

WSI Sprawozdanie 1 – Zagadnienie przeszukiwania i podstawowe podejścia do niego

Treść polecenia:

Znana jest funkcja celu

1. $f(x) = 8x + 8 \sin x$
 $x \in (-4\pi, 4\pi)$

2. $g(x, y) = \frac{3xy}{e^{x^2+y^2}}$
 $x, y \in (-2, 2)$

Zaimplementować metodę gradientu prostego opisaną na wykładzie.

Użyć zaimplementowany algorytm do wyznaczenia ekstremów funkcji.

Zbadać wpływ następujących parametrów na proces optymalizacji:

- długość kroku uczącego
- limit maksymalnej liczby kroków algorytmu
- rozmieszczenie punktu startowego

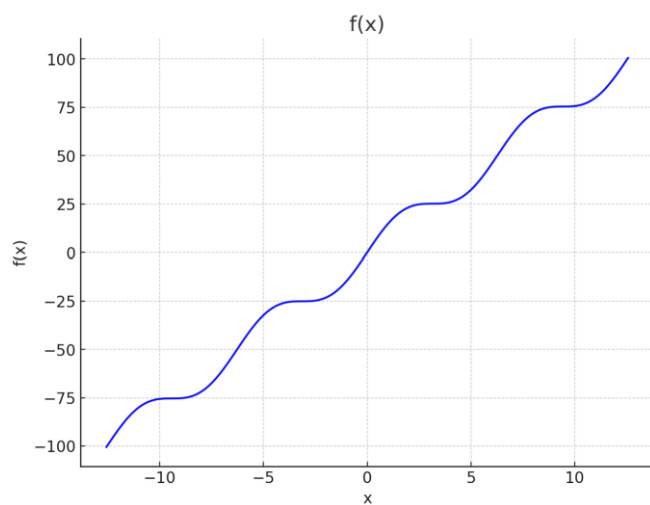
Zinterpretować wyniki w kontekście kształtu badanej funkcji.

Analiza funkcji i wstępne założenia badań

Funkcja $f(x)$

Ta funkcja posiada w określonym przedziale 4 punkty przegięcia (pochodna w tych punktach wynosi 0):

- ok. 25,13274 dla $x = 3,14159$
- ok. -25,13274 dla $x = -3,14159$
- ok. 75,39822 dla $x = 9,42478$
- ok. -75,39822 dla $x = -9,42478$



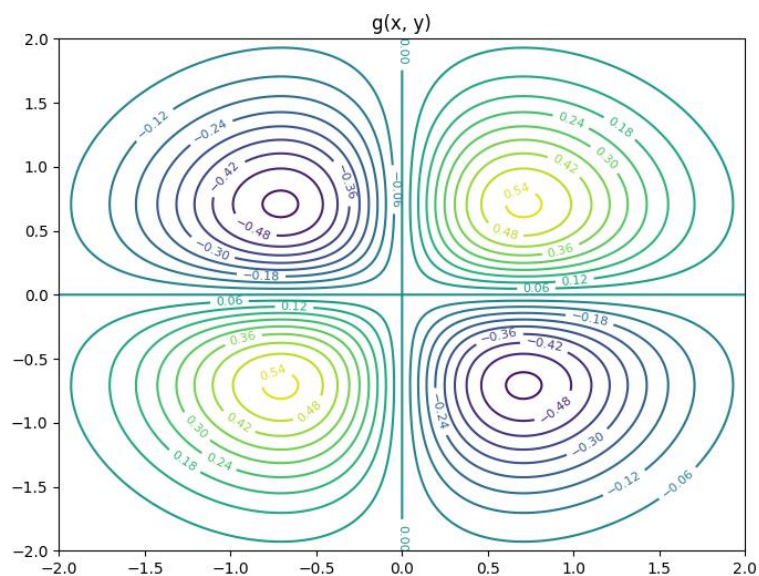
Funkcja $g(x, y)$

Ta funkcja posiada w określonym przedziale 2 maksima:

- ok. 0,55182 dla $x = 0,70711$, $y = 0,70711$
- ok. 0,55182 dla $x = -0,70711$, $y = -0,70711$

Oraz 2 minima:

- ok. -0,55182 dla $x = -0,70711$, $y = 0,70711$
- ok. -0,55182 dla $x = 0,70711$, $y = -0,70711$



Uwagi

Zaimplementowany algorytm poszukuje minimum lokalnego metodą najszybszego spadku. W przypadku funkcji

g

g, algorytm znajduje minimum lokalne. Dodatkowo, pętla algorytmu powtarza się do momentu przekroczenia ustalonego limitu iteracji (domyślnie ustawionego na 1 000 000) lub gdy wartość gradientu w punkcie osiągnie bliskość do zera z dokładnością do $1e-4$.

Miarą jakości algorytmu jest głównie liczba iteracji potrzebna do osiągnięcia tej precyzji — im mniej iteracji, tym lepsze działanie algorytmu. Algorytm przerywa działanie również w przypadku, gdy wygenerowany punkt wyjdzie poza określony przedział.

W tym sprawozdaniu zamieszczono tylko część tabel i wykresów z przeprowadzonych testów. Wszystkie wygenerowane dane i wyniki znajdują się w repozytorium.

