunto A ou x pertence a A.
- $x \notin A$, x não é elemento do conjunto A, ou x não pertence a A.
- $A \subset B$, o conjunto A e um subconjunto do conjunto B ou A está contido em B.
- Se $A \subset B$, dizemos também que o conjunto B contém o conjunto A e denotamos $B \supset A$.
- $A \not\subset B$. O conjunto A não está contido no conjunto B.

Conjuntos

Especificar uma propriedade que define um conjunto, como:

$S = \{x \mid P(x)\}$:

$\{x \in Z \mid -2 < x < 5\}$

$\{x \in R \mid -2 < x < 5\}$

P(x) não pode ser uma propriedade qualquer.

Operações em conjuntos

- União (∪)
- Interseção (∩)
- Diferença (-)
- Complementar (c)

União: $A \cup B = \{x \in U | x \in A \text{ ou } x \in B\}$

Notação: $A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n = \cup_{i=1}^{n} A_i$

Intersecção: $A \cap B = \{x \in U | x \in A \text{ e } x \in B\}$

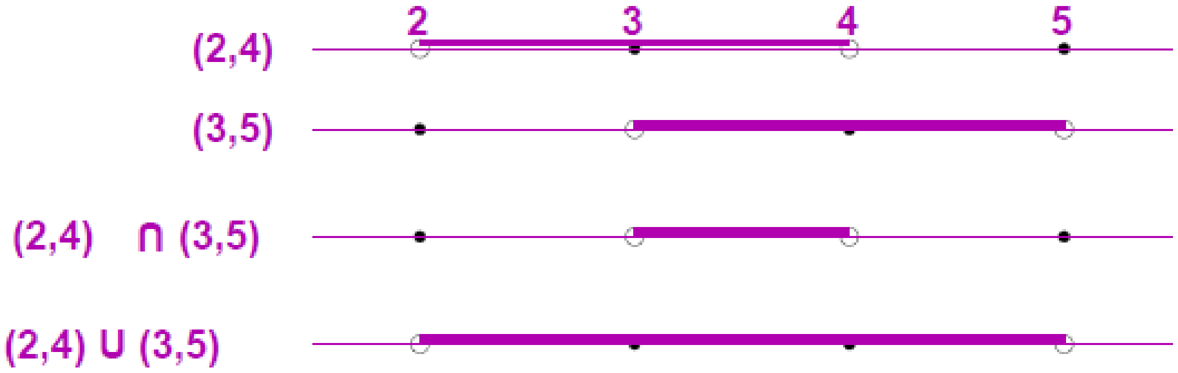
Notação: $A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_n = \cap_{i=1}^{n} A_i$

Diferença: $B - A = \{x \in U | x \in B \text{ e } x \notin A\}$

Complemento: $A^c = \{x \in U | x \notin A\}$

Operações em conjuntos

(2; 4) ∩ (3; 5) = (3; 4) e (2; 4) ∪ (3; 5) = (2; 5). Observe o diagrama a seguir:



Operações em conjuntos

- União (∪)
- Interseção (∩)
- Diferença (-)
- Complementar (c)

Exemplo

Qual é o conjunto formado através $[1;2] \cap [2;5]$

Exemplo

Exemplo pág 56.

Consideremos os conjuntos: $A = \{x \in \mathbb{N} | x < 12\ e\ x\ \text{é}\ multiplo\ de\ 3\}$

B={0,3,5,7} sendo subconjuntos de $U = \{x \in \mathbb{N} | x \leq 10\}$

a) A^c ou A’

b) $(A \cap B)^c$

c) $(BUA)^c$

Exemplo

Exemplo pág 56. <u>**LEMBRE-SE A É SUBCONJUNTO DE U**</u>

Consideremos os conjuntos: $A = \{x \in \mathbb{N} | x < 12\ e\ x \text{ é } multiplo\ de\ 3\}$

B={0,3,5,7} sendo subconjuntos de $U = \{x \in \mathbb{N} | x \leq 10\}$

$a)$ A^c ou A' = $\{x \in U | x \notin A\} = \{1,2,4,5,7,8,10\}$

Exemplo

Exemplo pág 56.

Consideremos os conjuntos: $A = \{x \in \mathbb{N} | x < 12\ e\ x\ \text{é}\ multiplo\ de\ 3\}$

B={0,3,5,7} sendo subconjuntos de $U = \{x \in \mathbb{N} | x \leq 10\}$

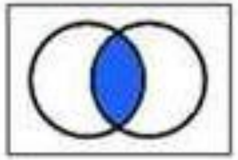
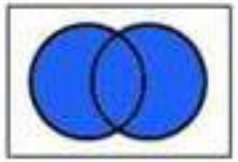
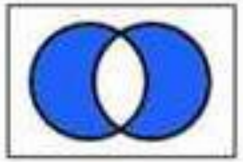
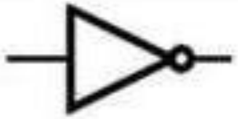
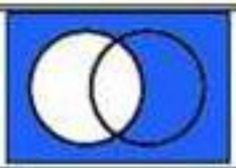
b) $(A \cap B)^c = \{x \in U | x \notin (A \cap B)\} = \{1,2,4,5,6,7,8,9,10\}$

Exemplo

1. {a} ⊂ {c, a, b} e a ∈ {c, a, b} são armações verdadeiras;
2. {a} ∈ {c, a, b} e a ⊂ {c, a, b} são armações falsas;
3. O correto é ∅ ⊂ N, enquanto que a proposição ∅ ∈ N é falsa;
4. Seja A = {1, {1}, {2}, 3}, temos:

$$\begin{array}{llll}
1 \in A, & \{1\} \in A, & \{1\} \subset A, & \{\{1\}\} \subset A, \\
2 \notin A, & \{2\} \in A, & \{2\} \not\subset A, & \{\{2\}\} \subset A, \\
3 \in A, & \{3\} \notin A, & \{3\} \subset A, & \{\{3\}\} \not\subset A.
\end{array}$$

