

Introdução à Álgebra Linear

Sistemas de Equações Lineares

Camila Martins Saporetti (camila.saporetti@iprj.uerj.br)

• Um sistema de equações lineares com m equações e n incógnitas é um conjunto de equações do tipo:

$$\begin{pmatrix} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n & = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n & = b_2 \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n & = b_m \end{pmatrix}$$

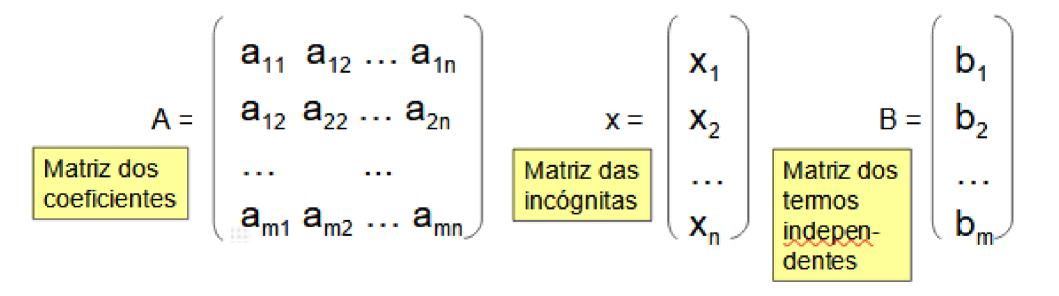
- com a_{ij} , $1 \le i \le m$, $1 \le j \le n$, números reais (ou complexos).
- Uma solução para esse sistema é a n-upla de números $(x_1, x_2, ..., x_n)$ que satisfaça simultaneamente as m equações.

• O sistema anterior pode ser escrito na forma matricial como:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{12} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & & \dots & & \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_m \end{pmatrix}$$

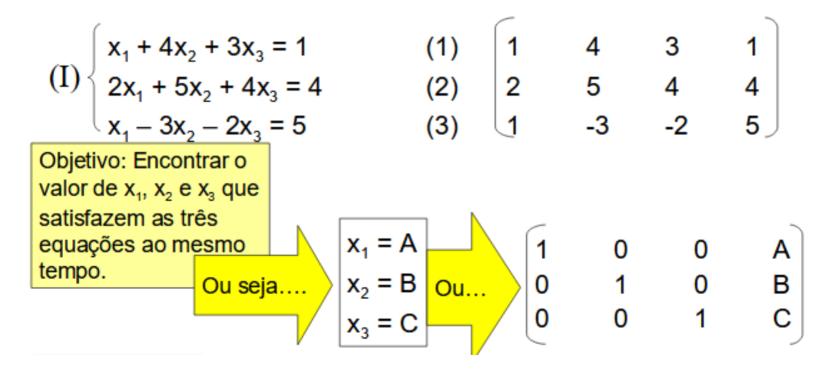
ou A.X = B

Onde



 Outra matriz é a chamada matriz ampliada do sistema:

Forma 1 de resolução: Suponha o sistema:



- São três as operações elementares sobre as linhas de uma matriz
 - 1) Permuta da i-ésima e j-ésima linhas (L_i ↔ L_i)
 - Exemplo: L₂ ↔ L₃

$$\begin{pmatrix}
1 & 0 \\
4 & -1 \\
-3 & 4
\end{pmatrix}
\rightarrow
\begin{pmatrix}
1 & 0 \\
-3 & 4 \\
4 & -1
\end{pmatrix}$$

- São três as operações elementares sobre as linhas de uma matriz
 - 2) Multiplicação da i-ésima linha por um escalar não-nulo k ($L_i \rightarrow kL_i$)
 - Exemplo: $L_2 \leftarrow -3L_2$

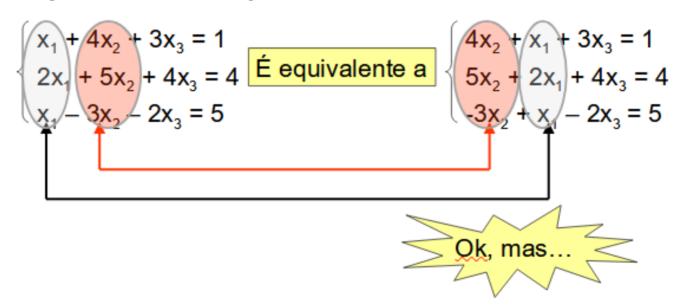
$$\begin{pmatrix}
1 & 0 \\
4 & -1 \\
-3 & 4
\end{pmatrix}
\rightarrow
\begin{pmatrix}
1 & 0 \\
-12 & 3 \\
-3 & 4
\end{pmatrix}$$

