­­­­МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

высшего образования «Казанский национальный исследовательский

технический университет им. А.Н. Туполева-КАИ»

(КНИТУ-КАИ)

Институт компьютерных технологий и защиты информации

(наименование института (факультета), филиала)

Кафедра Прикладной математики и информатики

(наименование кафедры)

(01.03.02) Прикладная математика и информатика

(шифр и наименование направления подготовки (специальности))

ПОяснительная записка к курсовой работе

по дисциплине: «Численные методы»

на тему: «Приближенное решение задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений методами Рунге - Кутта, Адамса и Милна.»

Работу выполнил:

студент гр. 4312 Филиппов А.В.

Принял:

доцент каф. ПМИ Комиссарова Е.М.

Казань 2021

# Цель работы

1. Изучить методы Рунге-Кутта, Адамса и Милна для обыкновенных дифференциальных уравнений.
2. Составить программу, реализующую данные алгоритмы указанных методов и проинтегрировать данное дифференциальное уравнение  
    при заданных начальных условиях на некотором отрезке c шагом При интегрировании двумя последними методами начальный отрезок определяется методом Рунге-Кутта четвертого порядка точности.
3. Найти точное решение задачи в виде функции и
4. Вычислить значение функции и в точках и сравнить полученные результаты решения уравнения различными методами и при различных значениях с точным решением.

# Индивидуальное задание

1. Составить программу для интегрирования уравнения   
    c заданными начальными условиями
2. Проинтегрировать заданное уравнение на заданном отрезке.

# Метод Рунге-Кутта четвертого порядка точности.

Пусть дано дифференциальное уравнение первого порядка

|  |  |
| --- | --- |
|  | (1) |
|  | (2) |

Выберем шаг и для кратности введем обозначение ,   
.

Рассмотрим числа:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3) |

Согласно методу Рунге-Кутта

# Метод Рунге-Кутта для рассматриваемого примера

Числа *k* для рассматриваемого примера

|  |  |
| --- | --- |
|  | (4) |

Согласно методу Рунге-Кутта получаем следующее значение

# Метод Адамса

Пусть дано дифференциальное уравнение первого порядка

|  |  |
| --- | --- |
|  | (5) |
|  | (6) |

Пусть система равноотстоящих значений с   
. Очевидно имеем:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (7) |

В силу второй интерполяционной формулы Ньютона с точностью до разностей 4-го порядка получаем:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (8) |

Подставляя выражение (8) в формулу (7) и учитывая, что , имеем

Отсюда получаем экстраполяционную формулу Адамса

|  |  |
| --- | --- |
|  | (9) |

Отсюда имеем

Формулу Адамса выгодно применять в раскрытом виде. Учитывая, что

Приводя подобные получаем

|  |  |
| --- | --- |
|  | (10) |

А для системы

Формула Адамса примет вид:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

# Метод Адамса для рассматриваемого примера

Для начала процесса нужны 8 начальных значения и так называемый *начальный отрезок,* который определяют исходя из начального условия (6) методом Рунге-Кутта.

Подставляя полученные значения в формулу Адамса для системы и получаем формулу Адамса для рассматриваемого примера

Метод Милна

Пусть дано дифференциальное уравнение первого порядка

|  |  |
| --- | --- |
|  | (12) |
|  | (13) |

Выберем шаг и для кратности введем обозначение   
.

Для начала процесса нужны 8 начальных значения и так называемый *начальный отрезок,* который определяют исходя из начального условия методом Рунге-Кутта.

Дальнейшие значения последовательно определяются по следующей схеме: предполагая, что известны,

1. Вычисляем первое приближение , для ближайшего следующего значения по формуле

|  |  |
| --- | --- |
|  | (14) |

1. Значение и подставляем в (12) и определяем соответствующее значение
2. Находим второе приближение и по формуле

|  |  |
| --- | --- |
|  | (15) |

Метод Милна для рассматриваемого примера

Начальные значения и так называемый *начальный отрезок,* определим методом Рунге-Кутта.

Далее, начиная с действуем по схеме:

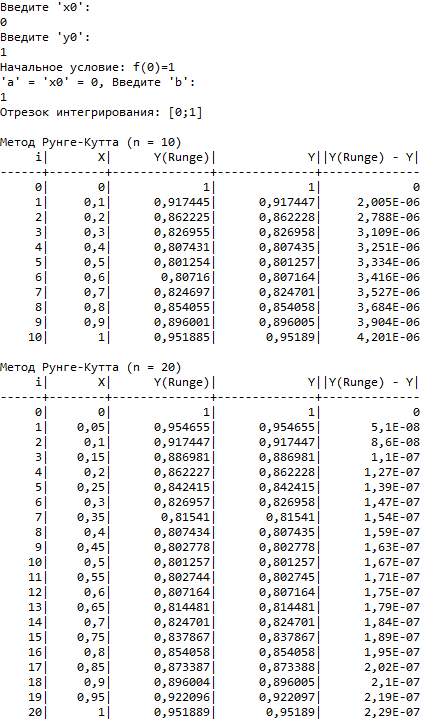
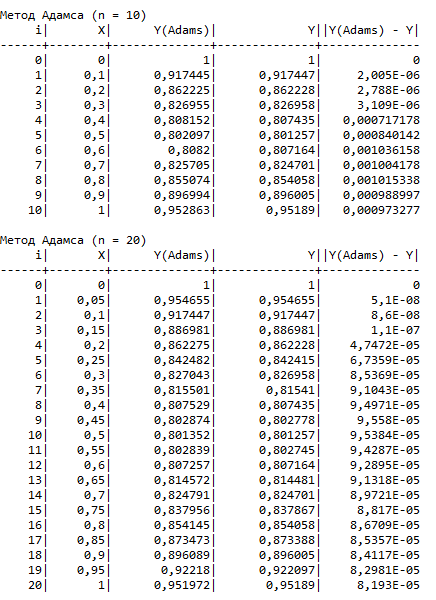
1. Вычисляем первое приближение для ближайшего следующего значения по формуле

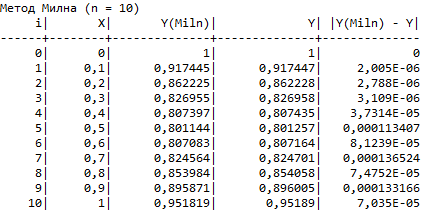
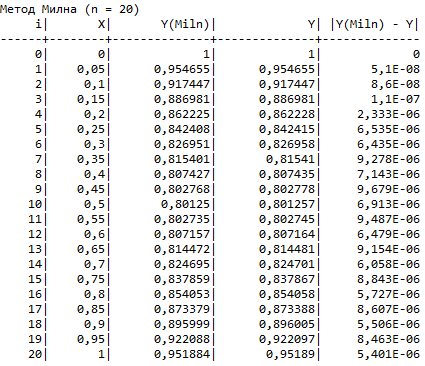
|  |  |
| --- | --- |
|  | (16) |

1. Значение подставляем в (12) и определяем соответствующее значение
2. Находим второе приближение и по формуле

|  |  |
| --- | --- |
|  | (17) |

# Результат выполнения программы

# Выводы

1. Данные методы позволяют интегрировать дифференциальные уравнения с высокой степенью точности
2. Чем меньше шаг *h,* тем больше точность
3. Наибольшую точность имеет метод Рунге-Кутта четвертого порядка точности
4. Наименьшую точность имеет метод Адамса