ARBORI ECHILIBRAŢI
(BALANCED TREES)

Analiza arborilor binari de căutare

- operaţiile specifice se execută în timp dependent de înălţimea arborelui (complexitate timp $O(h)$).
- în cel mai rău caz pentru n elemente înălţimea este $n-1$ (arbore degenerat) $\Rightarrow$ $\theta(n)$ complexitate în caz defavorabil.
- cazul ideal: arbore echilibrat a cărui înălţime să fie $O(log_2 n)$.
    - ideea: la fiecare nod să păstrăm *echilibrarea.*
    - când un nod îşi pierde *echilibrul* $\Rightarrow$ **reechilibrare** (prin rotaţii specifice).
- sunt mai multe moduri de definire a echilibrării $\Rightarrow$ variante de arbori de căutare echilibraţi.
    - **arbori AVL**, arbori splay, arbori roşu-negru, B-arbori, etc.
    - caracteristică comună: înălţimea arborelui este $O(log_2 n)$.

ARBORI AVL

Definiţie 0.1 *Un* ***Arbore AVL*** *(Adelson Velski Landis) este un ABC care satisface următoarea* proprietate *(**invariant AVL**):*

- *dacă x este un nod al AVL, atunci:*
    - *înălţimea subarborelui stâng al lui x diferă de înălţimea subarborelui drept al lui x cu 0, 1 sau -1 (0, 1 sau -1 se numeşte **factor de echilibrare**).*

Proprietate. Înălţimea unui arbore AVL cu n noduri este $\theta(log_2 n)$.

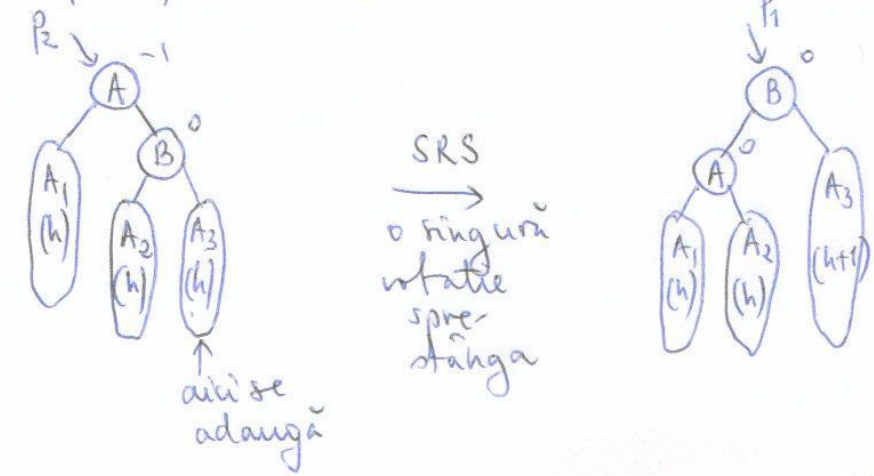
- $N(h)$ - numarul minim de noduri ale unui arbore AVL de înălţime h.
- $N(0)$=1
- $N(1)$=2

- $N(h) = N(h-1) + N(h-2) + 1$
- 6 situaţii de reechilibrare (Knuth);
- 4 tipuri de rotaţii pentru reechilibrare:
    1. o singură rotaţie spre stânga (SRS);
    2. dublă rotaţie spre stânga (DRS);
    3. o singură rotaţie spre dreapta (SRD);
    4. dublă rotaţie spre dreapta (DRD).

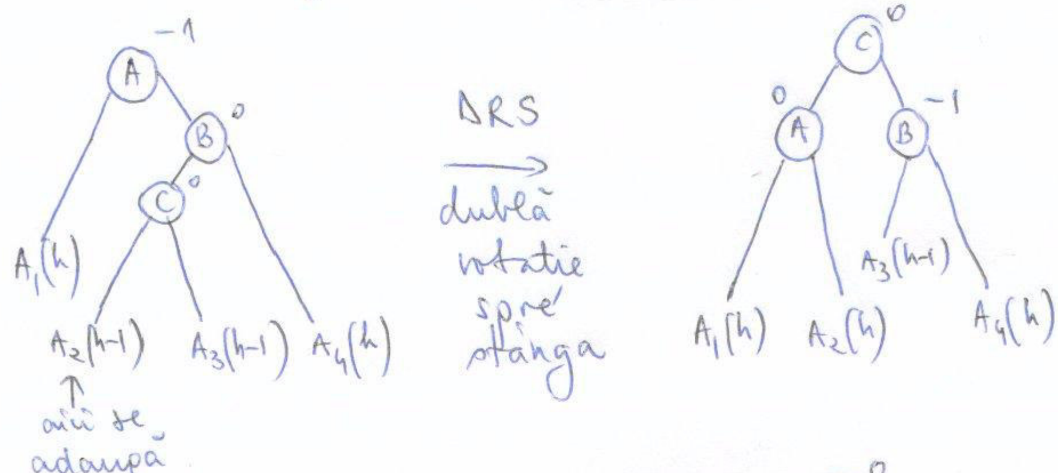
Situații de reechilibrare

$\boxed{\text{caz I}}$ rotații spre stânga   II rotații spre dreapta

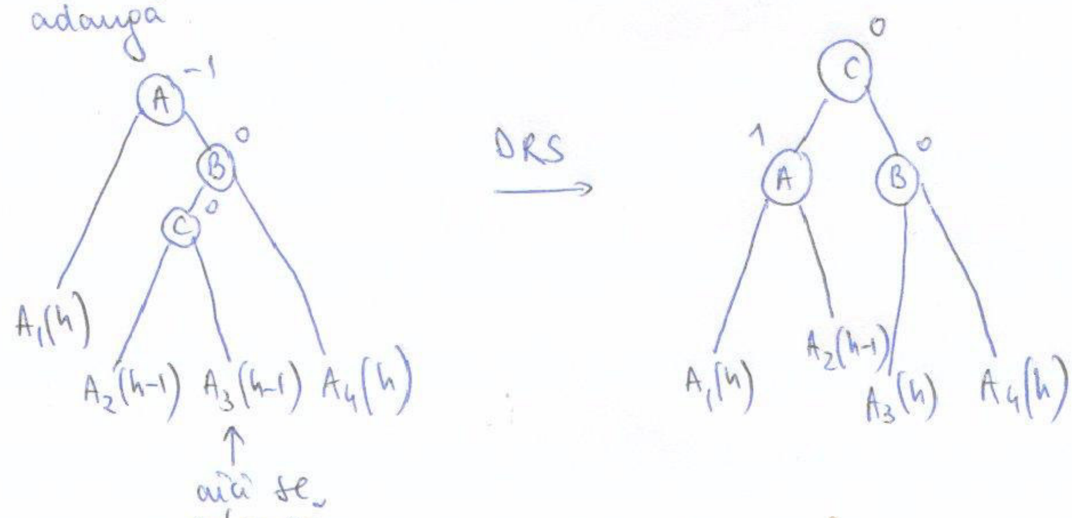
Ia)



Ib)



Ic)



$\boxed{\text{caz II}}$ rotații spre dreapta (simetric cu caz I)