Relação Algébrica e Diagrama de Venn

Expressão	Símbolo	Diagrama de Venn	Expressão Algébrica	Tabela Verdade		
				A	B	Output
AND			$A \cdot B$	0	0	0
				0	1	0
				1	0	0
				1	1	1
				A	B	Output
OR			$A + B$	0	0	0
				0	1	1
				1	0	1
				1	1	1
				A	B	Output
XOR			$A \oplus B$	0	0	0
				0	1	1
				1	0	1
				1	1	0
				A		Output
NOT			$\overline{A}$	0		1
				1		0

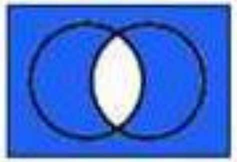
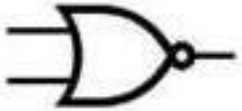
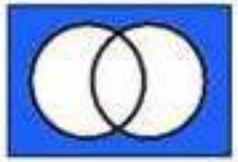
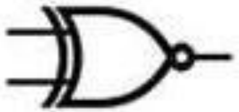
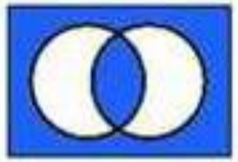
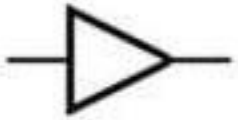
Conjunção

Disjunção

Disjunção Exclusiva

Negação

Relação Algébrica e Diagrama de Venn

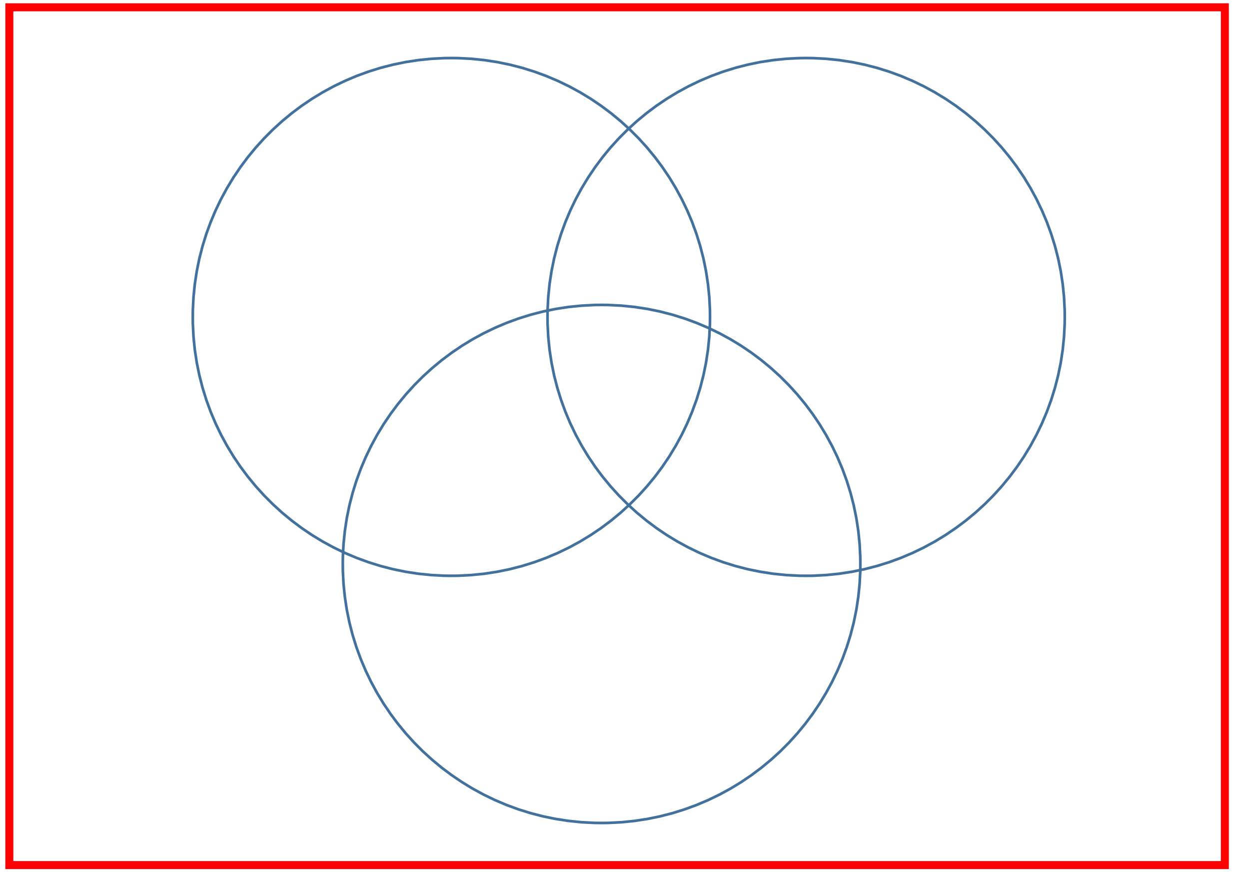
NAND			$\overline{A \cdot B}$	A B Output 0 0 1 0 1 1 1 0 1 1 1 0
NOR			$\overline{A + B}$	A B Output 0 0 1 0 1 0 1 0 0 1 1 0
XNOR			$\overline{A \oplus B}$	A B Output 0 0 1 0 1 0 1 0 0 1 1 1
BUF			A	IN Output 0 0 1 1

Não E

Não OU

Não (A e B, mas não ambos)

Diagrama de Venn



Exemplo

Seja a expressão (a.b)+(a.c), determine:

a) A tabela Verdade

b) O diagrama de Venn

Exemplo

Seja a expressão (a.b)+(a.c), determine:

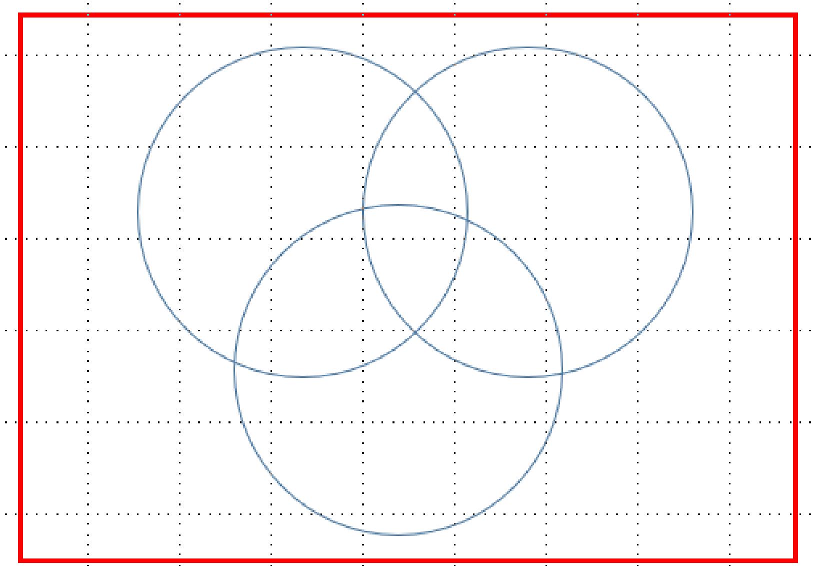
a) A tabela Verdade

a	b	c	(a.b)	(a.c)	(a.b)+(a.c)
V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	V
V	F	V	F	V	V
V	F	F	F	F	F
F	V	V	F	F	F
F	V	F	F	F	F
F	F	V	F	F	F
F	F	F	F	F	F

Exemplo

Seja a expressão (a.b)+(a.c), determine:

b) O diagrama de Venn



a	b	c	(a.b)	(a.c)	(a.b)+(a.c)
V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	V
V	F	V	F	V	V
V	F	F	F	F	F
F	V	V	F	F	F
F	V	F	F	F	F
F	F	V	F	F	F
F	F	F	F	F	F

Conjunto das Partes

Dado um conjunto E, o conjunto das partes de E é o conjunto cujos elementos são todos os subconjuntos de E.

O conjunto das partes de E será denotado P(E), assim:

$$P(E) = \{A;\ A \subset E\}$$

Na prática, devemos ter em mente as seguintes relações:

- $A \subset E \iff A \in P(E)$
- $b \in E \iff \{b\} \subset E \iff \{b\} \in P(E)$

Conjunto das Partes

1. $(\forall E)(\emptyset \in P(E) \text{ e } E \in P(E))$;

2. Se E = {a, b} então P(E) = { Ø, {a}, {b}, E} ;

3. Se E = {a, b, c} então P(E) = { Ø, {a}, {b}, {c}, {a, b}, {a, c}, {b, c}, E}

4. Se n(E) = k então $n(P(E)) = 2^k$;

P(E) = {A; A ⊂ E}
Na prática, devemos ter em mente as seguintes relações:

- $A \subset E \Longleftrightarrow A \in P(E)$
- $b \in E \Longleftrightarrow \{b\} \subset E \Longleftrightarrow \{b\} \in P(E)$

Conjunto das Partes

Seja o conjunto A = {-5, 7, 11, 14}. Indique a quantidade de elementos do conjunto das partes de A

$$P(A) = 2^n = 2^4 = 16$$

P(A) = {{ }, {-5}, {7}, {11}, {14}, {-5, 7}, {-5,11}, {-5, 14}, {7, 11}, {7, 14}, {11, 14}, {-5, 7, 11}, {-5, 7, 14}, {-5, 11, 14}, {7, 11, 14}, {-5, 7, 11, 14}}

Exercícios extras

Se A = {2, 3, 5, 6, 7, 8}, B = {1, 2, 3, 6, 8} C = {1, 4, 6, 8}, determinmme:

$a)\quad (B \cup A) - C = \{1,2,3,5,6,7,8\} - \{1,4,6,8\} = \{2,3,5,7\}$

b) $(B \cap A) - C = \{2,3,6,8\} - \{1,4,6,8\} = \{2,3\}$

c) $(B \cap A) \cap C = \{2,3,6,8\} \cap \{1,4,6,8\} = \{6,8\}$

Exercícios extras

Em um colégio, foi realizado uma pesquisa com a intenção de determinar a preferência dos alunos em relação a determinados tipos de salgados. Os tipos foram denominados em A, B e C para que ficasse melhor a classificação e foram dispostos segundo a tabela.

Marcas consumidas	Nº de consumidores
A	150
B	120
C	80
A e B	60
A e C	20
B e C	40
A, B e C	15

Exercícios extras

Com isso determine:

