Übersicht über die Vorlesung

1. **Grundlagen der Quantenmechanik**
2. **Elektronische Zustände**
3. **Vom Wasserstoffatom zum Periodensystem der Elemente**
4. **Elektronen in Kristallen**
5. **Halbleiter**
6. **Quantenstatistik für Ladungsträger**
7. **Dotierte Halbleiter**
8. **Halbleiter im Nichtgleichgewicht**

   8.1 Der Driftstrom

   8.2 Der Diffusionsstrom

   8.3 Generation und Rekombination

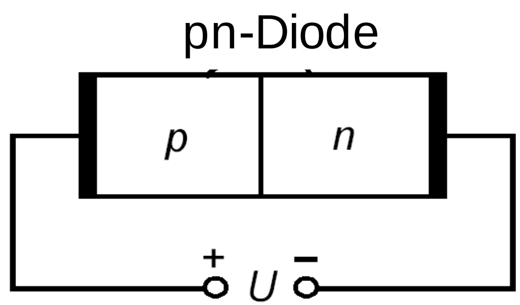
   8.4 Halbleitergrundgleichungen

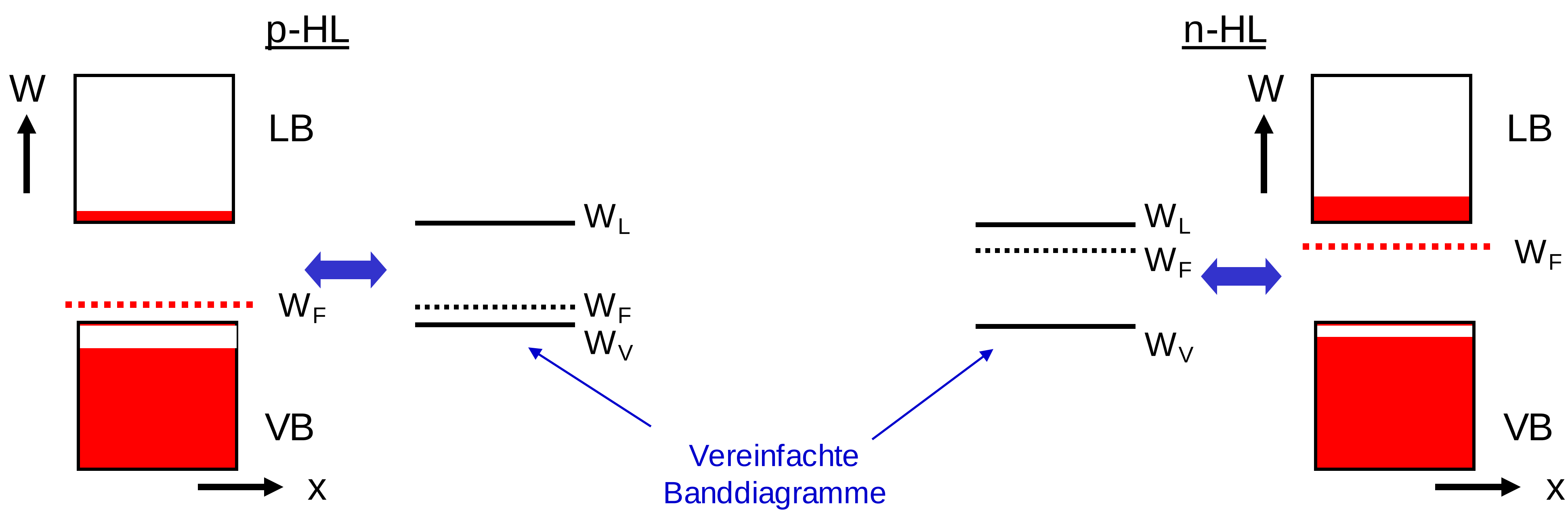
9. **Der pn-Übergang**

Festkörperelektronik
SS 2016
11. Foliensatz
01.07.2016

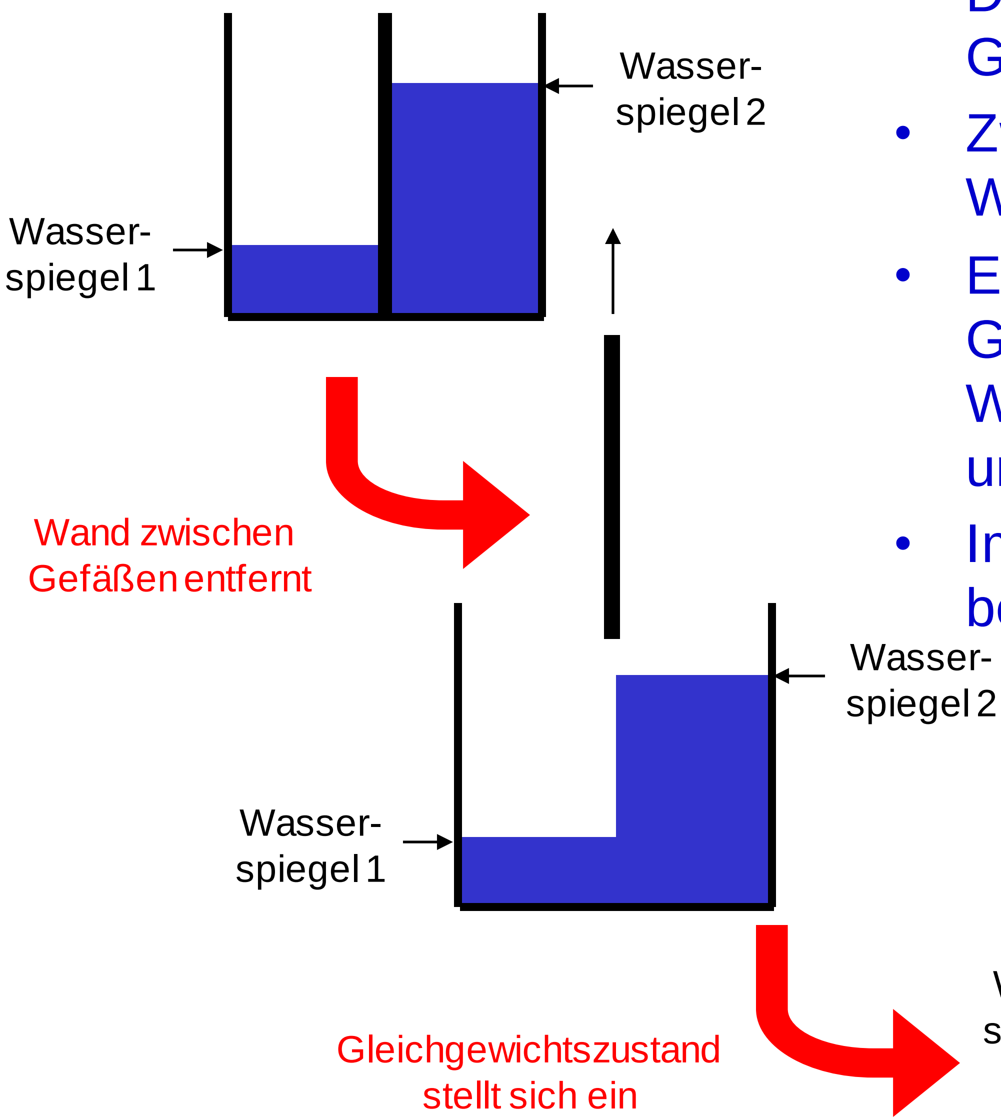
Zusammenbringen von p-HL und n-HL

- Was passiert, wenn wir einen p-HL und einen n-HL zu einer **pn-Diode** zusammenbringen?

