N1.

$$\begin{cases} ax-4y-4z=4 \\ -x+by=1 \\ 6y+z=-3 \end{cases}$$

$$\begin{array}{c} \begin{matrix} z & x & y & \end{matrix} \\ \left(\begin{array}{ccc|c} -4 & a & -4 & 4 \\ 0 & -1 & b & 1 \\ 1 & 0 & 6 & -3 \end{array}\right) \end{array} \to \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 6 & -3 \\ 0 & -1 & b & 1 \\ -4 & a & -4 & 4 \end{array}\right)\begin{matrix} \\ \\ +4\cdot(1) \end{matrix} \to$$

$$\to \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 6 & -3 \\ 0 & -1 & b & 1 \\ 0 & a & 20 & -8 \end{array}\right)\begin{matrix} \\ \\ +a\cdot(2) \end{matrix} \to \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 6 & -3 \\ 0 & -1 & b & 1 \\ 0 & 0 & 20+ab & a-8 \end{array}\right)$$

Рассмотрим 4 случая:

1) $\begin{cases} 20+ab=0 \\ a-8=0 \end{cases}$ $\begin{cases} a=8 \\ b=\frac{-20}{a} \end{cases}$ $\begin{cases} a=8 \\ b=-\frac{5}{2} \end{cases}$ Тогда СЛУ имеет вид:

можем вычеркнуть →

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 6 & -3 \\ 0 & -1 & -\frac{5}{2} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)\begin{matrix} \\ \cdot(-1) \\ \end{matrix} \to \begin{array}{c} \begin{matrix} z & x & y & \end{matrix} \\ \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 6 & -3 \\ 0 & 1 & \frac{5}{2} & -1 \end{array}\right) \end{array}$$

$$\begin{cases} z=-3-6\cdot y \\ x=-1-\frac{5}{2}\cdot y \\ y=y \end{cases} \quad \begin{cases} x=-1-\frac{5}{2}y \\ y=y \\ z=-3-6y \end{cases}$$

СЛУ имеет бесконечно много решений.

2) $\begin{cases} 20+ab=0 \\ a-8\neq 0 \end{cases}$ $\begin{cases} a\neq 8 \\ b=\frac{-20}{a} \end{cases}$ $\begin{cases} a\neq 8 \\ b\neq -\frac{5}{2} \end{cases}$ СЛУ: $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 6 & -3 \\ 0 & -1 & -\frac{20}{a} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \underset{\neq 0}{a-8} \end{array}\right) \to$ СЛУ не имеет решений

3) $\begin{cases} 20+ab\neq 0 \\ a-8=0 \end{cases}$ $\begin{cases} a=8 \\ b\neq -\frac{20}{a} \end{cases}$ $\begin{cases} a=8 \\ b\neq -\frac{5}{2} \end{cases}$ СЛУ: $\begin{array}{c} \begin{matrix} z & x & y & \end{matrix} \\ \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 6 & -3 \\ 0 & -1 & b & 1 \\ 0 & 0 & 20+8b & 0 \end{array}\right) \end{array}\begin{matrix} \\ \cdot(-1) \\ :(20+8b)\neq 0 \end{matrix} \to$

$$\to \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 6 & -3 \\ 0 & 1 & -b & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{array}\right)\begin{matrix} -(3)\cdot 6 \\ +(3)\cdot b \\ \end{matrix} \to \begin{array}{c} \begin{matrix} z & x & y & \end{matrix} \\ \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{array}\right) \end{array} \quad \begin{cases} z=-3 \\ x=-1 \\ y=0 \end{cases} \quad \begin{cases} x=-1 \\ y=0 \\ z=-3 \end{cases}$$

СЛУ имеет одно решение.

