

## Домашняя работа № 4

Автор: Минеева Екатерина

### Задача D. Стоимость дорог

На основе входных данных построим взвешенный граф: дома – это вершины, ребра – дороги. Вес ребра – стоимость постройки соответствующей дороги, если она еще не построена, и 0, если построена. Таким образом, найдя в этом графе кратчайший путь от дома мэра до мэрии, мы найдем как раз минимальное количество денег, которое нужно выделить на постройку дорог, чтобы существовал путь от дома мэра до мэрии.

Для поиска кратчайшего пути использовался алгоритм Дейкстры. Для поиска вершины с наименьшим текущим расстоянием от стартовой была реализована куча, дополнительно, чтобы можно было менять значение в куче по ключу, для каждого ключа (номера вершины) храним индекс соответствующего ей узла в куче. Таким образом, менять значение в куче можно тоже за  $\underline{O}(\log n)$ .

Оценим время работы:

Сначала строим кучу с ключами – номерами вершин, значениями – текущими расстояниями от стартовой вершины до соответствующей, на это требуется  $\underline{O}(n \log n)$ . В алгоритме Дейкстры  $n$  итераций, на каждой выбирается вершина с наименьшим текущим расстоянием от стартовой – извлечение минимума из кучи,  $\underline{O}(\log n)$ , после чего происходит релаксация: если в вершинах, соединенных с текущей, можно уменьшить расстояние от старта до нее, то у соответствующего этой вершине узла в дереве уменьшается значение. Заметим, что у каждой вершины, значение не может уменьшаться не больше, чем ее степень раз. Поэтому за  $n$  итераций в ходе алгоритма мы будем уменьшать значение в куче по ключу, не больше, чем сумма степеней вершин в графе, то есть суммарно потратим  $\underline{O}((m + k) \log n)$  времени. Таким образом, сложность работы программы  $\underline{O}((m + k) \log n)$ .