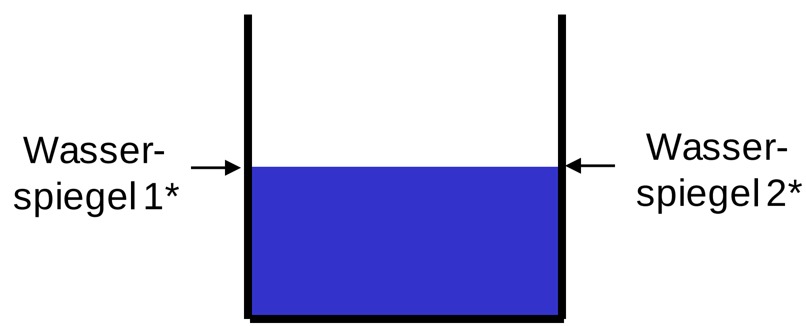




Fermi-Energie: Wasserpegel-Analogie

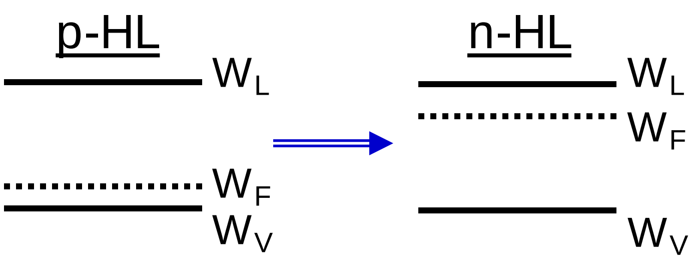


- Der Wasserspiegel gibt an, bis wohin ein Gefäß mit Wasser gefüllt ist.
- Zwei getrennte Gefäße können verschiedene Wasserspiegel haben.
- Entfernt man die Abtrennung zwischen den Gefäßen sehr schnell, sind die Wasserspiegel im ersten Moment unverändert.
- Im Gleichgewicht ist der Wasserspiegel in beiden Gefäßen gleich.



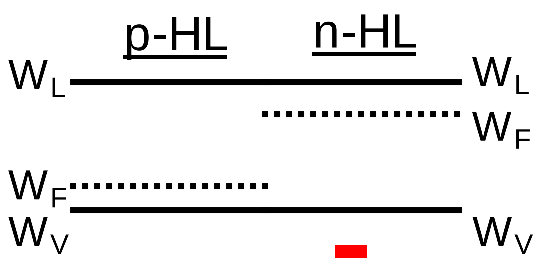
Fermi-Energie

- Die Fermi-Energie gibt an, bei welcher Energie ein erlaubter Bandzustand mit 50% Wahrscheinlichkeit besetzt ist.
- Zwei getrennte Halbleiter können verschiedene Fermi-Energien haben.



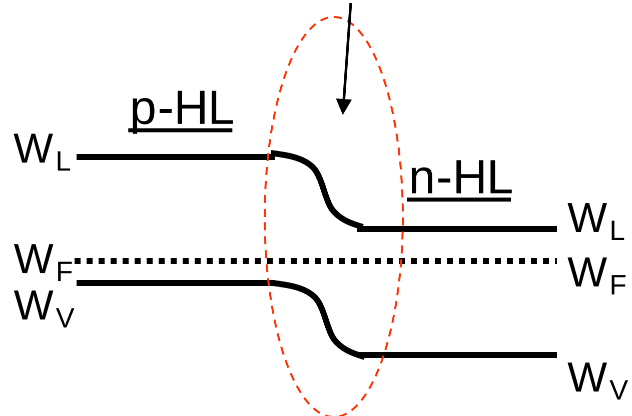
- Bringt man die beiden Halbleiter zusammen, sind die Fermi-Energien im ersten Moment unverändert.
- Im thermischen Gleichgewicht ist die Fermi-Energie in beiden Halbleitern gleich!!

Halbleiter werden zusammen gebracht



Gleichgewichtszustand stellt sich ein

in diesem Bereich muss dann eine Potentialdifferenz sein



Halbleiter im Nichtgleichgewicht

-„Schalten“ (z.B. mit Spannung, mit Licht,...) heisst immer Erzeugung eines Nichtgleichgewichtszustandes

- Bauelemente sind meist nicht homogene Halbleiter, sondern bestehen aus Bereichen mit verschiedenen Halbleitertypen sowie Metallen und Isolatoren

$\rightarrow$ **räumliche Abhängigkeit ist relevant**

- Dynamik des Halbleiters bestimmt Schaltverhalten

$\rightarrow$**zeitliche Abhängigkeit ist relevant**

Quantitative Beschreibung von *n(x,y,z,t)* und *p(x,y,z,t)?*

Halbleiter im Nichtgleichgewicht

-eine Änderung der *Dichte n(x,y,z)* kann erfolgen durch

- Ströme (**Drift- und Diffusion**)

-durch Vernichtung (**Rekombination**)

-durch Erzeugung von Ladungsträgern (**Generation**)

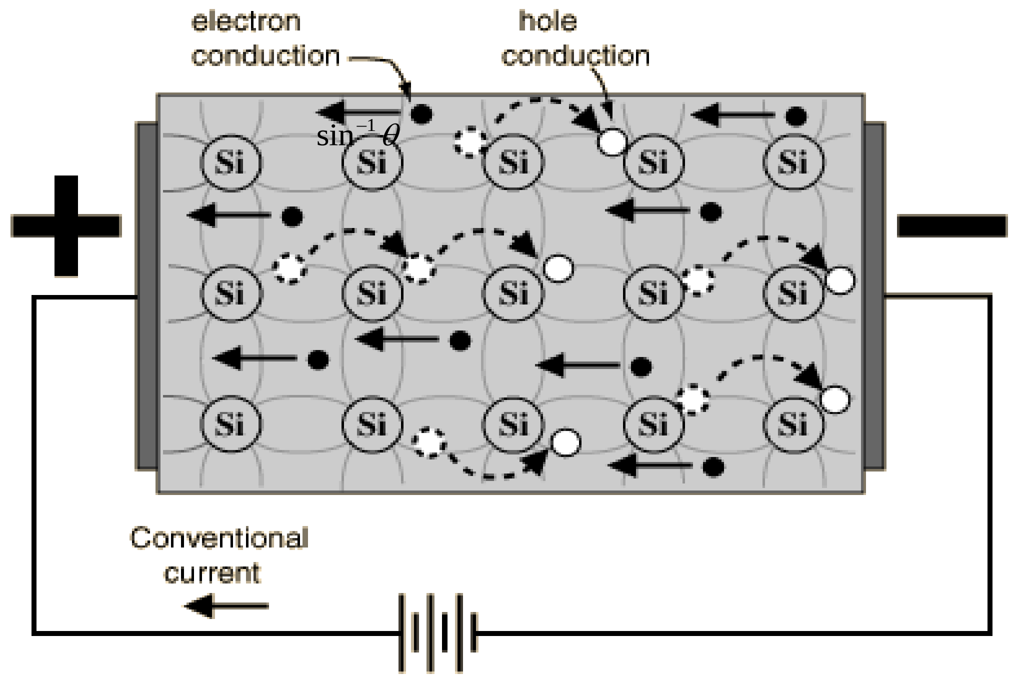
Übersicht über die Vorlesung

Strom #1: Der Driftstrom

- Driftstrom (Feldstrom) J_F infolge eines elektrischen Feldes
  - **Strom setzt sich aus einem Elektronen- und einem Löcheranteil zusammen**
  - **Leitfähigkeit hängt von der Ladungsträgerdichte und der Beweglichkeit ab**

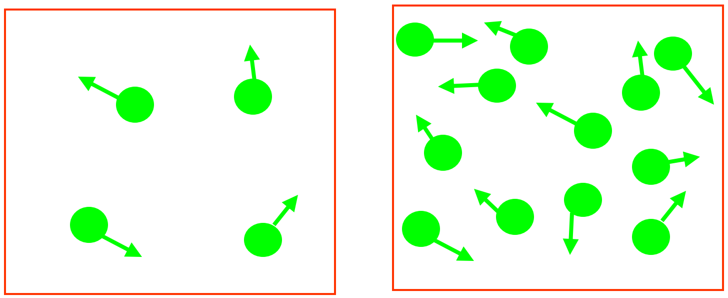
$$\vec{J}_F = \vec{J}_{n,F} + \vec{J}_{p,F}$$
$$= -en\vec{v}_n + ep\vec{v}_p$$
$$= e\left[n\mu_n + p\mu_p\right]\vec{E} = \sigma\vec{E}$$

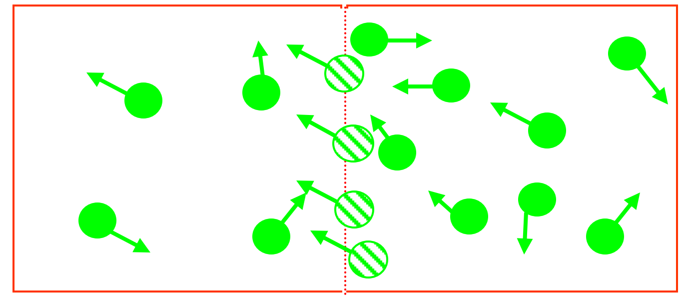
$$\sigma = e\left[n\mu_n + p\mu_p\right]$$



Source: http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/solids/intrin.html

Strom # 2: Diffusionsstrom

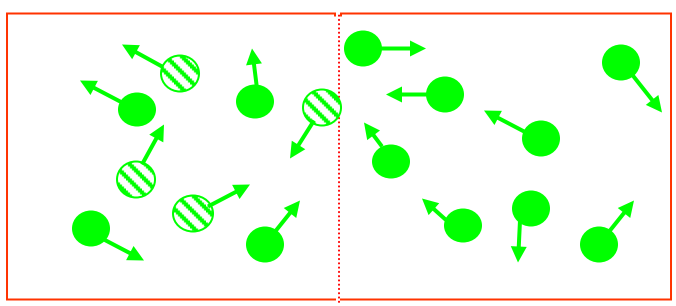




Zwei Bereiche mit verschiedener Konzentration an Ladungsträgern werden zusammengebracht

Es fließt ein Strom

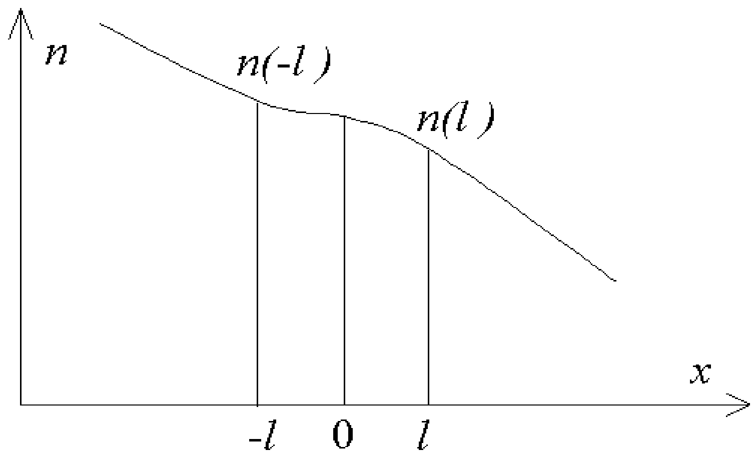
–im Durchschnitt bewegen sich mehr Träger aus dem Bereich höherer Konzentration zum Bereich niedrigerer Konzentration als anders herum

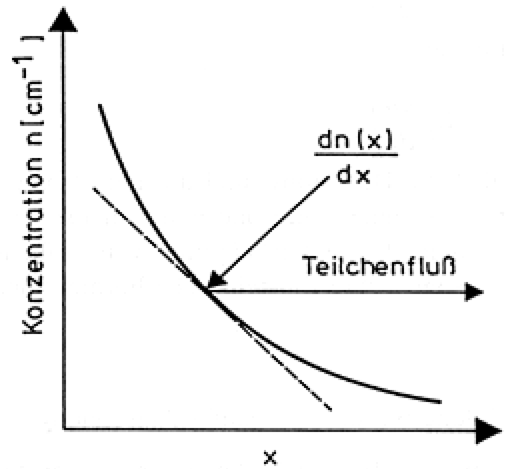


Es stellt sich eine statistische Gleichverteilung der Träger ein.

Strom # 2: Diffusionsstrom

–die Diffusionskonstanten D_n und D_p geben an, wieviel Strom bei einem gewissen Gradienten der e's bzw. h's fließt





eindimensional:

im Grenzübergang $l \to 0$: $$J_{n,D} = eD_n \frac{dn}{dx}$$

bzw. für die Löcher: $$J_{p,D} = -eD_p \frac{dp}{dx}$$

(unterschiedliches Vorzeichen für e's und h's !)

Strom # 2: Diffusionsstrom

Verallgemeinerung auf 3D:

$$J_{n,D} = eD_n \frac{dn}{dx}$$

$$\downarrow$$

$$\vec{J}_{n,D}(\vec{r}) = eD_n \nabla n(\vec{r})$$

Insgesamt gilt also für die Diffusionsströme:

$$\vec{J} = \vec{J}_{n,D}(\vec{r}) + \vec{J}_{p,D}(\vec{r})$$

$$\vec{J}_{n,D}(\vec{r}) = eD_n \nabla n(\vec{r})$$

$$\vec{J}_{p,D}(\vec{r}) = -eD_p \nabla p(\vec{r})$$

Das elektrochemische Potential

Die Trennung von Drift- und Diffusionsströmen ist nur ein Hilfsmittel zur quantitativen Modellierung (ähnlich wie bei der Überlagerung von verschiedenen Kräften) !