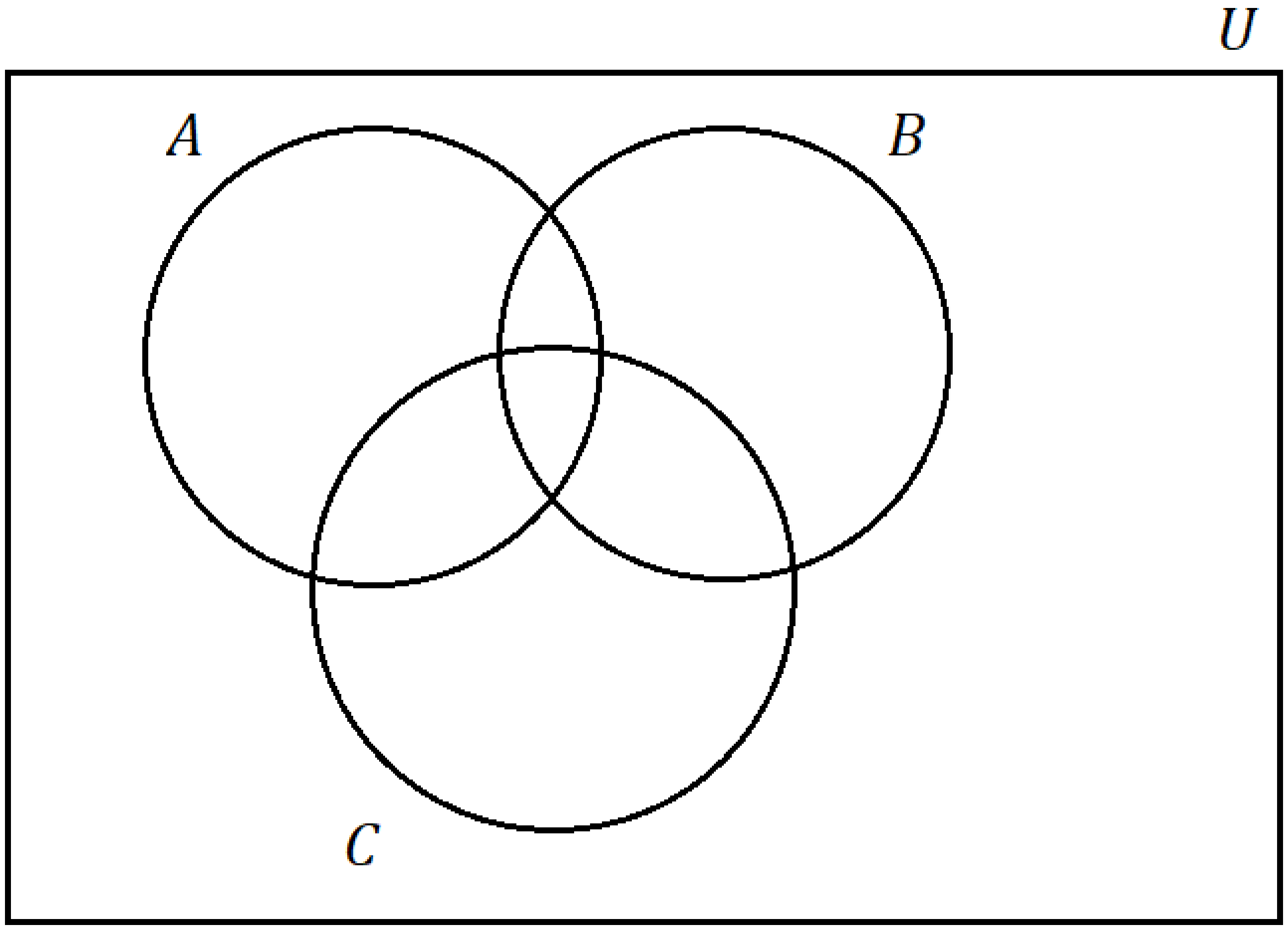
a) Quantos alunos foram entrevistados nesse dia?

b) Dentre os alunos de A, B e C, quantos consomem apenas duas dessas marcas?

c) Quantos não consomem o tipo C?

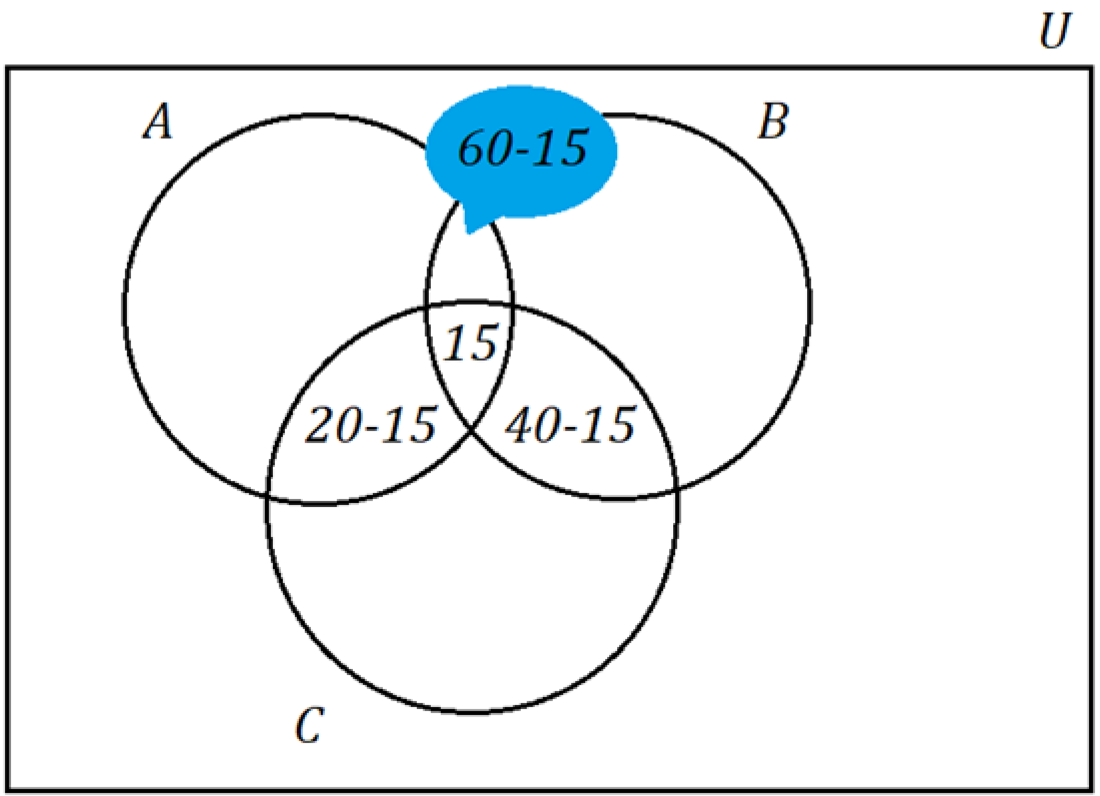
d) Quantos não consumiram o tipo B ou C?

