UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
MA71J – Fundamentos de Matemática
Profª Ana Cristina Corrêa Munaretto

Argumentos - Regras de inferência

Exercícios retirados da obra: ALENCAR FILHO, E. d.Iniciação à Lógica Matemática. 21. ed. São Paulo: Nobel, 1913. ISBN 9788521304036.

1. Indique a Regra de Inferência que justifica a validade dos seguintes argumentos:
   (a) $p \to q \;\vdash\; (p \to q) \vee \sim r$
   (b) $\sim p \wedge (q \to r) \;\vdash \sim p$
   (c) $p \to q, q \to \sim r \;\vdash\; p \to \sim r$
   (d) $p \to (q \to r), p \;\vdash\; q \to r$
   (e) $(q \vee r) \to \sim p, \sim\sim p \;\vdash \sim (q \vee r)$
   (f) $p \to q, r \to \sim s \;\vdash\; (p \to q) \wedge (r \to \sim s)$
   (g) $(p \wedge q) \vee (\sim p \wedge r), \sim (\sim p \wedge r) \;\vdash\; p \wedge q$
   (h) $x + y = z \to y + x = z,\; x + y = z \;\vdash\; y + x = z$
   (i) $x, y \in \mathbb{R} \to x + y \in \mathbb{R},\; x + y \notin \mathbb{R} \;\vdash\; x, y \notin \mathbb{R}$
   (j) $x \neq 0,\; x \neq 1 \;\vdash\; x \neq 0 \wedge x \neq 1$
   (k) $x = 1 \to x < 3,\; x < 3 \to x + y < 5 \;\vdash\; x = 1 \to x + y < 5$

2. Em cada um dos seguintes pares ou trios de premissas, utilize a Regra de Inferência indicada para deduzir a conclusão do argumento:

   (a) Modus ponens
   (1) $x = y \wedge y = z$
   (2) $(x = y \wedge y = z) \to x = z$

   (b) Modus tollens
   (1) $(p \leftrightarrow q) \to \sim (r \wedge s)$
   (2) $\sim\sim (r \wedge s)$

   (c) Silogismo disjuntivo
   (1) $y < 6 \vee x + y < 10$
   (2) $x + y \nless 10$

   (d) Silogismo hipotético
   (1) $xy = 6 \to xy + 5 = 11$
   (2) $xy + 5 = 11 \to y = 2$

   e) Dilema Construtivo
   (1) $p \to r$
   (2) $\sim q \to \sim s$
   (3) $p \vee \sim q$

   f) Dilema destrutivo
   (1) $x < 3 \to x \neq y$
   (2) $x > 4 \to x < y$
   (3) $x = y \vee x \nless y$

3. Use a regra "Modus ponens" para deduzir de cada um dos seguintes conjuntos de premissas a conclusão indicada:

(a) (1) $p \to q$
(2) $q \to r$
(3) p

$\therefore \quad r$

(b) (1) $\sim p \to q \vee r$
(2) $s \vee t \to \sim p$
(3) $s \vee t$

$\therefore \quad q \vee r$

(c) (1) $x + 1 = 2$
(2) $x + 1 = 2 \to y + 1 = 2$
(3) $y + 1 = 2 \to x = y$

$\therefore \quad x = y$

(d) (1) $p \vee q$
(2) $p \vee q \to \sim r$
(3) $\sim r \to s \wedge \sim t$
(4) $s \wedge \sim t \to u \vee v$

$\therefore \quad u \vee v$

4. Utilize as Regras de Inferências para verificar que são válidos os seguintes argumentos:

(a) $r \to p \vee q,\ r,\ \sim p \ \vdash \ q$

(b) $p \wedge q,\ p \to r,\ q \to s \ \vdash \ r \wedge s$

(c) $\sim p \vee \ \sim q,\ \sim\sim q,\ r \to p \ \vdash \sim r$

(d) (1) $x + 8 = 12 \vee x \neq 4$
(2) $x = 4 \wedge y < x$
(3) $x + 8 = 12 \wedge y < x \to y + 8 < 12$

$\therefore \quad y + 8 < 12$

(e) (1) $3x + 2y = 18 \wedge x + 4y = 16$
(2) $x = 2 \to 3x + 2y \neq 18$
(3) $x = 2 \vee y = 3$
(4) $x \neq 4 \to y \neq 3$

$\therefore \quad x = 4$

(f) (1) $x = y \vee x < y$
(2) $y = x + 4$
(3) $(x < 3 \vee x > 5) \wedge y = x + 4 \to y \neq 8$
(4) $x \neq y$
(5) $y = 6 \vee x < y \to x < 3$

$\therefore \quad (x = 4 \vee y \neq 8) \wedge x < 3$

(g) $p \wedge \sim q,\ q \vee \sim r,\ s \to r \ \vdash \ p \wedge \sim s$

(h) $p \to q,\ q \to r,\ (p \to r) \to \sim s,\ s \vee t \ \vdash \ t$

(i) $q \vee (r \to t),\ q \to s,\ \sim s \to (t \to p),\ \sim s \ \vdash \ r \to p$

RESPOSTAS

1. (a) AD (b) SIMP (c) SH (d) MP (e) MT (f) CONJ (g) SD (h) MP (i) MT (j) CONJ (k) SH

2. (a) $x = z$ (b) $\sim (p \leftrightarrow q)$ (c) $y < 6$ (d) $xy = 6 \rightarrow y = 2$ (e) $r \vee \sim s$ (f) $x \not< 3 \vee x \not> 4$

3.

4. f)

(1) $x = y \vee x < y$	P
(2) $y = x + 4$	P
(3) $(x < 3 \vee x > 5) \wedge y = x + 4 \rightarrow y \neq 8$	P
(4) $x \neq y$	P
(5) $y = 6 \vee x < y \rightarrow x < 3$	P
(6) $x < y$	1, 4 SD
(7) $y = 6 \vee x < y$	6 AD
(8) $x < 3$	5, 7 MP
(9) $x < 3 \vee x > 5$	8 AD
(10) $(x < 3 \vee x > 5) \wedge y = x + 4$	2, 9 CONJ
(11) $y \neq 8$	3, 10 MP
(12) $x = 4 \vee y \neq 8$	11 AD
(13) $(x = 4 \vee y \neq 8) \wedge x < 3$	8, 12 CONJ