Instrukcja do używania skryptu

Po pobraniu repozytorium należy:

- przejść do głównego katalogu – lab1
- ```
$ cd lab1
```
- stworzyć środowisko wirtualne i pobrać requirements.txt
- ```
$ python3 -m venv .venv
```
- ```
$ source .venv/bin/activate
```
- ```
$ pip install -r requirements.txt
```
- uruchomić plik main_gd.py, w terminalu za pomocą:
- ```
$ python3 text-game.py [argumenty]
```

Możliwe argumenty:

- **function** – „g” lub „f”, określa funkcję, którą algorytm będzie optymalizować
- **start\_point** – typ float, reprezentuje punkt startowy, od którego algorytm zacznie poszukiwania ekstremów, punkt może być jedno lub dwu-wymiarowy
- **step\_length** – typ float, ustawi rozmiar kroku uczącego dla algorytmu
- **--step\_limit** – opcjonalny, typ int, określa maksymalną ilość kroków, domyślnie wynosi 1000000
- **--visualize** – store\_true, gdy True skrypt generuje wykres z wizualizacją funkcji i kolejne kroki do znalezienia minimum, jako parametry przyjmuje wcześniej podane argumenty
- **--plot\_filename** – nazwa pliku graficznego, jako który ma być zapisany wykres z ‘visualize’, domyślnie ‘plot.jpg’
- **--run\_tests** – store\_true, gdy True skrypt przeprowadza zakres testów algorytmu, w wyniku których zostają wygenerowane wykresy i tabele, podane wcześniej argumenty zostają brane jako wartości bazowe

## Wyniki analiz w formie tabel i wykresów

### Funkcja $f(x)$

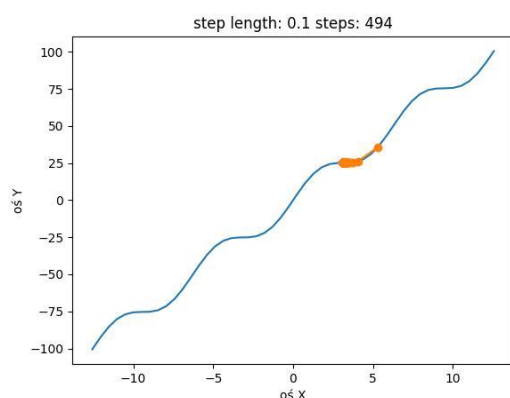
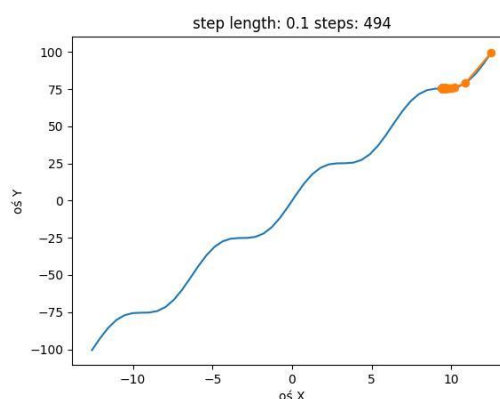
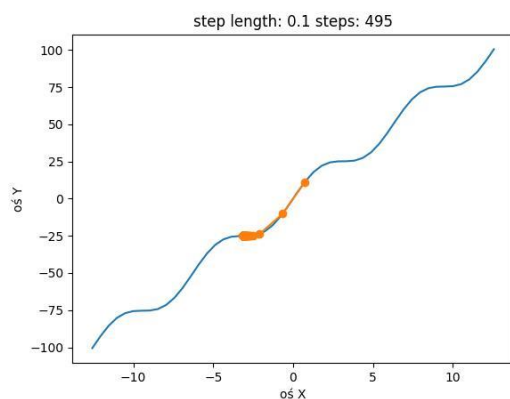
- Parametr – **punkt startowy**

|    | starting point | step_length | location of the found local minimum | value of the found local minimum | number of steps |
|----|----------------|-------------|-------------------------------------|----------------------------------|-----------------|
| 0  | -1.62          | 0.1         | -3.1366                             | -25.13274                        | 493             |
| 1  | -9.17          | 0.1         | -9.41978                            | -75.39822                        | 487             |
| 2  | 3.06           | 0.1         | -3.13659                            | -25.13274                        | 526             |
| 3  | 10.35          | 0.1         | 9.42977                             | 75.39822                         | 493             |
| 4  | -4.81          | 0.1         | -9.41979                            | -75.39822                        | 496             |
| 5  | 9.68           | 0.1         | 9.42977                             | 75.39822                         | 487             |
| 6  | -9.04          | 0.1         | -9.41979                            | -75.39822                        | 490             |
| 7  | 0.75           | 0.1         | -3.1366                             | -25.13274                        | 495             |
| 8  | -4.49          | 0.1         | -9.41978                            | -75.39822                        | 496             |
| 9  | 5.13           | 0.1         | 3.14659                             | 25.13274                         | 493             |
| 10 | -1.26          | 0.1         | -3.13659                            | -25.13274                        | 493             |
| 11 | 4.34           | 0.1         | 3.14659                             | 25.13274                         | 493             |
| 12 | 0.73           | 0.1         | -3.1366                             | -25.13274                        | 495             |
| 13 | -6.48          | 0.1         | -9.41978                            | -75.39822                        | 494             |
| 14 | -0.18          | 0.1         | -3.1366                             | -25.13274                        | 494             |
| 15 | -5.39          | 0.1         | -9.41978                            | -75.39822                        | 495             |
| 16 | 0.1            | 0.1         | -3.13659                            | -25.13274                        | 494             |
| 17 | 5.63           | 0.1         | 3.14659                             | 25.13274                         | 494             |
| 18 | 2.51           | 0.1         | -3.1366                             | -25.13274                        | 499             |
| 19 | -11.29         | 0.1         | -12.31368                           | -96.50936                        | 1               |
| 20 | -0.02          | 0.1         | -3.1366                             | -25.13274                        | 494             |
| 21 | 0.13           | 0.1         | -3.13659                            | -25.13274                        | 494             |
| 22 | 6.83           | 0.1         | 3.14658                             | 25.13274                         | 495             |
| 23 | -0.33          | 0.1         | -3.1366                             | -25.13274                        | 494             |
| 24 | -11.95         | 0.1         | -11.95106                           | -90.99078                        | 0               |

|                                  | mean  | std    | min    | max   |
|----------------------------------|-------|--------|--------|-------|
| step_length                      | 0.1   | 0.0    | 0.1    | 0.1   |
| value of the found local minimum | -26.6 | 47.81  | -96.51 | 75.4  |
| number of steps                  | 455.4 | 137.09 | 0.0    | 526.0 |

Algorytm potrzebuje około 500 kroków, aby osiągnąć wymaganą precyzję wyników przy rozmiarze kroku uczącego równym 0.1.

