

$(P \wedge Q) \vee \neg(P \rightarrow Q)$

P	Q	$P \wedge Q$	$\neg(P \rightarrow Q)$	$(P \wedge Q) \vee \neg(P \rightarrow Q)$
V	V	V	F	V
V	F	F	V	V
F	V	F	F	F
F	F	F	F	F

1 2 3 4 5

Contingência

EXEMPLO 9 -AULA 1

**Exemplo 9 (aula 1)**

(FGV) Sobre os amigos Marcos, Renato e Waldo, sabe-se que:

- Se Waldo é flamenguista, então Marcos não é tricolor;
- Se Renato não é vascaíno, então Marcos é tricolor;
- Se Renato é vascaíno, então Waldo não é flamenguista.

Logo, deduz-se que:

- (A) Marcos é tricolor;
- (B) Marcos não é tricolor;
- (C) Waldo é flamenguista;
- (D) Waldo não é flamenguista;
- (E) Renato é vascaíno.

RESOLUÇÃO EXEMPLO 9

P: Waldo é fleminguista

Q: Marcos é tricolor

R: Renato é vascaíno

$$P \rightarrow \neg Q$$

$$\neg R \rightarrow Q$$

$$R \rightarrow \neg P$$

Ordem

Proposição

Justificativa

1

$$P \rightarrow \neg Q$$

H<sub>1</sub>

2

$$\neg R \rightarrow Q$$

H<sub>2</sub>

3

$$R \rightarrow \neg P$$

H<sub>3</sub>

4

$$\neg Q \rightarrow \neg R$$

H<sub>2</sub>, Contrapositiva

5

$$\neg Q \rightarrow R$$

4, Dupla negação

6

$$P \rightarrow R$$

1, 5, transitiva

7

$$P \rightarrow \neg P$$

6, 2, transitiva

8

$$\neg P \vee \neg P$$

7, def. concl.

9

$$\neg P$$

8 simplificação

Waldo não é fleminguista



Exemplo 8  $A = \mathbb{R}$   
 $S = \{x R y \mid x, y \in \mathbb{R} \text{ e } x \cdot y \neq 0\}$ .

Cases

$1 S 1$ , pois  $1 \cdot 1 \neq 0$  é V.

$\pi S \sqrt{2}$ , pois  $\pi \sqrt{2} \neq 0$  é V.

$0 \not S 1$ , pois  $0 \cdot 1 = 0$  é F.

$1 \not S 0$ , pois  $1 \cdot 0 = 0$  é F.

Agora,

•  $S$  não é reflexivo. Tome como contraexemplo  $x = 0$  e  $0 \not S 0$ , pois  $0 \cdot 0 = 0$  é F.

•  $S$  é simétrica. Assume que  $x R y$  seja V, ou seja,  $x \cdot y \neq 0$ . Pelo comutatividade do produto  $x \cdot y = y \cdot x \neq 0$ . Logo,  $y S x$ .

•  $S$  é transitivo. Suponha que  $x S y$  e  $y R z$  sejam V, ou seja,

$x \cdot y \neq 0$ , em particular  $x \neq 0$

$y \cdot z \neq 0$ , em particular  $z \neq 0$

Logo,  $x \cdot z \neq 0$  é V, pois  $x \cdot z \neq 0$ .

•  $S$  não é antissimétrica. Tome como contraexemplo  $x = \pi$  e  $y = \sqrt{2}$ . Note que  $\pi S \sqrt{2}$  e  $\sqrt{2} S \pi$  são V, pois  $\pi \cdot \sqrt{2} \neq 0$  é V e  $\sqrt{2} \cdot \pi \neq 0$  é V, mas  $\pi = \sqrt{2}$  é F.

Exemplo 8

$$A = \mathbb{R}$$

$S = \{x R y \mid x, y \in \mathbb{R} \text{ e } x \cdot y \neq 0\}$ .

Cases

$1 S 1$ , pois  $1 \cdot 1 \neq 0$  é V.

$\pi S \sqrt{2}$ , pois  $\pi \sqrt{2} \neq 0$  é V.

$0 \not S 1$ , pois  $0 \cdot 1 = 0$  é F.

$1 \not S 0$ , pois  $1 \cdot 0 = 0$  é F.

Agora,

•  $S$  não é reflexivo. Tome como contraexemplo  $x = 0$  e  $0 \not S 0$ , pois  $0 \cdot 0 = 0$  é F.

•  $S$  é simétrica. Assume que  $x R y$  seja V, ou seja,  $x \cdot y \neq 0$ . Pelo comutatividade do produto  $x \cdot y = y \cdot x \neq 0$ . Logo,  $y S x$ .

•  $S$  é transitivo. Suponha que  $x S y$  e  $y R z$  sejam V, ou seja,

$x \cdot y \neq 0$ , em particular  $x \neq 0$

$y \cdot z \neq 0$ , em particular  $z \neq 0$

Logo,  $x \cdot z \neq 0$  é V, pois  $x \cdot z \neq 0$ .

•  $S$  não é antissimétrica. Tome como contraexemplo  $x = \pi$  e  $y = \sqrt{2}$ . Note que  $\pi S \sqrt{2}$  e  $\sqrt{2} S \pi$  são V, pois  $\pi \cdot \sqrt{2} \neq 0$  é V e  $\sqrt{2} \cdot \pi \neq 0$  é V, mas  $\pi = \sqrt{2}$  é F.