Übersicht über die Vorlesung

- 1. Grundlagen der Quantenmechanik
- 2. Elektronische Zustände
- 3. Vom Wasserstoffatom zum Periodensystem der Elemente
- 4. Elektronen in Kristallen
- 5. Halbleiter
- 6. Quantenstatistik für Ladungsträger
 - 6.1 Die Zustandsdichte
 - 6.2 Besetzungswahrscheinlichkeiten
 - 6.3 Ladungsträgerdichten (fortgesetzt)
- 7. Dotierte Halbleiter
- 8. Halbleiter im Nichtgleichgewicht
- 9. Der pn-Übergang

Festkörperelektronik SS 2016 10. Foliensatz 30.06.2016

Lage des Ferminiveaus beim intrinsischen HL

$$n = N_L \exp\left(-\frac{W_L}{k_B T}\right) \exp\left(\frac{W_F}{k_B T}\right) = p = N_V \exp\left(\frac{W_V}{k_B T}\right) \exp\left(-\frac{W_F}{k_B T}\right)$$

Auflösen nach der exp-Funktion:

$$\Rightarrow \exp\left(\frac{2W_F}{k_BT}\right) = \frac{N_V}{N_L} \exp\left(\frac{W_V + W_L}{k_BT}\right)$$

Auflösen nach W_F :

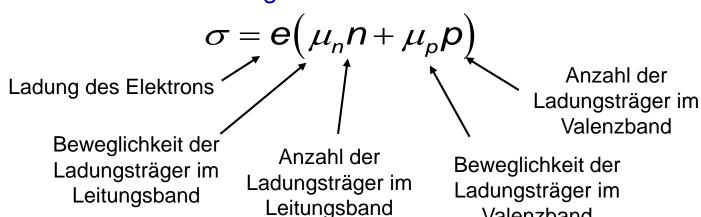
$$\Rightarrow W_F = \frac{W_L + W_V}{2} + \frac{k_B T}{2} \ln \left(\frac{N_V}{N_I} \right)$$

Mit
$$\left(\frac{N_V}{N_L}\right) = \left(\frac{m_h^*}{m_e^*}\right)^{\frac{3}{2}}$$
 folgt: $W_F = \frac{W_L + W_V}{2} + \frac{3}{4}k_BT \ln\left(\frac{m_h^*}{m_e^*}\right)$

bei m_h = m_e liegt das Ferminiveau T-unabhängig in der Mitte der Bandlücke bei m_h ≠ m_e T-abhängige Verschiebung

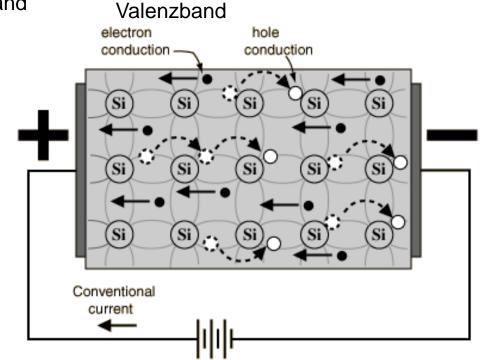
Berechnung der Leitfähigkeit

Quantitativ wird die Leitfähigkeit σ berechnet durch:



- Wir können jetzt die Leitfähigkeit von homogenen Eigenhalbleitern im thermischen Gleichgewicht berechnen!!
 - Der Strom ist eine Kombination aus Elektronen- und Löcherstrom.

$$J = \sigma E$$



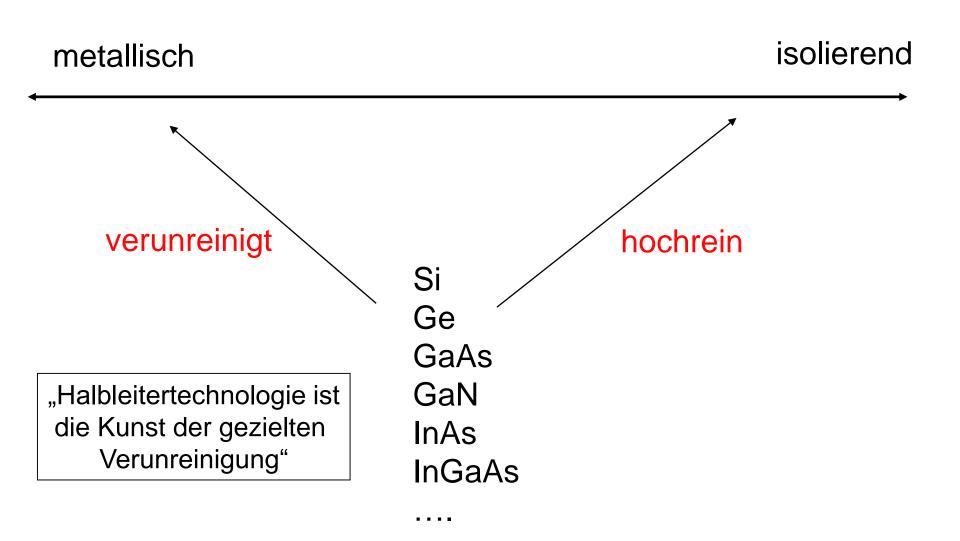
Übersicht über die Vorlesung

- 1. Grundlagen der Quantenmechanik
- 2. Elektronische Zustände
- 3. Vom Wasserstoffatom zum Periodensystem der Elemente
- 4. Elektronen in Kristallen
- 5. Halbleiter
- 6. Quantenstatistik für Ladungsträger
- 7. Dotierte Halbleiter
 - 7.1 Wozu Dotierung?
 - 7.2 Grundlagen der Dotierung
 - 7.3 Quantitatives
 - 7.4 Entartete Halbleiter
 - 7.5 Temperaturabhängige Eigenschaften dotierter Halbleiter
- 8. Halbleiter im Nichtgleichgewicht
- 9. Der pn-Übergang

