Disciplina: Introdução à Álgebra Linear

Nome: **Valor:** 2,5 pontos

Matrícula: **Data:**

1. (0,5 pontos) Mostre que

a) Seja $W = \{(x, -2x);\ x \in IR\} \subset IR^2$. W é um subespaço vetorial do IR^2.
b) Seja $S = \{(x, x^2);\ x \in IR\} \subset IR^2$. S não é subespaço do IR^2.

2. (0,4 pontos) Considere $V = IR^3$. Escreva o vetor $z = (1, -3, 10)$ como combinação linear dos vetores $u = (1, 0, 0)$, $v = (1, 1, 0)$, e $w = (2, -3, 5)$. Responda: $z \in [u, v]$? Justifique.

3. (0,4 pontos) Determine uma base para o seguinte espaço vetorial $S = \{(x, y, z) \in IR^3 \ / \ y = 3x \text{ e } z = -x/2 + y\}$

4. (0,3 pontos) Sejam $\beta_1 = \{ (1, 0), (0, 2) \}$, $\beta_2 = \{ (-1, 0), (1, 1) \}$ e $\beta_3 = \{ (-1, -1), (0, -1) \}$ três bases ordenadas de IR^2. Encontre as coordenadas de $v = [-4, 3]$ em relação a β_1, β_2 e β_3

5. (0,5 pontos) Seja $T: IR^4 \to IR^3$ dada por $T(x, y, z, w) = (y, z - w, 2y + z + 2w)$. Verifique se T é uma transformação linear.

6. (0,4 pontos) Qual é a transformação linear $T: IR^3 \to IR$ tal que $T(1, 1, 1) = 3$, $T(0, 1, -2) = 1$ e $T(0, 0, 1) = -2$? Determine a imagem para o vetor $v=(3,-4,0)$ e o núcleo de T.

/ /

Prova 2

1- a) $W = \{(x, -2x); x \in \mathbb{R}\}$

$u = (u_1, -2u_1)$

$v = (v_1, -2v_1)$

$u + v = (u_1 + v_1, -2u_1 - 2v_1) = (u_1 + v_1, -2(u_1 + v_1))$
$\in W$

$\alpha u = \alpha(u_1, -2u_1) = (\alpha u_1, \alpha(-2)u_1) =$
$= (\alpha u_1, -2\alpha u_1) \in W$

b) $S = \{(x, x^2), x \in \mathbb{R}\}$

$u + v = (u_1 + v_1, (u_1^2 + v_1^2)) \notin W$

$\cancel{(u_1 \ldots)}$

$\cancel{\alpha u = \alpha(u_1, u_1^2) (\alpha u_1, \alpha u_1^2) \notin W}$

Não é subespaço

2- $(1, -3, 10) = a(1, 0, 0) + b(1, 1, 0) + c(2, -3, 5)$

$a + b + 2c = 1 \Rightarrow a = 1 - 4 - 3 = -6$
$b - 3c = -3 \Rightarrow b = -3 + 6 = 3$
$5c = 10 \Rightarrow c = 2$

$(1, -3, 10) = -6(1, 0, 0) + 3(1, 1, 0) + 2(2, -3, 5)$

Não, pois o 3° elemento não poderia ser gerado por meio da combinação linear de u e v.

tilibra

3- $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / y = 3x \text{ e } z = -\frac{x}{2} + y\}$

Se $(x, y, z) \in S \Rightarrow (x, y, z) = \left(x, 3x, \frac{5x}{2}\right) =$

$= x\left(1, 3, \frac{5}{2}\right)$. Então todo vetor de S é

uma combinação linear do vetor $\left(1, 3, \frac{5}{2}\right)$.

Como esse vetor é LI, o conjunto $\left\{\left(1, 3, \frac{5}{2}\right)\right\}$

é uma base de S

4- $B_1) \; (-4, 3) = a(1, 0) + b(0, 2)$

$a = -4$

$2b = 3 \Rightarrow b = \frac{3}{2}$

$[v]_{B_1} = \begin{bmatrix} -4 \\ 3/2 \end{bmatrix}$

$B_2) \; (-4, 3) = a(-1, 0) + b(1, 1)$

$-4 = -a + b \Rightarrow -4 - 3 = -a \Rightarrow a = 7$

$3 = \quad b$

$[v]_{B_2} = \begin{bmatrix} 7 \\ 3 \end{bmatrix}$

Imagem $v = (3, -4, 0)$

$T(3,-4,0) = 8.3 - 3.(-4) - 2.0 = 24 + 12 = 36$

Nucleo

$T(x,y,z) = 0$

$8x - 3y - 2z = 0$

$x = \frac{3y + 2z}{8}$

$Ker\ T = \left\{ \left(\frac{3y+2z}{8}, y, z \right); y, z \in \mathbb{R} \right\} = \left\{ y\left(\frac{3}{8}, 1, 0\right) + z\left(\frac{2}{8}, 0, 1\right); y, z \in \mathbb{R} \right\} = \left[\left(\frac{3}{8}, 1, 0\right), \left(\frac{1}{4}, 0, 1\right) \right]$

$(x,y,z) = a(1,1,1) + b(0,1,-2) + c(0,0,1)$

$a = x$

$a + b = y$

$b = y - x$

$a - 2b + c = z$

$c = z - x + 2y - 2x = -3x + 2y + z$

$T(x,y,z) = x.3 + (y-x).1 + (-3x + 2y + z).(-2)$

$T(x,y,z) = 3x + y - x + 6x - 4y - 2z$

$T(x,y,z) = 8x - 3y - 2z$