Rozmieszczenie punktu startowego wpływa na to, do którego punktu przegięcia doprowadzi algorytm.



- **Parametr – długość kroku uczącego**

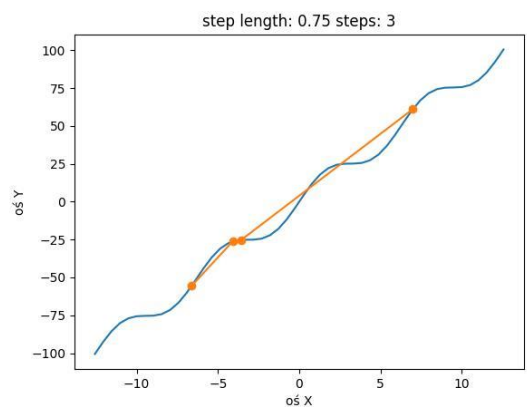
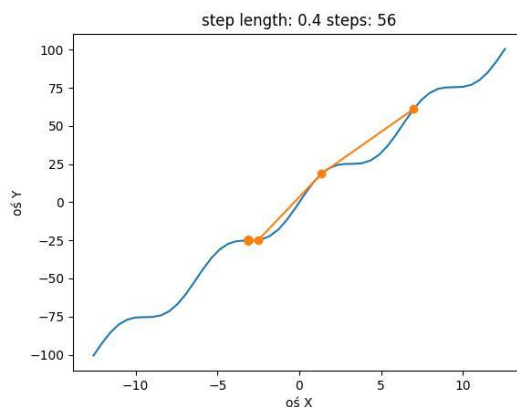
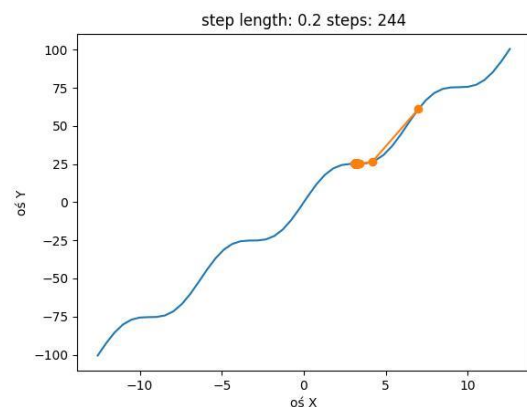
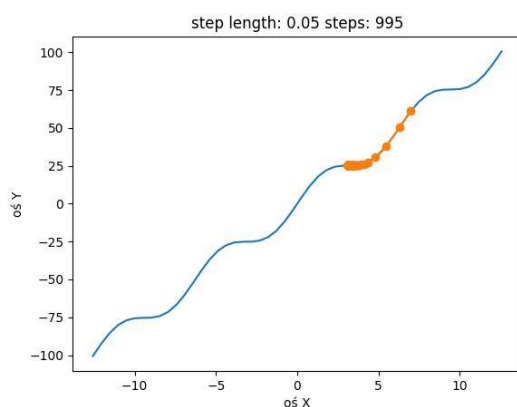
|    | starting point | step_length | location of the found local minimum | value of the found local minimum | number of steps |
|----|----------------|-------------|-------------------------------------|----------------------------------|-----------------|
| 0  | 6.99           | 0.05        | 3.14659                             | 25.13274                         | 995             |
| 1  | 6.99           | 0.1         | 3.14659                             | 25.13274                         | 495             |
| 2  | 6.99           | 0.15        | 3.14658                             | 25.13274                         | 327             |
| 3  | 6.99           | 0.2         | 3.14657                             | 25.13274                         | 244             |
| 4  | 6.99           | 0.25        | 3.14658                             | 25.13274                         | 194             |
| 5  | 6.99           | 0.3         | -10.95373                           | -79.63684                        | 22              |
| 6  | 6.99           | 0.35        | -12.03001                           | -92.15199                        | 5               |
| 7  | 6.99           | 0.4         | -3.13663                            | -25.13274                        | 56              |
| 8  | 6.99           | 0.45        | -12.56506                           | -100.51                          | 3               |
| 9  | 6.99           | 0.5         | -11.29474                           | -82.71326                        | 3               |
| 10 | 6.99           | 0.55        | -10.59993                           | -77.41745                        | 3               |

|    |      |      |           |           |    |
|----|------|------|-----------|-----------|----|
| 11 | 6.99 | 0.6  | -6.81464  | -58.57142 | 2  |
| 12 | 6.99 | 0.65 | -10.64621 | -77.65296 | 4  |
| 13 | 6.99 | 0.7  | -3.13666  | -25.13274 | 66 |
| 14 | 6.99 | 0.75 | -6.61977  | -55.60028 | 3  |

|                                  | mean   | std    | min     | max   |
|----------------------------------|--------|--------|---------|-------|
| step_length                      | 0.4    | 0.22   | 0.05    | 0.75  |
| value of the found local minimum | -36.59 | 49.76  | -100.51 | 25.13 |
| number of steps                  | 161.47 | 274.66 | 2.0     | 995.0 |

Można zauważyć, że dla małych wartości kroku uczącego (0.05, 0.1) wynik jest bardziej dokładny, jednak łączna liczba kroków jest wysoka. Optymalna wartość kroku do znalezienia najbliższego punktu przegięcia to około 0.25.

Z kolei dla większych wartości kroku algorytm może przeskoczyć przez kilka punktów przegięcia, ostatecznie lądując w bardziej odległym punkcie. Przy jeszcze wyższych wartościach kroku algorytm może wyjść poza określony przedział.