Exercícios extras



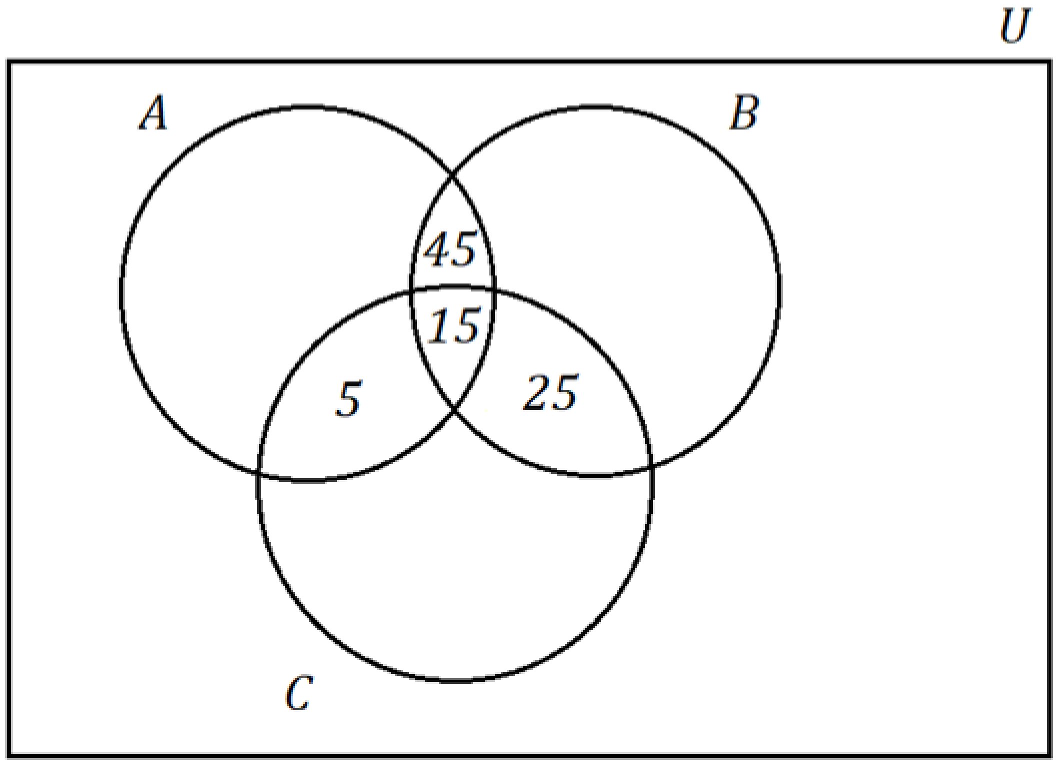
Exercícios extras

Marcas consumidas	Nº de consumidores
A	150
B	120
C	80
A e B	60
A e C	20
B e C	40
A, B e C	15



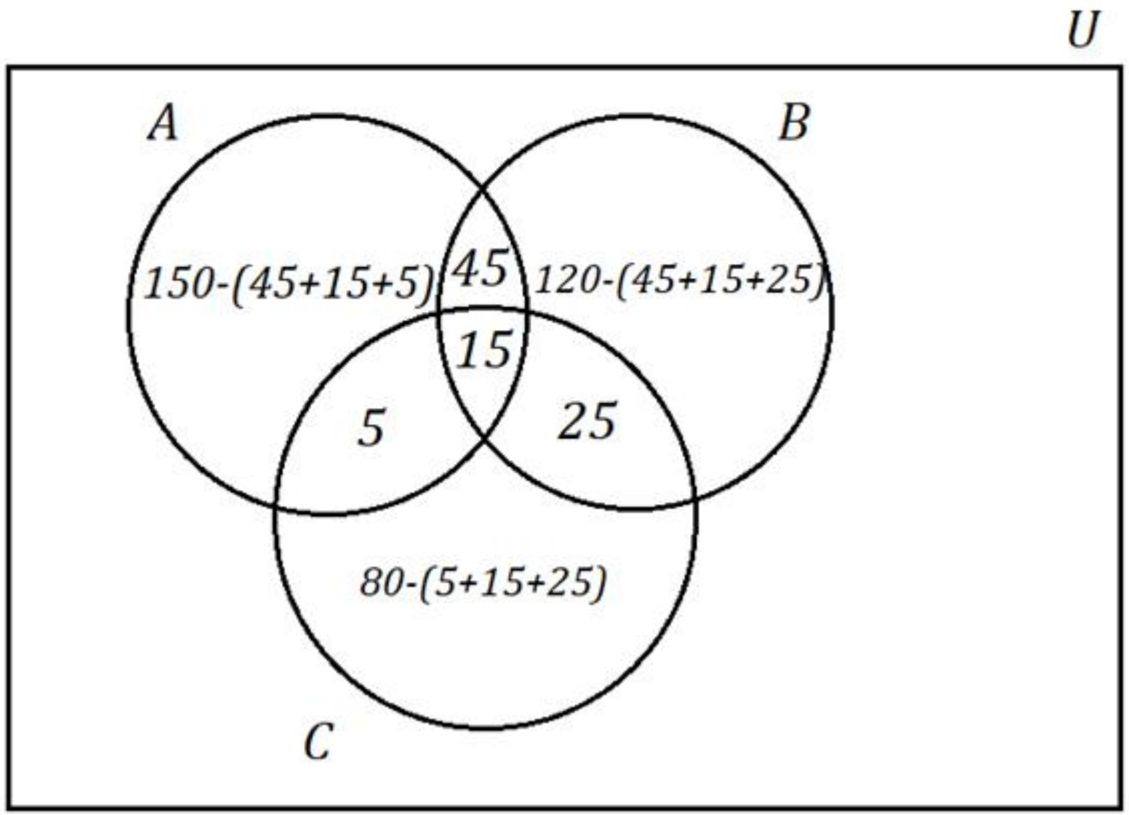
Exercícios extras

Marcas consumidas	Nº de consumidores
A	150
B	120
C	80
A e B	60
A e C	20
B e C	40
A, B e C	15