4) $\begin{cases} 20+ab\neq 0 \\ a-8\neq 0 \end{cases}$ $\begin{cases} a\neq 8 \\ b\neq -\frac{20}{a} \end{cases}$ $\begin{cases} a\neq 8 \\ b=-\frac{5}{2} \end{cases}$ $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 6 & -3 \\ 0 & -1 & -\frac{5}{2} & 1 \\ 0 & 0 & 20+ab & a-8 \end{array}\right)\begin{matrix} \\ \cdot(-1) \\ :(20+ab)\neq 0 \end{matrix} \to$

$$\rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 6 & -3 \\ 0 & 1 & \frac{5}{2} & -1 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{a-8}{20+ab} \end{array}\right) \begin{array}{l} -(3)\cdot 6 \\ -(3)\cdot \frac{5}{2} \\ \end{array} \rightarrow \begin{array}{c} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & -3-\frac{6(a-8)}{20+ab} \\ 0 & 1 & 0 & -1-\frac{\frac{5}{2}\cdot(a-8)}{20+ab} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{a-8}{20+ab} \end{array}\right) \\ \begin{array}{ccc} z & x & y \end{array} \end{array}$$

$$\begin{cases} z = -3-\frac{6(a-8)}{20+ab} \\ x = -1-\frac{\frac{5}{2}\cdot(a-8)}{20+ab} \\ y = \frac{a-8}{20+ab} \end{cases}$$

$20+ab \neq 0 \Rightarrow$ СЛУ имеет одно решение.

Ответ:

1) $\begin{cases} a=8 \\ b=-\frac{5}{2} \end{cases} \rightarrow$ бесконечно много решений

2) $\begin{cases} a\neq 8 \\ b\neq -\frac{5}{2} \end{cases} \rightarrow$ нет решений

3) $\begin{cases} a=8 \\ b\neq -\frac{5}{2} \end{cases} \rightarrow$ одно решение

4) $\begin{cases} a\neq 8 \\ b=-\frac{5}{2} \end{cases} \rightarrow$ одно решение.

№2.

$$A = \begin{pmatrix} 8 & 0 & 0 \\ -3 & 5 & 1 \\ 7 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad X = \begin{pmatrix} * & 0 & 0 \\ * & * & * \\ * & 0 & * \end{pmatrix} \quad AX = XA \Leftrightarrow XA - AX = 0$$

Пусть $X = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ b & c & d \\ e & 0 & f \end{pmatrix}$; Тогда $XA = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ b & c & d \\ e & 0 & f \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 8 & 0 & 0 \\ -3 & 5 & 1 \\ 7 & 0 & 0 \end{pmatrix} =$

$$= \begin{pmatrix} 8a & 0 & 0 \\ 8b-3c+7d & 5c & c \\ 8e+7f & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad AX = \begin{pmatrix} 8 & 0 & 0 \\ -3 & 5 & 1 \\ 7 & 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ b & c & d \\ e & 0 & f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8a & 0 & 0 \\ -3a+5b+e & 5c & 5d+f \\ 7a & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$XA - AX = \begin{pmatrix} 8a & 0 & 0 \\ 8b-3c+7d & 5c & c \\ 8e+7f & 0 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 8a & 0 & 0 \\ -3a+5b+e & 5c & 5d+f \\ 7a & 0 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 3a+3b-3c+7d+e & 0 & c-5d-f \\ 8e+7f-7a & 0 & 0 \end{pmatrix} = 0$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3a+3b-3c+7d+e & 0 & c-5d-f & 0 \\ 8e+7f-7a & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \begin{cases} 3a+3b-3c+7d+e+c-5d-f=0 \\ 8e+7f-7a=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3a+3b-2c+2d+e-f=0 \\ 7a-8e-7f=0 \end{cases}$$

$$\begin{array}{cccccc} a & b & c & d & e & f \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccccc|c} 3 & 3 & -2 & 2 & 1 & -1 & 0 \\ 7 & 0 & 0 & 0 & -8 & -7 & 0 \end{array}\right) \to \left(\begin{array}{cccccc|c} 7 & 0 & 0 & 0 & -8 & -7 & 0 \\ 3 & 3 & -2 & 2 & 1 & -1 & 0 \end{array}\right) :7 \to$$

$$\to \left(\begin{array}{cccccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & -\frac{8}{7} & -1 & 0 \\ 3 & 3 & -2 & 2 & 1 & -1 & 0 \end{array}\right) -3(1) \to \left(\begin{array}{cccccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & -\frac{8}{7} & -1 & 0 \\ 0 & 3 & -2 & 2 & \frac{31}{7} & 2 & 0 \end{array}\right) :3 \to$$