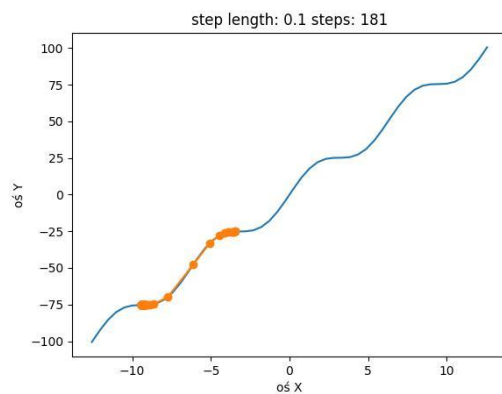
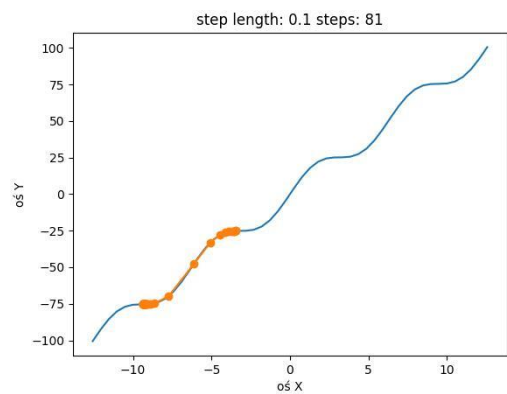
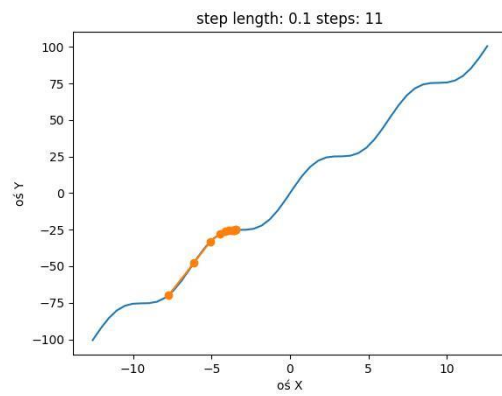
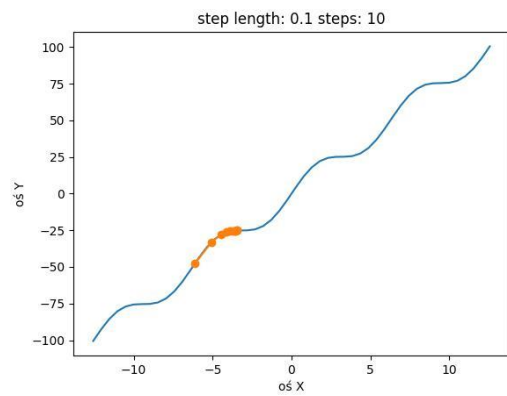


- Parametr – limit maksymalnej liczby kroków

|    | starting point | step_length | location of the found local minimum | value of the found local minimum | number of steps |
|----|----------------|-------------|-------------------------------------|----------------------------------|-----------------|
| 0  | -3.44          | 0.1         | -3.47494                            | -25.18186                        | 1               |
| 1  | -3.44          | 0.1         | -7.71157                            | -69.61157                        | 11              |
| 2  | -3.44          | 0.1         | -9.24088                            | -75.38995                        | 21              |
| 3  | -3.44          | 0.1         | -9.32134                            | -75.39675                        | 31              |
| 4  | -3.44          | 0.1         | -9.35237                            | -75.39772                        | 41              |
| 5  | -3.44          | 0.1         | -9.36896                            | -75.39799                        | 51              |
| 6  | -3.44          | 0.1         | -9.37932                            | -75.3981                         | 61              |
| 7  | -3.44          | 0.1         | -9.38641                            | -75.39815                        | 71              |
| 8  | -3.44          | 0.1         | -9.39158                            | -75.39817                        | 81              |
| 9  | -3.44          | 0.1         | -9.39551                            | -75.39819                        | 91              |
| 10 | -3.44          | 0.1         | -9.39861                            | -75.3982                         | 101             |
| 11 | -3.44          | 0.1         | -9.40111                            | -75.39821                        | 111             |
| 12 | -3.44          | 0.1         | -9.40318                            | -75.39821                        | 121             |
| 13 | -3.44          | 0.1         | -9.40491                            | -75.39821                        | 131             |
| 14 | -3.44          | 0.1         | -9.40638                            | -75.39822                        | 141             |
| 15 | -3.44          | 0.1         | -9.40765                            | -75.39822                        | 151             |
| 16 | -3.44          | 0.1         | -9.40876                            | -75.39822                        | 161             |
| 17 | -3.44          | 0.1         | -9.40973                            | -75.39822                        | 171             |
| 18 | -3.44          | 0.1         | -9.41059                            | -75.39822                        | 181             |
| 19 | -3.44          | 0.1         | -9.41135                            | -75.39822                        | 191             |

|                                  | mean  | std   | min   | max    |
|----------------------------------|-------|-------|-------|--------|
| step_length                      | 0.1   | 0.0   | 0.1   | 0.1    |
| value of the found local minimum | -72.6 | 11.24 | -75.4 | -25.18 |
| number of steps                  | 96.0  | 59.16 | 1.0   | 191.0  |

Przy małej liczbie kroków algorytm nie jest w stanie znaleźć punktu przegięcia, jeśli znajduje się on daleko od punktu startowego. Im większa liczba iteracji, tym dokładniejszy wynik optymalizacji.