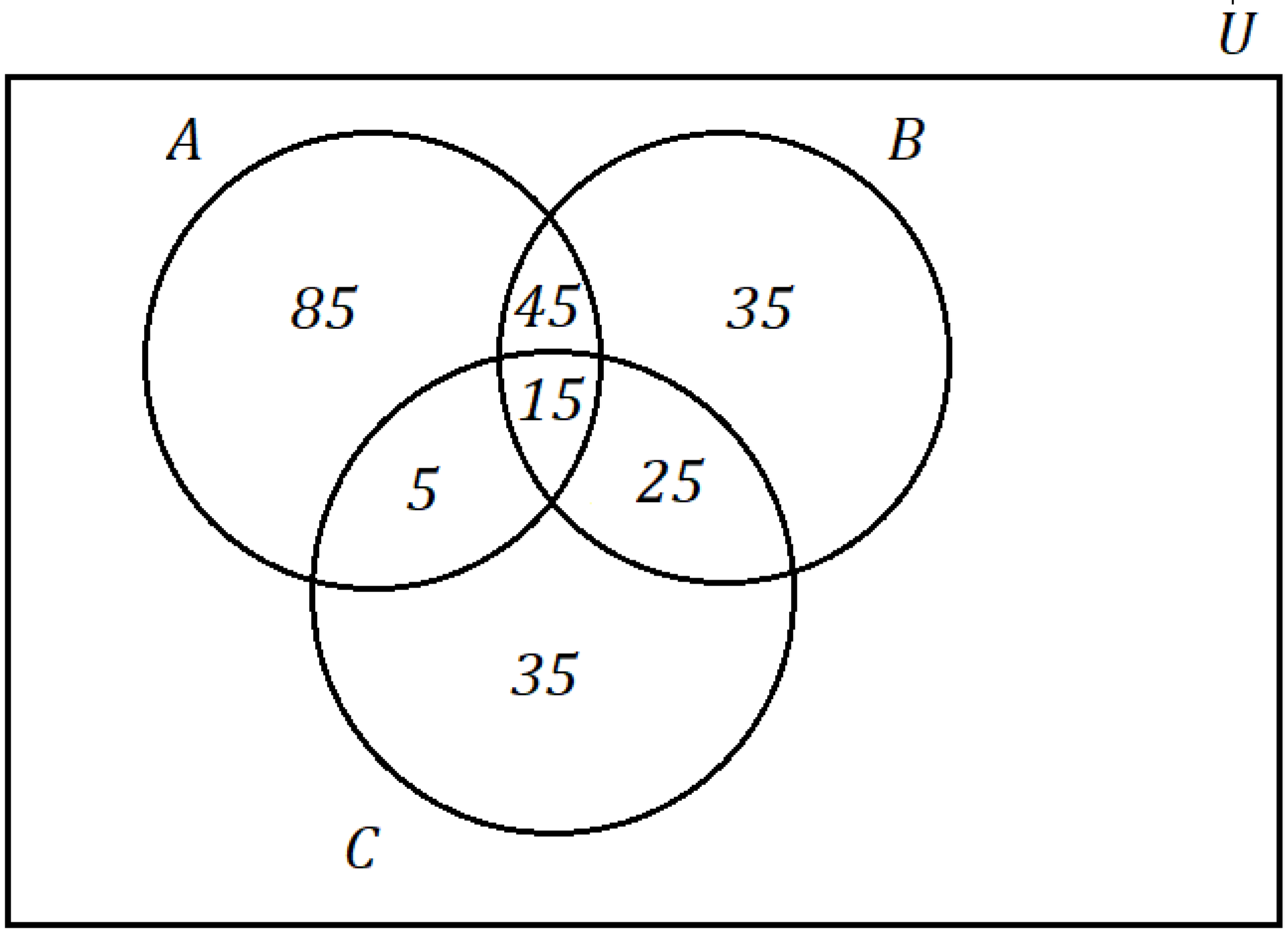
Exercícios extras

Marcas consumidas	Nº de consumidores
A	150
B	120
C	80
A e B	60
A e C	20
B e C	40
A, B e C	15



Exercícios extras

Marcas consumidas	Nº de consumidores
A	150
B	120
C	80
A e B	60
A e C	20
B e C	40
A, B e C	15



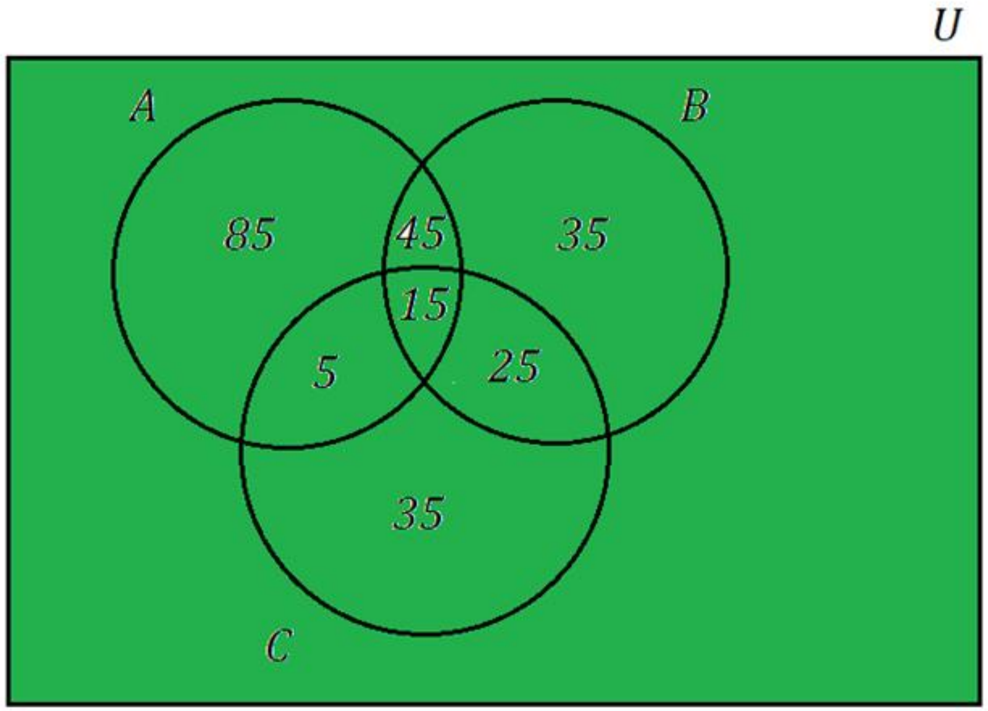
Exercícios extras

a) Quantos alunos foram entrevistados nesse dia?