Verunreinigungen in Eigenhalbleitern

- Bisher haben wir Halbleiter diskutiert, die keine Verunreinigungen haben wie z.B. einen reinen Si- oder GaAs-Kristall. Halbleiter in denen Verunreinigungen keine Rolle spielen, nennt man Eigenhalbleiter.
- Ist der Halbleiter durch Fremdatome verunreinigt, so können diese Fremdatome zusätzliche Ladungsträger beisteuern.
- Damit die Eigenleitung der dominante Effekt für den Stromtransport ist, muss die Dichte der Fremdatome geringer als n_i sein.
 - d.h. auf $3 \cdot 10^{12}$ Si-Atome darf weniger als ein Fremdatom kommen! (Si hat $8/(5,43\cdot10^{-8} \text{ cm})^3 = 5\cdot10^{22} \text{ Atome/cm}^3$, $5\cdot10^{22} \text{ cm}^{-3}/1,5\cdot10^{10} \text{ cm}^{-3} = 3\cdot10^{12}$)
 - Reinheitsgrade von 10¹⁰ 10¹² Fremdatomen/cm³ sind heute erreichbar.

Einstellen der Leitfähigkeit in HL



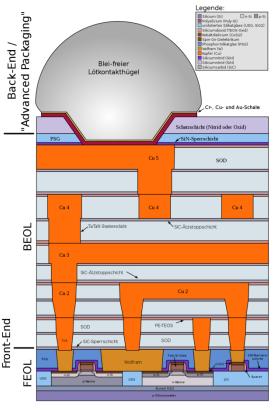
<u>Ungewollte</u> Verunreinigungen vermeiden!

 Die Herstellung von Halbleiterbauelemente ist sehr anfällig gegenüber Verunreinigungen.

 Sowohl bei der Herstellung von Wafern als auch bei der Verarbeitung zu Chips ist es notwendig, die Konzentration von Fremdatomen und Staub äußerst gering zu halten.

Reinraum

Source: Globalfoundries



Schnitt durch CMOS-Chip (www.wikipedia.de)



Gewollte Verunreinigung: Fremdhalbleiter

- Gezielte Zugabe von Fremdatomen (Substitutionsstörstellen) kann aber sehr nützlich sein, da die Leitfähigkeit gezielt verändert werden kann durch die zusätzlichen Ladungsträger. Dieser Vorgang wird "Dotieren" genannt.
- Halbleiter bei denen die Anzahl der Ladungsträger durch Fremdatome dominiert wird, nennt man "Fremdhalbleiter" oder "dotierte" Halbleiter.
- Fremdatome können entweder Elektronen oder Löcher beitragen:

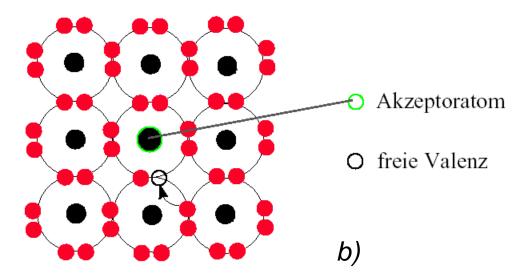
Übersicht über die Vorlesung

- 1. Grundlagen der Quantenmechanik
- 2. Elektronische Zustände
- 3. Vom Wasserstoffatom zum Periodensystem der Elemente
- 4. Elektronen in Kristallen
- 5. Halbleiter
- 6. Quantenstatistik für Ladungsträger
- 7. Dotierte Halbleiter
 - 7.1 Wozu Dotierung?
 - 7.2 Grundlagen der Dotierung
 - 7.3 Quantitatives
 - 7.4 Entartete Halbleiter
 - 7.5 Temperaturabhängige Eigenschaften dotierter Halbleiter
- 8. Halbleiter im Nichtgleichgewicht
- 9. Der pn-Übergang

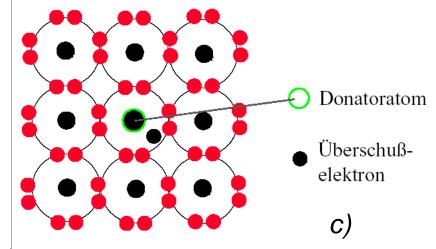
Dotierung

	II	Ш	IV	V	VI	
۵۱ ا	Be	В	O	Ν	0	
a)	Mg	Al	Si	Р	S	
	Zn	Ga	Ge	As	Se	
	Cd	ln	Sn	Sb	Te	
	Hg	TI	Pb	Bi	Po	

a) Ausschnitt aus dem Periodensystem der Elemente. b) Schema zur p-Dotierung. c) Schema zur n-Dotierung.



p-Dotierung durch Einbau eines Atoms mit 3 Valenzelektronen



n-Dotierung durch Einbau eines Atoms mit 5 Valenzelektronen

Energieniveaus bei Dotierung

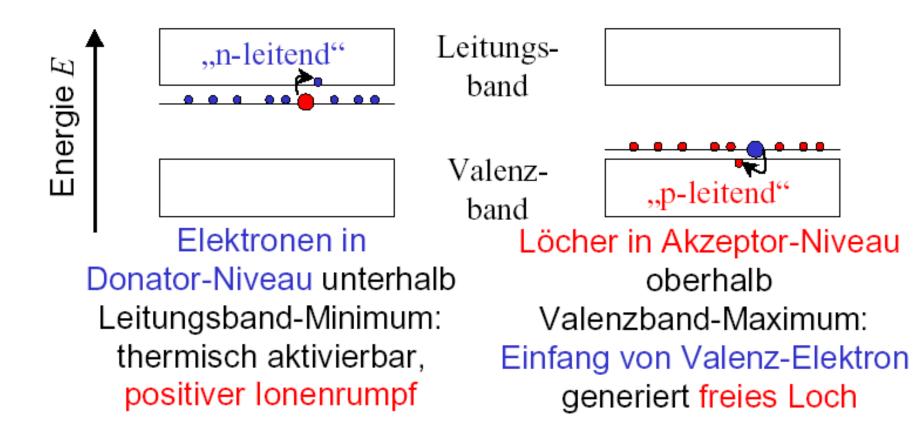


Abb. Energieniveaus bei Dotierung

Donatoren und Akzeptoren I

- Störstellen, die ein zusätzliches Elektron liefern, nennt man Donatoren.
- Störstellen, die ein zusätzliches Loch (Defektelektron) liefern, nennt man Akzeptoren.
- Si hat z.B. 4 äußere Elektronen. Elemente mit 5 äußeren Elektronen (z.B. Sb, P) sind deshalb im Donatoren in Si.

