Билет 1

1. ЖНФ - единственность и нахождение без поиска базиса.
2. Вывести необходимое и достаточное условие того, что подматрица ортогональной матрицы ортогональна

Билет 2

1. Инвариантные подпространства, собственные вектора и собственные значения, характеристический многочлен и его инвариантность, след и определитель преобразования.
2. Привести одновременно две квадратичные формы к диагональному виду.

Билет 3

1. ЛНЗ собственных векторов с разными собственными значениями, алгебраическая, геометрическая кратности, условия диагонализуемости.
2. Дан вектор в онб с координатами (1 -1 1 6), найти онб в ортогональном дополнении к линейной оболочке этого вектора.

Билет 4

1. Аннулирующие многочлены, корневые, разложение корневых в прямую сумму, обобщение сущ жнф к случаю с единственным сз.
2. Дана квадратичная форма, найти, при каких значениях параметра она положительно определена.

Билет 5

1. Квадратичные формы, виды определенности, закон инерции.
2. Задачка на ЖНФ и Жорданов базис.

Билет 6

1. Корень многочлена. Теорема Безу. Формальная производная. Кратные корни.
2. Дана квадратичная форма ((1, -1, -2), (-1, 1, -2), (-2, -2, -1)) в ОНБ, найти ОНБ, в котором она имеет диагональный вид.

Билет 7

1. Полярное разложение линейного преобразования в евклидовом пространстве.
2. найти собственные векторы, собственные значения и определить геометрический смысл преобразования :

```
2 0 0 0
0 0 0 2
0 0 2 0
0 2 0 0
```

Билет 8

1. Самосопряжённый оператор, его свойства. Приведение к диагональному базису в ОНБ из собств векторов.
2. Найти матрицу ортогонального проектирования на четырёхмерное пространство. Задана система

```
x1-x2=0
x3-2*x4=0
```

Билет 9

1. Тензоры как полилинейные отображения. Тензорное произведение тензоров. Координаты тензора, замена базиса.
2. Пусть f симметричная, положительно полуопределенная биллинейная форма. Доказать, что если f(u,u)=0, то f(u,v)=0 для всех v.

Билет 10

1. Евклидовы и эрмитовы пространства, Грам и свойства, выражение скалярного произведения в координатах, КБШ и неравенство треугольника.
2. Дан оператор над матрицами 2*2, найти СЗ и СВ, доказать линейность (Фи(X) = A * (X транспонированное), A дана конкретная)

Билет 11

1. Ортогональное дополнение подпространства, ортогональное проектирование, процесс ортогонализации Грама — Шмидта.
2. Дана билинейная форма в базисе многочленов такая, что b(f, g) = f(2) g(1) + f(1) g(2) + f(3) g(3). проверить, что она симмитрична, и найти ее индексы инерции.

Билет 12

1. Минимальный многочлен, свойства, связь с ЖНФ.
2. На пространстве многочленов с действительными коэффициентами задано скалярное произведение. Из базиса (1, t, t^2) сделать ортонормированный методом.

Билет 13

1. Соответствие квадратичной матрицы и симметрической билинейной, привидение квадратичной к каноническому базису,
2. В эрмитовом пространстве дан оператор ф*=-ф, что можно сказать о собственных значениях (ответ: они чисто мнимые)
   По сути про диагональный вид матрицы самосопряжённого оператора, пространство только эрмитово - из-за этого сокращались не мнимые части, а действительные. И нужно было построить пример, что любое такое собственное значение можно получить - с помощью матриц это делается.

Билет 14

1. Приведение квадратичной формы в евклидовом(эрмитовом) пространстве к главным осям. Одновременное приведение пары квадратичных форм к диагональному виду.
2. Найти минимальный многочлен верхнетреугольной матрицы 6×6 с 2 и 3 на главной оси.

Билет 15

1. Симметричные и кососимметричные формы, ядро формы, ортогональное дополнение.
2. Найти минимальный многочлен треугольной матрицы (просто находим жнф).

Билет 16

1. Ортогональные, унитарные преобразования, из свойсвта; инвариантные подпространства малой размерности; какнонический вид ортогонального/унитарного преобразования.
2. Дан оператор ф^3=5ф^2 - 6ф. Он унитарный ? Диагонализуемый ли ?

Билет 17

1)Приведение матрицы к верхнетреугольному виду. Теорема Гамильтона-Кэли для случая, когда многочлен раскладывается на линейные сомножители.
2)Даны вектора a, b, x (в координатах), посчитать проекцию x на <a, b> (все в ОНБ).

Билет 18

1. Приведение кососимметричной билинейной формы к каноническому виду.
2. Дата матрица - найти ЖНФ и базис.

Билет 19

1. Объём параллелепипеда
2. Проверить на ортогональность оператор, а так же привести к каноническому виду матрицу оператора.

Билет 20

1. Якоби - приведение к диагональному виду, Сильвестр. Явная формулу для элементов матрицы перехода.
2. ОНБ из собственных векторов.