## Funkcja $g(x, y)$

- Parametr – **punkt startowy**

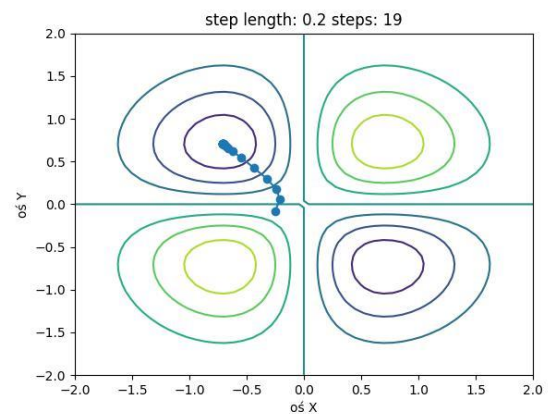
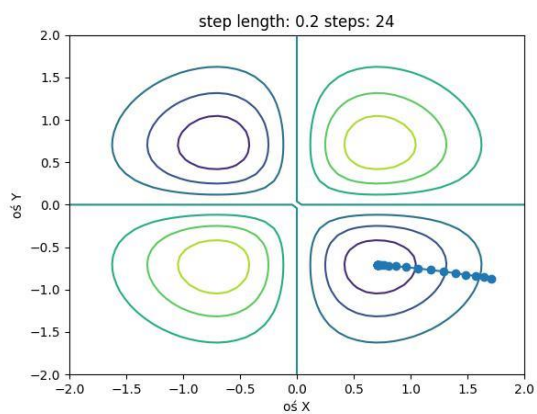
|    | starting point | step_length | location of the found local minimum | value of the found local minimum | number of steps |
|----|----------------|-------------|-------------------------------------|----------------------------------|-----------------|
| 0  | [ 1.71 -0.87]  | 0.2         | [ 0.70714 -0.70711]                 | -0.55182                         | 24              |
| 1  | [-1.16 1.84]   | 0.2         | [-0.70712 0.70715]                  | -0.55182                         | 28              |
| 2  | [1.39 1.43]    | 0.2         | [1.99921 2.06905]                   | 0.00315                          | 73              |
| 3  | [0.88 1.98]    | 0.2         | [1.20104 3.49324]                   | 1e-05                            | 7863            |
| 4  | [ 1.22 -0.38]  | 0.2         | [ 0.70714 -0.7071 ]                 | -0.55182                         | 19              |
| 5  | [0.78 0.3 ]    | 0.2         | [ 0.70713 -0.70706]                 | -0.55182                         | 18              |
| 6  | [ 1.17 -1.5 ]  | 0.2         | [ 0.70713 -0.70715]                 | -0.55182                         | 22              |
| 7  | [-1.51 -1.83]  | 0.2         | [-1.99987 -2.4701 ]                 | 0.00061                          | 284             |
| 8  | [-1.24 -0.65]  | 0.2         | [-0.70715 0.7071 ]                  | -0.55182                         | 1068            |
| 9  | [ 0.93 -1.2 ]  | 0.2         | [ 0.70712 -0.70715]                 | -0.55182                         | 18              |
| 10 | [-0.39 -0.99]  | 0.2         | [ 0.70709 -0.70714]                 | -0.55182                         | 22              |
| 11 | [-1.38 1.59]   | 0.2         | [-0.70713 0.70715]                  | -0.55182                         | 25              |
| 12 | [-0.25 -0.09]  | 0.2         | [-0.70707 0.70706]                  | -0.55182                         | 19              |
| 13 | [ 1.17 -0.62]  | 0.2         | [ 0.70714 -0.7071 ]                 | -0.55182                         | 18              |
| 14 | [1.83 0.74]    | 0.2         | [3.5526 0.83209]                    | 1e-05                            | 8109            |

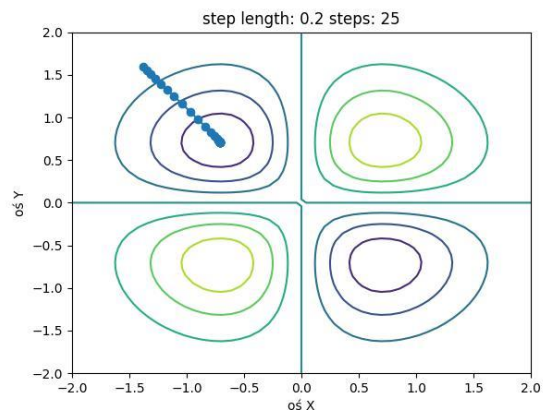
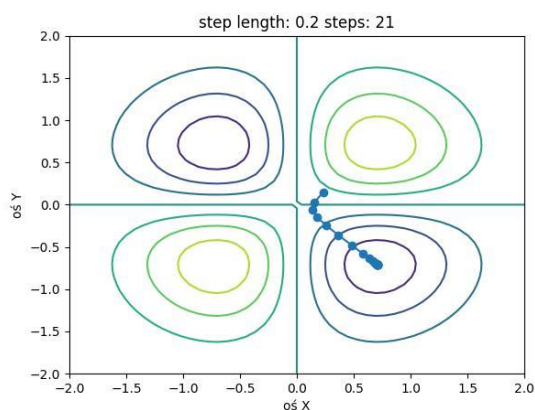


|    |               |     |                     |          |      |
|----|---------------|-----|---------------------|----------|------|
| 15 | [-0.1 -0.69]  | 0.2 | [ 0.70707 -0.7071 ] | -0.55182 | 17   |
| 16 | [ 1.82 -1.1 ] | 0.2 | [ 0.70714 -0.70712] | -0.55182 | 27   |
| 17 | [0.38 0.05]   | 0.2 | [ 0.70708 -0.70707] | -0.55182 | 18   |
| 18 | [-0.56 -0.15] | 0.2 | [-0.70709 0.70708]  | -0.55182 | 18   |
| 19 | [-0.57 -1.69] | 0.2 | [ 0.70711 -0.70713] | -0.55182 | 548  |
| 20 | [-0.96 0.74]  | 0.2 | [-0.70714 0.70711]  | -0.55182 | 16   |
| 21 | [ 0.72 -1.93] | 0.2 | [ 0.70711 -0.70715] | -0.55182 | 28   |
| 22 | [-1.95 -1.03] | 0.2 | [-3.38821 -1.53108] | 2e-05    | 7531 |
| 23 | [-1.74 -0.94] | 0.2 | [-3.40844 -1.47775] | 2e-05    | 7595 |
| 24 | [-0.55 -0.74] | 0.2 | [ 0.70708 -0.70712] | -0.55182 | 21   |

|                                  | mean    | std    | min   | max    |
|----------------------------------|---------|--------|-------|--------|
| step_length                      | 0.2     | 0.0    | 0.2   | 0.2    |
| value of the found local minimum | -0.42   | 0.24   | -0.55 | 0.0    |
| number of steps                  | 1337.16 | 2878.2 | 16.0  | 8109.0 |