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
H 1 1,008							He 2 4,002
Li 3 6,34		B 5 10,82	C 6 12,01	N 7 14,00	O 8 15,99		Ne 10 20,18
Na 11 22,99		Al 13 26,97	Si 14 28,06	P 15 31,02	S 16 32,06		Ar 18 39,94
	Zn 30 65,39	Ga 31 69,72	Ge 32 72,6	As 33 74,91	Se 34 78,96		
	Cd 48 112,41	In 49 114,76		Sb 51 121,76	Te 52 127,6		
	Hg 80 200,59						

Donatoren und Akzeptoren II

- In Verbindungshalbleitern muss man beachten, dass es zwei Elemente mit verschiedener Anzahl an Elektronen gibt.
- Zur Dotierung kommen wieder Elemente mit mehr oder weniger Elektronen als das substituierte Atom in Frage.
- Ga hat z.B. 3 äußere Elektronen. Elemente mit 2 äußeren Elektronen (z.B. Cd) sind deshalb im Akzeptoren in GaAs.
- Eine Element der IV-Gruppe (z.B. Si) kann in einem III-V-Halbleiter sowohl als Akzeptor (auf einem As-Platz) als auch als Donator (auf einem Ga-Platz) eingebaut werden. Solch eine Störstelle nennt man amphoter (zwitterhaft).

Elementhalbleiter III-V-Halbleiter II-VI-Halbleiter

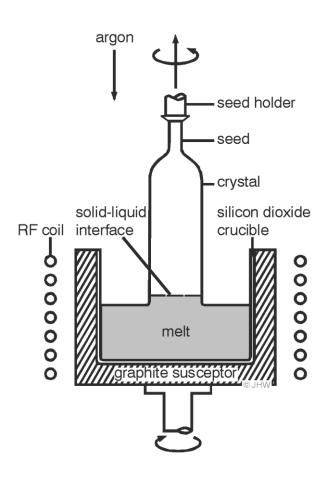
2 s-Elektronen

Ge, Si
$$(s^2p^2)$$

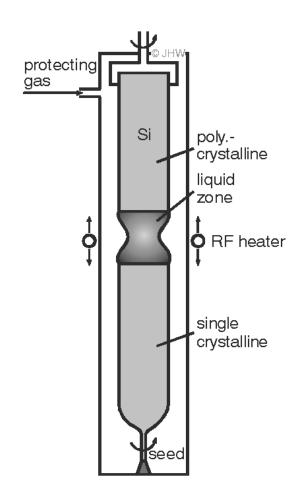
Ga (s^2p^1) , As (s^2p^3)

Zn (s^2) , Se (s^2p^4)

Herstellung dotierter Si-Kristalle



Czochralski-Verfahren: Zugabe von hochdotierten Si-Stücken in die Schmelze



Zonenziehverfahren: Dotierung durch Anwesenheit von Dotiergas

4. Einkristallwachstum: a) Czochralski-Verfahren



-für gute Transporteigenschaften ist einkristallines Material erforderlich

Bruchstücke von poly-Si werden unter Schutzgas aufgeschmolzen (T_S=1415 °C)

Eintauchen eines einkristallinen Keims

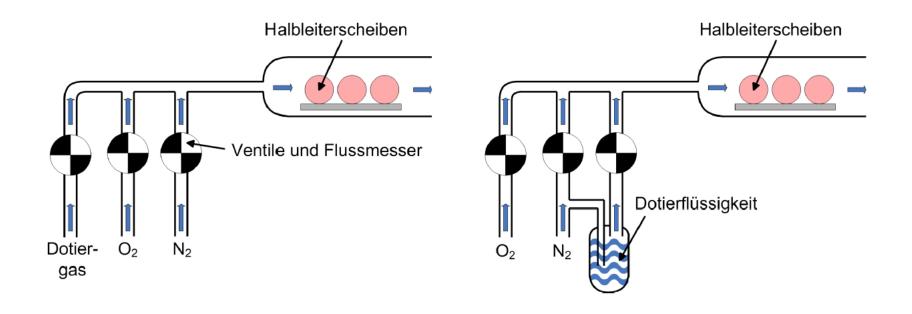
einkristallines Wachstum unter Zieh- und Drehbewegungen

Wachstum von einkristallinen Stäben

(Foto: Wacker Siltronic Burghausen)

- -Dotierung möglich durch Zugabe von hochdotierten Si-Stücken
- -Sauerstoffeinbau war lange Zeit ein Problem (Nichtstrahlende Rekombination)

Eindiffusion eines n-Kontaktes in einen Si-Wafer



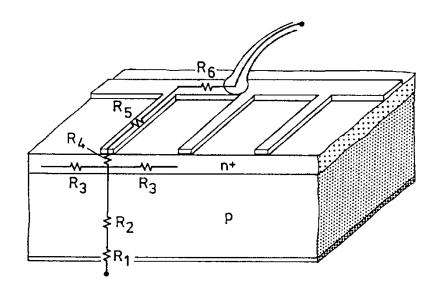
Phosphin (PH) bzw. Phosphoroxychlorid (POCl₃) wird an die heiße Si-Oberfläche gebracht

