# Graffiti conjecture 299

## Opis in načrt problema

Projekt v povezavi s predmetom Operacijske raziskave

Avtorja:
**Stefan Đekanović, Katja Marina**

Ljubljana, november 2018

# 1 Opis projekta

Graffiti je računalniški program, ki programira grafsko-teoretične domneve. Program pozna določene grafe in je sposoben ovrednotiti določene formule oblikovane iz teoretičnih invariant grafov. Če nobeden od grafov, s katerimi je seznanjen Graffiti, ni protiprimer za formulo, to formulo imenujemo domneva. Glavni problem je število teh domnev, še posebej tistih, ki so trivialne.
Najin projekt je testiranje domneve 299, ki pravi:

Če je $G$ enostaven povezan graf, potem je

$$g_t(G) \leq Annihilation(G) + |S|,$$

kjer je $S$ množica vozlišč, ki imajo stopnjo 2.

# 2 Definicije

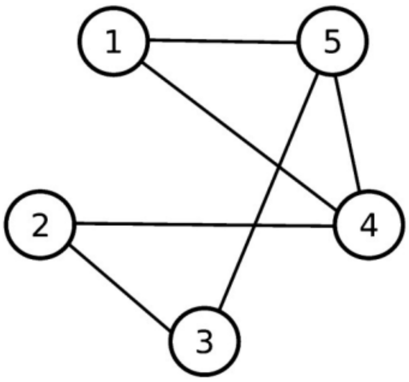
- Graf $G$ je *povezan*, če za poljubni vozlišči $u, v \in G$ obstaja pot od u do v.
- Graf $G$ je *enostaven*, če nima zank (začetna točka ni tudi njena končna točka) in vzporednih povezav (povezavi, ki imata skupno začetno in končno točko).
- *Dominantna množica* oziroma *dominating set* je podmnožica vozlišč grafa $G$, za katero velja, da dominira vse ostale točke v grafu. Točka v grafu dominira drugo točko, če sta enaki, ali pa sta med seboj povezani (sosedni).
- *Totalna dominantna množica* oziroma *total dominanting set* $D(G)$ grafa $G$ je dominantna množica vozlišč grafa $G$, v kateri ima vsako vozlišče iz dominantne množice tudi vsaj enega soseda iz te množice.
- *Moč totalne dominantne množice* označimo z $g_t(G)$.
- *Totalno dominantno število grafa G* je moč najmanjše totalne dominantne množice grafa.
- *Stopnja točke* v neusmerjenem grafu $G$ je število vseh njenih sosednih točk.
- *Annihilation(G)* oziroma »uničenje« grafa G – $A(G)$ definiramo tako: Naj ima graf $G$ n vozlišč in naj bo $d_1, d_2, ..., d_n$ nepadajoče zaporedje stopenj grafa $G$. $A(G)$ je največje celo število k, da je vsota prvih k členov zaporedja največ $\frac{(d_1+d_2+...+d_n)}{2}$.

# 3 Načrt dela

Delo bova začela s pisanjem programa, ki bo sam zgeneriral vse možne enostavne povezane grafe stopnje $n$ (za majhne $n$). Za vsakega bo pogledal, ali opisana domneva drži, ali pa jo bo ovrgel. Če bo domneva držala za vse manjše grafe, se bova lotila iskanja protiprimera na večjih grafih, za katere je težko ugotoviti totalno dominantno množico, zato se bova tega lotila z eno od populacijskih metahevrističnih metod, kot je npr. *ant colony optimization*.

# 4 Primer

Prikazala bova primer testiranja domneve na manjšem enostavnem povezanem grafu s 5 vozlišči.




$$S = \{1, 2, 3\} \Rightarrow |S| = 3$$
$$g_t(G) = |\{3, 5\}| = 2$$
$$d_1 \leq d_2 \leq d_3 < d_4 < d_5 :$$
$$d_1 = 2, d_2 = 2, d_3 = 2, d_4 = 3, d_5 = 3$$
$$\frac{d_1 + d_2 + d_3 + ... + d_5}{2} = \frac{2 + 2 + 2 + 3 + 3}{2} = 6$$
$$d_1 + d_2 + d_3 = 6 \Rightarrow k = 3, \text{torej je } A(G) = 3.$$

Najina domneva pravi:

$2 \leq 3 + 3 = 6$, torej v tem primeru drži.