$$\to \left(\begin{array}{cccccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & -\frac{8}{7} & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{2}{3} & \frac{2}{3} & \frac{31}{21} & \frac{2}{3} & 0 \end{array}\right) \begin{cases} a = \frac{8}{7}e + f \\ b = \frac{2}{3}c - \frac{2}{3}d - \frac{31}{21}e - \frac{2}{3}f \end{cases}$$

$$\begin{array}{cccccc} a & b & c & d & e & f \end{array}$$

Итак, X имеет вид: $\begin{pmatrix} \frac{8}{7}e+f & 0 & 0 \\ \frac{2}{3}c-\frac{2}{3}d-\frac{31}{21}e-\frac{2}{3}f & c & d \\ e & 0 & f \end{pmatrix}$

Ответ:

№3.

$$A = \begin{pmatrix} 25 & 41 & -6 & 1 \\ 4 & 7 & -1 & 2 \\ -4 & -6 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 163 & 65 & -160 \\ 20 & 4 & -28 \\ -21 & -6 & 26 \end{pmatrix} \quad Ax = B$$

$$\left(\begin{array}{cccc|ccc} 25 & 41 & -6 & 1 & 163 & 65 & -160 \\ 4 & 7 & -1 & 2 & 20 & 4 & -28 \\ -4 & -6 & 1 & -1 & -21 & -6 & 26 \end{array}\right) +(3) \to \left(\begin{array}{cccc|ccc} 25 & 41 & -6 & 1 & 163 & 65 & -160 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & -2 & -2 \\ -4 & -6 & 1 & -1 & -21 & -6 & 26 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{cccc|ccc} 25 & 41 & -6 & 1 & 163 & 65 & -160 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & -2 & -2 \\ -4 & -6 & 1 & -1 & -21 & -6 & 26 \end{array}\right)\begin{array}{l} -(2)\cdot 41 \\ \\ +(2)\cdot 6 \end{array} \to \left(\begin{array}{cccc|ccc} 25 & 0 & -6 & -40 & 204 & 147 & -78 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & -2 & -2 \\ -4 & 0 & 1 & 5 & -27 & -18 & 14 \end{array}\right)\begin{array}{l} +(3)\cdot 6 \\ \\ \\ \end{array} \to$$

$$\to \left(\begin{array}{cccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -10 & 42 & 39 & 6 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & -2 & -2 \\ -4 & 0 & 1 & 5 & -27 & -18 & 14 \end{array}\right)\begin{array}{l} \\ \\ +(1)\cdot 4 \end{array} \to \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \end{array} \\ \left(\begin{array}{cccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -10 & 42 & 39 & 6 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & -2 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -35 & 141 & 138 & 38 \end{array}\right) \end{array}$$

$$\begin{cases} x_{11} = 10x_{41} + 42 \\ x_{21} = -x_{41} - 1 \\ x_{31} = 35x_{41} + 141 \\ x_{12} = 10x_{42} + 39 \\ x_{22} = -1x_{42} - 2 \\ x_{32} = 35x_{42} + 138 \\ x_{13} = 10x_{43} + 6 \\ x_{23} = -x_{43} - 2 \\ x_{33} = 35x_{43} + 38 \\ x_{41} = x_{41} \\ x_{42} = x_{42} \\ x_{43} = x_{43} \end{cases} \Rightarrow \boxed{X = \begin{pmatrix} 10x_{41}+42 & -x_{41}-1 & 35x_{41}+141 \\ 10x_{42}+39 & -x_{42}-2 & 35x_{42}+138 \\ 10x_{43}+6 & -x_{43}-2 & 35x_{43}+38 \\ x_{41} & x_{42} & x_{43} \end{pmatrix}}$$

Ответ.

