

# Inngangur að ályktunartölfræði

Katrín Arndís

2023-01-17



# Contents

<b>1</b>	<b>Formáli</b>	<b>5</b>
<b>2</b>	<b>Grunn hugtök</b>	<b>7</b>
<b>3</b>	<b>Tilgátur</b>	<b>9</b>
3.1	Aðaltilgáta . . . . .	9
3.2	Núlltilgáta . . . . .	9
<b>4</b>	<b>Marktekt</b>	<b>11</b>
<b>5</b>	<b>Footnotes and citations</b>	<b>17</b>
5.1	Footnotes . . . . .	17
5.2	Citations . . . . .	17
<b>6</b>	<b>Blocks</b>	<b>19</b>
6.1	Equations . . . . .	19
6.2	Theorems and proofs . . . . .	19
6.3	Callout blocks . . . . .	19
<b>7</b>	<b>Sharing your book</b>	<b>21</b>
7.1	Publishing . . . . .	21
7.2	404 pages . . . . .	21
7.3	Metadata for sharing . . . . .	21



# Chapter 1

## Formáli

Í þessu skjali fer ég yfir nokkur grunn hugtök og hugmyndir sem er gott að kunna skil á. Athugið að þetta er óyfirfarið efni svo villur gætu leynst í textanum.



## Chapter 2

# Grunn hugtök

Eftirfarandi eru grunnhugtök sem þarf að þekkja við lestur þessa skjals:

- **Þýði** er sá hópur sem við viljum læra eitthvað um; það getur endurspeglað stóran hóp einstaklinga (Evrópubúar), smærri hóp (Íslendingar) eða helður lítinn hóp (nemendur HR).
  - Þýði þarf að vera skýr, afmarkaður hópur einstaklinga sem eiga eitthvað sameiginlegt.
- **Úrtak** er sá hópur sem við mælum því við teljum hann endurspegla þýðið. Við reynum yfirleitt að mynda úrtakið úr tilviljunarkenndum hóp úr þýðinu.
- **Þýðistölur** eru þau gildi sem myndu fást ef við hefðum aðgang að öllu þýðinu.
  - Gefum okkur að við viljum vita hæð Íslendinga: Það er einhver tala, raunveruleg meðalhæð, sem fengist ef við myndum mæla hæð hvers einasta Íslendinga. Það er, hið raunverulega gildi sem fengist ef **öll stök þýðis** væru mæld. Það er þó sjaldnast hægt að mæla *alla* sem þýði samanstendur af – því drögum við úrtak og athugum eiginleika úrtaksins til að komast sem næst raunverulegu gildi í þýði.
- **Úrtakstölur** Eru því þau gildi sem fást frá úrtakinu okkar. Ef við höldum áfram með dæmið um hæð Íslendinga, þá myndum við draga handahófskennt úrtak af Íslendingum og myndum fá einhverja meðalhæð í úrtakinu. Þessi meðalhæð í úrtakinu er dæmi um úrtakstölu. Hún er það næsta sem við komumst því að vera hver hæðin er í *raunveruleikanum (þýðinu)*.<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup>Hér er talað um fólk, því fólk er yfirleitt viðfangsefni rannsókna í sálfræði. Það er þó auðvitað hægt að gera rannsóknir og beita ályktunartölfræði á dýr, bíla, sveppi og jafnvel hnetusmjör. Hugmyndin stendur þó – þýði er heildin sem við viljum þekkja eða draga ályktanir um – en er gjarna of stór til að það sé raunsætt að mæla hvert einasta stak sem tilheyrir því. (Stak er því gjarna notað til að lýsa hverri einingu sem þýði samanstendur af, í þýði Íslendinga myndi hver einstaklingur vera eitt stak í þýðinu).

