

## Домашняя работа № 1

Автор: Минеева Екатерина

### Задача В1. Маляры

Задача сводится к тому, чтобы имея набор отрезков, найти мощность их объединения.

Заведем массив  $A$ . Считав, очередной отрезок  $XY$ , добавим в массив  $A$  точку  $X$ , пометив, что  $X$  - начало (в моей реализации просто добавляем пару  $(X, 0)$ ), и точку  $Y$ , пометив ее, как конец некоторого отрезка (в моей реализации добавляем пару  $(Y, 1)$ ).

Отсортируем массив  $A$ . ( $O(N \log 2N) = O(N \log N)$ ).

После этого будем идти по массиву  $A$  и считать баланс: инициализируем в начале переменную  $balance = 0$ , и в случае, если нам встретится точка, означающая начало отрезка, будем добавлять 1, если точка, означающая конец - вычитать 1.

Кроме того будем запоминать точку  $lastBegin$  - последнюю такую точку, при прохождении, которой баланс из 0 превратился в положительный. (Соответственно, если мы встретили точку, означающую начало отрезка и текущий баланс 0, нужно обновить значение  $lastBegin$ ).

В тот момент, когда мы встречаем точку  $Y$ , которая превращает положительный баланс в нулевой, мы находим место, где заканчивается непрерывное объединение нескольких отрезков, начинающееся в  $lastBegin$ . Поэтому промежуток  $[lastBegin, Y]$  целиком закрашен и длину отрезка  $[lastBegin, Y]$  можно добавить к общему количеству покрашенных досок.

При этом все отрезки, которые покрывают хотя бы одну точку отрезка  $[lastBegin, Y]$  мы просмотрим к тому моменту, как встретим соответствующий  $Y$ : все остальные отрезки, либо начинаются позже  $Y$ , либо заканчиваются раньше  $lastBegin$ .

Все описанные выше действия делаются за один проход по массиву  $A$ , то есть стоят  $O(N)$  операций.

Итого, сложность алгоритма  $O(N \log N)$ .