Argumentos - **Regras de inferência e equivalências**
Prova da não-validade
Inconsistência

Exercícios retirados da obra: ALENCAR FILHO, E. d.Iniciação à Lógica Matemática. 21. ed. São Paulo: Nobel, 1913. ISBN 9788521304036.

1. Demonstre a validade dos seguintes argumentos:

   (a) $(r \wedge s) \vee p,\ q \rightarrow \sim p,\ t \rightarrow \sim p,\ q \vee t \ \vdash\ s \wedge r$

   (b) $p \rightarrow q,\ q \rightarrow r \ \vdash \sim p \vee r$

   (c) (1) $x = 3 \vee x = 4$

   (2) $x = 3 \rightarrow x^2 - 7x + 12 = 0$

   (3) $x = 4 \rightarrow x^2 - 7x + 12 = 0$

   (4) $x^2 - 7x + 12 = 0 \rightarrow x > 2$

   (5) $x^2 < 9 \rightarrow x \ngtr 2$

   (6) $x^2 \nless 9 \rightarrow x^2 = 9 \vee x^2 > 9$

   $\therefore\ x^2 = 9 \vee x^2 > 9$

   (d) $\sim (p \wedge q) \rightarrow (r \rightarrow s),\ r \wedge \sim s,\ q \rightarrow t \ \vdash\ t$

   (e) (1) $x < y \leftrightarrow y > 4$

   (2) $y = 6 \leftrightarrow x + y = 10$

   (3) $y > 4 \wedge x + y = 10$

   $\therefore\ x < y \wedge y = 6$

   (f) (1) $x < 3 \vee x > 4$

   (2) $x < 3 \rightarrow x \neq y$

   (3) $x > 4 \rightarrow x \neq y$

   (4) $x < y \vee x \neq y \rightarrow x \neq 4 \wedge x = 2$

   $\therefore\ x = 2$

2. Demonstre a não-validade dos seguintes argumentos pelo "Método de atribuição de valores lógicos":

   (a) $p \rightarrow q,\ r \rightarrow s,\ p \vee s \ \vdash\ q \vee r$

   (b) $\sim (p \wedge q),\ \sim p \wedge \sim q \rightarrow r \wedge s,\ s \rightarrow r \ \vdash\ r$

   (c) $p \leftrightarrow q \vee r,\ q \leftrightarrow p \vee r,\ r \leftrightarrow p \vee q,\ \sim p \ \vdash\ q \vee r$

   (d) $p \rightarrow q \vee r,\ s \leftrightarrow r,\ \sim p \vee q \ \vdash \sim p \wedge q$

   (e) $(p \rightarrow q) \rightarrow r,\ r \rightarrow \sim s \vee t,\ (s \rightarrow t) \rightarrow u,\ s \wedge u \ \vdash\ p \rightarrow q$

3. Demonstre que os seguintes conjuntos de proposições são inconsistentes deduzindo uma contradição para cada um deles:

   (a) (1) $q \rightarrow p$
   (2) $\sim (p \vee r)$
   (3) $q \vee r$

   (b) (1) $p \vee \sim q$
   (2) $\sim (q \rightarrow r)$
   (3) $p \rightarrow r$

   (c) (1) $\sim (p \vee q)$
   (2) $\sim q \rightarrow r$
   (3) $\sim r \vee s$
   (4) $\sim p \rightarrow \sim s$

   (d) (1) $x = y \rightarrow x < 4$
   (2) $x \nless 4 \vee x < z$
   (3) $\sim (x < z \vee x \neq y)$

RESPOSTAS:

1. c)

(1)	$x = 3 \vee x = 4$	P
(2)	$x = 3 \to x^2 - 7x + 12 = 0$	P
(3)	$x = 4 \to x^2 - 7x + 12 = 0$	P
(4)	$x^2 - 7x + 12 = 0 \to x > 2$	P
(5)	$x^2 < 9 \to x \not> 2$	P
(6)	$x^2 \not< 9 \to x^2 = 9 \vee x^2 > 9$	P
(7)	$x^2 - 7x + 12 = 0 \vee x^2 - 7x + 12 = 0$	1,2,3 DC
(8)	$x^2 - 7x + 12 = 0$	7 ID
(9)	$x > 2$	4,8 MP
(10)	$x^2 \not< 9$	5,9 MT
(11)	$x^2 = 9 \vee x^2 > 9$	6,10 MP

d)

(1)	$\sim(p \wedge q) \to (r \to s)$	P
(2)	$r \wedge \sim s$	P
(3)	$q \to t$	P
(4)	$\sim(\sim r \vee \sim\sim s)$	2, DM
(5)	$\sim(\sim r \vee s)$	4 DN
(6)	$\sim(r \to s)$	5 COND
(7)	$\sim(\sim(p \wedge q))$	1,6 MT
(8)	$p \wedge q$	7 DN
(9)	q	8 SIMP
(10)	t	3,9 MP

2. a)

V	F
s	p
	q
	r

1ª Premissa $(p \to q)$: $F \to F = V$
2ª Premissa $(r \to s)$: $F \to V = V$
3ª Premissa $(p \vee s)$: $F \vee V = V$
Conclusão $(q \vee r)$: $F \vee F = F$

b)

V	F
p	q
	r
	s

ou

V	F
q	p
	r
	s

1ª Premissa $(\sim(p \wedge q))$: $\sim(V \wedge F) = \sim F = V$
2ª Premissa $(\sim p \wedge \sim q \to r \wedge s)$: $\sim V \wedge \sim F \to F \wedge F = F \wedge V \to F = F \to F = V$
3ª Premissa $(s \to r)$: $F \to F = V$
Conclusão (r): F

c)

V	F
	p
	q
	r

d)

V	F
p	
q	
r	
s	

ou

V	F
p	r
q	s

ou

V	F
r	p
s	q

ou

V	F
	p
	q
	r
	s

e)

V	F
p	q
s	r
u	
t	

ou

V	F
p	q
r	
s	
u	
t	

3. a)

(1)	$q \to p$	
(2)	$\sim(p \vee r)$	
(3)	$q \vee r$	
(4)	$\sim p \wedge \sim r$	(2) DM
(5)	$\sim p$	(4) SIMP
(6)	$\sim q$	(1,5) MT
(7)	r	(3,6) SD
(8)	$\sim r$	(4) SIMP
(9)	$r \wedge \sim r$	(7,8) CONJ contradição!

d)

(1)	$p \to q$	
(2)	$\sim q \vee r$	
(3)	$\sim(r \vee \sim p)$	
(4)	$\sim r \wedge \sim\sim p$	(3) DM
(5)	$\sim r \wedge p$	(4) DN
(6)	$\sim r$	(5) SIMP
(7)	$\sim q$	(2,6) SD
(8)	p	(5) SIMP
(9)	q	(1,8) MP
(10)	$\sim q \wedge q$	(7,9) CONJ **contradição!**