



Факультет экономических наук НИУ ВШЭ

Широков Д.С.
Филимошина Е.Р.

13.09.2025

Исследовательский проектный семинар **“Линейная алгебра и анализ данных в экономике”**

Вводная встреча



**Широков
Дмитрий
Сергеевич**

- **Профессор** Департамента математики ФЭН, НИУ ВШЭ
- **Заведующий** Лабораторией геометрической алгебры и приложений, ФЭН, НИУ ВШЭ
- Доктор наук по прикладной математике (2023)

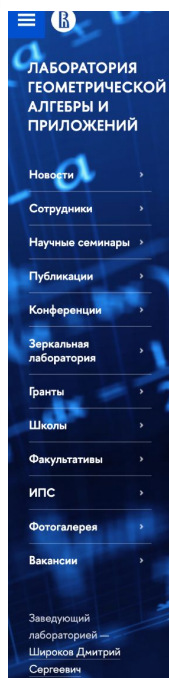


**Филимошина
Екатерина
Романовна**

- **Преподаватель** Департамента математики ФЭН (линейная алгебра на Бизнес-информатике и Экономике и статистике)
- **Стажер-исследователь** Лаборатории геометрической алгебры и приложений
- Закончила **магистратуру Математика машинного обучения** (ФКН) и бакалавриат Бизнес-информатика (ВШБ)
- Аспирантура “**Искусственный интеллект и машинное обучение**” (ФКН)



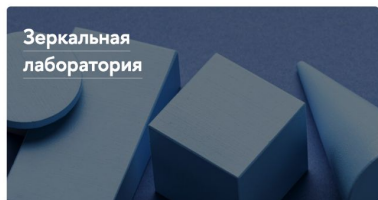
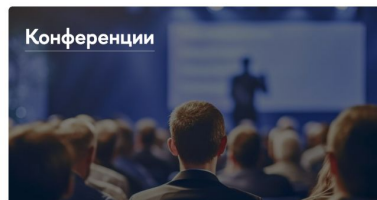
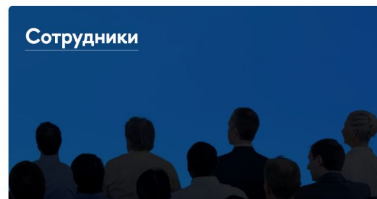
Лаборатория геометрической алгебры и приложений



Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики» → Факультет экономических наук → Лаборатория геометрической алгебры и приложений

Лаборатория геометрической алгебры и приложений

Лаборатория геометрической алгебры и приложений создана в июле 2024 года. Основной задачей лаборатории является разработка новых алгебраических, геометрических и вычислительных методов, связанных с геометрическими алгебрами (алгебрами Клиффорда), а также применение этих методов в геометрии, физике, компьютерных науках, машинном обучении, экономике, инженерии и других науках.



Новости

4 августа
Состоялось 11-е заседание семинара «Кватернионы, геометрические алгебры и приложения»

На семинаре выступила Е. Филимошина с докладом на тему 'GLGENN: A Novel Parameter-Light Equivariant Neural Networks Architecture Based on Clifford Geometric Algebras'.

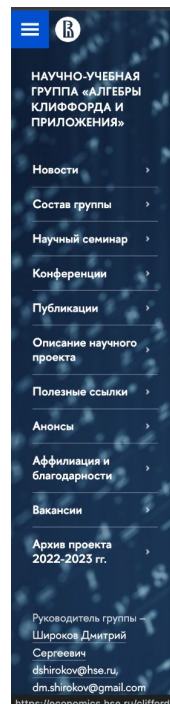
25 июля
Екатерина Филимошина выступила на конференции International Conference on Machine Learning (ICML 2025) в Ванкувере, Канада

Е. Филимошина презентовала научные результаты на международной конференции ICML (список A-CONF).

