

Домашняя работа № 3

Автор: Минеева Екатерина

Задача А. Тараканьи бега

Представим себе поле, как неориентированный граф, в котором вершины — это клетки поля, ребра соединяют пару вершин v и u , таких, что во-первых из u можно попасть в v , а во-вторых клетки им соответствующие граничат по стороне. Нетрудно заметить, что в таком графе достижимость вершин эквивалентна достижимости на поле для тараканьих бегов, а длина кратчайшего пути между двумя вершинами в таком графе равна длине пути по полю (т.к. ходить можно только вверх-вниз, влево-вправо).

Задача решается при помощи обхода в ширину: начнем с вершины, которая является клеткой с призом. В силу упомянутого выше равенства длин кратчайших путей в графе и кратчайших путей по полю, та стартовая вершина, которая первая окажется достигнутой при помощи обхода в ширину, и будет находиться на минимальном расстоянии от приза среди стартовых клеток. Если в ходе обхода ни одна из стартовых вершин не окажется помеченной, значит приз недостижим.

Дополнительно во время обхода будем запоминать для каждой посещенной вершины, из какой вершины мы в нее пришли, чтобы восстановить ответ.

Количество вершин $N * M$, количество ребер не превосходит $4N * M = O(N * M)$, поскольку из каждой вершины исходит не более 4 ребер.

Сложность обхода в ширину это $O(\text{количество вершин} + \text{количество ребер})$. Итого сложность алгоритма $O(N * M)$.