

## Домашняя работа № 5

Автор: Минеева Екатерина

### Задача 1 (е)

Допустим данный язык регулярный. Пусть:

$L_1$  – язык двоичных слов, в любом префиксе которых нулей строго больше, чем единиц. По предположению он регулярен.

$L_2$  – язык слов, удовлетворяющих регулярному выражению  $0^*1^*$ . Естественно, он регулярен.

Поскольку мы знаем, что регулярные языки замкнуты относительно теоретико множественных операций (было доказано на лекции), то язык  $L = L_1 \cap L_2$  тоже является регулярным. Таким образом,  $L = \{0^n 1^k | n, k \in \mathbb{N}, n \geq k\}$  – регулярный язык, и для него верна лемма о накачке. То есть  $\exists p \in \mathbb{N} \quad \forall w \in L, |w| > p \quad \exists x, y, z :$

- 0)  $xyz = w$
- 1)  $y \neq \epsilon$
- 2)  $|xy| \leq p$
- 3)  $\forall i \in \mathbb{N} : xy^i z \in L$

Рассмотрим строчку  $0^p 1^{p-1}$ . Так как  $|xy| \leq p$ ,  $xy = 0^t$ ,  $t \leq p$ . Но при этом  $y \neq \epsilon \Rightarrow y = 0^s$ ,  $s \geq 1$ .

Но тогда с одной стороны,  $xy^0 z = xz = 0^m 1^{p-1}$ ,  $m \leq p-1$ , с другой – по лемме  $xz \in L$ . Противоречие  $\Rightarrow$  предположение неверно и язык  $L_1$  не является регулярным.