

# Arhitectura Sistemelor de Calcul

Lect. Dr. Șotropa Diana  
[diana.sotropa@ubbcluj.ro](mailto:diana.sotropa@ubbcluj.ro)



---

Facultatea de Matematică și Informatică  
Universitatea Babeș-Bolyai





# Complementul față de 2

---

# Complementul față de 2

- Matematic, REPRESENTAREA unui număr NEGATIV în **complement față de doi** este valoarea  $2^n - V$ , unde  $V$  este valoarea absolută a numărului reprezentat.

**Motto:**

**Cu complementul față de 2:**

**“Interpretăm reprezentări și reprezentăm interpretări”**

Care sunt situațiile în care se folosește complementul față de 2?

# Complementul față de 2

$1001\ 0011b = 93h = 147$  (în interpretarea FĂRĂ SEMN)

Q1: Fiind un număr care începe cu 1, în interpretarea CU SEMN este un număr negativ. Care este valoarea lui?

Valoarea sa este:

– (complementul față de 2 al configurației binare inițiale) =  $-(2^n - V)$

# Complementul față de 2

$1001\ 0011b = 93h = 147$  (în interpretarea FĂRĂ SEMN)

Q2: Cum se obține complementul față de 2 al unui număr?

**Varianta 1 (Oficială): Se scade binar conținutul (evident binar) al locației de complementat din  $100\ \dots 00$ , unde numărul de după cifra binară 1 are atâtea zerouri câți biți are locația de complementat.**

$$\begin{array}{r} 1\ 0000\ 0000b \\ -\quad 1001\ 0011b \\ \hline 0110\ 1101b \end{array} \quad \begin{array}{r} 2^n - \\ V \\ \hline = 6Dh = 6 * 16 + 13 = 96 + 13 = 109 \\ \text{(deci complementul față de 2 pe 8 biți al numărului 147 este 109)} \end{array}$$

Ca urmare,  $1001\ 0011b = -109$  (în interpretarea CU SEMN)

# Complementul față de 2

$1001\ 0011b = 93h = 147$  (în interpretarea FĂRĂ SEMN)

Q2: Cum se obține complementul față de 2 al unui număr?

**Varianta 2 (derivată din definiția complementului față de 2 – mai rapidă dpdv practic): se inversează valorile tuturor biților (valoarea 0 devine 1 și valoarea 1 devine 0) din locația de reprezentare, după care se adaugă 1 la valoarea obținută.**

Inversăm valorile tuturor biților valorii  $1001\ 0011b$  obținând  $01101100b$  după care adăugăm 1 la valoarea obținută:  $0110\ 1100b + 1 = 0110\ 1101b = 109$

Ca urmare,  $1001\ 0011b = -109$  (în interpretarea CU SEMN)

# Complementul față de 2

$1001\ 0011b = 93h = 147$  (în interpretarea FĂRĂ SEMN)

Q2: Cum se obține complementul față de 2 al unui număr?

**Varianta 3 (MULT mai rapidă dpdv practic, cea mai rapidă pt obținerea configurației binare a complementului față de 2): Se lasă neschimbați biții începând din dreapta reprezentării binare până la primul bit 1 inclusiv, iar restul biților se inversează.**

Plecând de la  $1001\ 0011b$  lăsăm neschimbați biții din dreapta până la primul bit 1 inclusiv, iar restul biților se inversează, deci obținem  $0110\ 1101b = 6Dh = 109$

Ca urmare,  $1001\ 0011b = -109$  (în interpretarea CU SEMN)

# Complementul față de 2

$1001\ 0011b = 93h = 147$  (în interpretarea FĂRĂ SEMN)

Q2: Cum se obține complementul față de 2 al unui număr?