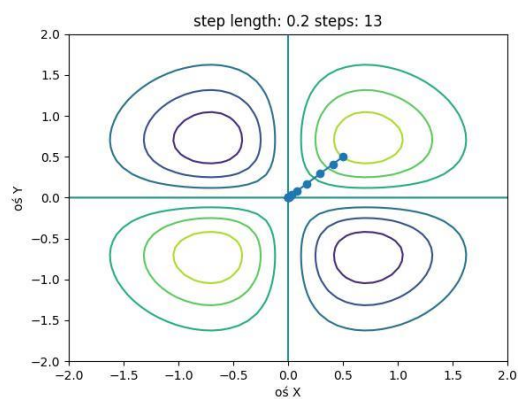
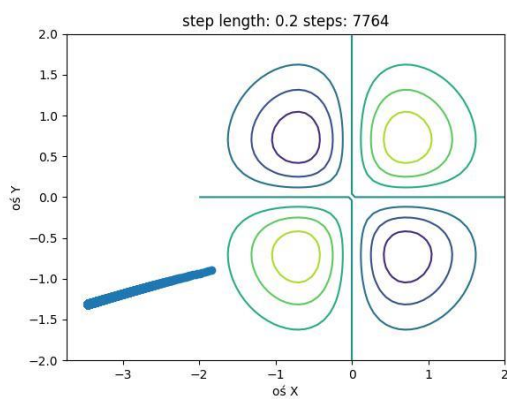
Podobnie jak dla poprzedniej funkcji, punkt startowy ma wpływ do którego minimum lokalnego wpadnie algorytm. Można zauważyć, że im bliżej, tym mniej kroków potrzebuje do uzyskania określonej precyzji.





## Uwagi

Dla niektórych wartości punktu startowego funkcja może się zatrzymać w punkcie przegięcia, ponieważ pochodna tam również wynosi 0.



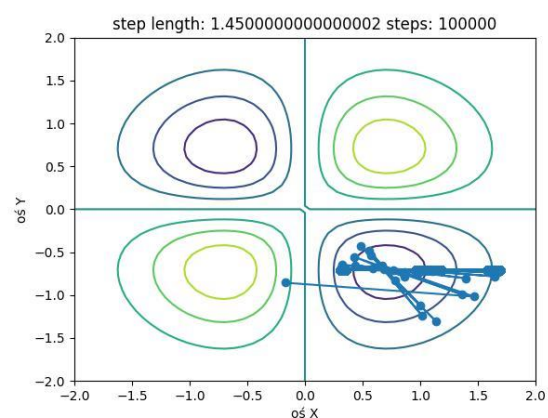
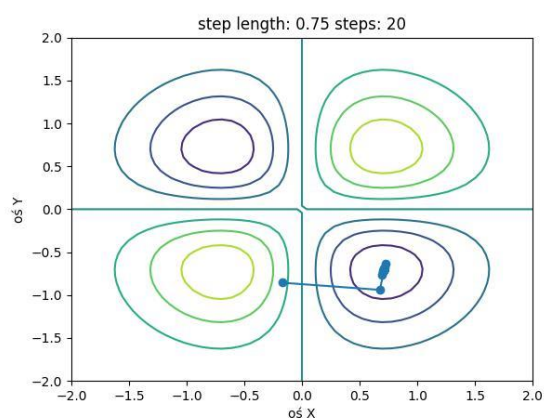
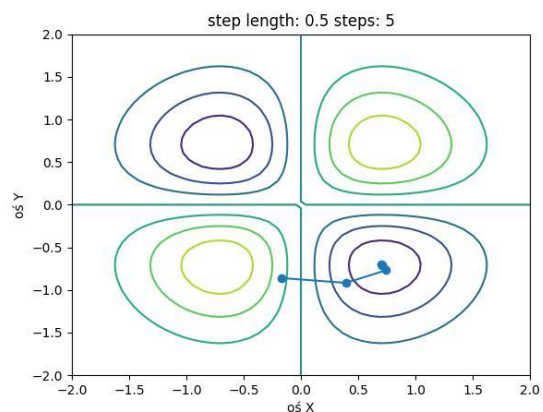
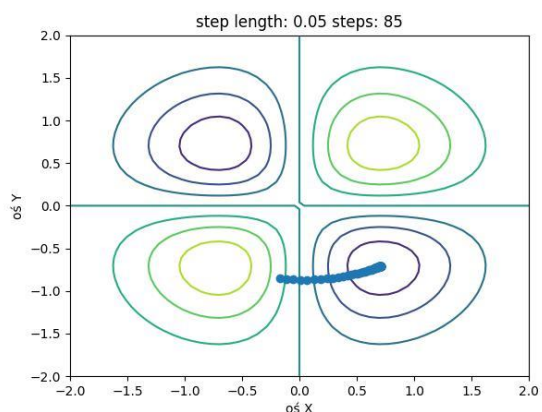
- Parametr – **długość kroku uczącego**

|   | starting point | step_length | location of the found local minimum | value of the found local minimum | number of steps |
|---|----------------|-------------|-------------------------------------|----------------------------------|-----------------|
| 0 | [-0.17 -0.86]  | 0.05        | [ 0.70706 -0.70713]                 | -0.55182                         | 85              |
| 1 | [-0.17 -0.86]  | 0.1         | [ 0.70706 -0.70713]                 | -0.55182                         | 40              |
| 2 | [-0.17 -0.86]  | 0.15        | [ 0.70706 -0.70714]                 | -0.55182                         | 25              |
| 3 | [-0.17 -0.86]  | 0.2         | [ 0.70708 -0.70713]                 | -0.55182                         | 18              |
| 4 | [-0.17 -0.86]  | 0.25        | [ 0.70707 -0.70715]                 | -0.55182                         | 13              |