- **Tilgátuprófun:** Þegar við setjum upp rannsóknir eða söfnum gögnum þá höfum við einhverjar spurningar í huga sem við viljum leitast svara við.
  - Tilgátuprófun er það ferli að setja spurninguna okkar fram í formi tilgáta og nota viðeigandi tölfraðipróf til að fá einfalt já/nei við spurningunni okkar eftir því hvort niðurstöður reynist marktækar eða ómarktækar.
  - Tilgátuprófun svarar spurningunni **hvort það sé munur** – í kjölfarið viljum við auðvitað vita **hve miklu munar** og notum þá spá, þar sem úrtakstölur eru notaðar til að spá fyrir um þýðisgildin.

## Dæmi

Við viljum vita hvort aukinn menntun skili sér í hærri launum á Íslandi.

Hér er þýðið okkar afmarkað – við erum að skoða fólk með búsetu á Íslandi. Úr því þýði myndum við draga úrtak, síðan myndum við athuga fjölda ára sem hver einstaklingur úrtaksins hefur verið í námi og hver mánaðarlaun viðkomandi eru.

Spurningin okkar er einnig skýr og við gætum endurorðað hana á eftirfarandi hátt: Eru mánaðarlaun að jafnaði hærri eftir því sem fjöldi ára í námi eykst? Við getum einfaldað spurninguna enn meira og athugað hvort það sé munur á meðallaunum þeirra sem hafa lokið háskólamenntun og þeirra sem hafa ekki lokið neinni háskólamenntun.

Tölfræðiforrit skilja ekki setningar – við gætum ekki beinlínis sett gögn inn í úrvinnslu ásamt spurningunni “Eru mánaðarlaun að jafnaði hærri eftir því sem fjöldi ára í námi eykst?”. Það má því ímynda sér ferlið í grófum dráttum á eftirfarandi hátt: Við yfirfærum spurninguna okkar yfir á *tölfræðilegt form* sem forritið skilur og segjum því hvaða tölfraðiaðferð það eigi að nota við að svara spurningunni okkar. Forritið vinnur úr gögnunum fyrir okkur og spýtir út úr sér niðurstöðum. Þessar niðurstöður eru þá enn á *tölfræðilegu formi* og það er okkar verk að skilja hvað niðurstöðurnar segja okkur og geta gefið túlkun sem setur þær aftur á *mannamál*.



## Chapter 3

# Tilgátur

Við byrjum á því að setja fram **tilgátur**. Í okkar dæmi viljum við vita hvort það sé munur á launum einstaklings eftir menntun viðkomandi.

### 3.1 Aðaltilgáta

Aðaltilgáta <sup>1</sup> er sú tilgáta sem tilgreinir einhvers konar mun. Vandamálið er að hún tilgreinir enga fasta tölu sem hægt er að prófa og því ógerlegt að prófa hana beint. Í okkar dæmi gæti sannarlega verið munur á launum eftir menntun, en hve mikinn mun ætti að prófa? Fyrir hvert ár í námi væri hægt að prófa hvort laun hækki um 1kr, 10kr, 15kr, 100kr, 1.000kr, 35.000kr o.s.frv. Tilgátan “það er munur” hefur ótal möguleika en úrvinnslan krefst þess að við tilgreinum fast gildi sem hægt er að prófa. Við setjum því fram núlltilgátu.

### 3.2 Núlltilgáta

Núlltilgáta tilgreinir tiltekið tölugildi, þar sem *ef* það tiltekna gildi væri í raun rétt – þá gæti aðaltilgátan ekki líka verið rétt. Í okkar dæmi yrði núlltilgátan sú að laun séu þau sömu óháð menntunarstigi. Það er ekki það sama og að segja að *allir séu með sömu laun* heldur aðeins að ef þú berð saman meðallaun einstaklinga sem hafa ólíka menntun þá sé munurinn á meðallaunum þeirra = 0 (engin munur á meðallaunum þeirra sem hafa verið fá ár í skóla og þeirra sem hafa verið mörg ár í skóla). Ef niðurstaða er sú að núlltilgátan sé sennilega röng – þá hlýtur andstæða hennar að vera rétt. M.ö.o. ef munur á launum eftir menntun er **ekki** núll, þá er jú *einhver* munur og aðaltilgátan hlýtur því að vera rétt.