**Varianta 4 (CEA mai rapidă dpdv practic, dacă ne interesează doar valoarea absolută în baza 10 a complementului față de 2): Suma valorilor absolute a celor două valori complementare este cardinalul mulțimii reprezentabile pe acea dimensiune.**

Pe 8 biți se pot reprezenta  $2^8$  valori = 256 valori ( $[0,255]$  sau  $[-128, +127]$ )

Pe 16 biți se pot reprezenta  $2^{16}$  valori = 65536 valori ( $[0,65535]$  sau  $[-32768,32767]$ )

Pe 32 biți se pot reprezenta  $2^{32}$  valori = 4294967296 valori ...

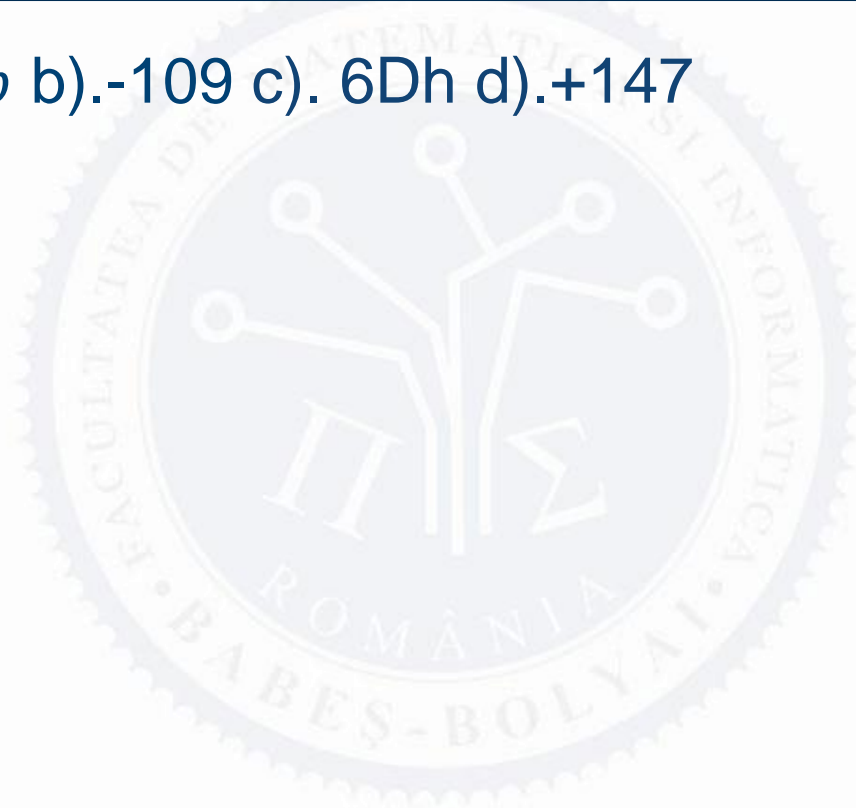
Pe 8 biți complementul față de 2 al lui  $1001\ 0011b = 93h = 147$  este  $256 - 147 = 109$

Ca urmare,  $1001\ 0011b = -109$  (în interpretarea CU SEMN)

# Complementul față de 2

Care este valoarea în interpretarea cu semn a lui  $1001\ 0011b$ ?

