① $5n^2 + 3 = \Theta(n)$ $\Rightarrow$ musí platiť:
- $5n^2 + 3 = O(n)$
- $5n^2 + 3 = \Omega(n)$

- $5n^2 + 3 = O(n)$

$0 \leq 5n^2 + 3 \leq c \cdot n$ zvolíme $c = 6$

$0 \leq 5n^2 + 3 \leq 6 \cdot n$ $n_0 = 1$

$0 \leq 8 \leq 6$ X neplatí

zvolíme väčšie c

$0 \leq 5n^2 + 3 \leq 10n$ $c = 10$

$0 \leq 8 \leq 10$ ✓ platí $n_0 = 1$

podmienka ale hovorí, že nerovnosť musí platiť pre všetky $n \geq n_0$

keď za n_0 zoberieme číslo 2 $\Rightarrow n_0 = 2$ tak

$0 \leq 23 \leq 20$ X neplatí

$\hookrightarrow$ nech vyberieme c akokoľvek veľké, tak sme vždy schopní nájsť n_0 tak aby nerovnosť neplatila, preto nie je táto časová zložitosť ohraničená zhora lineárne tj. $5n^2 + 3 \neq O(n)$ dôvodom je, že kvadratická funkcia rastie asymptoticky rýchlejšie ako lineárna

už vieme, že nebude platiť ani $5n^2 + 3 = \Theta(n)$

pre kompletnosť ale overíme, či $5n^2 + 3 = \Omega(n)$

- $5n^2 + 3 = \Omega(n)$

zvolíme
$c = 6$
$n_0 = 1$

$0 \leq c.n \leq 5n^2 + 3$

$0 \leq 6n \leq 5n^2 + 3$

$0 \leq 6 \leq 8$ ✓ platí

nerovnosť bude platiť pre všetky $n \geq n_0$ (1)
kvadratická funkcia rastie asymptoticky rýchlejšie ako lineárna, takže platí $5n^2 + 3 = \Omega(n)$

celkovo:
$5n^2 + 3 \neq O(n) \rightarrow 5n^2 + 3 \neq \Theta(n)$
$5n^2 + 3 = \Omega(n)$

② $5n^2 + 3 = \Theta(n^2)$ $\Rightarrow$ musí platiť:

- $5n^2 + 3 = O(n^2)$
- $5n^2 + 3 = \Omega(n^2)$

- $5n^2 + 3 = O(n^2)$

$0 \leq 5n^2 + 3 \leq c \cdot n^2$ $\quad c = 6$

$0 \leq 5n^2 + 3 \leq 6n^2$ $\quad n_0 = 1$

$0 \leq 8 \leq 6$ × neplatí

$n_0 = 2$

$0 \leq 23 \leq 24$ ✓ platí

nerovnosť bude platiť pre všetky $n \geq n_0^{(2)}$

- $5n^2 + 3 = \Omega(n^2)$

$0 \leq c \cdot n^2 \leq 5n^2 + 3$ $\quad c = 5$

$0 \leq 5n^2 \leq 5n^2 + 3$ $\quad n_0 = 1$

$0 \leq 5 \leq 8$ ✓ platí

nerovnosť bude platiť pre všetky $n \geq n_0^{(1)}$

, všimnime si, že po dosadení za n bude $5n^2 + 3$ vždy väčšie o 3 ako $5n^2$

záver:

$5n^2 + 3 = O(n^2)$

$5n^2 + 3 = \Omega(n^2)$ $\Rightarrow$ $5n^2 + 3 = \Theta(n^2)$

③ $3n^3 = O(n^3)$

$0 \leq 3n^3 \leq c \cdot n^3$ $\quad c = 3$

$0 \leq 3n^3 \leq 3n^3$ $\quad n_0 = 1$

$0 \leq 3 \leq 3$ ✓

keď zvolíme $c=3$ tak sa výrazy rovnajú a budú rovnaké pre všetky n, čo dosadíme nerovnosť platí tj. $3n^3 = O(n^3)$

④ $3n^3 = o(n^3)$

$0 \leq 3n^3 < c \cdot n^3$

$0 \leq 3n^3 < 1n^3$

$0 \leq 3 < 1$ × neplatí

z definície pre $o(g)$ musí nerovnica platiť <u>pre všetky $c > 0$</u>

zvolme $c = 1$

$n_0 = 1$

pre $c=1$ výraz $3n^3$ bude rásť trojnásobne rýchlejšie ako $1n^3$, takže nie sme schopní nájsť žiadne n_0

nerovnica neplatí pre $c=1$, čo porušuje podmienku že nerovnica musí platiť pre všetky $c > 0$

tj. $3n^3 \neq o(n^3)$

⑤ $2n^2 + 3n - 2 = O(n!)$

$0 \leq 2n^2 + 3n - 2 \leq c \cdot n!$ $\quad c = 1$

$0 \leq 2n^2 + 3n - 2 \leq n!$ $\quad n_0 = 5$

$0 \leq 50 + 15 - 2 \leq 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$

$0 \leq 63 \leq 120$ ✓

faktoriál rastie asymptoticky rýchlejšie ako kvadratická funkcia

platí $2n^2 + 3n - 2 = O(n!)$

⑥ $5 \log_2 n = \Theta(\log_2 n) \Rightarrow$ musí platiť:

- $5 \log_2 n = O(\log_2 n)$
- $5 \log_2 n = \Omega(\log_2 n)$

$5 \log_2 n = O(\log_2 n)$

$0 \leq 5 \log_2 n \leq c \log_2 n$ $\quad c = 6$

$0 \leq 5 \log_2 n \leq 6 \log_2 n$ $\quad n_0 = 2$

$0 \leq 5 \log_2 2 \leq 6 \log_2 2$

$0 \leq 5 \leq 6$ ✓

nech je n_0 akékoľvek, tak pravá strana bude vždy väčšia

$5 \log_2 n = \Omega(\log_2 n)$

$0 \leq c \cdot \log_2 n \leq 5 \log_2 n$ $\quad c = 4$

$0 \leq 4 \cdot \log_2 n \leq 5 \log_2 n$ $\quad n_0 = 2$

podobne

$0 \leq 4 \log_2 2 \leq 5 \log_2 2$

$0 \leq 4 \leq 5$ ✓

celkovo:

$5 \log_2 n = O(\log_2 n)$

$5 \log_2 n = \Omega(\log_2 n)$ $\Rightarrow 5 \log_2 n = \Theta(\log_2 n)$