---

<sup>1</sup>Einnig kölluð gagntilgáta, rannsóknartilgáta, (e. alternative hypothesis)

Nú höfum við sett fram tilgátur og næsta skref er að athuga **hvort** við höfum rétt fyrir okkur – til þess framkvæmum við marktektarpróf.

## Chapter 4

# Marktekt

Við gætum skoðað úrtakstölurnar okkar og séð að í úrtakinu séu meðallaun þeirra sem hafa litla menntun ólík þeirra sem hafa mikla menntun. Tilgangur þess að beita ályktunartölfræði er þó ekki til að *spá fyrir* um úrtakið okkar – úrtakstölurnar eru jú beint fyrir framan okkur, lýsandi tölfræði myndi því duga til að lýsa þeim. Sá munur sem við sjáum í úrtakinu okkar gæti þó verið tilkominn af hreinni tilviljun. Ímyndum okkur tvö dæmi:

1. 20 manna úrtak þar sem launamunur reynist 10kr á milli þeirra sem hafa háskólamenntun og þeirra sem hafa ekki háskólamenntun. Í þessu úrtaki er vissulega munur en það er einnig auðvelt að ímynda okkur að m.v. úrtakstölur, þá sé í raun engin munur á launum hópana í þýði. Þ.e. þessi 10kr munur endurspeglar bara þá tilviljun sem má búast við þegar við drögum úrtak.
2. 2000 manna úrtak þar sem launamunur reynist 100.000kr á milli hópanna. Hér þætti okkur frekar ólíklegt að svo mikill munur myndist, af tilviljun, í svo stóru úrtaki **ef það væri í raun engin munur á hópunum í þýði.**

Eftir því sem munurinn er meiri og úrtakið stærra, þeim mun ólíklegri verður að þykja að þessar úrtakstölur séu einskær tilviljun. Þá situr eftir sú spurning – hversu mikill munur er nógu mikill? Og þá miðað við hversu stórt úrtak?

Marktektarpróf  $\wedge$ [Ásamt fleiri spurningum sem marktektarpróf tekur til greina við útreikning – þetta er einföldun.] tekur tillit til ýmissa upplýsinga um úrtakið okkar og athugar líkur þess að fá okkar úrtakstölur **ef þetta úrtak kæmi úr þýði þar sem núlltilgátan er í raun rétt.** Ef það er í raun **enginn** munur á launum þeirra sem hafa og hafa ekki háskólamenntun, hverjar eru þá líkurnar á því að fá 100.000kr mun í úrtaki með 2.000 manns?

Ef líkurnar eru mjög litlar, þá ályktum við að það sé ólíklegt að núlltilgátan sé rétt. Ef við náum að hafna núlltilgátunni, þá tökum við upp aðaltilgátuna og ályktum þ.a.l. að það sé í raun munur á hópunum í þýði. Ef líkurnar eru miklar

– t.d. ef niðurstöður segja okkur að það séu 50% líkur á að fá þessar úrtakstölur ef við drögum það af tilviljun úr þýði þar sem það er í raun enginn munur – þá myndum við hika verulega við að henda fram fullyrðingum.

Næsta spurning er þá – hversu litlar þurfa líkurnar að vera svo við séum sátt?

---

**Marktektarmörk** ( $\alpha$ ) lýsa því einmitt hvar við drögum línuna, algengast er að miða við við alpha 0,05. [Undantekningar má t.d. finna í stjarnfræði þar sem við getum ekki tekið jafn mikla sénsa á að hafa rangt fyrir okkur.] Þessi tala (0,05) vísar til líkinda (5%) og við erum þá að segja að við viljum að það séu undir 5% líkur á að við höfum rangt fyrir okkur.