24 июля
Исследователи НИУ ВШЭ представили новую архитектуру нейронных сетей, понимающую симметрию мира

<https://economics.hse.ru/gaa>

Научно-учебная группа “Алгебры Клиффорда и приложения”

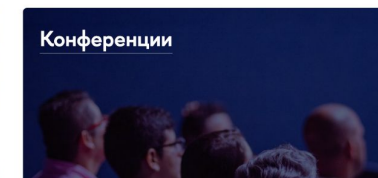
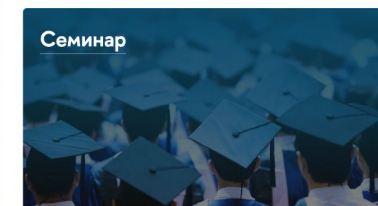
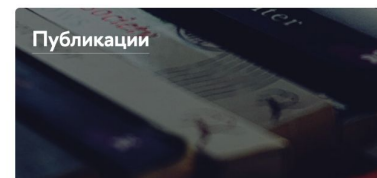
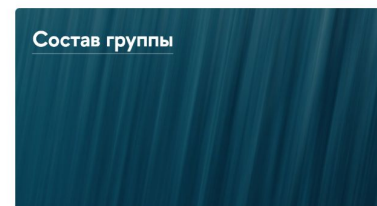


Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики» → Факультет экономических наук → Научно-учебная группа «Алгебры Клиффорда и приложения»

Научно-учебная группа «Алгебры Клиффорда и приложения»

Группа создана в рамках конкурса исследовательских проектов научно-учебных групп (НУГ) Программы «Научный фонд НИУ ВШЭ» в 2022 году. В рамках проекта будет решено несколько задач теории алгебр Клиффорда, важных для приложений в геометрии, физике, компьютерных науках, машинном обучении, экономике, инженерии и других науках.

В рамках НУГ действует регулярный научный семинар «Алгебры Клиффорда и приложения».



Новости

17 июня
Статья участников НУГ опубликована в международном журнале

Работа Е. Филимошиной и Д. Широкова опубликована в журнале Advances in Applied Clifford Algebras.

16 мая
Д. Широков выступил на конференции The 5th International Conference on Quaternion Matrix Computations with Applications

Д. Широков выступил с докладом на международной конференции в Цюйфу (Китай).

11 мая
Статья участников научно-учебной группы опубликована в международном издании

Статья С. Румянцевой и Д. Широкова «Introducing

<https://economics.hse.ru/clifford/>



Тематика наших исследований

Основной задачей лаборатории является **разработка новых алгебраических, геометрических и вычислительных методов, связанных с геометрическими алгебрами и алгебрами Клиффорда, а также применение этих методов** в геометрии, физике, компьютерных науках, машинном обучении, экономике, инженерии и других науках.

В настоящее время реализуется проект РНФ «Алгебро-геометрические методы в теории поля и других приложениях», проект зеркальной лаборатории с СВФУ (Якутск) «Кватернионы, геометрические алгебры и приложения».



Тематика наших исследований

Публикации: <https://economics.hse.ru/gaa/publ>
(в лаборатории сейчас 5 сотрудников, 18 статей в 2025 году, 8 статей в 2024 году).

Некоторые из них:

- E. R. Filimoshina, D. S. Shirokov, “GLGENN: A Novel Parameter-Light Equivariant Neural Networks Architecture Based on Clifford Geometric Algebras”, ICML 2025, <https://openreview.net/forum?id=H0ySAzwu8k>
- D. S. Shirokov, “On SVD and Polar Decomposition in Real and Complexified Clifford Algebras”, Advances in Applied Clifford Algebras, 34 (2024), 23.

Доклады на международных конференциях:

<https://economics.hse.ru/gaa/conferences> (10 докладов в 2024 и 11 докладов в 2025 в Авейру, Амстердаме, Астане, Ванкувере, Гонконге, Граце, Дубне, Женеве, Котону, Москве, Мюнхене, Порхове, Риме, Цюйфу, Якутске).





ИПС “Линейная алгебра и анализ данных в экономике”

Записался 21 человек:

- 2 студента 2 курса “Экономика”;
- 2 студента 2 курса “Экономика и статистика”;
- 14 студентов 2 курса “Экономика и анализ данных”;
- 3 студента 3 курса “Экономика и анализ данных”.