- São três as operações elementares sobre as linhas de uma matriz
 - **3)** Substituição da i-ésima linha pela i-ésima linha mais k vezes a j-ésima linha (L_i ← L_i + k.L_j)
 - **Exemplo:** L₃ ← L₃ + 2.L₁

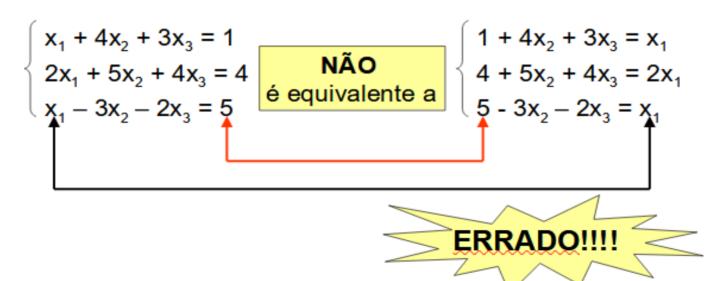
$$\begin{pmatrix}
1 & 0 \\
4 & -1 \\
-3 & 4
\end{pmatrix}
\rightarrow
\begin{pmatrix}
1 & 0 \\
4 & -1 \\
-1 & 4
\end{pmatrix}$$

- É importante observarmos que usamos apenas operações de multiplicação e adição e permuta de linhas
- Assim, todo o processo é reversível
- Os sistemas criados ao longo do processo são ditos equivalentes
 - Ou seja, a solução para qualquer um deles é solução para o outro

 Permuta de colunas é possível MAS com cuidado!!!! Lembrem que lidamos com um sistema de equações! Ou seja:



 Permuta de colunas é possível MAS com cuidado!!!! Lembrem que lidamos com um sistema de equações! Ou seja:



- A operação elementar inversa é uma operação que desfaz o efeito da operação elementar.
- Depois de haver realizado uma operação elementar sobre uma matriz, aplicando sobre a matriz resultante a operação elementar inversa retornamos à matriz original.

Exemplo

• Considere as seguintes operações elementares de linhas

(a)
$$h: I_i \leftarrow I_i + cI_j$$

(b) h :
$$I_i \leftarrow -rI_i$$

(c)
$$h: I_i \leftrightarrow I_j$$

onde os escalares c e r são não-nulos.

As respectivas operações elementares inversas são dadas por:

(a)
$$h_1 : I_i \leftarrow I_i - cI_j$$

(b)
$$h_1: I_i \leftarrow -(1/r)I_i$$

(c)
$$h_1: I_i \leftrightarrow I_j$$

Considere a seguinte sequência de operações elementares de linhas

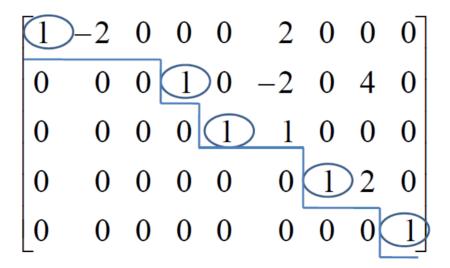
$$I_2 \leftarrow I_2 - 2I_1$$
, $I_3 \leftarrow I_3 - 3I_1$ e $I_2 \leftarrow -(1/5)I_2$.

Desse modo, a sequência de operações elementares inversas é dada por:

$$I_2 \leftarrow I_2 + 2I_1$$
, $I_3 \leftarrow I_3 + 3I_1 e I_2 \leftarrow -5I_2$.

- **Definição:** Uma matriz mxn é linha reduzida à forma escada se:
 - 1) O primeiro elemento não nulo de uma linha não nula é 1
 - 2) Cada coluna que contém o primeiro elemento não nulo de alguma linha tem todos os seus outros elementos iguais a zero
 - 3) Toda linha nula ocorre abaixo de todas as linhas não nulas (isto é, daquelas que possuem pelo menos um elemento não nulo)
 - **4)** Se as linhas 1, ..., r são as linhas não nulas, e se o primeiro elemento não nulo da linha i ocorre na coluna k_i , então
 - $k_1 < k_2 < < k_r$
 - Essa condição impõe a forma escada à matriz

Exemplo



Exemplo

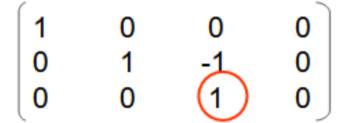
```
    0
    1
    -3
    0
    2

    0
    0
    0
    1
    2

    0
    0
    0
    0
    0
```

É forma escada.