**Marktektarpróf** reikna fyrir okkur líkur þess að fá tiltekna niðurstöður ef núlltilgáta væri í raun rétt og kallar þær  $p$ -gildi. Ef við höfum ákveðið að draga mörkin við 5% líkindi (0,05) þá munu allar niðurstöður þar sem  $p$ -gildi er yfir 0,05 þýða að niðurstöður séu ómarktækar.  $P$  gildi yfir 0,05 þýðir að það séu yfir 5% líkur á að við höfum rangt fyrir okkur og við vorum jú búin að ákveða að draga mörkin við 5%.

Athugum þó að 5% líkur ( $\alpha = 0,05$ ) er ekki það sama og 0% líkur. Það er, þó próf sé marktækt, þá *gætum* við haft rangt fyrir okkur. Þannig skoðum aðeins *hvernig* við getum haft rétt eða rangt fyrir okkur með því að gefa okkur eftirfarandi aðstæður í samhengi við dæmið okkar:

1. Það er í raun engin munur á launum eftir menntun svo núlltilgáta er rétt.
  1. Ef niðurstöður okkar eru marktækar þá höfum við núlltilgátu og tökum upp aðaltilgátu. Við ályktum þá að núlltilgátan sé röng og það sé í raun munur. Þetta kallast **höfnunarmistök** (type 1 error): við gerum þau **mistök** að **hafna** núlltilgátunni þegar hún er í raun rétt.
  2. Ef niðurstöður okkar eru ómarktækar þá getum við ekki hafnað núlltilgátunni og tökum því ekki upp aðaltilgátuna. Við ályktum að það sé ekki munur á launum hópana og höfum rétt fyrir okkur!
2. Það er í raun munur á launum eftir menntun svo núlltilgáta er röng.
  1. Ef niðurstöður okkar eru marktækar þá höfum við núlltilgátu, tökum upp aðaltilgátu og ályktum að það sé í raun munur. Hér höfum við rétt fyrir okkur – núlltilgátan er í raun röng (það er munur) – niðurstöður okkar voru í samræmi við það = við tökum rétta ákvörðun!
  2. Ef niðurstöður okkar eru ómarktækar þá getum við ekki hafnað núlltilgátu, getum því ekki tekið upp aðaltilgátu og ályktum að það sé ekki munur á launum hópana. Þetta kallast **fastheldnismistök** (type II error): við gerum þau **mistök** að **halda í** núlltilgátu sem er, í raun, röng.

---

Hvort væri verra, að gera höfnunarmistök eða fastheldnismistök?

Hvorugt er gott en höfnunarmistök eru oft talin valda meiri skaða heldur en fastheldnismistök. Það byggir á þeim rökum að verra sé að hafa rangar upplýsingar heldur en að missa tímabundið af réttum upplýsingum. Það er, betra að segja "ég er ekki viss" heldur en að koma með fullyrðingu sem er röng.

Það eru þó vissulega til aðstæður þar sem fastheldnismistök eru verri. Dæmi um slíkt væri til dæmis ef aukaverkun tiltekins lyfs væri aukin hætta á heilablóðfalli. Í því tilviki myndum við frekar vilja *err on the side of caution*. Við viljum frekar ganga út frá því að þessi hættulega aukaverkun sé raunverulegur möguleiki – og hafa rangt fyrir okkur – heldur en að hafa rangt fyrir okkur með því að segja að af lyfinu stafi engin hætta.

Gefum okkur að eftirfarandi fullyrðingar:

- Þunglyndir eru líklegri til að sýna ofbeldisfulla hegðun.
  - Tiltekið lyf eykur líkur á heilablóðfalli verulega.
  - Hvernig gætum við yfirfært þessi tvö dæmi á fastheldni- og höfnunarmistök? Og hvor mistökin þætti okkur verri í hvoru dæmi fyrir sig?
- 

Hvernig fjöllum við um marktækar eða ómarktækar niðurstöður? Við erum enn að athuga hvort það sé munur á launum eftir menntun, við höfum safnað úrtaki og keyrum marktektarpróf á gögnin.