|    |               |      |                     |          |        |
|----|---------------|------|---------------------|----------|--------|
| 5  | [-0.17 -0.86] | 0.3  | [ 0.70708 -0.70715] | -0.55182 | 10     |
| 6  | [-0.17 -0.86] | 0.35 | [ 0.70709 -0.70714] | -0.55182 | 8      |
| 7  | [-0.17 -0.86] | 0.4  | [ 0.7071 -0.70715]  | -0.55182 | 6      |
| 8  | [-0.17 -0.86] | 0.45 | [ 0.70711 -0.70711] | -0.55182 | 5      |
| 9  | [-0.17 -0.86] | 0.5  | [ 0.70708 -0.70707] | -0.55182 | 5      |
| 10 | [-0.17 -0.86] | 0.55 | [ 0.70709 -0.70709] | -0.55182 | 7      |
| 11 | [-0.17 -0.86] | 0.6  | [ 0.70709 -0.70711] | -0.55182 | 9      |
| 12 | [-0.17 -0.86] | 0.65 | [ 0.70708 -0.70712] | -0.55182 | 11     |
| 13 | [-0.17 -0.86] | 0.7  | [ 0.70713 -0.70707] | -0.55182 | 14     |
| 14 | [-0.17 -0.86] | 0.75 | [ 0.70711 -0.70707] | -0.55182 | 20     |
| 15 | [-0.17 -0.86] | 0.8  | [ 0.70711 -0.70715] | -0.55182 | 31     |
| 16 | [-0.17 -0.86] | 0.85 | [ 0.70709 -0.70706] | -0.55182 | 60     |
| 17 | [-0.17 -0.86] | 0.9  | [ 0.70708 -0.70706] | -0.55182 | 512    |
| 18 | [-0.17 -0.86] | 0.95 | [ 0.60798 -0.60798] | -0.52946 | 100000 |
| 19 | [-0.17 -0.86] | 1.0  | [ 0.57207 -0.57207] | -0.51022 | 100000 |
| 20 | [-0.17 -0.86] | 1.05 | [ 0.55059 -0.55059] | -0.49598 | 100000 |
| 21 | [-0.17 -0.86] | 1.1  | [ 0.53677 -0.53677] | -0.48578 | 100000 |
| 22 | [-0.17 -0.86] | 1.15 | [ 0.52794 -0.52794] | -0.47885 | 100000 |
| 23 | [-0.17 -0.86] | 1.2  | [ 0.52262 -0.52262] | -0.47452 | 100000 |
| 24 | [-0.17 -0.86] | 1.25 | [ 0.47939 -0.47939] | -0.4354  | 100000 |
| 25 | [-0.17 -0.86] | 1.3  | [ 0.60248 -0.60248] | -0.5269  | 100000 |
| 26 | [-0.17 -0.86] | 1.35 | [ 1.19323 -0.48731] | -0.33126 | 100000 |
| 27 | [-0.17 -0.86] | 1.4  | [ 0.7071 -0.70711]  | -0.55182 | 31148  |
| 28 | [-0.17 -0.86] | 1.45 | [ 1.65651 -0.70711] | -0.13707 | 100000 |

|                                  | mean     | std      | min   | max      |
|----------------------------------|----------|----------|-------|----------|
| step_length                      | 0.75     | 0.43     | 0.05  | 1.45     |
| value of the found local minimum | -0.51    | 0.09     | -0.55 | -0.14    |
| number of steps                  | 35587.14 | 47900.04 | 5.0   | 100000.0 |

Rozmiar kroku uczącego wpływa na ilość kroków potrzebnych do osiągnięcia ekstremum. Najlepsze wyniki ma średnia dla rozmiaru równego ok. 0.5. Dla mniejszy wartości kroku wynik jest dokładniejszy. Z kolei dla dużych wartości (powyżej ok. 0.9) algorytm nie jest w stanie znaleźć ekstremum nawet w limicie 100000 operacji.



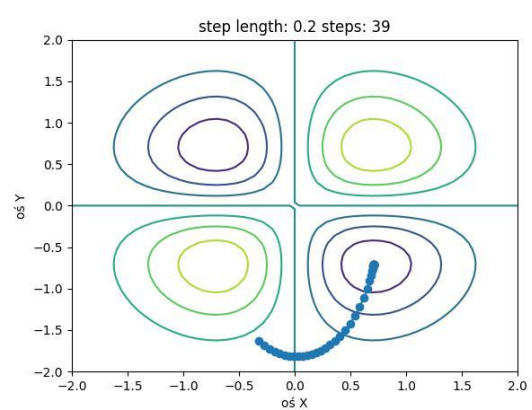
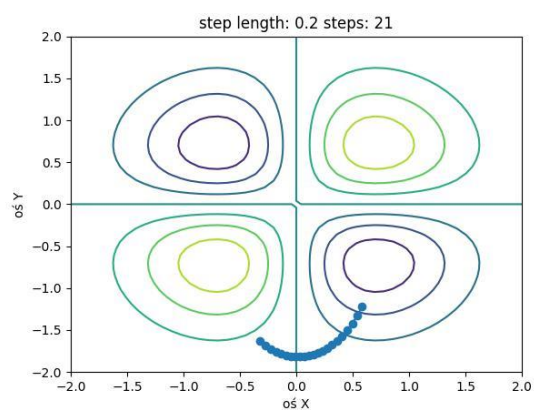
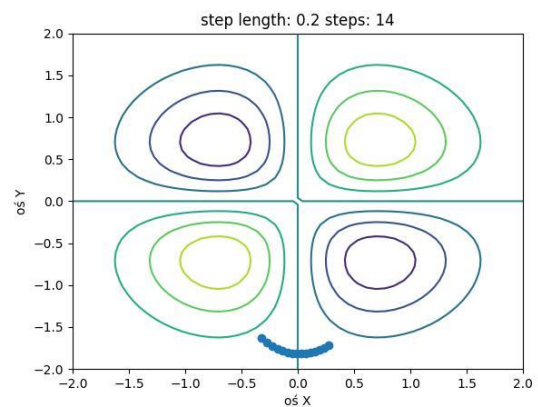
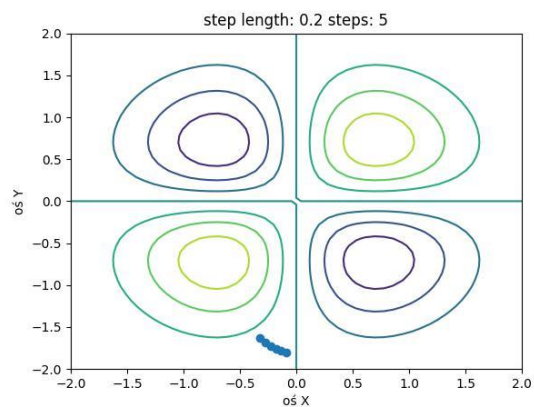
- Parametr – długość kroku uczącego

|    | starting point | step_length | location of the found local minimum | value of the found local minimum | number of steps |
|----|----------------|-------------|-------------------------------------|----------------------------------|-----------------|
| 0  | [-0.32 -1.63]  | 0.2         | [-0.26923 -1.68535]                 | 0.07394                          | 1               |
| 1  | [-0.32 -1.63]  | 0.2         | [ 0.14967 -1.79325]                 | -0.03159                         | 11              |
| 2  | [-0.32 -1.63]  | 0.2         | [ 0.58188 -1.22706]                 | -0.33874                         | 21              |
| 3  | [-0.32 -1.63]  | 0.2         | [ 0.70648 -0.71189]                 | -0.55179                         | 31              |
| 4  | [-0.32 -1.63]  | 0.2         | [ 0.7071 -0.70713]                  | -0.55182                         | 41              |
| 5  | [-0.32 -1.63]  | 0.2         | [ 0.7071 -0.70713]                  | -0.55182                         | 51              |
| 6  | [-0.32 -1.63]  | 0.2         | [ 0.7071 -0.70713]                  | -0.55182                         | 61              |
| 7  | [-0.32 -1.63]  | 0.2         | [ 0.7071 -0.70713]                  | -0.55182                         | 71              |
| 8  | [-0.32 -1.63]  | 0.2         | [ 0.7071 -0.70713]                  | -0.55182                         | 81              |
| 9  | [-0.32 -1.63]  | 0.2         | [ 0.7071 -0.70713]                  | -0.55182                         | 91              |
| 10 | [-0.32 -1.63]  | 0.2         | [ 0.7071 -0.70713]                  | -0.55182                         | 101             |
| 11 | [-0.32 -1.63]  | 0.2         | [ 0.7071 -0.70713]                  | -0.55182                         | 111             |
| 12 | [-0.32 -1.63]  | 0.2         | [ 0.7071 -0.70713]                  | -0.55182                         | 121             |
| 13 | [-0.32 -1.63]  | 0.2         | [ 0.7071 -0.70713]                  | -0.55182                         | 131             |
| 14 | [-0.32 -1.63]  | 0.2         | [ 0.7071 -0.70713]                  | -0.55182                         | 141             |
| 15 | [-0.32 -1.63]  | 0.2         | [ 0.7071 -0.70713]                  | -0.55182                         | 151             |
| 16 | [-0.32 -1.63]  | 0.2         | [ 0.7071 -0.70713]                  | -0.55182                         | 161             |

|    |               |     |                    |          |     |
|----|---------------|-----|--------------------|----------|-----|
| 17 | [-0.32 -1.63] | 0.2 | [ 0.7071 -0.70713] | -0.55182 | 171 |
| 18 | [-0.32 -1.63] | 0.2 | [ 0.7071 -0.70713] | -0.55182 | 181 |
| 19 | [-0.32 -1.63] | 0.2 | [ 0.7071 -0.70713] | -0.55182 | 191 |

|                                  | mean  | std   | min   | max   |
|----------------------------------|-------|-------|-------|-------|
| step_length                      | 0.2   | 0.0   | 0.2   | 0.2   |
| value of the found local minimum | -0.48 | 0.18  | -0.55 | 0.07  |
| number of steps                  | 96.0  | 59.16 | 1.0   | 191.0 |

Przy małej ilości kroków, algorytm nie jest w stanie znaleźć ekstremum, jeśli znajduje się on daleko od punktu startowego oraz rozmiar kroku jest bardzo mały. Im większa liczba iteracji tym dokładniejszy wynik optymalizacji.



## Wnioski końcowe

Wpływ punktu startowego:

- Algorytm gradientu prostego zbliża się do najbliższego ekstremum w zależności od położenia punktu początkowego

Wpływ rozmiaru kroku uczącego:

- Długość kroku uczącego znacząco wpływa na efektywność algorytmu. Małe wartości kroku prowadzą do większej precyzji, lecz wymagają więcej iteracji. Większe wartości kroku mogą prowadzić do przeskakiwania przez ekstrema, albo nawet nieumiejętność jego znalezienia

Wpływ limitu kroków:

- Przy niskim limicie kroków algorytm często nie znajduje dokładnie ekstremum, szczególnie gdy punkt startowy jest daleko od ekstremum. Wzrost liczby iteracji poprawia dokładność, ale zwiększa czas potrzebny do zakończenia obliczeń.

Podsumowanie:

- Metoda gradientu prostego pozwala znaleźć lokalne ekstrema funkcji. Algorytm ten może natrafić na ekstremum globalne, ale zależy to bardziej od przypadku. Dodatkowo ten algorytm może „utknąć” w punkcie przegięcia ponieważ pochodna w tym punkcie również wynosi 0.