Reaktion zu $P_2O_5 \rightarrow$ dient als Diffusionsquelle an der Oberfläche

Diffusion eines n-Kontaktes in p-dotierte Wafer

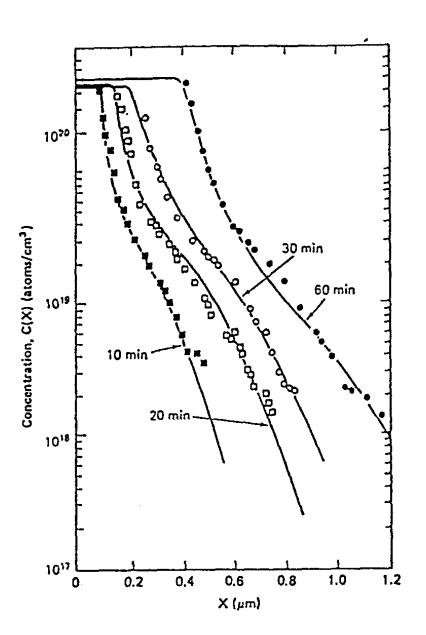
Eindiffusion bei hohen Temperaturen

Einbau auf Si-Gitterplatz als Donator

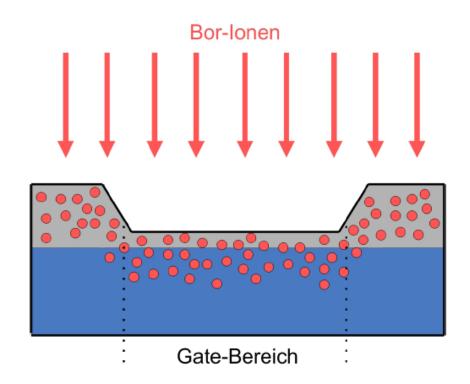


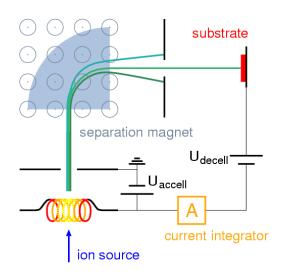
Quelle: Sonnenenergie:

Photovoltaik (Goetzberger/Voß/Knobloch)



Ionen-Implantation





Schematischer Aufbau bei der Ionenimplantation (Quelle:www.wikipedia.de)

Dotierung durch Ionenimplantation – die beschleunigten Dotierionen dringen, je nach ihrer Geschwindigkeit, in den Halbleiterkristall ein. Durch Masken können Bereiche abgeschirmt werden, die nicht dotiert werden sollen.

Ionisierung der Störstellen

-Störstellen alleine reichen nicht aus

-die Störstellen müssen die Ladungsträger auch an die Bandzustände abgeben

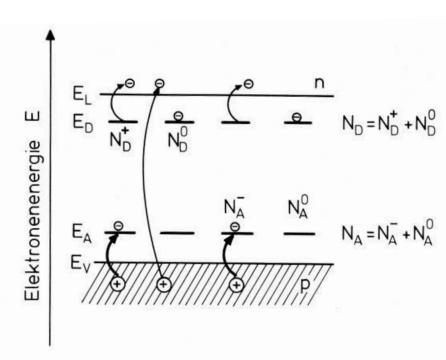


Abb. 12.9. Erklärung der in n- und p-Halbleitern üblichen Bezeichnungen für Ladungsträger- und Störstellenkonzentrationen: n und p sind die Konzentrationen von "freien" Elektronen und Löchern. Die Gesamtkonzentration $N_{\rm D}$ und $N_{\rm A}$ von Donatoren und Akzeptoren setzt sich zusammen aus den Dichten von neutralen $N_{\rm D}^0$ bzw. $N_{\rm A}^0$ und ionisierten Donatoren $N_{\rm D}^+$ bzw. Akzeptoren $N_{\rm A}^-$. Elektronen im Leitungsband (n) und Löcher im Valenzband (p) rühren entweder von Band-Band-Anregungen oder aus Störstellen her

Ionisierungsenergie der Störstelle

- Die Störstelle liefert nur einen zusätzlichen Ladungsträger, wenn das Elektron an das LB bzw. das Loch an das VB abgegeben wird.
- Die Energie, die zur Abgabe des Elektrons bzw. Loches nötig ist, wird als Ionisierungsenergie bezeichnet.
- Die exakte Ionisierungsenergie einer Störstelle hängt von den Eigenschaften des Fremdatoms ab und wird experimentell bestimmt.
- Die Ionisierungsenergie kann aber aus der Ionisierungsenergie eines äquivalenten Wasserstoffatoms abgeschätzt werden:

$$W_H = \frac{m_0 e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} = 13,6 \text{ eV}$$

– Für Si ergibt sich z.B. für $\Delta W_D = W_L - W_D$ und $\Delta W_A = W_A - W_V$:

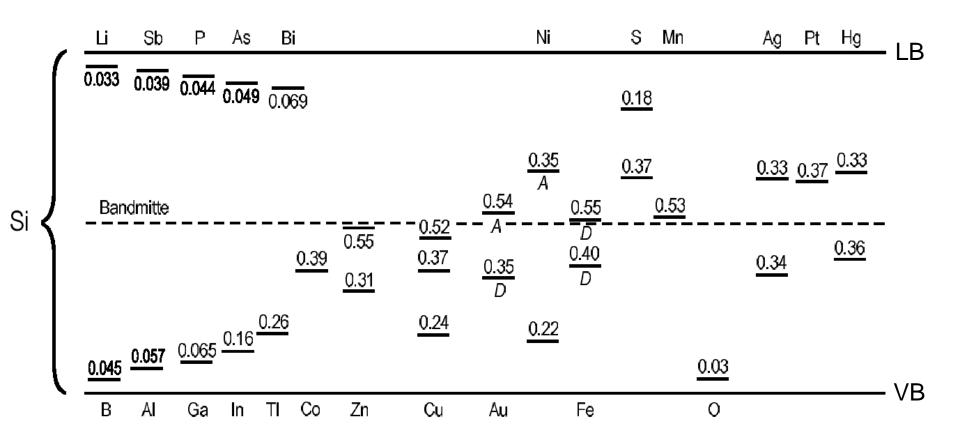
$$m_n/m_o \sim 1$$
, $m_p/m_o \sim 0.5$, $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_{\rm Si}$; $\varepsilon_{\rm Si} = 12$

d.h. die Störstellen liegen nahe an den Bandkanten.

$$\Delta W_D = \frac{m_n}{m_0} \frac{1}{\varepsilon_{\text{Si}}^2} W_H = 100 \text{ meV}, \quad \Delta W_A = \frac{m_p}{m_0} \frac{1}{\varepsilon_{\text{Si}}^2} W_H = 50 \text{ meV}$$

