ИДЗ-7. Вариант 21

№1

$$Q(x) = -16x_1^2 + 3x_2^2 + 59x_3^2 + 8x_1x_2 - 8x_1x_3 + 34x_2x_3$$

$$B = B(Q, e) = \begin{pmatrix} -16 & 4 & -4 \\ 4 & 3 & 17 \\ -4 & 17 & 59 \end{pmatrix}$$

(с 0, 1 и -1 на диагонали)

Приведём $(B|E)$ к диагональному виду, применив симметр. Гаусса:

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} -16 & 4 & -4 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 3 & 17 & 0 & 1 & 0 \\ -4 & 17 & 59 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)\begin{array}{l} \\ +\frac{1}{4}(1) \\ -\frac{1}{4}(1) \end{array} \to \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} & +\frac{1}{4}(1) & -\frac{1}{4}(1) \end{array} \\ \left(\begin{array}{ccc|ccc} -16 & 4 & -4 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 16 & 1/4 & 1 & 0 \\ 0 & 16 & 60 & -1/4 & 0 & 1 \end{array}\right) \end{array} \to$$

$$\to \left(\begin{array}{ccc|ccc} -16 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 16 & 1/4 & 1 & 0 \\ 0 & 16 & 60 & -1/4 & 0 & 1 \end{array}\right)\begin{array}{l} \\ \\ -4(2) \end{array} \to \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} & & -4(2) \end{array} \\ \left(\begin{array}{ccc|ccc} -16 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 16 & 1/4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -4 & -5/4 & -4 & 1 \end{array}\right) \end{array} \to$$

$$\to \left(\begin{array}{ccc|ccc} -16 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 1/4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -4 & -5/4 & -4 & 1 \end{array}\right)\begin{array}{l} \cdot\frac{1}{4} \\ \cdot\frac{1}{2} \\ \cdot\frac{1}{2} \end{array} \to \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} \cdot\frac{1}{4} & \cdot\frac{1}{2} & \cdot\frac{1}{2} \end{array} \\ \left(\begin{array}{ccc|ccc} -4 & 0 & 0 & 1/4 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1/8 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & -5/8 & -2 & 1/2 \end{array}\right) \end{array} \to$$

$$\to \left(\begin{array}{ccc|ccc} -1 & 0 & 0 & 1/4 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1/8 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -5/8 & -2 & 1/2 \end{array}\right)\begin{array}{l} \cdot\frac{1}{4} \\ \cdot\frac{1}{2} \\ \\ \end{array}$$

Левая часть — B', правая часть — C'^T.

B' - матрица норм. вида Q (в базисе e')

C' - матр. перехода от e к e'

$$C = \begin{pmatrix} 1/4 & 1/8 & -5/8 \\ 0 & 1/2 & -2 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = C \cdot \begin{pmatrix} x_1' \\ x_2' \\ x_3' \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{1}{4}x_1' + \frac{1}{8}x_2' - \frac{5}{8}x_3' \\ x_2 = \frac{1}{2}x_2' - 2x_3' \\ x_3 = \frac{1}{2}x_3' \end{cases}$$

- выражение старых координат через новые.

$Q(y) = -y_1^2 + y_2^2 - y_3^2$ - норм. вид

№2.

$$Q(x) = 2x_1^2 + (-4b+5)x_2^2 + (-9b+7)x_3^2 - 4x_1x_2 - 4x_1x_3 + 2(6b-3)x_2x_3$$

$$B = B(Q, e) = \begin{pmatrix} 2 & -2 & -2 \\ -2 & -4b+5 & 6b-3 \\ -2 & 6b-3 & -9b+7 \end{pmatrix}$$

Приведём B к диагон. виду с 0, 1 и -1 на диагон., применив симметр. Гаусса:

$$\begin{pmatrix} 2 & -2 & -2 \\ -2 & -4b+5 & 6b-3 \\ -2 & 6b-3 & -9b+7 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ +(1) \\ +(1) \end{matrix} \to \begin{array}{c} \begin{matrix} & +(1) & +(1) \end{matrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & -2 & -2 \\ 0 & -4b+3 & 6b-5 \\ 0 & 6b-5 & -9b+5 \end{pmatrix} \end{array} \to \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -4b+3 & 6b-5 \\ 0 & 6b-5 & -9b+5 \end{pmatrix}$$

Рассмотрим несколько случаев:

1) $-4b+3=0 \Rightarrow b = \frac{3}{4}$;

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{7}{4} \end{pmatrix} -(3)\cdot\frac{4}{14} \to \begin{array}{c} \begin{matrix} & -(3)\cdot\frac{4}{14} & \end{matrix} \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{7} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{7}{4} \end{pmatrix} \end{array} \to$$

$$\to \begin{array}{c} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{7} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{7}{4} \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \cdot\sqrt{7} \\ \cdot\frac{2}{\sqrt{7}} \end{matrix} \\ \begin{matrix} & \cdot\sqrt{7} & \cdot\frac{2}{\sqrt{7}} \end{matrix} \end{array} \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

2) $b \neq \frac{3}{4}$ и $b > \frac{3}{4} \Rightarrow -4b+3<0$

$$\cancel{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-4b+3}{\sqrt{4b-3}} & \frac{6b-5}{\sqrt{4b-3}} \\ 0 & \frac{6b-5}{\sqrt{4b-3}} & \end{pmatrix}} \quad \begin{array}{c} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-4b+3}{\sqrt{4b-3}} & \frac{6b-5}{\sqrt{4b-3}} \\ 0 & 6b-5 & -9b+5 \end{pmatrix} \\ \begin{matrix} & \cdot\frac{1}{\sqrt{4b-3}} & \end{matrix} \end{array} \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & \frac{6b-5}{\sqrt{4b-3}} \\ 0 & \frac{6b-5}{\sqrt{4b-3}} & -9b+5 \end{pmatrix} + \frac{6b-5}{\sqrt{4b-3}}\cdot(2) \to$$

$$\to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & \frac{6b-5}{\sqrt{4b-3}} \\ 0 & 0 & \frac{-13b+10}{4b-3} \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-13b+10}{4b-3} \end{pmatrix}$$

$+\frac{6b-5}{\sqrt{4b-3}}\cdot(2)$

2.1) $\frac{-13b+10}{4b-3} = 0 \Rightarrow b = \frac{10}{13} \Rightarrow B' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

2.2) $\frac{-13b+10}{4b-3} \neq 0$

2.2.1) $\frac{-13b+10}{4b-3} > 0$, т.е. $b \in \left(\frac{3}{4}; \frac{10}{13}\right)$ и $b > \frac{3}{4} \Rightarrow b \in \left(\frac{3}{4}; \frac{10}{13}\right)$

$$B' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

2.2.2) $\frac{-13b+10}{4b-3} < 0$, т.е. $b \in \left(-\infty; \frac{3}{4}\right) \cup \left(\frac{10}{13}; +\infty\right)$ и $b > \frac{3}{4} \Rightarrow b \in \left(\frac{10}{13}; +\infty\right)$

$$B' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

3) $b \neq \frac{3}{4}$ и $b < \frac{3}{4} \Rightarrow 3-4b > 0$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{72b^2-107b+40}{3-4b} \end{pmatrix}$$

$\| -9b+5+\frac{(6b-5)^2}{3-4b} = \frac{72b^2-107b+40}{3-4b} \to D > 0$;

т.к. $b < \frac{3}{4}$

3.1) $B' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ при $3-4b>0$, т.е. $\begin{cases} b<\frac{3}{4} \\ b<\frac{3}{4} \end{cases} \Rightarrow b<\frac{3}{4}$

3.2) $B' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ при $3-4b<0$, т.е. $\begin{cases} b>\frac{3}{4} \\ b<\frac{3}{4} \end{cases} \Rightarrow b\in\varnothing$

Итак,

$Q = -y_1^2+y_2^2-y_3^2$ при $b=\frac{3}{4}$ (случ. 1)

$Q = y_1^2-y_2^2$ при $b=\frac{10}{13}$ (случ. 2.1)

$Q = y_1^2-y_2^2+y_3^2$ при $b\in\left(\frac{3}{4}; \frac{10}{13}\right)$ (случ. 2.2.1)

$Q = y_1^2-y_2^2-y_3^2$ при $b\in\left(\frac{10}{13}; +\infty\right)$ (случ. 2.2.2)

$Q = y_1^2-y_2^2+y_3^2$ при $b\in\left(-\infty; \frac{3}{4}\right)$. (случ. 3.1)

№3.

$V = \mathbb{R}[x]_{\leq 3}$; Пусть $e = (1, x, x^2, x^3)$ - базис V

а) Тогда $f = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3$; $f^2 = (a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3)^2$

$$Q(f) = \int_2^4 f^2 dx - \int_3^5 f^2 dx = \int_2^4 (a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3)^2 dx - \int_3^5 (a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3)^2 dx =$$

$$= -4a_0 a_1 - 28 a_0 a_2 - 152 a_0 a_3 - 14 a_1^2 - 152 a_1 a_2 - 756 a_1 a_3 - 378 a_2^2 - \frac{10864}{3} a_2 a_3 - 8526 a_3^2$$

По определению $Q(x) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} b_{ij} x_i x_j$ - этой формуле соответствует полученный многочлен (однородный) $\Rightarrow$ $Q(f)$ - квадр. форма в V; ч.т.д.

б) $B = B(Q, e) = \begin{pmatrix} 0 & -2 & -14 & -76 \\ -2 & -14 & -76 & -378 \\ -14 & -76 & -378 & -\frac{5432}{3} \\ -76 & -378 & -\frac{5432}{3} & -8526 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} -76 & -378 & -\frac{5432}{3} & -8526 \\ -2 & -14 & -76 & -378 \\ -14 & -76 & -378 & -\frac{5432}{3} \\ 0 & -2 & -14 & -76 \end{pmatrix} \to$

$$\to \begin{pmatrix} -8526 & -378 & -\frac{5432}{3} & -76 \\ -378 & -14 & -76 & -2 \\ -\frac{5432}{3} & -76 & -378 & -14 \\ -76 & -2 & -14 & 0 \end{pmatrix}$$

// симметр. Гаусс: преобразования не влияют на Q //

$\delta_1 = -8526 < 0$ Согласно теореме (следствию из метода Якоби),

$\delta_2 = -23520 < 0$ $i_+ = 2$; $i_- = 2$

$\delta_3 = \frac{20384}{9} > 0$ кол-во сохранений знака в посл-ти $1, \delta_1, \ldots, \delta_4$

$\delta_4 = \frac{16}{9} > 0$ изменений

Теперь посчитаем i_+ и i_- для многочлена из условия (квадр. ф. Q'; базис e')

$$B'(Q', e) = \begin{pmatrix} 1 & 15 & 6 & -15 \\ 15 & -18 & 6 & 45 \\ 6 & 6 & 15 & 24 \\ -15 & 45 & 24 & 49 \end{pmatrix} = B'$$

$\delta_1' = 1 > 0$

$\delta_2' = -243 < 0$ $i_+' = 3$

$\delta_3' = -1953 < 0$ $i_-' = 1$

$\delta_4' = -138384 < 0$

$i_+ \neq i_+'$; $i_- \neq i_-'$ => такого базиса не существует.

№4.

$\beta(x,y) = (-4b+25)x_1y_1 + (-2b+12)x_1y_2 + (-2b+11)x_1y_3 + (-2b+12)x_2y_1 + 2x_2y_2 + (-2b+10)x_2y_3 +$
$+ (-2b+11)x_3y_1 + (-a+5)x_3y_2 + 3x_3y_3$

$$B = B(\beta, e) = \begin{pmatrix} -4b+25 & -2b+12 & -2b+11 \\ -2b+12 & 2 & -2b+10 \\ -2b+11 & -a+5 & 3 \end{pmatrix}$$

1) Найдём знач. a и b, при кот. $\beta(x,y)$ - симмет. бил. форма, т.е. матрица B симметрична (предложение с лекций).

$-2b+10 = -a+5$; $\boxed{a = 2b-5}$

2) Найдём знач. a и b, при кот. соотв. квадр. форма $Q(x) := (x,x)$ является полож. определённой:

$Q(x,x) = (-4b+25)x_1^2 + (-2b+12)x_1x_2 + (-2b+11)x_1x_3 + (-2b+12)x_1x_2 + 2x_2^2 + (-2b+10)x_2x_3 +$
$+ (-2b+11)x_1x_3 + (-a+5)x_2x_3 + 3x_3^2 = (-4b+25)x_1^2 + 2\cdot(-2b+12)x_1x_2 + 2\cdot(-2b+11)x_1x_3 + 2x_2^2 +$
$+ 2\cdot(-2b+10)x_2x_3 + 3x_3^2$

$$\tilde{B} = B(Q, e) = \begin{pmatrix} -4b+25 & -2b+12 & -2b+11 \\ -2b+12 & 2 & -2b+10 \\ -2b+11 & -2b+10 & 3 \end{pmatrix}$$

Согласно критерию Сильвестра, $Q > 0 \Leftrightarrow \delta_k > 0 \ \forall k = \overline{1,3}$