1. Ef niðurstöðurnar okkar reynast marktækar, þá höfnum við núlltilgátu og tökum upp aðaltilgátu. Úrtakið okkar sýndi nógu mikinn mun m.t.t. úrtaksstærðar og annarra atriða til að niðurstöðurnar þykja ólíklegar **ef það væri í raun engin munur**. Hér erum við ófeimin við að setja fram fullyrðingu þess efnis að það sé í raun munur á launum eftir menntun – við vorum beinlínis að sýna fram á það.
2. Ef niðurstöðurnar reynast ómarktækar, þá höfnum við ekki núlltilgátu og getum því ekki tekið upp aðaltilgátu. Úrtakið okkar náði ekki að sýna fram á nógu mikinn mun m.t.t. úrtaksstærðar og annarra atriða til að niðurstöður þættu ólíklegar **ef það væri í raun engin munur**. Hér getum við þó **ekki staðfest núlltilgátu**; þ.e. þó við náðum ekki að hrekja núlltilgátu, þá getum við heldur ekki fullyrt að hún sé endilega rétt.
  1. Fyrir það fyrsta er verulega ólíklegt að núlltilgátan sé virkilega **rétt**. Ef núlltilgátan spáir því fyrir að launamunur eftir menntun sé núll, þá þýðir það strangt til orða tekið að munurinn þurfi að vera **núll**. Ekki núll komma eitthvað, ekki næstum því núll, það þyrfti raunverulega að vera **engin** munur. Þriðju breytu áhrif útaf fyrir sig gera það að verkum að það er oft *einhver* fylgni á milli jafnvel ólíklegustu hluta.

2. Að auki þarf að hugsa þetta frá sjónarhorni rökhusunar. Ef úrtakið okkar nær ekki að sýna fram á mun á milli hópa, þá þýðir það ekki að sá munur sé ekki raunverulega til staðar – það þýðir **bara** að við náðum ekki að sýna fram á mun. Mögulega þyrfti úrtakið að vera stærra, mældur munur í úrtaki að vera meiri oph svo að marktektarprófið væri í stöðu til að yfirhöfuð ná að staðfesta þann mun sem raunverulega er til staðar.

Þessi síðasti punktur leiðir að næstu pælingu, sem er; hversu mikill þarf munurinn að vera og hversu stórt þyrfti úrtakið að vera, svo að marktektarprófið ætti yfirhöfuð séns á að geta sýnt fram á þann mun sem raunverulega er til staðar? Hingað til höfum við verið að skoða mikið byggt frá því sjónarmiði hvort núlltilgátan sé rétt eða röng. Hér prufum við að snúa þessu við og hugsum dæmið út frá því að við vitum að **adaltilgátan** sé rétt – af einhverri ástæðu vitum við fyrir víst að það sé raunverulega munur á launum þeirra sem hafa og hafa ekki lokið háskólamenntun. Afköst eru einmitt hæfni prófs, að gefnum tileknum aðstæðum – til að geta borið kennsl á þann mun sem er í raun og veru til staðar í þýði.

Afköst endurspeglar líkur þess að við höfum rétt fyrir okkur þegar núlltilgáta er röng (það er í raun munur á hópunum). Við getum þó einnig hugsað um þetta sem líkur þess að gera **ekki fastheldnimistöð**. Við getum reiknað afköst í höndunum  $\wedge$ [Við ætlum ekki að gera það.], með forritlingum á netinu, skoðað sambærilegar rannsóknir og miðað við að finna a.m.k. eins mikið frávík og kemur fram í þeim  $\wedge$ [Við erum þá að skoða aðrar rannsóknir, þar sem viðfangsefni er svipað og úrtaksstærð er svipuð þeirri sem við ætlum okkur að safna til að fá hugmynd af því hve mikill munurinn er sem við þyrftum að finna til að sýna fram á marktekt.], eða nota staðlaðar áhrifastærðir  $\wedge$ [Cohens  $d$  er dæmi um staðlaða áhrifastærð – þá er gefið viðmið um það hvaða áhrifastærð telst nógu mikil. ]