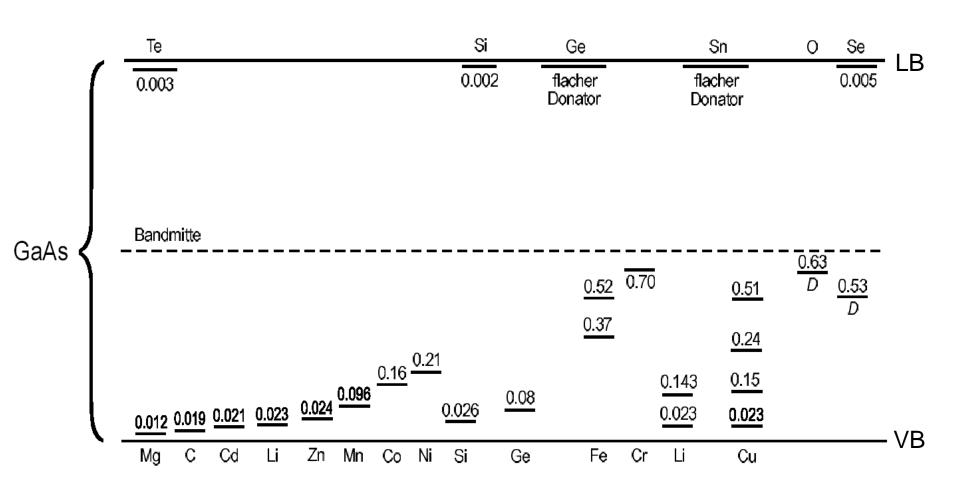
Dotierungselemente in Si

 Gemessene Ionisierungsenergien in eV einiger Dotierungselemente in Si:



Dotierungselemente in GaAs

 Gemessene Ionisierungsenergien einiger Dotierungselemente in GaAs:

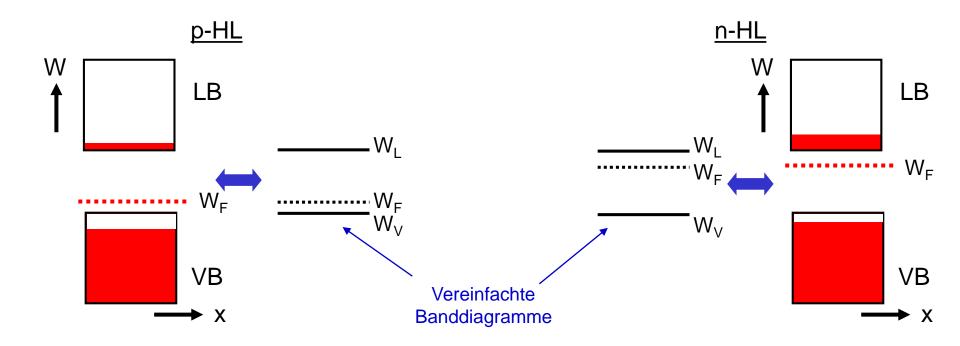


<u>p- und n-Halbleiter</u>

- Störstellen nahe an den Bandkanten sind bei Raumtemperatur ionisiert und liefern zusätzliche Ladungsträger, die die Leitfähigkeit des Halbleiters verändern (Leitfähigkeitsdotierung).
- Donatoren nahe der LB-Kante liefern zusätzliche Elektronen und man spricht von einem n-Halbleiter (Überschusshalbleiter).
 - n>p, Stromfluss hauptsächlich durch Elektronen.
 - n sind Majoritätsträger, p sind Minoritätsträger.
- Akzeptoren nahe der VB-Kante liefern zusätzliche Löcher und man spricht von einem p-Halbleiter
 - p>n, Stromfluss hauptsächlich durch Löcher.
 - p sind Majoritätsträger, n sind Minoritätsträger.
- Störstellen, die Energieniveaus für Elektronen viele kT von der Bandkante entfernt liefern, verändern die Leitfähigkeit nicht.

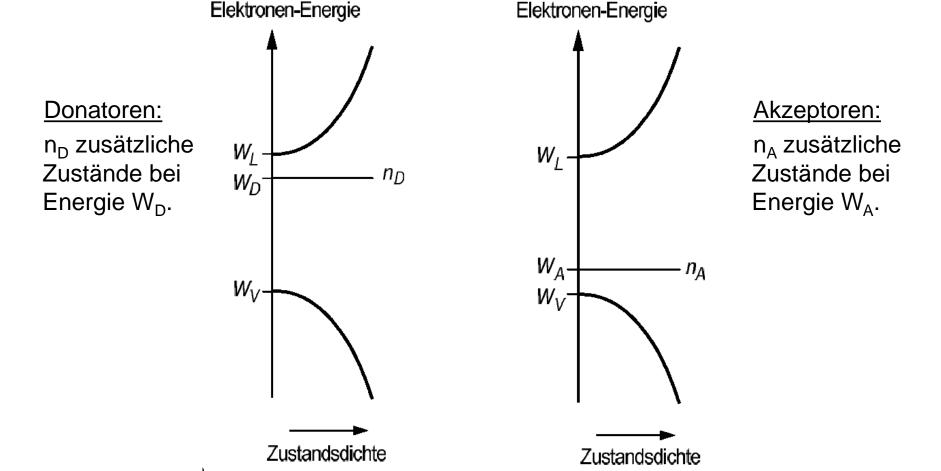
Banddiagramm von dotiertem HL

- Aufgrund der zusätzlichen Ladungsträger ist das Fermi-Niveau (W_F) nicht mehr in der Bandmitte!
 - Im n-HL haben wir einen Elektronen-Überschuss im LB. Dadurch ist die 50%-Wahrscheinlichkeit, das ein Zustand besetzt ist, nach oben verschoben.
 - Im p-HL haben wir einen Löcher-Überschuss im VB. Dadurch ist die 50%-Wahrscheinlichkeit, das ein Zustand besetzt ist, nach unten verschoben.
- Wie k\u00f6nnen wir die Ladungstr\u00e4gerdichten in dotierten Halbleitern berechnen?