- $k=1 \Rightarrow \delta_k = -4b+25 > 0$
- $k=2 \Rightarrow \delta_2 = -8b+50 - (4b^2 - 48b + 144) = -4b^2 + 40b - 94 > 0$

$\bullet\ k=3 \Rightarrow \delta_3 = 6\cdot(-4b+25)+(-2b+11)(-2b+12)(-2b+10)+(-2b+11)(-2b+12)(-2b+10)-$

$-2\cdot(2b-11)^2-3(2b-12)^2+(4b-25)(2b-10)^2=$

$=(4b-25)(4b^2-40b+94)+(-2b+11)\big(\underbrace{2(-2b+12)(-2b+10)+2(2b-11)}_{=4b^2-42b+109}\big)-3(2b-12)^2=$

$=16b^3-160b^2+376b-100b^2+1000b-2350-(4b-22)(4b^2-44b+120+2b-11)-3(4b^2-48b+144)=$

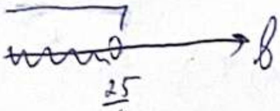
$=16b^3-260b^2+1376b-2350-(16b^3-168b^2+436b-88b^2+924b-2398)-12b^2+144b-$

$-432=\cancel{16b^3}-260b^2+1376b-2350-\cancel{16b^3}+256b^2-1360b+2398-12b^2+144b-432=$

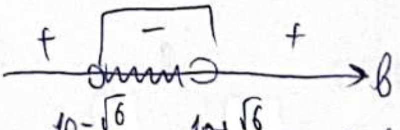
$=-16b^2+160b-384>0$

Итак, имеем: $\begin{cases} -4b+25>0 & (1)\\ -4b^2+40b-94>0 & (2)\\ -16b^2+160b-384>0 & (3)\end{cases}$

(1): $b<\frac{25}{4}$

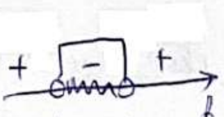


(2): $2b^2-20b+47<0$; $D=24 \Rightarrow \sqrt{D}=\sqrt{24}=2\sqrt{6}$



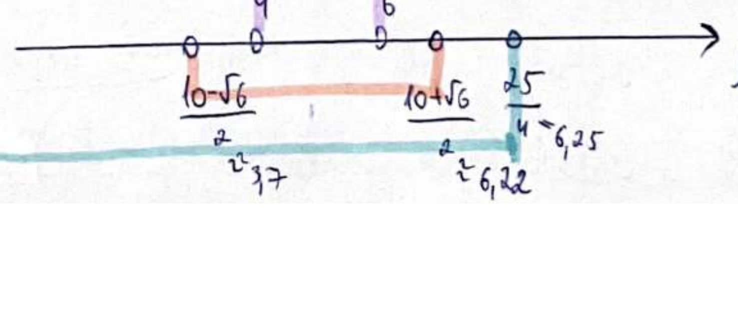
$b\in\left(\frac{10-\sqrt6}{2};\ \frac{10+\sqrt6}{2}\right)$

(3): $b^2-10b+24<0$; $(x-4)(x-6)<0$;



$b\in(4,6)$

Объединим промежутки:



Итак, $b \in (4, 6)$.

$a = 2b-5 \Rightarrow a \in (3; 7)$, причём $a = 2b-5$

№5.

Матрица A является матрицей Грамма $\Leftrightarrow$ $A = A^T$ (симметр.) и $A \geq 0$

$$A = \begin{pmatrix} 26 & -9 & 68 \\ -9 & 18 & 36 \\ 68 & 36 & 416 \end{pmatrix} = A^T;$$ Теперь проверим, выполняется ли $A \geq 0$:

приведём $(A|E)$ к диагон. виду с 1, 0 и -1 на диагон.:

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 26 & -9 & 68 & 1 & 0 & 0 \\ -9 & 18 & 36 & 0 & 1 & 0 \\ 68 & 36 & 416 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \to \left(\begin{array}{ccc|ccc} -9 & 18 & 36 & 0 & 1 & 0 \\ 26 & -9 & 68 & 1 & 0 & 0 \\ 68 & 36 & 416 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \to$$

$$\to \left(\begin{array}{ccc|ccc} 18 & -9 & 36 & 0 & 1 & 0 \\ -9 & 26 & 68 & 1 & 0 & 0 \\ 36 & 68 & 416 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)\begin{array}{l} \\ +\frac{1}{2}(1) \\ -2(1) \end{array} \to \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} & +\frac{1}{2}(1) & -2(1) \end{array} \\ \left(\begin{array}{ccc|ccc} 18 & -9 & 36 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 43/2 & 86 & 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 86 & 344 & 0 & -2 & 1 \end{array}\right) \end{array} \to$$

$$\to \left(\begin{array}{ccc|ccc} 18 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 43/2 & 86 & 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 86 & 344 & 0 & -2 & 1 \end{array}\right)\begin{array}{l} \\ \\ -4(2) \end{array} \to \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} & & -4(2) \end{array} \\ \left(\begin{array}{ccc|ccc} 18 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 43/2 & 86 & 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -4 & -4 & 1 \end{array}\right) \end{array} \to$$

$$\to \begin{array}{c} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 18 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 43/2 & 0 & 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -4 & -4 & 1 \end{array}\right)\begin{array}{l} \\ \cdot 2 \\ \\ \end{array} \\ \begin{array}{ccc} & \cdot 2 & \end{array} \end{array} \to \begin{array}{c} \underbrace{\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} 18 = d_1 & 0 & 0 \\ 0 & d_2 = 86 & 0 \\ 0 & 0 & 0 = d_3 \end{array} \\ \cdot\frac{1}{\sqrt{18}} \quad \cdot\frac{1}{\sqrt{86}} \end{array}}_{D} \left|\ \underbrace{\begin{array}{ccc} 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ -4 & -4 & 1 \end{array}}_{\tilde{C}^T}\right. \begin{array}{l} \cdot\frac{1}{\sqrt{18}} \\ \cdot\frac{1}{\sqrt{86}} \\ \\ \end{array} \end{array} \to$$

$$\to \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 1/\sqrt{18} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2/\sqrt{86} & 1/\sqrt{86} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -4 & -4 & 1 \end{array}\right)$$

A' $\qquad$ C'^T

A' – матрица норм. вида в базисе e';

C' – матр. перехода от e к e'

$A' = \mathrm{diag}(1, 1, 0) \Rightarrow$ квадр. ф. $Q \geq 0 \Rightarrow$ искомая система из трёх векторов в $\mathbb{R}^3$ $\exists$.

Найдём эту систему:

Пусть $w_1 = \sqrt{d_1}\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} = \sqrt{18}\cdot\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}3\sqrt{2}\\0\\0\end{pmatrix}$ $\qquad$ $w_3 = \sqrt{d_3}\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix} = \sqrt{0}\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}$

$w_2 = \sqrt{d_2}\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix} = \sqrt{86}\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\\sqrt{86}\\0\end{pmatrix}$

Тогда для $\overbrace{w_1, w_2, w_3}^{=\{w\}}$ D является матр. Грамма

// $(w_1, w_1) = \overset{d_1}{18}$; $(w_2, w_2) = 86 = d_2$; $(w_3, w_3) = 0 = d_3$ //

Теперь найдём $\{v\} = \{v_1, v_2, v_3\}$, для кот. A является матр. Грамма

$(w_1, w_2, w_3) = (v_1, v_2, v_3)\cdot\tilde{C} \Rightarrow \{v\} = \{w\}\cdot\tilde{C}^{-1}$ (утвержд. с лекции).

$\tilde{C} = \begin{pmatrix}0 & 2 & -4\\ 1 & 1 & -4\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$; Найдём $\tilde{C}^{-1}$: $\left(\begin{array}{ccc|ccc} 0 & 2 & -4 & 1 & 0 & 0\\ 1 & 1 & -4 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1\end{array}\right) \to \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -1/2 & 1 & 2\\ 0 & 1 & 0 & 1/2 & 0 & 2\\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1\end{array}\right)$

$\{w\}\cdot\tilde{C}^{-1} = \begin{pmatrix}3\sqrt{2} & 0 & 0\\ 0 & \sqrt{86} & 0\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-1/2 & 1 & 2\\ 1/2 & 0 & 2\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\frac{-3\sqrt{2}}{2} & 3\sqrt{2} & 6\sqrt{2}\\ \frac{\sqrt{86}}{2} & 0 & 2\sqrt{86}\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}$

Итак, $v_1 = \begin{pmatrix} -\frac{3\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{86}}{2} \\ 0 \end{pmatrix}$; $v_2 = \begin{pmatrix} 3\sqrt{2} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$; $v_3 = \begin{pmatrix} 6\sqrt{2} \\ 2\sqrt{86} \\ 0 \end{pmatrix}$. – искомая система из трёх векторов

Ответ: да.