№4.

$$A = \begin{pmatrix} -4 & -17 & -12 & 16 & -3 \\ 5 & 13 & 8 & -6 & -2 \\ 1 & 4 & 3 & -4 & 1 \\ -1 & -2 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Для того, чтобы найти матрицу P, нужно понять, какими элемент. преобр. можно привести матрицу A к УСВ.

$$\begin{pmatrix} -4 & -17 & -12 & 16 & -3 \\ 5 & 13 & 8 & -6 & -2 \\ 1 & 4 & 3 & -4 & 1 \\ -1 & -2 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{I}} \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 & -4 & 1 \\ 5 & 13 & 8 & -6 & -2 \\ -4 & -17 & -12 & 16 & -3 \\ -1 & -2 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ -5(1) \\ +4(1) \\ +(1) \end{matrix} \xrightarrow{\text{II}} \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 & -4 & 1 \\ 0 & -7 & -7 & 14 & -7 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & -4 & 2 \end{pmatrix} \begin{matrix} +4(3) \\ -7(3) \\ \cdot -1 \\ +2(3) \end{matrix} \xrightarrow{\text{III}}$$

$$\xrightarrow{\text{III}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & -4 & 5 \\ 0 & 0 & -7 & 14 & -14 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & -4 & 4 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{IV}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & -4 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -7 & 14 & -14 \\ 0 & 0 & 2 & -4 & 4 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \\ +4(4) \\ \\ \end{matrix} \xrightarrow{\text{V}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & -4 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & -4 & 4 \end{pmatrix} \begin{matrix} -3(3) \\ \\ \\ -2(3) \end{matrix} \xrightarrow{\text{VI}}$$

$$\xrightarrow{\text{VI}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Теперь запишем матрицу каждого из 6 эл. преобразований

$$\text{I}: \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{II}: \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -5 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{III}: \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & -7 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

(меняем мест. 1 и 3 строки)

$$\text{IV}: \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{V}: \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{VI}: \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

(меняем мест. 2 и 3 строки)

Для того, чтобы получить УСВ матрицы A, нужно перемножить матрицы эл. преобр. в порядке с VI до I и умножить получ. произв. на A.

$$\text{Итак, } P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & -7 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot$$

$$\cdot\begin{pmatrix}1&0&0&0\\-5&1&0&0\\4&0&1&0\\1&0&0&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0&-3&-12\\0&1&0&0\\0&0&1&4\\0&0&-2&-7\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\cdot$$

$$=\begin{pmatrix}1&0&4&0\\0&1&-7&0\\0&0&-1&0\\0&0&2&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0&0&0\\-5&1&0&0\\4&0&1&0\\1&0&0&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&-3&0&-12\\0&0&1&0\\0&1&0&4\\0&-2&0&-7\end{pmatrix}\cdot$$

$$\cdot\begin{pmatrix}1&0&4&0\\0&1&-7&0\\0&0&-1&0\\0&0&2&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0&0&0\\-5&1&0&0\\4&0&1&0\\1&0&0&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&-3&1&-12\\0&0&-1&0\\0&1&1&4\\0&-2&0&-7\end{pmatrix}\cdot$$

$$\cdot\begin{pmatrix}1&0&0&0\\-5&1&0&0\\4&0&1&0\\1&0&0&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}8&-3&1&-12\\-4&0&-1&0\\3&1&1&4\\3&-2&0&-7\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}=$$

$$=\boxed{\begin{pmatrix}1&-3&8&-12\\-1&0&-4&0\\1&1&3&4\\0&-2&3&-7\end{pmatrix}=P}$$ – Ответ.

Проверка: $$P\cdot A=\begin{pmatrix}1&-3&8&-12\\-1&0&-4&0\\1&1&3&4\\0&-2&3&-7\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-4&-17&-12&16&-3\\5&13&8&-6&-2\\1&4&3&-4&1\\-1&-2&-1&0&1\end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix}1&0&0&2&-1\\0&1&0&0&-1\\0&0&1&-2&2\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}.$$

УСВ A. Значит, всё верно.