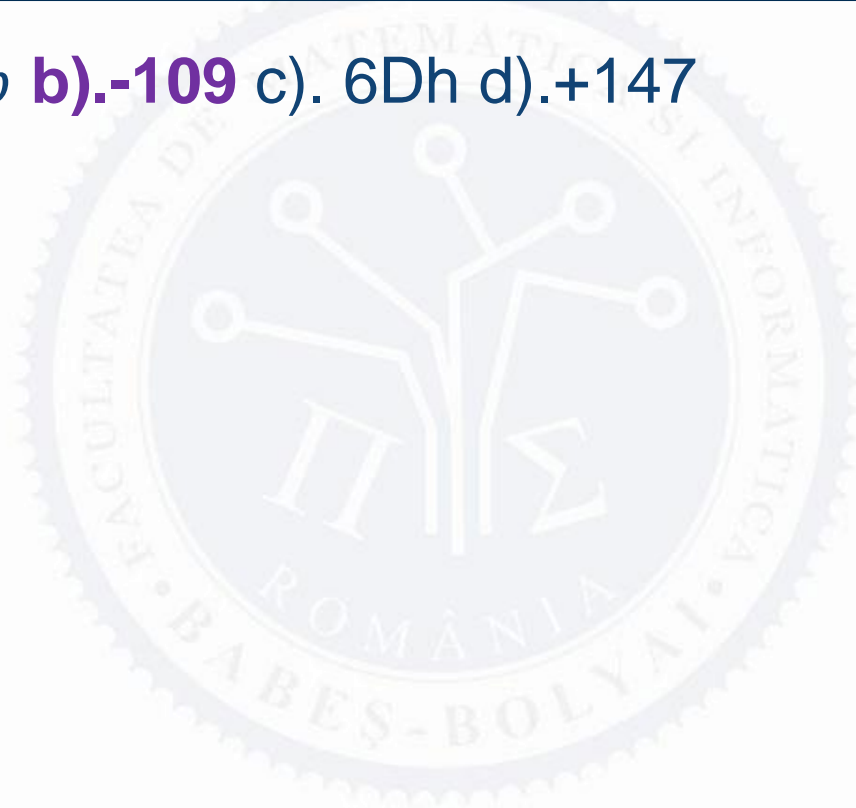
a).  $0110\ 1101b$  b).  $-109$  c).  $6Dh$  d).  $+147$



# Complementul față de 2

Care este valoarea în interpretarea cu semn a lui  $1001\ 0011b$ ?

a).  $0110\ 1101b$  **b). -109** c).  $6Dh$  d).  $+147$



# Complementul față de 2

Care este valoarea în interpretarea cu semn a lui  $1001\ 0011b$ ?

a).  $0110\ 1101b$  **b). -109** c). 6Dh d). +147

Care este valoarea în interpretarea cu semn a lui 93h ?

a).  $0110\ 1101b$  b). -109 c). 6Dh d). +147

# Complementul față de 2

Care este valoarea în interpretarea cu semn a lui  $1001\ 0011b$ ?

a).  $0110\ 1101b$  **b). -109** c). 6Dh d). +147

Care este valoarea în interpretarea cu semn a lui 93h ?

a).  $0110\ 1101b$  **b). -109** c). 6Dh d). +147

# Complementul față de 2

Care este valoarea în interpretarea cu semn a lui  $1001\ 0011b$ ?

a).  $0110\ 1101b$  **b). -109** c). 6Dh d). +147

Care este valoarea în interpretarea cu semn a lui 93h ?

a).  $0110\ 1101b$  **b). -109** c). 6Dh d). +147

Care este valoarea în interpretarea cu semn a lui 147 din baza 10 ?

a).  $0110\ 1101b$  **b). -109** c). 6Dh d). +147

## Complementul față de 2

Care este valoarea în interpretarea cu semn a lui  $1001\ 0011b$ ?

a).  $0110\ 1101b$  **b). -109** c). 6Dh d). +147

Care este valoarea în interpretarea cu semn a lui 93h ?

a).  $0110\ 1101b$  **b). -109** c). 6Dh d). +147

Care este valoarea în interpretarea cu semn a lui 147 din baza 10 ?

a).  $0110\ 1101b$  b). -109 c). 6Dh d). +147

Nici unul dintre răspunsuri, deoarece întrebarea este un nonsens – pentru că 147 ESTE DEJA O INTERPRETARE

# Complementul față de 2

- Deci 147 și 109 sunt două valori complementare:
  - $1001\ 0011b = 147$  sau  $-109$   
în funcție de interpretare, adică complementul lui 147 este  $-109$
- Este  $-147$  complementul lui 109?

# Complementul față de 2

- Deci 147 și 109 sunt două valori complementare:
  - $1001\ 0011b = 147$  sau  $-109$   
în funcție de interpretare, adică complementul lui 147 este  $-109$
- Este -147 complementul lui 109? **NU**

# Complementul față de 2

- Care este complementul lui 109?

**Toată discuția despre valori complementare are sens doar dacă atenția noastră se concentrează pe problematica NUMERELOR NEGATIVE**

Ex1: se pleacă de la o reprezentare în baza 2 care începe cu 1 și ne întrebăm care va fi numărul negativ asociat în interpretarea CU SEMN

Ex2: se pleacă de la o valoare absolută (109 sau 147) și ne întrebăm care este reprezentarea în baza 2 pentru numărul -109 sau pentru -147 !!

 **Totul se învâрте in jurul numerelor NEGATIVE !!**

# Complementul față de 2

- Interpretările cu semn și fără semn ale oricărei configurații binare care începe cu 1 VOR FI INTOTDEAUNA DIFERITE și ele NU vor fi NICIODATA părți ale aceluiași interval de reprezentare admisibil pe N biți !!!
- Valorile absolute ale celor două interpretări reprezintă două valori complementare.

Exemple:

-128, 128 ( $-128 \in [-128, 127]$  (cu semn);  $+128 \in [0, 255]$  (fără semn))

147, -109

-1, 255

-3, 253

-127, 129

Contraexemple:

127, -129 nu sunt complementare ( $-129 \notin [-128, 127]$  (cu semn);  $+127 \in [0, 255]$  (fără semn))

# Complementul față de 2

Q3: Dacă avem o REPRESENTARE în baza 2 de tip  $0xxx\dots$  de valoare  $+abc$  în interpretarea FARA semn, ce valoare va avea această REPRESENTARE în interpretarea CU SEMN din BAZA 10 ? ( $b_2 - b_{10}$ )

**Tot atâta !**

Un număr care începe cu 0 în baza 2 are aceeași valoare atât în interpretarea cu semn cât și în cea fără semn, fiind un număr pozitiv

109 este tot 109 în ambele interpretări

# Complementul față de 2

Q4: Dacă avem o REPRESENTARE de forma  
 $0xxx\dots$  de valoare  $+abc$ ,  
care va fi REPRESENTAREA binară a valorii  $-abc$  ? ( $b_2 - b_2$ )

Ex: dacă plecăm de la **109**, cum se reprezintă binar **-109** ?

Abia acum începe “complementul față de 2 să joace un rol”, iar răspunsul este:

**REPRESENTAREA sa va fi  
“complementul față de 2 al configurației binare inițiale”.**

Pentru valoarea **109 = 0110 1101<sub>b</sub>**, complementul față de 2 a lui **0110 1101<sub>b</sub>** este **1001 0011<sub>b</sub>**, deci **-109 = 1001 0011<sub>b</sub>**

Ca urmare putem concluziona că  
**valoarea complementară a unui întreg care începe cu 0, va începe cu 1**  
(excepție făcând doar valoarea 0)  
**și va încăpea ca valoare complementară în interpretarea CU SEMN**  
**pe aceeași dimensiune de reprezentare ca și valoarea inițială**

# Complementul față de 2

Q5: Dacă avem o REPRESENTARE de tip  $1xxx\dots$  de valoare  $+abc$  în interpretarea FĂRĂ semn, ce valoare va avea această REPRESENTARE în interpretarea CU SEMN din baza 10 ? ( $b_2 - b_{10}$ )

**Valoarea sa este: – (complementul față de 2 al configurației binare inițiale).**

Pentru exemplul nostru, avem:

$1001\ 0011b = 147$  (fără semn)

- ➡ - (complementul față de 2 al configurației  $1001\ 0011b$ )
- ➡ - ( $0110\ 1101b$ ) = -109.

# Complementul față de 2

Q6: Dacă avem o REPRESENTARE de forma  $1xxx\dots$  de valoare  $+abc$ , care va fi REPRESENTAREA binară a valorii  $-abc$  ? ( $b_2 - b_2$ )

Ex: dacă plecăm de la  $1001\ 0011b = +147$ , cum se reprezintă binar  $-147$ ?

Răspunsul nu poate fi decât unul similar cu cel de la Q4:

**REPRESENTAREA sa va fi “complementul față de 2 al configurației binare inițiale”.**

Numai că: **dacă un număr începe cu 1** în reprezentarea lui în baza 2 și are valoarea  $+abc$  în interpretarea FARA SEMN, **atunci tot cu 1 va trebui să înceapă** și varianta lui negativă  $-abc$  ca REPRESENTARE (pentru că în caz contrar nu ar mai fi un număr negativ în interpretarea CU SEMN).

Dar, complementarea unei valori binare de forma  $1xxx\dots$  va furniza prin complementare în mod natural o valoare binară CARE INCEPE CU 0 pe o dimensiune de reprezentare identică cu cea de pornire !!! - excepție făcând DOAR valorile de forma  $100\dots$  ( $-128$ ,  $+128$ ,  $-32768$ ,  $+32768$  etc).

**Ca urmare, concluzionăm că dacă plecăm de la o reprezentare de forma  $1xxx\dots$  de valoare  $+abc$  NU PUTEM OBȚINE valoarea  $-abc$  PE O ACEEAȘI DIMENSIUNE DE REPRESENTARE !!!!!**

# Complementul față de 2

Q6: Dacă avem o REPREZENTARE de forma **1xxx....** de valoare **+abc**, care va fi REPREZENTAREA binară a valorii **- abc** ? ( $b_2 - b_2$ )

Ex: dacă plecăm de la  $1001\ 0011b = +147$ , cum se reprezintă binar  $-147$  ?

Dovada:

**147 = 1001 0011b** ( $147 \in [0..255]$ , însă  $-147 \notin [-128..+127]$  , deci  $-147$  NU este reprezentabil pe un octet chiar dacă  $+147$  este)

**Deci nu numai că, complementarea nu poate fi făcută corect pe aceeași dim. de reprezentare ca a val. inițiale ca METODOLOGIE, dar și analiza intervalelor de reprezentare admisibile ne confirmă asta dpdv SEMANTIC**

# Complementul față de 2

Q6: Dacă avem o REPRESENTARE de forma **1xxx....** de valoare **+abc**, care va fi REPRESENTAREA binară a valorii **- abc** ? ( $b_2 - b_2$ )

Ex: dacă plecăm de la  $1001\ 0011b = +147$ , cum se reprezintă binar  $-147$  ?

Ca urmare, obținerea lui  $-147$  plecând de la **147 = 1001 0011b**, se face astfel:

i). Reprezentarea binară a lui 147 începe cu 1, dar trebuie să ținem cont și că

$$-147 \notin [-128..+127], \text{ însă } -147 \in [-32768..+32767]$$

de unde rezultă că  $-147$  NU este reprezentabil ca octet CI DOAR CA ȘI CUVÂNT

ii). Pe o dimensiune de tip WORD, **147 = 0000 0000 1001 0011b** (deci un număr binar care începe cu 0) și conform răspunsului de la Q5, avem că

**-147 = "complementul față de 2 al configurației binare inițiale".**

Complementul față de 2 a configurației **0000 0000 1001 0011b** este **1111 1111 0110 1101b**, deci

$$-147 = 1111\ 1111\ 0110\ 1101b = FF6Dh$$

*Verificare:  $1111\ 1111\ 0110\ 1101b = FF6Dh = 65389$  în interpretarea FĂRĂ semn, suma valorilor absolute a celor două valori complementare fiind  $65389 + 147 = 65536 = \text{cardinalul mulțimii numerelor reprezentabile pe 1 WORD}$ , deci cele 2 interpretări ale configurației binare  $11111111\ 01101101$  sunt corecte și consistente*

# Complementul față de 2

Format binar numar	Interpretare	Valoare zecimala	În ce fel este implicat "complementul față de 2"	Răspuns
0xxx	Fără semn	+abc	-	-
	Cu semn (Q4)	+abc	Cum se reprezintă – abc?	Complementul față de 2 a lui 0xxx
1xxx	Fără semn	+def	-	-
	Cu semn (Q5)	+def	Ce valoare va avea 1xxx în interpretarea cu semn?	- (Complementul față de 2 a lui 1xxx)
	Cu semn (Q6)	+def	Cum se reprezintă – def ?	Complementul față de 2 a lui 1xx extins fără semn pe 2 * sizeof (1xxx)

(excepție fac reprezentările de forma de forma 100.... (-128, +128, -32768, +32768 etc)

# Complementul față de 2

Format binar numar	Interpretare	Valoare zecimala	În ce fel este implicat “complementul față de 2”	Răspuns
0110 1101b	Fără semn	+109	-	-
	Cu semn <b>(Q4)</b>	+109	Cum se reprezintă – 109?	1001 0011b
1001 0011b	Fără semn	+147	-	-
	Cu semn <b>(Q5)</b>	+147	Ce valoare va avea 1001 0011b în interpretarea cu semn?	- (0110 1101b) = -109
	Cu semn <b>(Q6)</b>	+147	Cum se reprezinta – 147 ?	Complementul față de 2 a lui 0000 0000 1001 0011b care este 1111 1111 0110 1101b

# Complementul față de 2

Care este nr MINIM de biți pe care se poate reprezenta -147 ?

Pe  $n$  biți se reprezintă  $2^n$  valori

- fie valorile  $[0..2^n - 1]$  în interpretarea fără semn
- fie valorile  $[-2^{n-1}..2^{n-1} - 1]$  în interpretarea cu semn

Pe 8 biți se reprezintă  $2^8 = 256$  valori

- fie valorile  $[0..2^8 - 1] = [0..255]$  în interpretarea fără semn
- fie valorile  $[-2^{8-1}..2^{8-1} - 1] = [-128..+127]$  în interpretarea cu semn

Pe 9 biți se reprezintă  $2^9 = 512$  valori

- fie valorile  $[0..2^9 - 1] = [0..511]$  în interpretarea fără semn
- fie valorile  $[-2^{9-1}..2^{9-1} - 1] = [-256..+255]$  în interpretarea cu semn

Așadar, numărul minim de biți pe care se poate reprezenta -147 este 9, iar reprezentarea lui -147 este 1 0110 1101b

Deoarece  $512 - 147 = 365 = 16Dh = 1\ 0110\ 1101b$

# Complementul față de 2

**Care este nr MINIM de biți pe care se poate reprezenta 3 ?**

$$3 = 11b \Rightarrow \text{pe 2 biți}$$

**Care este nr MINIM de biți pe care se poate reprezenta -3 ?**

Pe 3 biți se reprezintă  $2^3 = 8$  valori

– fie valorile  $[0..2^3 - 1] = [0..7]$  în interpretarea fără semn

– fie valorile  $[-2^{3-1}..2^{3-1} - 1] = [-4..+3]$  în interpretarea cu semn

Deoarece  $8 - 3 = 5 = 101b$  rezultă că  $101b$  este reprezentarea lui  $-3$  pe 3 biți

**Complementul față de 2 se referă la reprezentări sau la interpretări?**



## FACULTATEA DE MATEMATICĂ ȘI INFORMATICĂ UNIVERSITATEA BABEȘ-BOLYAI

Str. Mihail Kogălniceanu nr. 1  
Cluj-Napoca, Cluj, România

[www.cs.ubbcluj.ro](http://www.cs.ubbcluj.ro)