

Домашняя работа № 2

Автор: Минеева Екатерина

Задача В1. Телефон и Конь

Решение:

Заведем двумерный массив $n \times 10$ $cntNum$, где $cntNum[i][j]$ - количество номеров длины i , заканчивающихся на цифру j .

Также заведем двумерный массив $prevNum$, где $prevNum[i]$ - список цифр, после которых в номере может следовать цифра i . (Его заполняем вручную).

Начальные условия: заполним массив $cntNum[1]$ вручную.

Пересчет: хотим посчитать $cntNum[i]$ ($i \geq 2$) при условии, что для всех $k < i$ массивы $cntNum[k]$ заполнены. Вычислим $cntNum[i][j]$ - то есть количество номеров длины i , заканчивающихся на j . Посмотрим, что будет, если мы мысленно уберем последнюю цифру из номера. Мы получим номер длины $i - 1$, заканчивающийся на одну из цифр, лежащих в $prevNum[j]$ - пусть это j_1, j_2, \dots, j_p . Тогда мы получаем, что $cntNum[i][j] = cntNum[i - 1][j_1] + cntNum[i - 1][j_2] + \dots + cntNum[i - 1][j_p]$.

Ответ к задаче, таким образом, это $cntNum[n][0] + cntNum[n][1] + \dots + cntNum[n][9]$

Асимптотика:

При заполнении $cntNum[i]$ мы считаем $cntNum[i][j]$ для j от 0 до 9. При вычислении $cntNum[i][j]$ мы обращаемся к ≤ 10 значениям $cntNum[i - 1][k]$, то есть каждое из $cntNum[i][j]$ вычисляется за $O(1) \Rightarrow$ заполнение $cntNum[i] - O(1) \Rightarrow$ для заполнения всего массива $cntNum$, а следовательно и для решения задачи потребуется $O(n)$ операций.