N5.

$$A=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\\3&1&7\end{pmatrix}\quad B=\begin{pmatrix}1&0&-6&-9\\0&1&-6&5\\3&2&-30&-17\end{pmatrix}\quad C=\begin{pmatrix}1&-2&-1&-2\\-2&5&2&3\\0&2&1&-3\\-2&3&4&4\end{pmatrix}$$

$$D=\begin{pmatrix}-26&-13&6&0\\60&11&0&20\\94&9&6&40\\8&-15&12&20\end{pmatrix}\qquad A\cdot B=\begin{pmatrix}1&0&-6&-9\\0&1&-6&5\\3&2&-30&-17\\24&15&-234&-141\end{pmatrix}$$

C^{-1}:

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc}1&-2&-1&-2&1&0&0&0\\-2&5&2&3&0&1&0&0\\0&2&1&-3&0&0&1&0\\-2&3&4&4&0&0&0&1\end{array}\right)\begin{array}{l}+(3)\\+2(1)\\ \\+2(1)\end{array}\to\left(\begin{array}{cccc|cccc}1&0&0&-5&1&0&1&0\\0&1&0&-1&2&1&0&0\\0&2&1&-3&0&0&1&0\\0&-1&2&0&2&0&0&1\end{array}\right)\begin{array}{l}+(4)\\+2(4)\\ \\ \\ \end{array}\to$$

$$\to\left(\begin{array}{cccc|cccc}1&0&0&-5&1&0&1&0\\0&0&2&-1&4&1&0&1\\0&0&5&-3&4&0&1&2\\0&-1&2&0&2&0&0&1\end{array}\right)\begin{array}{l} \\ \\-2(2)\\-(2)\end{array}\to\left(\begin{array}{cccc|cccc}1&0&0&-5&1&0&1&0\\0&0&2&-1&4&1&0&1\\0&0&1&-1&-4&-2&1&0\\0&-1&0&1&-2&-1&0&0\end{array}\right)\begin{array}{l} \\-2(3)\\ \\ \cdot -1\end{array}\to$$

$$\to\left(\begin{array}{cccc|cccc}1&0&0&-5&1&0&1&0\\0&0&0&1&12&5&-2&1\\0&1&0&-1&2&1&0&0\\0&0&1&-1&-4&-2&1&0\end{array}\right)\left(\begin{array}{cccc|cccc}1&0&0&-5&1&0&1&0\\0&1&0&-1&2&1&0&0\\0&0&1&-1&-4&-2&1&0\\0&0&0&1&12&5&-2&1\end{array}\right)\begin{array}{l}+5(4)\\+(4)\\+(4)\\ \\ \end{array}\longrightarrow$$

$$\to\left(\begin{array}{cccc|cccc}1&0&0&0&61&25&-9&5\\0&1&0&0&14&6&-2&1\\0&0&1&0&8&3&-1&1\\0&0&0&1&12&5&-2&1\end{array}\right)\qquad C^{-1}=\begin{pmatrix}61&25&-9&5\\14&6&-2&1\\8&3&-1&1\\12&5&-2&1\end{pmatrix}$$

$$A\cdot B\cdot C^{-1}=\begin{pmatrix}1&0&-6&-9\\0&1&-6&5\\3&2&-30&-17\\24&15&-234&-141\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}61&25&-9&5\\14&6&-2&1\\8&3&-1&1\\12&5&-2&1\end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix}61-6\cdot8-9\cdot12&25-6\cdot3-9\cdot5&-9+6+18&5-6-9\\14-6\cdot8+5\cdot12&6-6\cdot3+5\cdot5&-2+6-10&1-6+5\\3\cdot61+28-240-17\cdot12&3\cdot25+12-30\cdot3-17\cdot5&-27-4+30+34&15+2-30-17\\24\cdot61+15\cdot14-234\cdot8-141\cdot12&24\cdot25+90-234\cdot3-141\cdot5&-9\cdot24-30+234+282&120+15-234-141\end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix}-95&-38&15&-10\\26&13&-6&0\\-233&-88&33&-30\\-1890&-717&270&-240\end{pmatrix}$$