Contra-exemplo



Não é forma escada pois a segunda condição não é satisfeita: a terceira coluna possui o primeiro elemento não nulo da terceira linha, logo todos os seus outros elementos deveriam ser zero.

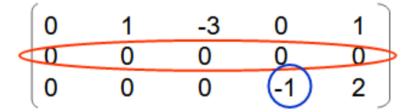
Contra-exemplo



Não é forma escada pois a primeira e a quarta condições não são satisfeitas:

 O primeiro elemento não nulo de uma linha não nula não é 1 (zero)
 O primeiro elemento não-nulo da segunda linha deveria estar em uma posição maior do que a do primeiro elemento não-nulo da linha anterior.

Contra-exemplo



Não é forma escada pois a primeira e a terceira condições não são satisfeitas:

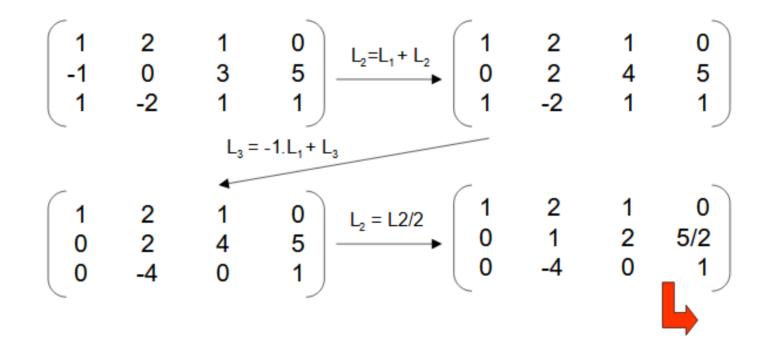
- Tem uma linha nula ocorrendo acima de uma linha não nula.
- 2) O primeiro elemento de uma linha não-nula não é 1 (-1)

- **Teorema:** Toda matriz A_{mxn} é equivalente a uma única matriz escalonada reduzida à forma escada.
- **Definição:** Dada uma matriz A_{mxn} , seja B_{mxn} a matriz escalonada reduzida equivalente a A.
 - O posto de A, denotado por p, é o número de linhas não-nulas de B.
 - − A nulidade de A é o número n − p.

• Exemplo: Achar o posto e a nulidade de A:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 3 & 5 \\ 1 & -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

• Exemplo: Forma escada de A:



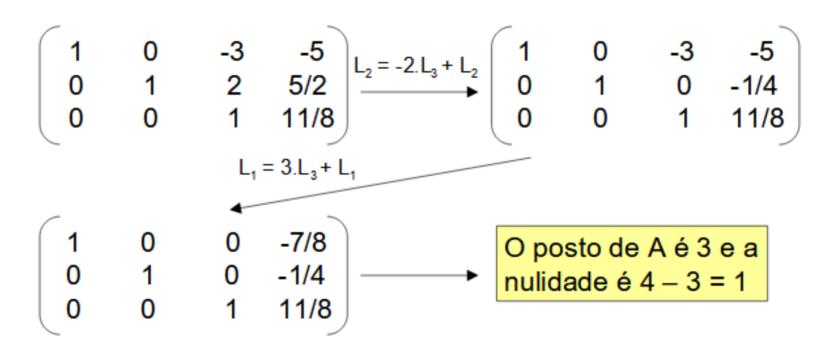
• Exemplo: Forma escada de A:

$$\begin{pmatrix}
1 & 2 & 1 & 0 \\
0 & 1 & 2 & 5/2 \\
0 & -4 & 0 & 1
\end{pmatrix}
\xrightarrow{L_1 = -2.L_2 + L_1}
\begin{pmatrix}
1 & 0 & -3 & -5 \\
0 & 1 & 2 & 5/2 \\
0 & -4 & 0 & 1
\end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{L_3 = 4.L_2 + L_3}$$

$$\begin{pmatrix}
1 & 0 & -3 & -5 \\
0 & 1 & 2 & 5/2 \\
0 & 0 & 1 & 2 & 5/2 \\
0 & 0 & 1 & 11/8
\end{pmatrix}$$

• Exemplo: Forma escada de A:



- Semelhante à resolução de um sistema de equações
- Ou seja, dado o sistema:

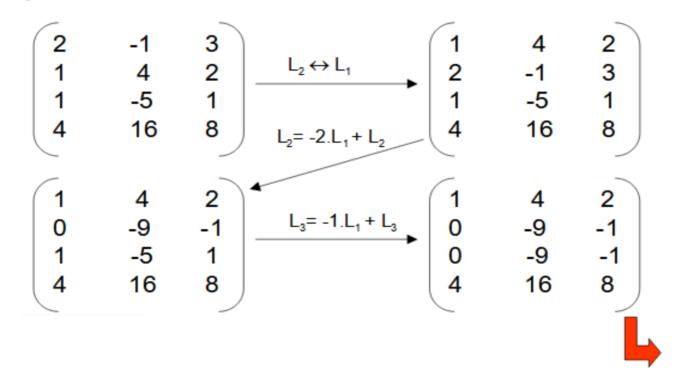
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 0 \\ -x_1 + 0x_2 + 3x_3 = 5 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 1 \end{cases} = \begin{cases} 1 & 2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 3 & 5 \\ 1 & -2 & 1 & 1 \end{cases}$$

$$A \text{ solução \'e:} \quad x_1 = -7/8 \\ x_2 = -1/4 \\ x_3 = 11/8 \end{cases} = \begin{cases} 1 & 0 & 0 & -7/8 \\ 0 & 1 & 0 & -1/4 \\ 0 & 0 & 1 & 11/8 \end{cases}$$

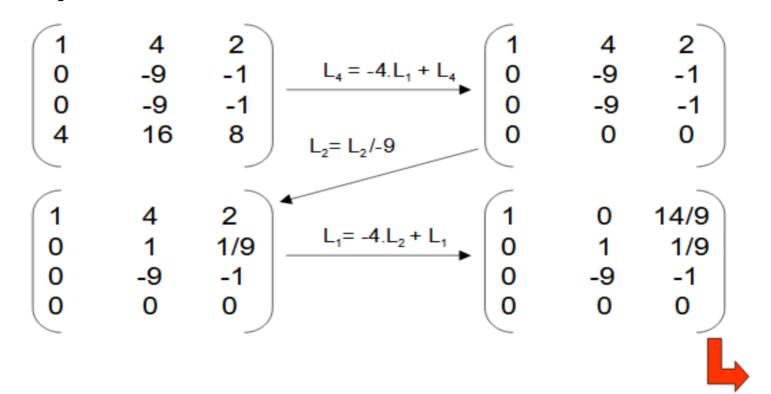
• Exemplo 2: Achar o posto e a nulidade de B:

B =
$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 4 & 2 \\ 1 & -5 & 1 \\ 4 & 16 & 8 \end{pmatrix}$$

• Exemplo 2: Forma escada de B:



• Exemplo 2: Forma escada de B:



• Exemplo 2: Forma escada de B:

$$\begin{pmatrix}
1 & 0 & 14/9 \\
0 & 1 & 1/9 \\
0 & -9 & -1 \\
0 & 0 & 0
\end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{c}
L_3 = 9.L_2 + L_3 \\
0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0
\end{array}$$

O posto de B é 2 e a nulidade é 3 - 2 = 1

- Se tivermos um sistema de uma equação e uma incógnita ax = b, teremos 3 possibilidades:
 - **a** ≠ **0**: neste caso, a equação tem uma única solução
 - x = b/a
 - $\mathbf{a} = \mathbf{0}$ e $\mathbf{b} = \mathbf{0}$: temos 0x = 0 o que significa que qualquer número real é solução da equação
 - a = 0 e b ≠ 0: temos 0x = b o que significa que não existe solução para essa equação
- Vamos analisar o que acontece com sistemas de duas equações e duas incógnitas...

Exemplo 1

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 = 5 \\ x_1 - 3x_2 = 6 \end{cases} \longrightarrow \begin{bmatrix} 2 & 1 & 5 \\ 1 & -3 & 6 \end{bmatrix}$$

Precisamos agora passar a matriz reduzida à forma escada

$$\begin{pmatrix}
2 & 1 & 5 \\
1 & -3 & 6
\end{pmatrix}
\xrightarrow{L_1 = L_1/2}
\begin{pmatrix}
1 & 1/2 & 5/2 \\
0 & -7/2 & 7/2
\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}
1 & 1/2 & 5/2 \\
L_2 = (-2/7).L_2
\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}
1 & 0 & 3 \\
L_1 = (-1/2), L_2 + L_1
\end{pmatrix}$$

Exemplo 1 (cont.):

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 = 5 \\ x_1 - 3x_2 = 6 \end{cases}$$

- Assim, o sistema dado tem uma única solução com $x_1 = 3$ e $x_2 = -1$
- O posto da matriz de coeficientes reduzidos e o da matriz ampliada é



• Exemplo 2:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 = 5 \\ 6x_1 + 3x_2 = 15 \end{cases} \longrightarrow \begin{bmatrix} 2 & 1 & 5 \\ 6 & 3 & 15 \end{bmatrix}$$

Precisamos agora passar a matriz reduzida à forma escada

$$\begin{pmatrix}
2 & 1 & 5 \\
6 & 3 & 15
\end{pmatrix}
\xrightarrow{L_1 = L_1/2}
\begin{pmatrix}
1 & 1/2 & 5/2 \\
0 & 0 & 0
\end{pmatrix}$$

 Assim, a segunda equação pode ser ignorada, pois não estabelece condição sobre x₁ ou x₂

 Assim, para resolver o sistema, consideramos a primeira equação:

$$2x_1 + x_2 = 5$$

- e, por exemplo, assumimos que $x_2 = t$
- Dessa forma:

$$x_1 = (5 - t)/2$$

Para qualquer valor de t dentro dos reais

• Exemplo 3:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 = 5 \\ 6x_1 + 3x_2 = 10 \end{cases} \longrightarrow \begin{bmatrix} 2 & 1 & 5 \\ 6 & 3 & 10 \end{bmatrix}$$

Precisamos agora passar a matriz reduzida à forma escada

$$\begin{bmatrix}
2 & 1 & 5 \\
6 & 3 & 10
\end{bmatrix}
\xrightarrow{L_1 = L_1 / 2}$$

$$\begin{bmatrix}
L_2 = -6.L_1 + L_2 \\
0 & 0
\end{bmatrix}
\xrightarrow{L_2 = L_2/(-5)}$$

$$\begin{bmatrix}
1 & 1/2 & 5/2 \\
0 & 0
\end{bmatrix}
\xrightarrow{L_2 = L_2/(-5)}$$

$$\begin{bmatrix}
1 & 1/2 & 5/2 \\
0 & 0
\end{bmatrix}
\xrightarrow{L_1 = (-5/2).L_2 + L_1}$$

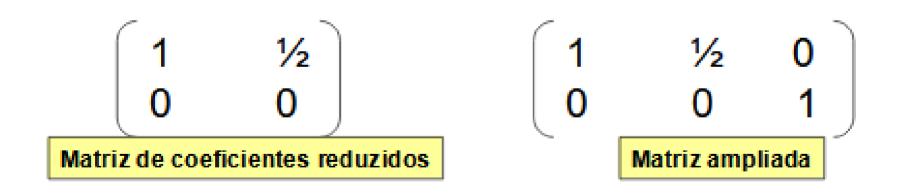
$$\begin{bmatrix}
1 & 1/2 & 0 \\
0 & 0
\end{bmatrix}$$

• No caso, tornamos o sistema equivalente a:

$$\begin{cases} x_1 + \frac{1}{2}x_2 = 0 \\ 0x_1 + 0x_2 = 1 \end{cases}$$

• Não existe nenhum valor de x_1 e x_2 que satisfaça a segunda equação, assim, o sistema não tem solução

 O posto da matriz de coeficientes reduzidos é 1 e o da matriz ampliada é 2



 Consideremos um sistema de m equações lineares com n incógnitas x₁, x₂, ..., x_n

$$\begin{pmatrix} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n & = b_1 \\ a_{12}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n & = b_2 \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n & = b_m \end{pmatrix}$$

 cujos coeficientes a_{ij} e termos constantes b_i são números reais

- Este sistema poderá ter:
 - i) Uma única solução
 - Sistema possível (compatível) e determinado
 - ii) Infinitas soluções
 - Sistema possível (compatível) e indeterminado
 - iii) Nenhuma solução
 - Sistema impossível (incompatível)

Teorema:

- i) Um sistema de m equações e n incógnitas admite solução se, e somente se, o posto da matriz ampliada é igual ao posto da matriz dos coeficientes
- ii) Se as duas matrizes têm o mesmo posto p e **p = n** (**número de incógnitas**), então a solução será única
- iii) Se as duas matrizes têm o mesmo posto p e **p < n**, então podemos escolher **n p incógnitas**, as outras p incógnitas serão dadas em função dessas
 - O número de incógnitas/variáveis livres do sistema é n p

- Seja:
 - $-p_c$ = Posto da matriz dos coeficientes
 - $p_a = Posto da matriz ampliada$
 - Se $p_c = p_a$, chamaremos de p
 - m e n são as dimensões da matriz de coeficientes
 - m equações com n incógnitas

• Exemplo 1:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad \mathbf{p}_{c} = \mathbf{p}_{a} = \mathbf{3}$$

- m = 3, n = 3 e p = 3
- Logo, o sistema admite uma única solução.

Exemplo 2:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 7 & -10 \\ 0 & 1 & 5 & -6 \end{bmatrix} \quad \mathbf{p}_{c} = \mathbf{p}_{a} = \mathbf{2}$$

- m = 2, n = 3 e p = 2
- Logo, o sistema tem n-p=3-2=1 variável livre.

Exemplo 3:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 7 & 0 \\ 0 & 1 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{p}_{c} = 2, \, \mathbf{p}_{a} = 3$$

- m = 3, n = 3
- Como p_c ≠ p_a, o sistema é impossível e não tem solução.

Exemplo 4:

- m = 3, n = 4 e p = 2.
- Temos n-p=4-2=2 variáveis livres.

• Exemplo 5: Vamos resolver o sistema

$$\begin{cases} x + 2y + z + t &= 0 \\ x + 3y - z + 2t &= 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} 1 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & -1 & 2 & 0 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

- Exemplo 5 (cont.):
 - Assim, o sistema tem duas variáveis livres
 - zet
 - Logo, se fixarmos os valores de z e t teremos:
 - x = -5z + t
 - y = 2z t

• Exemplo 6: Vamos resolver o sistema

$$\begin{cases} x + 3y + z = 0 \\ 2x + 6y + 2z = 0 \\ -x - 3y - z = 0 \end{cases} \longrightarrow \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 & 0 \\ 2 & 6 & 2 & 0 \\ -1 & -3 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\downarrow L_2 = -2 \cdot L_1 + L_2$$

$$\downarrow L_3 = L_1 + L_3$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- Exemplo 6 (cont.):
 - Novamente, o sistema tem duas variáveis livres
 - yez
 - Logo, se fixarmos os valores de y e z teremos:
 - x = -3y z

• Exemplo 7: Vamos resolver o sistema

$$\begin{cases} x + 2y + z + t &= 1 \\ x + 3y - z + 2t = 3 \end{cases} \qquad \begin{cases} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & -1 & 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 2 \end{cases}$$

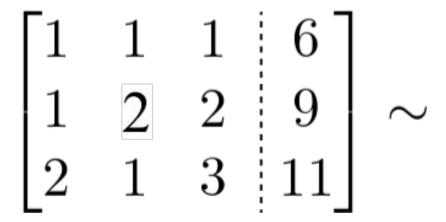
$$\begin{cases} 1 & 0 & 5 & -1 & -3 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 2 \end{cases}$$

- Exemplo 7 (cont.):
 - Novamente, duas variáveis livres
 - zet
 - Logo, se fixarmos os valores de z e t teremos:
 - x = -5z + t 3
 - y = 2z t + 2

• Exemplo 8: Considere o sistema abaixo:

$$\begin{cases} x + y + z = 6 \\ x + 2y + 2z = 9 \\ 2x + y + 3z = 11 \end{cases}$$

- Para fazermos o escalonamento devemos transformar o sistema acima em uma matriz.
- Assim, pegamos os valores dos coeficientes e do termo independente após a igualdade.

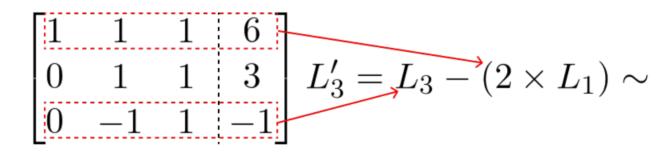


- Com a matriz montada, o primeiro passo é fazer uma operação (adição, subtração, multiplicação ou divisão) que anula pelo menos um elemento da matriz.
- Ao analisar a matriz, percebe-se que se subtrairmos a linha 2 com a linha 1, anulamos um elemento.

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 1 & 2 & 2 & 9 \\ 2 & 1 & 3 & 11 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 3 & 11 \end{bmatrix} L'_2 = L_2 - L_1 \sim$$

 Próximo passo, anulamos mais um elemento subtraindo a linha 3 pelo dobro da linha 1, colocando o resultado na linha 3.

[1	1	1	į	6
0	1	1	:	3
$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$	1	3		$\begin{bmatrix} 3 \\ 11 \end{bmatrix}$



 Agora, se somarmos a linha 2 com a linha 3, anulamos mais um elemento.

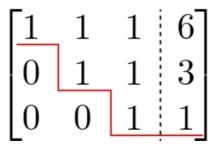
$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \end{bmatrix} L'_3 = L_2 + L_3 \sim$$

 A diagonal principal não pode ser nula, então temos que transformar o número 2 em 1, para isso basta dividirmos a linha 3 por 2.

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} L_3' = \frac{L_3}{2}$$

- Neste passo já temos a forma escalonada, aqui já é possível encontrar os valores das variáveis x, y e z.
- Fazendo a substituição nas equações do sistema, pois já sabemos que a variável z é igual a 1.



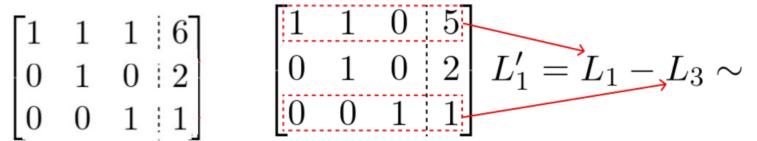
- Tendo z = 1
- Substituindo em L₂
- $y + z = 3 \rightarrow y = 3 z \rightarrow y = 3 1 = 2$
- Substituindo em L₁
- $x + y + z = 6 \rightarrow x = 6 y z \rightarrow x = 6 2 1 = 3$

- Vamos prosseguir para ver o processo até o final.
- O intuito agora é anularmos os elementos acima da diagonal principal.
- Perceba que se subtrairmos a linha 2 com a linha 3, anulamos um elemento.

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathcal{L}'_2 = \mathcal{L}_2 - \mathcal{L}_3 \sim$$

 Vamos anular mais um elemento que não está na diagonal principal, para isso devemos subtrair a linha 1 com a linha 3.

$$egin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 6 \ 0 & 1 & 0 & 2 \ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$



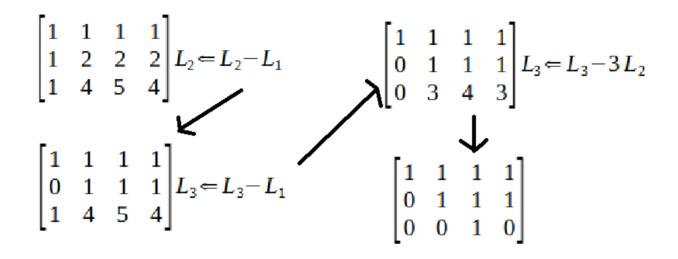
 Por fim, vamos anular o último elemento que não está na diagonal principal. Então subtraímos a linha 1 pela linha 2.

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} L'_1 = L_1 - L_2 \sim$$

 Exemplo 9: Se x, y e z são a solução do sistema linear

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x + 2y + 2z = 2 \\ x + 4y + 5z = 4 \end{cases}$$

Determine o produto entre x, y e z.



- Exemplo 9
- z = 0
- Substituindo em L₂
- $y + z = 1 \rightarrow y = 1 z \rightarrow y = 1 0 = 1$
- Substituindo em L₁
- $x + y + z = 1 \rightarrow x = 1 y z \rightarrow x = 1 1 0 = 0$
- Logo,
- x.y.z = 0.1.0 = 0

Exercício

• Usando escalonamento, resolva o sistema a seguir:

$$\begin{cases} 2x + 4y - 2z = 2\\ -2x - 2y + 2z = 1\\ 5x + 4y - 3z = 6 \end{cases}$$