Zustandsdichte für dotierte Halbleiter

- Die Störstellen liefern zusätzliche erlaubte Energiezustände.
- Die Zustandsdichte dieser Energiezustände ist durch die Dichte der Donatoren n_D bzw. der Akzeptoren n_A bestimmt.



Übersicht über die Vorlesung

- 1. Grundlagen der Quantenmechanik
- 2. Elektronische Zustände
- 3. Vom Wasserstoffatom zum Periodensystem der Elemente
- 4. Elektronen in Kristallen
- 5. Halbleiter
- 6. Quantenstatistik für Ladungsträger
- 7. Dotierte Halbleiter
 - 7.1 Wozu Dotierung?
 - 7.2 Grundlagen der Dotierung
 - 7.3 Quantitatives
 - 7.4 Entartete Halbleiter
 - 7.5 Temperaturabhängige Eigenschaften dotierter Halbleiter
- 8. Halbleiter im Nichtgleichgewicht
- 9. Der pn-Übergang

Anzahl aktivierter Störstellen

Die Störstellenbilanz für Donatoren ist:

$$n_D = n_D^{\times} + n_D^{+}$$
 $n_D^{+} = n_D[1 - f_D(W_D)]$

- n_D: Anzahl der Donatoren
- n_D⁺: Anzahl der ionisierten Donatoren (haben Elektron abgegeben)
- n_Dx: Anzahl der neutralen Donatoren (haben kein Elektron abgegeben)
- f_D(W_D): Wahrscheinlichkeit, dass Donator mit Elektron besetzt

Die Störstellenbilanz für Akzeptoren ist:

$$n_A = n_A^{\times} + n_A^{-} \qquad \qquad n_A^{-} = \qquad n_A f_A(W_A)$$

-n_A: Anzahl der Akzeptoren

-n_A⁻: Anzahl der ionisierten Akzeptoren (haben Elektron angenommen)

-n_A^x: Anzahl der neutralen Akzeptoren (haben kein Elektron angenommen)

-f_A(W_A): Wahrscheinlichkeit, dass Akzeptor mit Elektron besetzt

•Wie berechnet man die Wahrscheinlichkeiten f_D(W_D) und f_A(W_A)?

Vergleich von Fermi-Verteilungen

Donator

$$n = 0, \quad g = 1$$
$$n = 1, \quad g = 2$$

Die Quantenstatistik
verkompliziert sich etwas
aufgrund der anderen Zählweise
und der
zu berücksichtigenden Entartung.

Akzeptor

$$n = 0, \quad g = 2$$

 $n = 1, \quad g = 1$

$$f_{B,D,A}(W) = \frac{1}{1 + 1/g \exp\left(\frac{W - W_F}{kT}\right)}$$
 $g = \begin{cases} 1 & \mathbf{B} \text{andzustände} \\ 2 & \mathbf{D} \text{onatoren} \\ 1/2 & \mathbf{A} \text{kzeptoren} \end{cases}$

 Die Verteilungen unterscheiden sich für Bandzustände, Akzeptoren und Donatoren aufgrund der verschiedenen Spinmöglichkeiten.

–Die Diskrepanz ergibt sich daraus, dass bei Akzeptoren und Donatoren nicht die Anzahl der Zustände, sondern die Anzahl der Atome gezählt wird.

Anzahl aktivierter Störstellen II

 Mit Hilfe der Fermi-Verteilung können wir nun die Anzahl der aktivierten (ionisierten) Störstellen berechnen:

$$n_D^+ = n_D[1 - f_D(W_D)] = \frac{n_D}{1 + 2\exp\left(\frac{W_F - W_D}{kT}\right)}$$

$$n_{\overline{A}} = n_A f_A(W_A) = \frac{n_A}{1 + 2 \exp\left(\frac{W_A - W_F}{kT}\right)}$$

- Nur aktivierte Störstellen liefern zusätzliche Ladungsträger für den Stromtransport!
- Um die Anzahl der Ladungsträger berechnen zu können, müssen wir die Fermi-Energie W_F bestimmen.

Lage des Fermi-Niveaus im dotierten HL

• Im homogenen Halbleiter gilt Ladungsneutralität:

$$n + n_A^- = p + n_D^+$$

- Durch Einsetzen der Fermi-Verteilungen k\u00f6nnen wir daraus das Fermi-Niveau im dotierten Halbleiter berechnen.
- Beispiel: Si (300 K), n-dotiert mit Bi mit $N_D = 10^{16}$ cm⁻³
 - $n_{A}^{-} = 0$
 - Annahme: nicht-entartet, Boltzmann-Näherung
 - Wir erhalten:

$$N_L \exp\left(-\frac{W_L - W_F}{kT}\right) = N_V \exp\left(-\frac{W_F - W_V}{kT}\right)$$

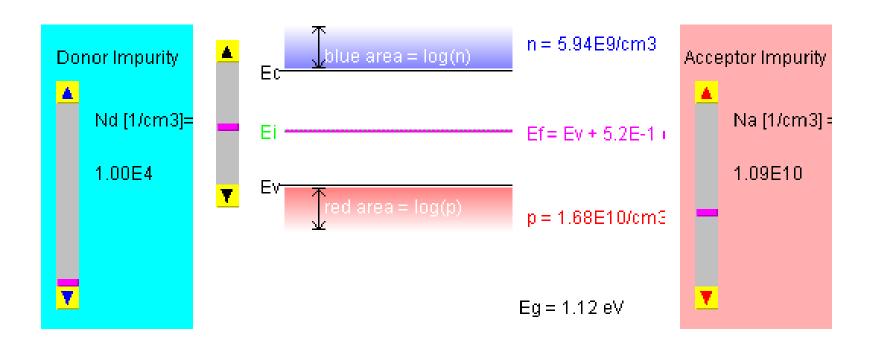
$$+n_D \frac{1}{1 + 2\exp\left(\frac{W_F - W_D}{kT}\right)}$$

$$\times \times$$

 W_F ist die einzige Unbekannte. Lösung kann numerisch (z.B. Maple oder Matlab) oder graphisch erfolgen.

Lage des Fermi-Niveaus im dotierten HL

FERMI LEVEL vs. CARRIER CONCENTRATION





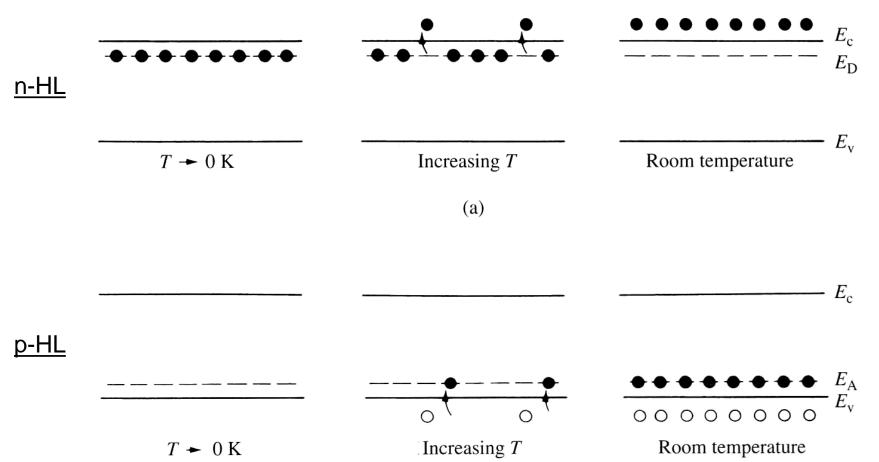


Übersicht über die Vorlesung

- 1. Grundlagen der Quantenmechanik
- 2. Elektronische Zustände
- 3. Vom Wasserstoffatom zum Periodensystem der Elemente
- 4. Elektronen in Kristallen
- 5. Halbleiter
- 6. Quantenstatistik für Ladungsträger
- 7. Dotierte Halbleiter
 - 7.1 Wozu Dotierung?
 - 7.2 Grundlagen der Dotierung
 - 7.3 Quantitatives
 - 7.4 Entartete Halbleiter
 - 7.5 Temperaturabhängige Eigenschaften dotierter Halbleiter
- 8. Halbleiter im Nichtgleichgewicht
- 9. Der pn-Übergang

Temperaturabhängigkeit der Trägerdichtess 2016

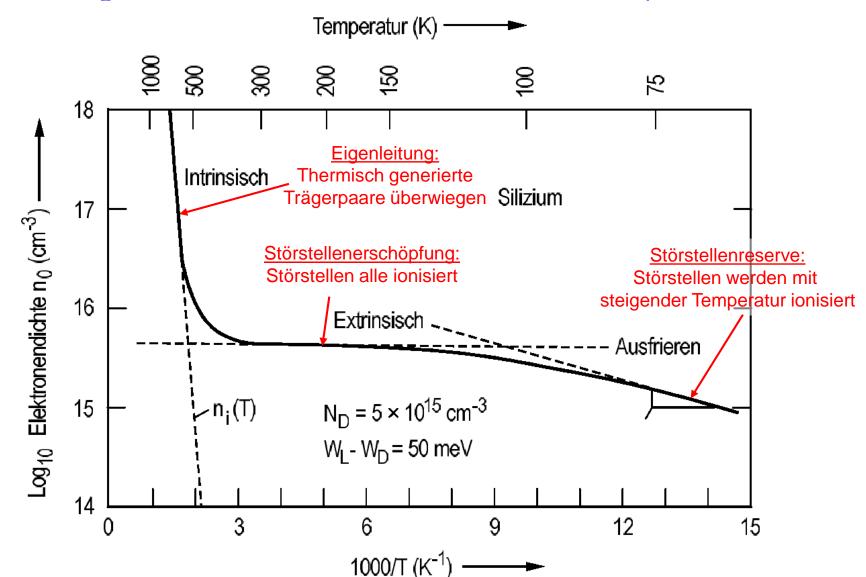
Die Anzahl der ionisierten Störstellen ist temperaturabhängig. Dadurch ist auch die Leitfähigkeit temperaturabhängig.



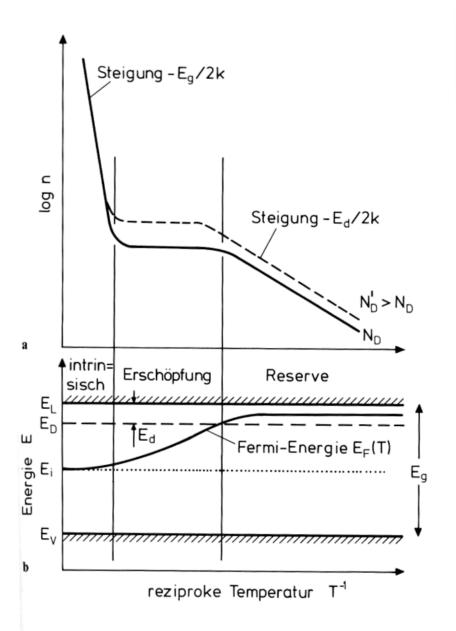
Source: R. F. Pierret, Semiconductor Device Fundamentals

Trägerdichte als f(Temperatur)

Majoritätsträgerdichte im n-Halbleiter als Funktion der Temperatur:



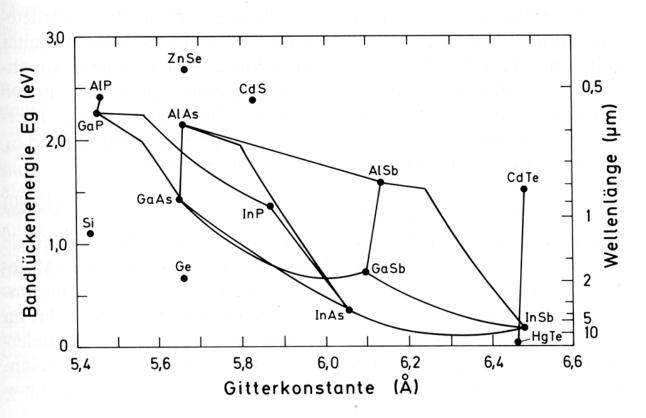
Lage des Ferminiveaus



Quelle: Ibach/Lüth,Festkörperphysik

Noch ein paar Bemerkungen zur Temperaturabhängigkeit des Halbleiters ...