T = 85 + 45 + 35 + 5 + 15 + 25 + 35= 245

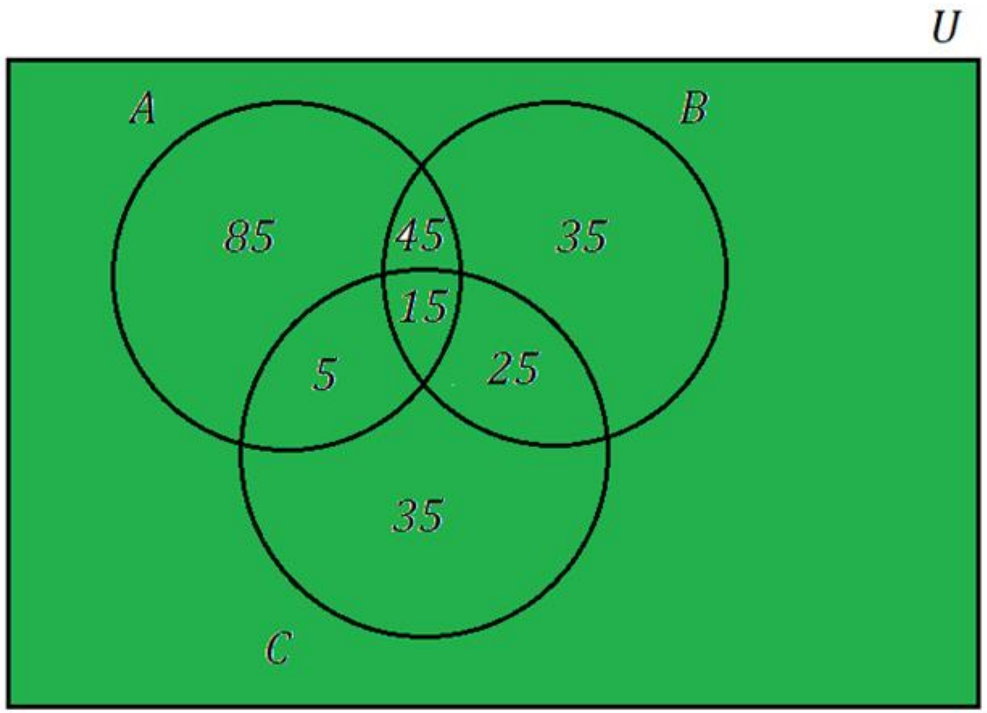
$$n(A \cup B \cup C)$$
$$= n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B)$$
$$- n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

150+120+80-60-20-40+15=245



Exercícios extras

b) Dentre os alunos de A, B e C, quantos consomem apenas duas dessas marcas?

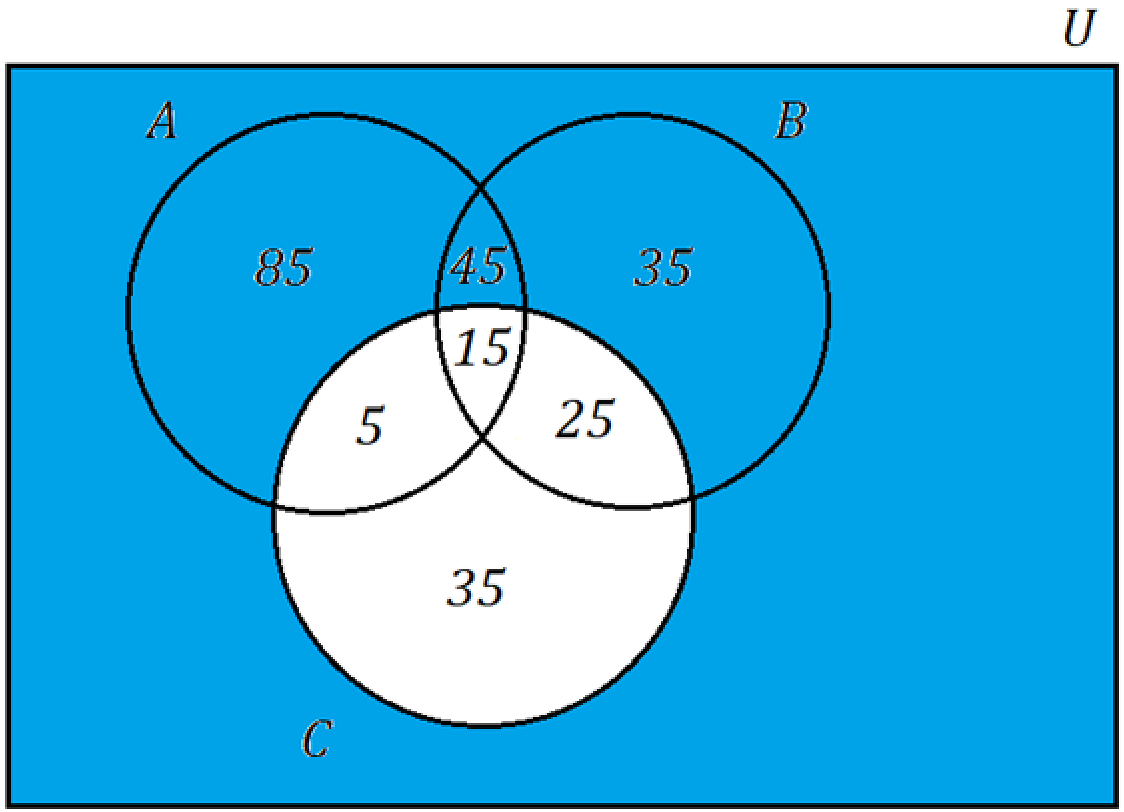


T = 45 + 25 + 5 = 75

Exercícios extras

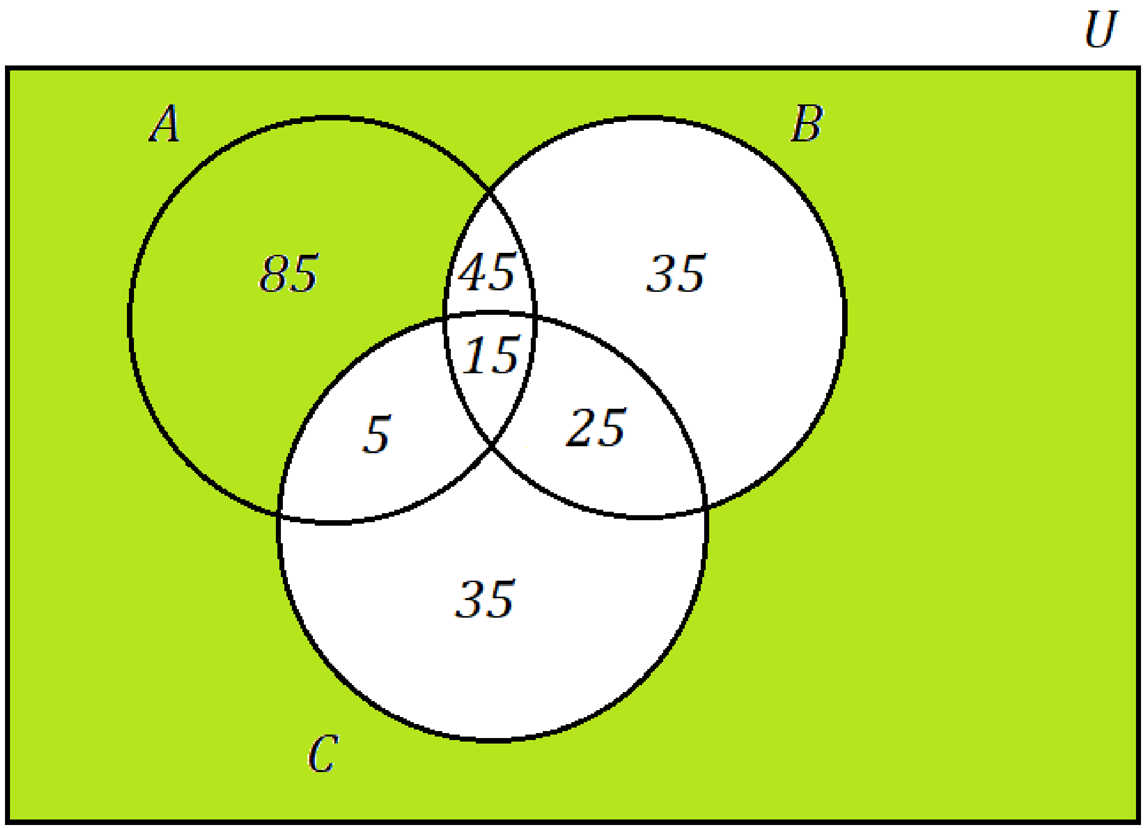
c) Quantos não consomem o tipo C?

T=245 – 80 = 165 $\rightarrow n(U - C) \rightarrow n(C^c)$



Exercícios extras

d) Quantos não consumiram o tipo B ou C?



T = 85 → $n\left(U-(B \cup C)\right) = (B \cup C)^C$

Exercícios extras

Decida se as afirmações são verdadeiras ou falsas e justifique:

(a) $\emptyset = \{\emptyset\}$;

(b) O número $0,123456789101112\cdots$ é irracional;

(c) Uma afirmação coerente sobre elementos de um conjunto A deve, necessariamente, definir um subconjunto de A.

(d) A expressão: "A é um elemento do conjunto B" é equivalente a "$A \subset B$";

Exercícios extras

Decida se as afirmações são verdadeiras ou falsas e justifique:

(e) As afirmações são equivalentes:

- “Este é o bolo de aniversário de Pedro ou de João”;
- “Este bolo de aniversário pertence a exatamente um dos dois, Pedro ou João”.

Exercícios extras

Decida se as afirmações são verdadeiras ou falsas e justifique:

(a) $\emptyset = \{\emptyset\}$;

Falsa. O conjunto vazio, no primeiro membro, é caracterizado por não ter nenhum elemento. Por outro lado, o conjunto do segundo membro é unitário, de fato, seu único elemento é o conjunto vazio. Por isso os conjuntos não podem ser iguais. Uma afirmação verdadeira é $\emptyset \in \{\emptyset\}$ que significa em palavras: o conjunto vazio é elemento do conjunto $\{\emptyset\}$.

Exercícios extras

Decida se as afirmações são verdadeiras ou falsas e justifique:

(b) O número $0,123456789101112\cdots$ é irracional;

Verdadeira. Apesar de ter uma regra clara para os dígitos da dízima, ela não é periódica, portanto, o número não é racional. Como o número é real ele é um elemento de $\mathbb{R} - \mathbb{Q}$, o conjunto dos números irracionais.

Exercícios extras

Decida se as afirmações são verdadeiras ou falsas e justifique:

(c) Uma afirmação coerente sobre elementos de um conjunto A deve, necessariamente, definir um subconjunto de A.

Verdadeira. De fato, define o conjunto $\{a \in A \mid a \text{ satisfaz a afirmação }\} \subset A$.

Exercícios extras

Decida se as afirmações são verdadeiras ou falsas e justifique:

(d) A expressão: “A é um elemento do conjunto B” é equivalente a “A ⊂ B”;

Falsa. A expressão adequada para “A é um elemento do conjunto B” é “A ∈ B”. A expressão “A ⊂ B” significa “A é um subconjunto de B”. Uma mnemônica útil é ∈ lembra a letra “e” de “é elemento de” , enquanto que ⊂ lembra a letra “c” de “ é subconjunto de”.

Exercícios extras

Decida se as afirmações são verdadeiras ou falsas e justifique:

(e) As afirmações são equivalentes:

• "Este é o bolo de aniversário de Pedro ou de João"; • "Este bolo de aniversário pertence a exatamente um dos dois, Pedro ou João".

Falsa. Seja:

A : "Este é o bolo de aniversário de Pedro" e B : "Este é o bolo de aniversário de João". A primeira afirmação é equivalente a $A \cup B$, enquanto a segunda afirmação é equivalente a $(A - B) \cup (B - A)$.

Lembre-se, em lógica "ou" significa união, portanto, se x está em A ou B, então pode ser que $x \in A$ e $x \in B$.

UniCesumar
EDUCAÇÃO PRESENCIAL E A DISTÂNCIA