---

Að lokum þarf að huga að því að öll marktektarpróf byggja á forsendum sem eru ólíkar eftir því hvaða marktektarpróf um ræðir. Standist forsendur segir það okkur að útreikningur  $p$ -gilda sé að gefa okkur réttar líkur. Sé forsendubrestur til staðar er hættan sú að  $p$ -gildið sem fæst sé að of- eða vanmeta líkindin svo að við getum ekki lengur treyst því að þau alpha mörk sem við ákváðum eigi enn við.

Nú höfum við farið yfir ferlið sem liggur að baki marktektarprófa og hvernig við túlkum  $p$ -gildið og getum þ.a.l. fjallað um niðurstöður sem marktækar eða ómarktækar. Marktektarpróf eru frábær og gefa okkur skýrt svar við þeirri spurningu sem við erum að leitast svara við. Við erum þannig komin með skýrt svar við spurningunni ”er munur á launum eftir menntun?”.

Gefum okkur nú að svarið sé ”já, það er munur á launum eftir menntun”. Frábært – það er þó ekki nóg. Marktektarpróf geta sagt okkur **hvort** það sé munur en ekki **hve mikill** sá munur er. Marktækur munur þýðir bara að það

sé ólíklegt að hann sé tilkomin af tilviljun en segir ekkert til um hve *merkilegur* sá munur er.

Í launadæminu okkar mætti ímynda sér eftirfarandi niðurstöður:

- "Marktækur munur fannst á launum fólks eftir menntun þeirra". Byggt á þessari staðhæfingu myndi ég hugsa "flott – þannig ef ég mennta mig þá mætti ég búast við umtalsvert hærri launum fyrir vikið" – eða hvað?
- Taktu eftir að marktektarprófið var bara að athuga **hvort** það væri munur en var aldrei að reyna að segja til um hvort þessi marktæki munur væri *merkilegur*. Ég myndi því vilja vita "ok, flott – launin eru að jafnaði hærri. Ef ég eyði næstu árum í að sækja mér háskólamenntun – hversu mikið hærri væru launin að jafnaði, í samanburði við launin ef ég myndi ekki sækja mér háskólamenntun?"
- Raunin gæti verið sú að ef við berum saman þá sem hafa ekki háskólamenntun við þá sem hafa háskólamenntun, þá sé marktækur munur á laununum – en að sá munur sé að jafnaði aðeins 10.000kr á mánuði. Þrátt fyrir að munurinn sé *marktækur* þá er hann vissulega ekki *merkilegur* – enda fæstir sem væru til í að lifa við skertar tekjur til fleiri ára, í þeim tilgangi að sækja sér menntun, ef afrakstur þess væri að græða 10.000kr aukalega á mánuði í kjölfarið.

Annað dæmi gæti verið að við fáum marktækar niðurstöður – aftur þá segir það okkur bara að það sé munur. Við getum athugað muninn sem fæst á launum í úrtakinu okkar og ályktum út frá því að munur á launum er *að jafnaði* 150.000 á mánuði. Þetta eru vissulega merkilegri niðurstöður en þær sem við fjölluðum um í dæminu á undan, þar sem munur var aðeins 10.000kr á mánuði.

Við vitum þó að ekki **allir** þeir sem hafa háskólamenntun fái ákkurat 150.000kr meira í laun á mánuði – enda vissulega fleiri þættir sem spila inn í. Þælingin verður því "hversu mikið gæti þessi tala rokkað til eða frá?". Þessari þælingu er svarað með öryggisbili.

Ef svarið væri "munurinn er að jafnaði 150.000kr á mánuði - til eða frá 10.000kr" þá værum við með frekar þröngt öryggisbil. Það er, m.v. öryggisbilið væri munurinn minnst 140.000kr og mest 160.000 á mánuði.