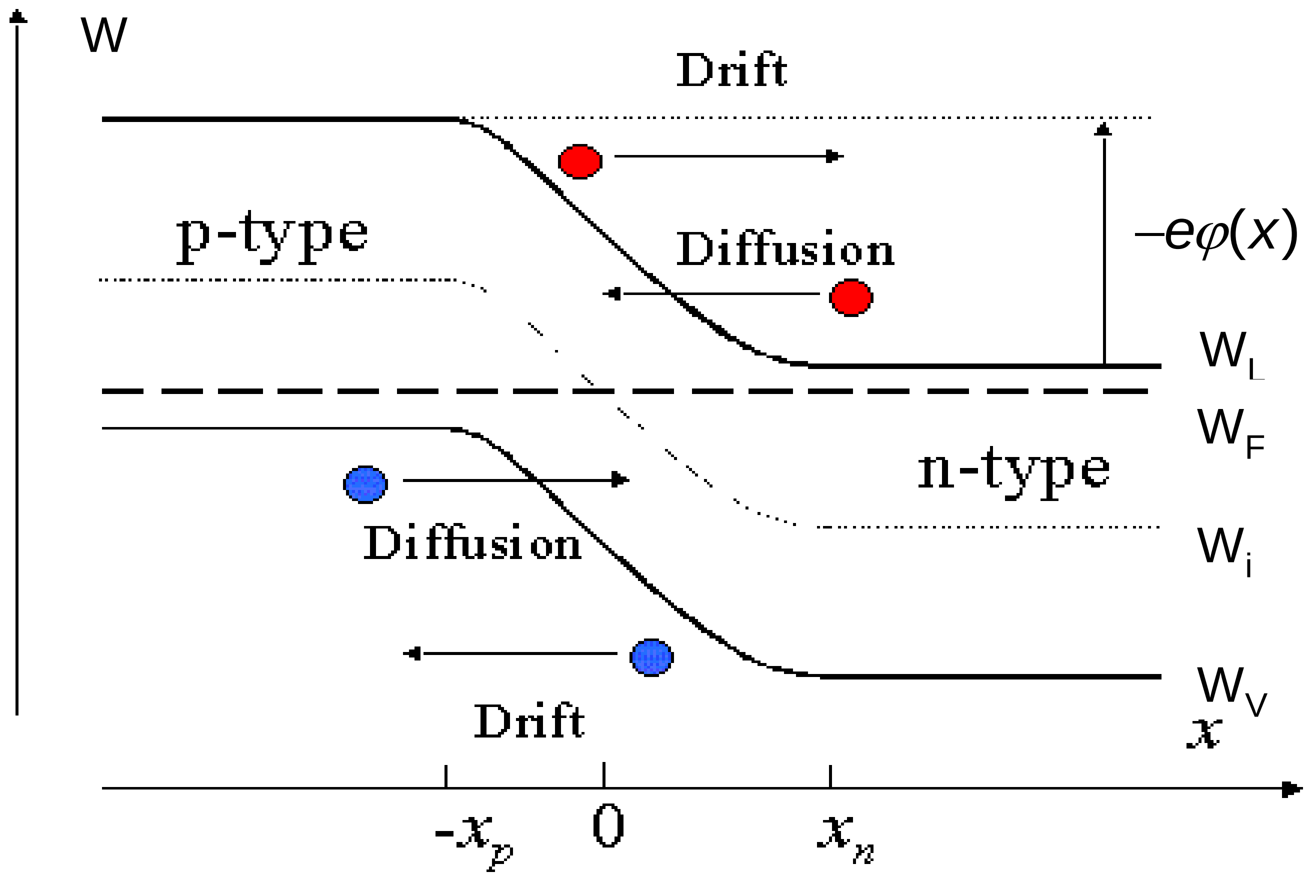
Woher soll das Elektron wissen, ob es diffundieren oder driften soll ??

Gemeinsame Beschreibung durch die elektrochemischen Potentiale $\eta_{e,\mathrm{h}}$, welche identisch sind mit den (Quasi)-Fermi-Energien $W_{F,e}$ bzw. $W_{F,h}$.

Die Quasi-Fermi-Energie kann für Löcher und Elektronen *unterschiedlich* sein !
(z. B. durch eine von aussen angelegte Spannung oder durch Beleuchtung, ...)

Dies ist die Grundlage nahezu aller Halbleiterbauelemente !

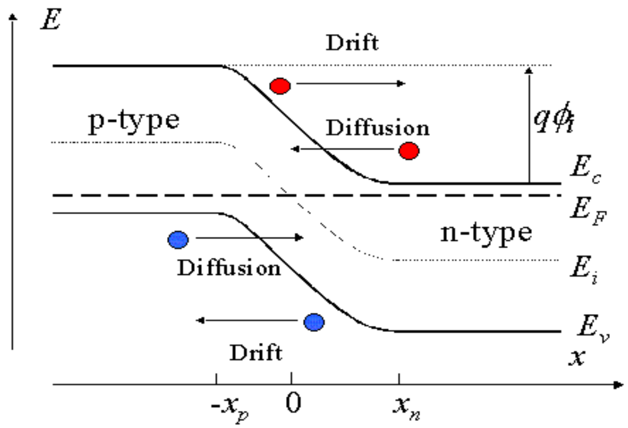
Zusammenhang von Drift und Diffusion



Die bekannte Ladungsträgerstatistik erlaubt uns auch für den Bereich mit Feld eine Vorhersage über die ortsabhängige Ladungsträgerdichte:

$$n(x) = N_L \exp\left(-\frac{W_L(\infty) - e\varphi(x) - W_F}{kT}\right)$$

Einsteinrelationen



$$n(x) = N_L \exp\left(-\frac{W_L(\infty) - e\varphi(x) - W_F}{kT}\right)$$

Hier kommt zum Ausdruck, dass in das elektrochemische Potential („Fermi-Niveau") in einem Halbleiter das elektrische Potential φ(x) mit eingeht. Da wir eine Aussage über Diffusionskonstanten machen wollen, macht es Sinn, den obigen Termin nach x abzuleiten:

$$\frac{\partial n(x)}{\partial x} = n(x)\frac{e}{kT}\frac{\partial \varphi(x)}{\partial x} = -n(x)\frac{e}{kT}E(x)$$

Hierbei ist E=-grad φ(x) das ortsabhängige elektrische Feld.

Einsteinrelationen

Nun kann ausgenutzt werden, dass sich im Gleichgewicht Drift- und Diffussionsströme gegenseitig kompensieren:

$$\text{Aus } J_F = -J_D \quad \text{folgt} \quad \mathrm{e}n(x)\mu_n \mathrm{E(x)} = -\,\mathrm{e}D_n \frac{\partial n}{\partial x}$$

Setzt man nun die abgeleitete ortsabhängige Ladungsträgerdichte in diese Beziehung ein, so ergibt sich:

$$en(x)\mu_n \mathrm{E(x)} = (-\,\mathrm{e}D_n)(-n(x)\frac{e}{kT}E(x))$$

Aus diesem Ausdruck kann das meiste weggekürzt werden, so dass man zur sogenannten **Einsteinrelation** kommt:

$$\boxed{D_n = \frac{kT}{\mathrm{e}}\mu_n}$$

Die gleiche Ableitung ließe sich auch für die Löcher machen und man kommt auf diese Weise zu:

$$\boxed{D_p = \frac{kT}{\mathrm{e}}\mu_p}$$

Diese hier am Spezialfall pn-Übergang hergeleitete Beziehung ist eine viel allgemeinere Beziehung der statistischen Thermodynamik und gilt z. B. genauso auch bei der Bewegung von Ionen in einer Elektrolytlösung.

Übersicht über die Vorlesung

Generation und Rekombination

•Die Trägergenerationsrate g setzt sich aus verschiedenen Anteilen zusammen:

$$\left(\frac{\partial n}{\partial t}\right)_{gen} = g = g(x,y,z,t) = g_{opt} + g_{phonon} + g_{St} + \ldots$$

g_{opt} : Generationsrate durch Absorption von Photonen (Licht)

g_{phonon}: thermische Generationsrate durch Absorption von Gitter-Phononen

g_{St} : Generationsrate durch Ionisation einer Störstelle

•Zu jedem Generationsprozess gibt es einen entsprechenden Rekombinationsprozess:

$$-\left(\frac{\partial n}{\partial t}\right)_{rec} = r = r(x,y,z,t) = r_{opt} + r_{phonon} + r_{St} + \ldots$$

•Im thermischen Gleichgewicht gilt *g* = *r* und einzeln $g_i = r_i$!

Übersicht über die Vorlesung

Zusammenfassung: Ladungsträgerprozesse

- Es gibt in Halbleitern drei unterschiedliche Prozesse, durch die sich die Ladungsträgerdichte räumlich und/oder zeitlich verändern kann:
- 1. Driftstrom (Feldstrom)
  - Ladungsträger bewegen sich aufgrund eines äußeren elektrischen Feldes.
- 2. Diffusionsstrom
  - Ladungsträger bewegen sich aufgrund eines Konzentrationsgradienten.
- 3. Generations- und Rekombinationsprozesse
  - Die Raten setzen sich aus verschiedenen Einzelprozesse zusammen (z.B. strahlende Übergänge, Übergänge durch Störstellen, Auger-Prozess, Rekombination an Oberflächen).
  - Je nach Situation sind verschiedene Prozesse dominant.
  - In den meisten HL dominiert die Rekombination durch Störstellen. Bei direkten HL spielen auch strahlende Übergänge eine Rolle.
  - Bei hoher Ladungsträgerdichte von Elektronen und Löchern sind Auger-Prozesse wichtig.

Ladungsträgerprozesse in Halbleitern

- Es gibt in Halbleitern drei unterschiedliche Prozesse, durch die sich die Ladungsträgerdichte räumlich und/oder zeitlich verändern kann:
- 1. Driftstrom (Feldstrom)
  - Ladungsträger bewegen sich aufgrund eines äußeren elektrischen Feldes:

$$\vec{J}_F = \vec{J}_{n,F} + \vec{J}_{p,F} = \sigma \vec{E} = [en\mu_n + ep\mu_p] \vec{E}$$

- 2. Diffusionsstrom
  - Ladungsträger bewegen sich aufgrund eines Konzentrationsgradienten (D_n und D_p sind die Diffusionskonstanten der Elektronen bzw. Löcher):

$$\vec{J}_D = \vec{J}_{n,D} + \vec{J}_{p,D} \qquad \begin{aligned} \vec{J}_{n,D} &= +eD_n \operatorname{grad} n \\ \vec{J}_{p,D} &= -eD_p \operatorname{grad} p \end{aligned}$$

- 3. Generations- und Rekombinationsprozesse
  - Ladungsträger werden mit der Generationsrate g generiert und rekombinieren mit der Rekombinationsrate r.
  - Die Raten setzen sich aus verschiedenen Einzelprozesse zusammen:

$$g = g_{phonon} + g_{opt} + g_{\mathrm{Re}\,k} + g_{Auger} \cdots$$

$$r = r_{phonon} + r_{opt} + r_{\mathrm{Re}\,k} + r_{Auger} \cdots .$$

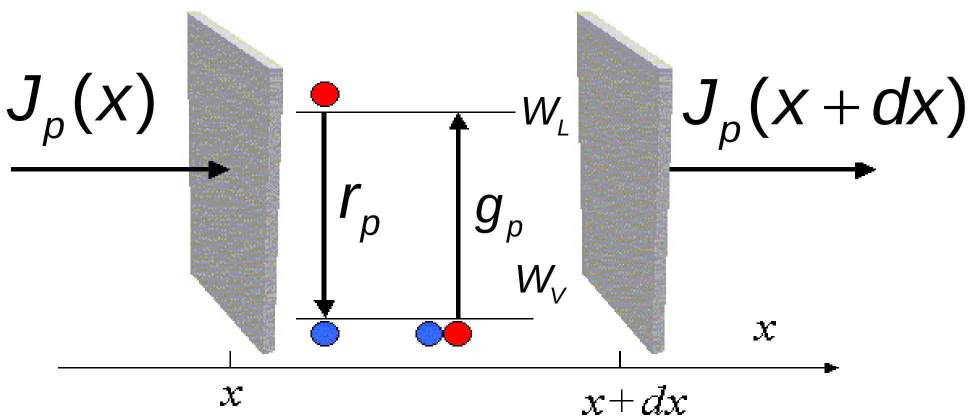
Halbleitergrundgleichungen

(H1) $$\vec{J}_n = en\mu_n\vec{E} + eD_n\nabla n$$

(H2) $$\vec{J}_p = ep\mu_p\vec{E} - eD_p\nabla p$$

Drift- und Diffusion

Wie ändert sich dann die lokale Ladungsdichte $\rho = e(p-n)$?



$$\frac{\partial(ep)}{\partial t} = -\frac{\partial J_p}{\partial x} + e(g_p - r_p)$$

bzw. in 3D:

$$\frac{\partial(ep)}{\partial t} + \nabla\vec{J}_p = e(g_p - r_p)$$

(Kontinuitätsgleichung)

Halbleitergrundgleichungen

(H1) $$\vec{J}_n = en\mu_n \vec{E} + eD_n \nabla n$$

(H2) $$\vec{J}_p = ep\mu_p \vec{E} - eD_p \nabla p$$

Drift- und Diffusionsgleichung für Elektronen und Löcher

(H3) $$\frac{\partial(-en)}{\partial t} + \nabla \vec{J}_n = -e(g_n - r_n)$$

(H4) $$\frac{\partial(ep)}{\partial t} + \nabla \vec{J}_p = e(g_p - r_p)$$

Kontinuitätsgleichungen für Elektronen und Löcher

...dann fehlt nur noch die Verkopplung von Ladung und E-Feld...

Maxwell-Gleichung: $\nabla \vec{D} = \nabla \varepsilon\varepsilon_0 \vec{E} = \rho$ bzw. mit $\vec{E} = -\nabla \varphi$

die Poisson-Gleichung: $\mathrm{divgrad}\,\varphi = \nabla^2 \varphi = \Delta \varphi = -\dfrac{\rho}{\varepsilon\varepsilon_0}$

Halbleitergrundgleichungen

(H1) $$\vec{J}_n = en\mu_n \vec{E} + eD_n \nabla n$$

(H2) $$\vec{J}_p = ep\mu_p \vec{E} - eD_p \nabla p$$

Drift- und Diffusion

(H3) $$\frac{\partial(-en)}{\partial t} + \nabla \vec{J}_n = -e(g_n - r_n)$$

(H4) $$\frac{\partial(ep)}{\partial t} + \nabla \vec{J}_p = e(g_p - r_p)$$

Kontinuitäts-gleichungen

(H5) $$\Delta\varphi = -\frac{e}{\varepsilon\varepsilon_0}\left(p - n + n_D^+ - n_A^-\right);\ \vec{E} = -\nabla\varphi$$

Poisson-Gleichung

Übersicht über die Vorlesung

1. **Grundlagen der Quantenmechanik**
2. **Elektronische Zustände**
3. **Vom Wasserstoffatom zum Periodensystem der Elemente**
4. **Elektronen in Kristallen**
5. **Halbleiter**
6. **Quantenstatistik für Ladungsträger**
7. **Dotierte Halbleiter**
8. **Halbleiter im Nichtgleichgewicht**

   8.1 Der Driftstrom

   8.2 Der Diffusionsstrom

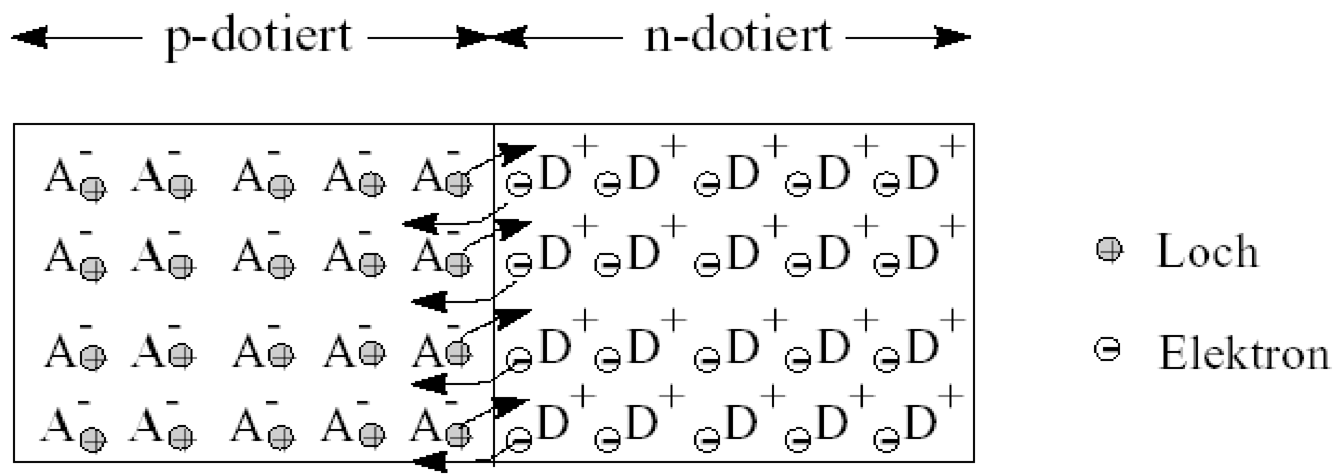
   8.3 Generation und Rekombination

   8.4 Halbleitergrundgleichungen

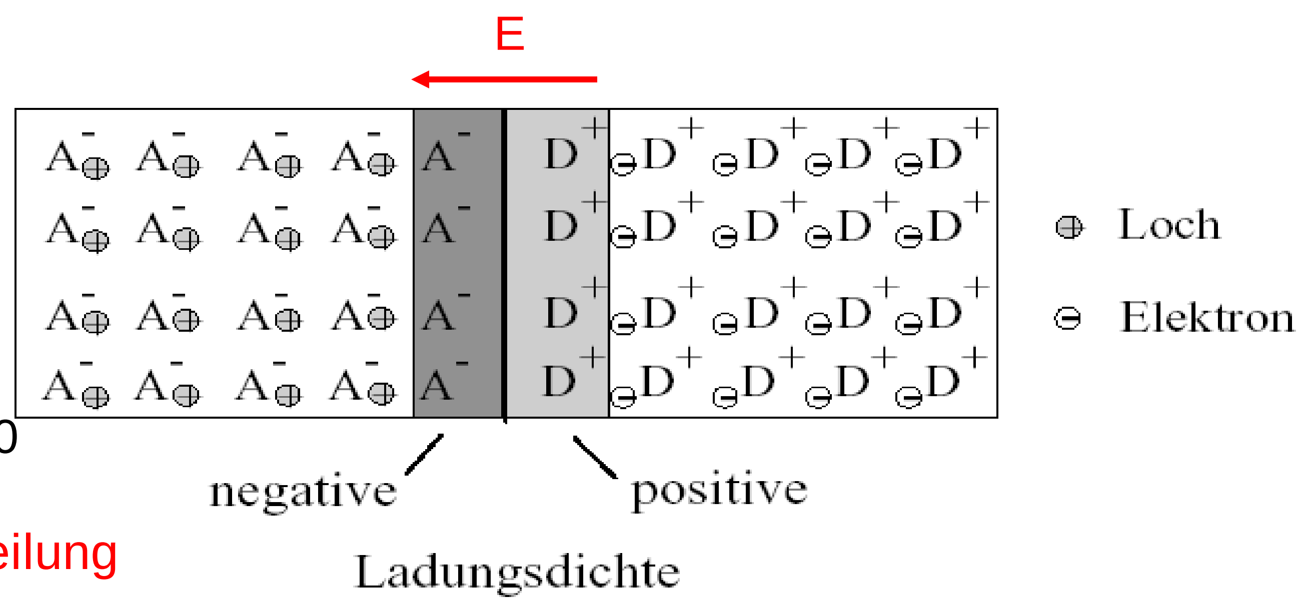
9. **Der pn-Übergang**

Raumladungszone am pn-Übergang

- Diffusionsströme:
  - Elektronen diffundieren aus dem n-HL und hinterlassen *positiv* geladene Donatoren.
  - Löcher diffundieren aus dem p-HL und hinterlassen *negativ* geladene Akzeptoren.

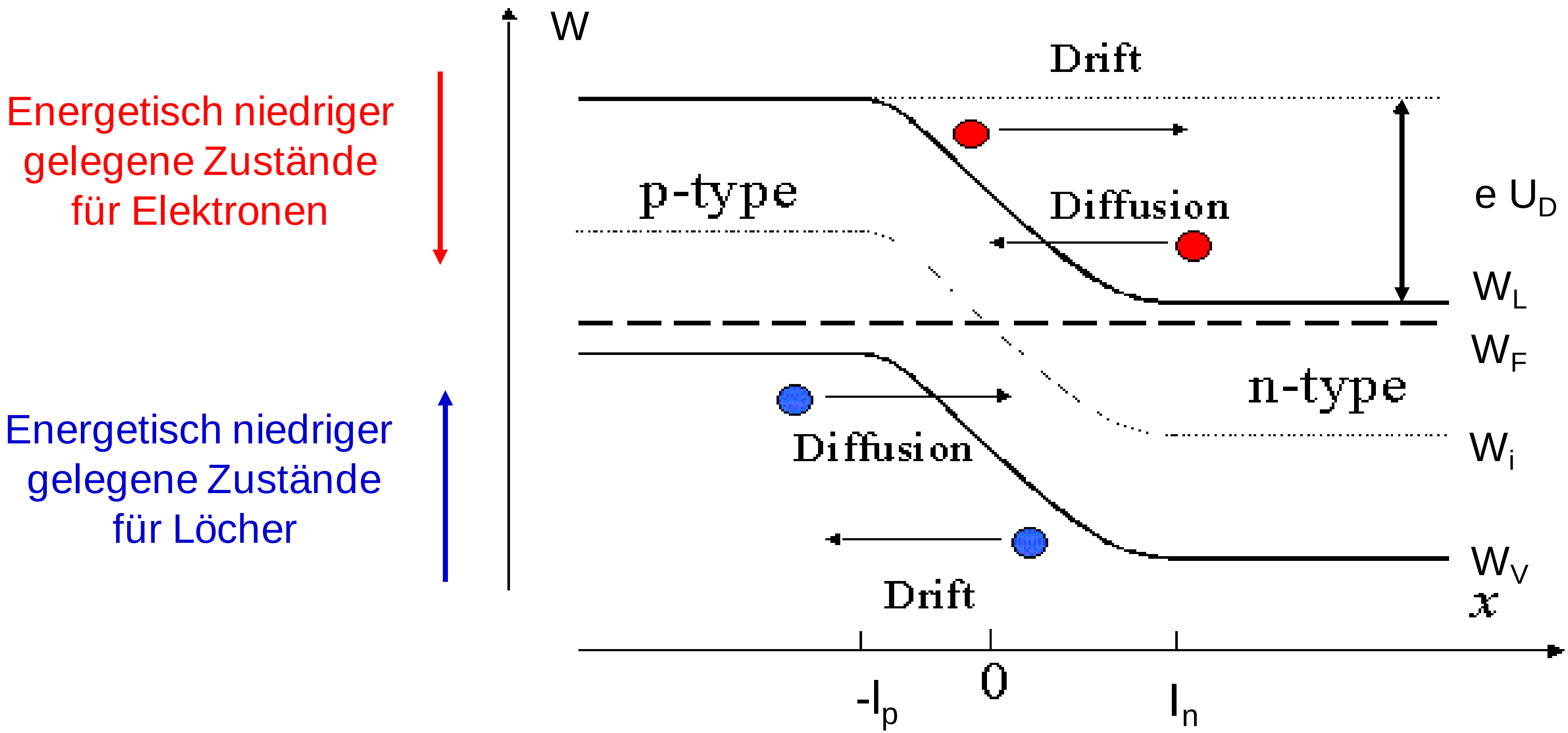


- Es bildet sich eine Raumladungszone (RLZ):
  - In einer RLZ ist $\rho \neq 0$.
  - Positive Raumladung $\rho > 0$ im n-HL.
  - Negative Raumladung $\rho < 0$ im p-HL.



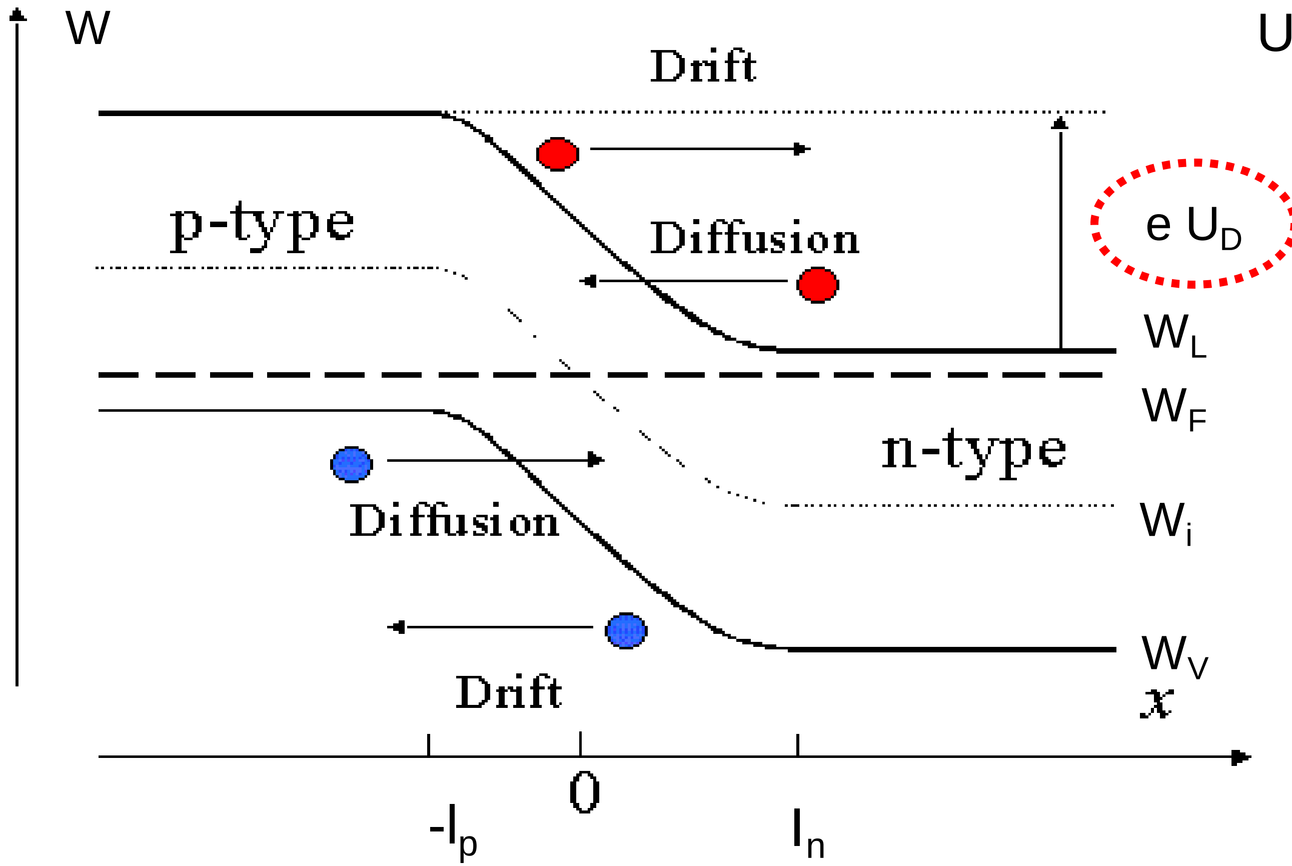
- Durch die neue Ladungsverteilung wird ein E-Feld aufgebaut, das einen Driftstrom der Ladungsträger bewirkt, der wiederum dem Diffusionsstrom entgegenwirkt.