Средний GPA = 8.61.



ИПС “Линейная алгебра и анализ данных в экономике”: 2 направления

Методы линейной алгебры

Применение методов линейной алгебры – матричных и тензорных разложений (SVD, QR, LU, Tucker, Tensor Train), быстрого поиска собственных чисел и векторов, решения больших систем линейных уравнений

Методы машинного и глубокого обучения

Использование алгоритмов машинного обучения – классификации, регрессии, кластеризации и нейросетевых моделей.



Правила оценивания

Оценка = $0.4 * \text{Накоп}$ + $0.6 * \text{Курсовой проект}$



Правила оценивания

$$\text{Оценка} = \underbrace{0.4 * \text{Накоп}}_{\begin{array}{l} 0.1 * \text{Рассказ} \\ \text{темы/приложения} \\ 0.1 * \text{Анализ статьи} \\ + \\ 0.2 * \text{Рассказы о прогрессе} \\ \text{по проекту} \end{array}} + \underbrace{0.6 * \text{Курсовой проект}}_{\begin{array}{l} 0.1 * \text{Предварительный текст} \\ \text{работы} \\ + \\ 0.3 * \text{Финальный текст работы} \\ + \\ 0.2 * \text{Устная презентация} \end{array}}$$



Правила оценивания

$$\text{Оценка} = \underbrace{0.4 * \text{Накоп}}_{\text{1-2 модули}} + \underbrace{0.6 * \text{Курсовой проект}}_{\text{конец 3 модуля}}$$

$$\begin{aligned} &\text{1-2 модули} \left\{ \begin{array}{l} 0.1 * \text{Рассказ} \\ \text{темы/приложения} \\ 0.1 * \text{Анализ статьи} \end{array} \right. \\ &\quad + \\ &\text{3-4 модули} \left\{ \begin{array}{l} 0.2 * \text{Рассказы о прогрессе} \\ \text{по проекту} \end{array} \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\underbrace{0.1 * \text{Предварительный текст} \\ \text{работы}}_{\text{конец 3 модуля}} \\ &\quad + \\ &\underbrace{0.3 * \text{Финальный текст работы} \\ 0.2 * \text{Устная презентация}}_{\text{4 модуль}} \end{aligned}$$



Накоп: **Рассказ темы/приложения**

В рамках ИПС в 1-2 модулях планируется погружение в тему матричных методов и методов анализа данных. Запланировано ~10 занятий. Темы – на следующих слайдах.

Формат: Подготовить и провести мини-урок по одной из предложенных тем (можно о части темы).

На выбор:

- 1. Теоретический разбор:** Суть метода, разложения, алгоритмы, математическая основа (определения, утверждения).
Формат презентации: от руки на доске (определения, утверждения, формулы) + слайды (алгоритмы, примеры).
- 2. Разбор приложения:** Практическое применение метода (например, использование SVD-разложения для рекомендательных систем, анализа текстов или оценки рисков).
Формат презентации: слайды/от руки на доске (для постановки задачи и объяснения связи теории с приложением) + Jupyter Notebook (для демонстрации кода и анализа результатов).

Согласование темы: не менее чем за 1 неделю до даты выступления.

Продолжительность выступления: от 20 минут (в зависимости от темы).

Команды: 1-2 человека.



Накоп: **Анализ статьи**

1. **Выбрать статью** по темам ИПС (из нашего списка или предложенную вами), **согласовать** ее с нами и быть готовыми объяснить выбор темы.
2. **Внимательно прочитать** статью 2+ раза, чтобы **выявить**: основные идеи и компоненты работы, новизну подхода.
3. **Сформировать свое мнение** о работе (например, какая самая интересная часть работы, что показалось сильным, какие есть недостатки или ограничения подхода, идеи по улучшению и тд).
4. **Сделать короткую презентацию** о статье на семинаре (~10-15 минут). Запуск **экспериментов или кода** из статьи, демонстрация экспериментов и результатов очень приветствуется.