Temperaturerhöhung



Je größer die Gitterkonstante, desto kleiner die Bandlücke.

Abb. 12.21. Bandlücke $E_{\rm g}$ wichtiger Element- und binärer Verbindungshalbleiter, aufgetragen gegen die Gitterkonstante bei 300 K. Auf der rechten Abszisse ist die der Bandlückenenergie entsprechende Lichtwellenlänge λ angegeben. Die Verbindungslinien zeigen die Verhältnisse bei ternären Verbindungen an, die sich aus Mischung der entsprechenden binären Komponenten ergeben

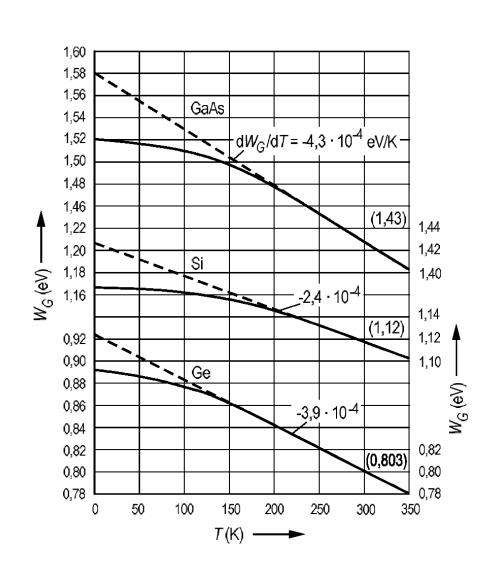
Temperaturerhöhung führt zur thermischen Ausdehnung

Erhöhung der Gitterkonstante

Verringerung der Bandlücke

Bandabstand als f(Temperatur)

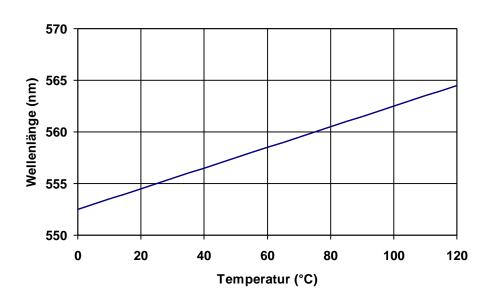
Bandabstand verringert sich mit steigender Temperatur



Temperaturabhängigkeit in LEDs







-ist ein Problem für die Farbstabilität bei LEDs

Temperaturabhängigkeit der Beweglichkeit in der Theorie

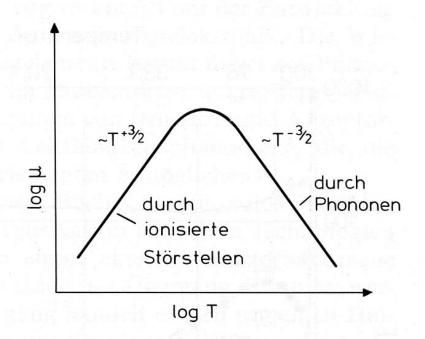


Abb. 12.12. Schematische Abhängigkeit der Beweglichkeit μ in einem Halbleiter von der Temperatur bei Streuung an Phononen und an geladenen Störstellen

Beweglichkeit wird bestimmt durch die Zeit zwischen zwei Stößen:

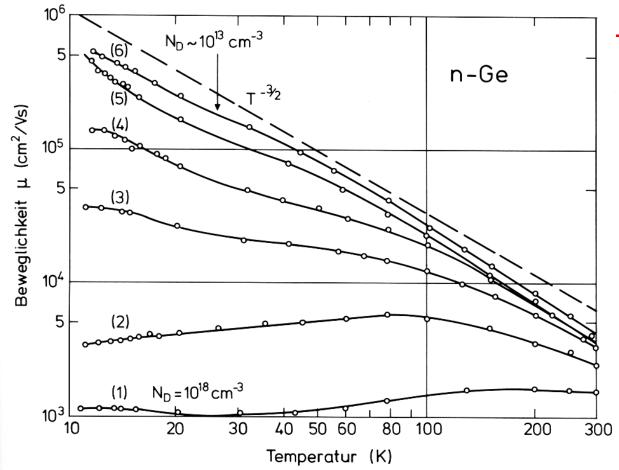
Stoß mit ionisierten Störstellen:

Stoß mit Phononen:

$$\frac{1}{\tau_{St}} \propto N_{St} T^{-\frac{3}{2}}$$

$$\frac{1}{\tau_{St}} \propto T^{\frac{3}{2}}$$

$$\mu \propto \left(\frac{1}{\tau_{St}} + \frac{1}{\tau_{Ph}}\right)^{-1}$$



-geringere Beweglichkeit bei hoher Dotierung

Abb. 12.13. Experimentell ermittelte Abhängigkeit der Beweglichkeit μ freier Elektronen von der Temperatur. Für die Proben (1) bis (6) variiert die Donatorkonzentration $N_{\rm D}$ zwischen 10^{18} und 10^{13} cm⁻³. Es handelt sich um die Proben, die auch für die Messungen in Abb. 12.11 verwendet wurden. (Nach Conwell [12.3])

T-abhängige Leitfähigkeit in Ge

-für hohe Temperaturen gegenläufiger Effekt von Ladungsträgerdichte und Beweglichkeit

Abb. 12.14. Experimentell ermittelte Leitfähigkeit σ von n-Germanium in Abhängigkeit von der Temperatur. Für die Proben (I) bis (δ), die auch für die Messungen in den Abb. 12.11 u. 12.13 verwendet wurden, variiert die Donatorkonzentration $N_{\rm D}$ zwischen 10^{18} und 10^{13} cm⁻³. (Nach Conwell [12.3])