Banddiagramm des pn-Übergangs



- Das W(x)-Banddiagramm zeigt die erlaubten Zustände der Ladungsträger als eine Funktion der Energie und des Ortes.
- Im Gleichgewicht kompensieren sich Drift- und Diffusionsstrom gerade.

Diffusionsspannung ?



Wie gross ist U_D ?

Diffusionsspannung U_D

Die Diffusionsspannung wird ein entscheidender Parameter für die Beschreibung der nichtlinearen Kennlinie einer Diode sein. Ziel ist es nun, die Diffusionsspannung auf die Materialparameter wie Bandlücke und Dotierungsdichten zurückzuführen.

Die Diffusionsspannung ergibt sich aus der energetischen Differenz der Leitungsbandunterkanten weit weg vom pn-Übergang:

$$\mathrm{e}U_D = W_L(-\infty) - W_L(\infty)$$

Für die Ladungsträgerdichten weit weg vom pn-Übergang gilt bei *Störstellenerschöpfung*:

$$(1) \quad p_p = N_V \exp\left(-\frac{W_F - W_V(-\infty)}{kT}\right) = n_A$$

$$(2) \quad n_n = N_L \exp\left(-\frac{W_L(\infty) - W_F}{kT}\right) = n_D$$

Diffusionsspannung U_D

Multiplikation von (1) und (2) ergibt:

$$n_A n_D = N_L N_V \exp\left(-\frac{W_L(\infty) - W_V(-\infty)}{kT} \right)$$

Mit $W_V = W_L - W_G$ folgt:

$$n_A n_D = \underbrace{N_L N_V \exp\left(-\frac{W_G}{kT} \right)}_{= n_i^2 \text{ (gemäß Massenwirkungsgesetz)}} \exp\underbrace{\left(-\frac{W_L(\infty) - W_L(-\infty)}{kT} \right)}_{\frac{eU_D}{kT}}$$

Auflösen nach U_D ergibt:

$$U_D = \frac{kT}{e} \ln\left(\frac{n_A n_D}{n_i^2} \right)$$

Damit ist die Diffusionsspannung auf die intrinsische Ladungsträgerkonzentration und auf die Konzentrationen der Dotieratome (beides Materialparameter) zurückgeführt.

Diffusionsspannungen

$$U_D = U_T \ln\left(\frac{n_A n_D}{n_i^2}\right)$$

$$U_T = \frac{kT}{e}$$

$$n_i^2(T) = N_L N_V \exp\left(-\frac{W_G}{kT}\right)$$

T = 300 K	Ge	Si	GaAs
n_i^2/cm^{-6}	$5,8 \cdot 10^{26}$	$2,1 \cdot 10^{20}$	$3,2 \cdot 10^{12}$
n_A/cm^{-3}	10^{15}	10^{15}	10^{15}
n_D/cm^{-3}	10^{15}	10^{15}	10^{15}
U_D/V	$0,18$	$0,56$	$1,0$
n_A/cm^{-3}	10^{15}	10^{15}	10^{15}
n_D/cm^{-3}	10^{18}	10^{18}	10^{18}
U_D/V	$0,36$	$0,73$	$1,18$
n_A/cm^{-3}	10^{18}	10^{18}	10^{18}
n_D/cm^{-3}	10^{18}	10^{18}	10^{18}
U_D/V	$0,53$	$0,90$	$1,35$

- Die Diffusionsspannung hängt nur schwach von der Temperatur ab.
- Die Diffusionsspannung hängt nur schwach von den Dotierungen ab.
- Mit wachsender Dotierung geht $U_D \longrightarrow E_g/e$

Diffusionsspannung

- Die Diffusionsspannung ist nicht an den Enden der p- und n-Zonen messbar !!
  - Meßbar ist nur die Differenz des elektrochemischen Potentials (des Fermi-Niveaus).
  - Dieses ist links und rechts exakt auf dem gleichen Niveau, daher kann keine Spannung abgegriffen werden.
  - Wenn z.B. Metallkontakte aufgesetzt werden zur Spannungsmessung, so bilden sich wieder Diffusionsspannungen, die die eingebaute Spannung gerade kompensieren.

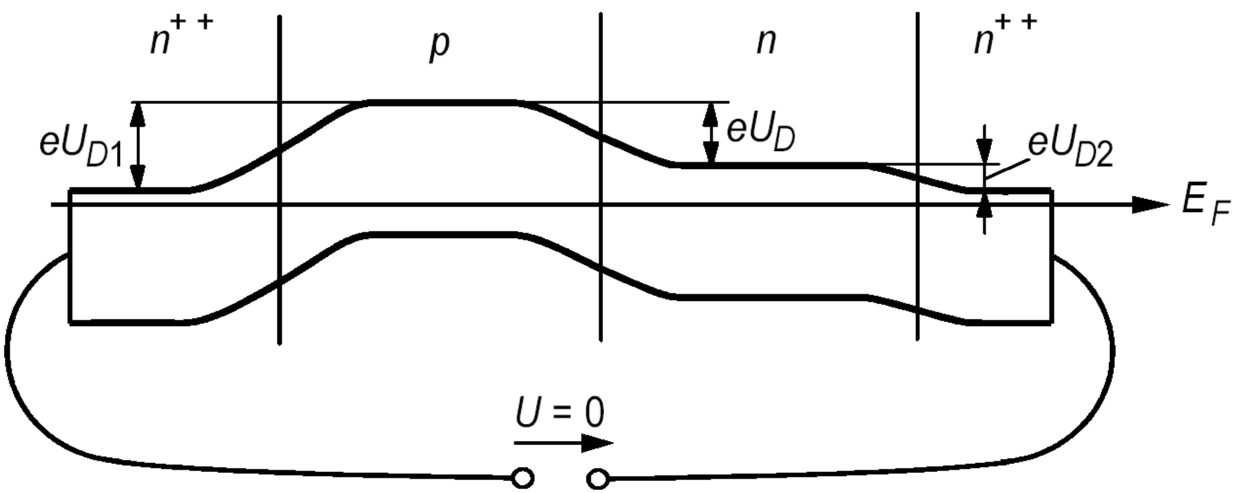


Abb: Spannungsmessung mit zwei n++-dotierten Bereichen