Системы $ABC^{-1}x=0$ и $Dx=0$ $(x \in \mathbb{R})$ имеют одинаковое мн-во решений, если у матриц ABC^{-1} и D одинаковый УСВ.
Проверим, так ли это:

$$ABC^{-1}: \begin{pmatrix} -95 & -38 & 15 & -10 \\ 26 & 13 & -6 & 0 \\ -233 & -88 & 33 & -30 \\ -1890 & -717 & 270 & -240 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \\ \\ +(2)\cdot 9 \\ \\ \end{array} \to \begin{pmatrix} -95 & -38 & 15 & -10 \\ 26 & 13 & -6 & 0 \\ 1 & 29 & -21 & -30 \\ -1890 & -717 & 270 & -240 \end{pmatrix} \begin{array}{l} +95(3) \\ -26(3) \\ \\ +1890(3) \end{array} \to$$

$$\to \begin{pmatrix} 0 & 2717 & -1980 & -2860 \\ 0 & -741 & 540 & 780 \\ 1 & 29 & -21 & -30 \\ 0 & 54093 & -39420 & 56940 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \\ \\ \\ +(2)\cdot 73 \end{array} \to \begin{pmatrix} 1 & 29 & -21 & -30 \\ 0 & -741 & 540 & 780 \\ 0 & 2717 & -1980 & -2860 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \\ \cdot \frac{1}{3} \\ \\ \\ \end{array} \to$$

$$\to \begin{pmatrix} 1 & 29 & -21 & -30 \\ 0 & -247 & 180 & 260 \\ 0 & 2717 & -1980 & -2860 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \\ \\ +(2)\cdot 11 \end{array} \to \begin{pmatrix} 1 & 29 & -21 & -30 \\ 0 & -247 & 180 & 260 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{array}{l} +(2)\cdot \frac{29}{247} \\ \cdot -\frac{1}{247} \\ \\ \end{array} \to$$

$$\to \begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{180\cdot 29}{247}-21 & \frac{260\cdot 29}{247}-30 \\ 0 & 1 & -\frac{180}{247} & -\frac{260}{247} \end{pmatrix} \text{ — УСВ } ABC^{-1}$$

$$D: \begin{pmatrix} -26 & -13 & 6 & 0 \\ 60 & 11 & 0 & 20 \\ 94 & 9 & 6 & 40 \\ 8 & -15 & 12 & 20 \end{pmatrix} \begin{array}{l} +(4)\cdot 3 \\ \\ \\ \\ \end{array} \to \begin{pmatrix} -2 & -58 & 42 & 60 \\ 60 & 11 & 0 & 20 \\ 94 & 9 & 6 & 40 \\ 8 & -15 & 12 & 20 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \cdot -\frac{1}{2} \\ \\ \\ \\ \end{array} \to$$

$$\to \begin{pmatrix} 1 & 29 & -21 & -30 \\ 60 & 11 & 0 & 20 \\ 94 & 9 & 6 & 40 \\ 8 & -15 & 12 & 20 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \\ -60(1) \\ -94(1) \\ -8(1) \end{array} \to \begin{pmatrix} 1 & 29 & -21 & -30 \\ 0 & -1729 & 1260 & 1820 \\ 0 & -2717 & 1980 & 2860 \\ 0 & -247 & 180 & 260 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \\ -(4)\cdot 7 \\ \\ \\ \end{array} \to$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 29 & -21 & -30 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2717 & 1980 & 2860 \\ 0 & -247 & 180 & 260 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \\ \\ -(4)\cdot 11 \\ \\ \end{array} \to \begin{pmatrix} 1 & 29 & -21 & -30 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -247 & 180 & 260 \end{pmatrix} \begin{array}{l} +(4)\cdot \frac{29}{247} \\ \\ \\ \cdot -\frac{1}{247} \end{array} \to$$

$$\to \begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{180\cdot 29}{247}-21 & \frac{260\cdot 29}{247}-30 \\ 0 & 1 & -\frac{180}{247} & -\frac{260}{247} \end{pmatrix} - \text{УСВ } D$$

Итак, матрицы ABC^{-1} и D имеют одинаковый УСВ, значит, у систем $ABC^{-1}x=0$ и $Dx=0$ одинаковое мн-во решений.
$(x \in \mathbb{R}^4)$

Ответ: