

Trabalho 1 - Métodos Numéricos para Equações Diferenciais

1 Introdução

Este trabalho tem como objetivo a aplicação do método de Runge-Kutta clássico de quarta ordem para a solução numérica de um sistema de duas equações diferenciais ordinárias lineares de primeira ordem com duas incógnitas. O contexto de aplicação é a modelagem de um reator químico.

2 Objetivos

1. Implementar o algoritmo do método de Runge-Kutta clássico de quarta ordem em uma linguagem de programação de sua escolha (e.g., Python, MATLAB, C ou C++).
2. Utilizar o código desenvolvido para resolver o sistema de equações diferenciais que descreve o comportamento de um reator de batelada.
3. Analisar e apresentar os resultados obtidos.
4. Elaborar um relatório técnico, em arquivo .pdf, incluindo o código como apêndice no relatório, demonstrando a compreensão e a aplicação correta do método.
5. **Imprescindível: o título do arquivo .pdf deve conter a identificação como trabalho 1 e com os nomes dos estudantes que compõe a equipe. Para envios fora deste formato será solicitada correção e reenvio.**
6. O trabalho deve ser entregue até o final do dia 26/09/2025, com envio para o email gsouza@iprj.uerj.br, com assunto **Trabalho 1 – MNED – 2025/2**.

3 Problema Proposto

Considere um reator de batelada no qual a produção de penicilina por fermentação é modelada pelo seguinte sistema de equações diferenciais ordinárias:

$$\begin{aligned}\frac{dg}{dt} &= 13,1g - 13,94g^2 \\ \frac{df}{dt} &= 1,71g\end{aligned}$$

onde:

- g é a concentração adimensional da massa das células.
- f é a concentração adimensional de penicilina.

- t é o tempo adimensional, no intervalo $0 \leq t \leq 1$.

As condições iniciais são dadas por:

$$g(0) = 0,03$$

$$f(0) = 0,0$$

4 Instruções

1. **Implementação:** Desenvolva um programa de computador que implemente o método de Runge-Kutta clássico de quarta ordem para resolver o sistema de equações diferenciais.
2. **Parâmetros de Simulação:** Utilize um incremento de tempo inicial de $\Delta t = 0,05$ e realize testes de convergência numérica, variando este valor.
3. **Resultados:** Determine os valores de g e f para os intervalos de tempo espaçados por Δt , até um t_{max} adotado.
4. Análise de sensibilidade quando da variação de coeficientes das equações.
5. **Relatório:** O relatório final deve ser entregue em formato PDF e conter os seguintes tópicos:
 - Introdução (contextualizando o problema e os objetivos).
 - Metodologia (método de Runge-Kutta de quarta ordem e como ele foi aplicado ao problema).
 - Comentários sobre a implementação computacional e execução (código e linguagem utilizada e máquina utilizada, por exemplo).
 - Resultados e Discussão (apresentação dos resultados em tabelas e/ou gráficos, com análise).
 - Conclusão e bibliografia.
 - O código fonte do programa deve ser anexado ao relatório.

Outras orientações relevantes serão informadas no decorrer das aulas do curso.