Список статей:

В ближайшее время мы подготовим список рекомендованных статей для разбора. Вы можете выбрать работу из него или предложить свою. Ваша собственная инициатива приветствуется.

Согласование темы:

Выбранную статью необходимо согласовать с нами не менее чем за 1 неделю до даты вашего выступления.

Дата выступления:

Желательно, чтобы тема статьи была связана с темой занятия.

Команды: 1-2 человека.



Накоп: Рассказы о прогрессе по проекту

Формат: Устные выступления в формате презентации о текущем прогрессе по проекту.

Длительность: ~10 минут

Периодичность: 1 раз в месяц

Структура выступления:

1. **Задачи** на истекший месяц. Какие цели и подзадачи были поставлены в прошлый раз?
2. **Что было сделано?** (Главная часть) Ключевые результаты и достижения. Конкретные выводы, графики, модели или код.
3. Какие возникали **трудности**?
4. **Планы** на следующий месяц. Какие новые задачи вы ставите перед собой?
5. Вопросы к аудитории: В какой области вам особенно **нужна помощь** или совет? Какие части вашего плана вы хотели бы обсудить?



Курсовой проект: Текст

Предварительный текст (конец 3 модуля)

По результатам проверки текста, мы дадим комментарии по общему направлению работы и по тексту. По каждой работе скажем, что можно улучшить, что стоит переделать, на что обратить внимание в финальной работе.

Финальный текст (4 модуль)

Дополненный и исправленный текст с учетом всех полученных комментариев.

Устная презентация (4 модуль)

Выступление с презентацией ключевых результатов вашего проекта и ответы на вопросы.



Выбор темы курсового проекта

У вас есть три варианта:

1. **Выбрать тему из нашего списка.** Список будет опубликован в ближайшие недели.
2. **Предложить свою тему** в рамках тематики семинара.
3. **Взять тему из нашего списка и модифицировать её** под свои интересы.

На наши темы: действует правило «кто первый записался — того и тема».

Свои темы: согласовывайте с нами в индивидуальном порядке. Предложения можно присылать уже сейчас.

О темах: Темы могут быть как теоретическими (с фокусом на математический аппарат), так и прикладными (с использованием данных из экономики, финансов, маркетинга или компьютерных наук). Также приветствуются смешанные проекты. Темы могут быть как по одному, так и сразу по двум из направлений ИПС (матричные методы и анализ данных).

Формат работы: Индивидуально или командно (до 3 человек). Чем больше команда, тем масштабнее и сложнее задача. Накоп оценивается индивидуально, каждый сдает отдельный текст и участвует в каждой из презентаций прогресса по проекту.

Окончательный дедлайн выбора и согласования темы: 15 октября.



Основные дедлайны

1-2 модули

До 15 октября:

Выбор темы
проекта и
согласование с
нами

До конца 2 модуля (по мере прохождения тем):

- Выступление с темой/приложением,
 - Выступление с анализом статьи.
- Согласование темы – **за 1 неделю.**

3-4 модули

До конца 3 модуля:

Сдача текущей версии
текста проекта

4 модуль:

Сдача
финального
текста и устная
защита

Раз в месяц:

Выступление с
рассказом о
прогрессе по проекту



Темы (по первой части)

- Векторные и матричные нормы
- Ортогональные и унитарные матрицы
- Спектральное разложение, Жорданова форма, разложение Шура
- Сингулярное (в том числе, тонкое, компактное, усеченное) и полярное разложения
- Приближение матрицами с заданным рангом
- QR-разложение (вычисление с помощью метода Грама-Шмидта, преобразований Хаусхолдера, матриц Гивенса)
- QR-алгоритм
- LU-, LDL- и Холецкого разложения
- Скелетное разложение
- Псевдообратные матрицы
- Метод наименьших квадратов
- Метод главных компонент
- Прямая и двойственная задачи линейного программирования, симплекс-метод, транспортная задача



Знакомство

- как зовут, программа обучения?
- что знаете, что нет (матричные разложения, машинное обучение, питон ...), на каком уровне?
- какие делали ранее проекты? какие понравились?
- в какую сторону дальше интересно развиваться?