Væri svarið hins vegar "munurinn er að jafnaði 150.000kr á mánuði – til eða frá 120.000kr" þá værum við með fáranlega breitt öryggisbil. Öryggisbilið væri þá að segja að þó munurinn sé að jafnaði 150.000kr, þá geti hann verið allt frá 10.000kr fyrir suma, en allt upp í 290.000kr fyrir aðra.

Í seinna dæminu er óvissan töluvert meiri og niðurstöðurnar eru í raun að gefa okkur minni upplýsingar heldur en í fyrra dæminu. Seinna dæmið væri í raun að segja "það gæti verið finnst munur, hann gæti líka verið mikill, eða enginn – hver veit?" Eftir stendur að ef öryggisbilið er mjög vítt, þá erum við litlu nær – *þrátt fyrir að niðurstöður séu marktækar*.





## Chapter 5

# Footnotes and citations

### 5.1 Footnotes

Footnotes are put inside the square brackets after a caret `^[]`. Like this one <sup>1</sup>.

### 5.2 Citations

Reference items in your bibliography file(s) using `@key`.

For example, we are using the **bookdown** package [Xie, 2022] (check out the last code chunk in `index.Rmd` to see how this citation key was added) in this sample book, which was built on top of R Markdown and **knitr** [Xie, 2015] (this citation was added manually in an external file `book.bib`). Note that the `.bib` files need to be listed in the `index.Rmd` with the YAML `bibliography` key.

The RStudio Visual Markdown Editor can also make it easier to insert citations:  
<https://rstudio.github.io/visual-markdown-editing/#/citations>

---

<sup>1</sup>This is a footnote.



## Chapter 6

# Blocks

### 6.1 Equations

Here is an equation.

$$f(k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} \quad (6.1)$$

You may refer to using `\@ref{eq:binom}`, like see Equation (6.1).

### 6.2 Theorems and proofs

Labeled theorems can be referenced in text using `\@ref{thm:tri}`, for example, check out this smart theorem 6.1.

**Theorem 6.1.** *For a right triangle, if  $c$  denotes the length of the hypotenuse and  $a$  and  $b$  denote the lengths of the **other** two sides, we have*

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Read more here <https://bookdown.org/yihui/bookdown/markdown-extensions-by-bookdown.html>.

### 6.3 Callout blocks

The R Markdown Cookbook provides more help on how to use custom blocks to design your own callouts: <https://bookdown.org/yihui/rmarkdown-cookbook/custom-blocks.html>



## Chapter 7

# Sharing your book

### 7.1 Publishing

HTML books can be published online, see: <https://bookdown.org/yihui/bookdown/publishing.html>

### 7.2 404 pages

By default, users will be directed to a 404 page if they try to access a webpage that cannot be found. If you'd like to customize your 404 page instead of using the default, you may add either a `_404.Rmd` or `_404.md` file to your project root and use code and/or Markdown syntax.

### 7.3 Metadata for sharing

Bookdown HTML books will provide HTML metadata for social sharing on platforms like Twitter, Facebook, and LinkedIn, using information you provide in the `index.Rmd` YAML. To setup, set the `url` for your book and the path to your `cover-image` file. Your book's `title` and `description` are also used.

This `gitbook` uses the same social sharing data across all chapters in your book—all links shared will look the same.

Specify your book's source repository on GitHub using the `edit` key under the configuration options in the `_output.yml` file, which allows users to suggest an edit by linking to a chapter's source file.

Read more about the features of this output format here:

<https://pkgs.rstudio.com/bookdown/reference/gitbook.html>

Or use:

```
?bookdown::gitbook
```

# Bibliography

Yihui Xie. *Dynamic Documents with R and knitr*. Chapman and Hall/CRC, Boca Raton, Florida, 2nd edition, 2015. URL <http://yihui.org/knitr/>. ISBN 978-1498716963.

Yihui Xie. *bookdown: Authoring Books and Technical Documents with R Markdown*, 2022. URL <https://CRAN.R-project.org/package=bookdown>. R package version 0.31.