

Домашняя работа № 5

Автор: Минеева Екатерина

Задача 4

Не обязательно. Рассмотрим $L = 10^*$. Заметим, что тогда $P = \{0^n \mid n \in L\} = \{0^n \mid n = 2^k, k > 0\}$. Допустим, этот язык является регулярным, тогда для него выполнена лемма о накачке:

$\exists p \in \mathbb{N} \quad \forall w \in L, |w| > p \quad \exists x, y, z :$

0) $xyz = w$

1) $y \neq \epsilon$

2) $|xy| \leq p$

3) $\forall i \in \mathbb{N} : xy^i z \in L$

Рассмотрим строчку $0^{2^p} = xyz$. По лемме ее можно накачать: пусть $y = 0^s$, $s \leq p$. ($s > 0$ т.к. $y \neq \epsilon$)

1 случай: $s < 2^{p-1}$, тогда $xz = 0^{2^p-s} \in P$. Но при этом $2^{p-1} = 2^p - 2^{p-1} < 2^p - s < 2^p$. Противоречие.

2 случай: $s \geq 2^{p-1}$. С другой стороны, $s \leq p \Rightarrow 2^{p-1} \leq p \Rightarrow p \leq 2$.

Если $p = 1$, то $s = 1$, тогда $xyz = 0^2$, $xy^2z = 0^3 \notin P$ – противоречие.

Если $p = 2$, то $s = 2$, $xyz = 0^4$, $xy^2z = 0^6 \notin P$ – снова противоречие.

В каждом из случаев мы получили противоречие, таким образом, для языка P не выполнена лемма о накачке, значит, он не является регулярным.