



D.S. Senanayake College - Colombo 07

ඩී.එස්. ශේනානයක විද්‍යාලය - කොළඹ 07

10

E

I

Third Term Test, July 2019

තෙවන වාර පරිජ්‍යනාය, 2019 ජූලි

Combined Maths

I

Grade 12

සංයුත්ත ගණිතය

12 වන ගෞනීය

Two hours

පැය දෙකදී

Instructions :

- ★ This question paper consists of two parts.

Part A (Questions 1 – 8) and **Part B** (Questions 9 – 12)

- ★ **Part A**

Answer all questions. Write your answer to question in the space provided.

- ★ **Part B**

Answer any three questions.

- ★ At the end of the time allotted, tie the answers of the two parts together so that **Part A** is on top of **Part B** before handing them over to the supervisor.
- ★ You are permitted to remove only **Part B** of the question paper from the Examination Hall.

For examiner use only

part	Question number	marks
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
B	09	
	10	
	11	
	12	
Total		
Percentage		

Paper I	
Paper II	
Total	
Final Mark	

Part - A

- Q1. Show that $x = 1$, is a solution of the equation $(q - r)x^2 + (r - p)x + (p - q) = 0$ and, if the roots of this equation are coincident, prove that, p, q, r are consecutive terms in an arithmetic progression.

02. $f(x)$ is a polynomial function of second degree. It is divided by $(2x - 1)$ and $(x + 1)$ exactly. When it is divided by $(x + 2)$ the remainder is 5. Find $f(x)$

If $\log_y(x) = 2$ and $5y = x + 12 \log_x(y)$. Find x and y.

Find all the set of real values of x satisfying the inequality $2|x^2 - 4| + x - 7 \leq 0$.

05. Evaluate $\lim_{x \rightarrow a} \left\{ \frac{\cos 2x - \cos 2a}{x^2 - a^2} \right\}$ (where a is a constant)

06. ($x \in \mathbb{R}$) and if $\cos 2x + a \sin x = 2a - 7$. Find the suitable range of values of constant a

07. Solve the equation. $\tan^{-1}(x) + \tan^{-1}(\frac{x}{2}) + \tan^{-1}(\frac{x}{3}) = \pi/2$

08. State the cosine rule for a triangle ABC in the usual notation.

D is the midpoint of the side BC of the triangle ABC and line AD and AC are perpendicular to each other. Show that, $c^2 + 3b^2 = a^2$

Part - B

Answer Only 3 Questions

09. (i) If $x \in \mathbb{R}$ then find the range of the function $f(x)$, where $f(x) = \frac{3 - 4x}{x^2 + 1}$.

If α and β are the roots of equation $\frac{3 - 4x}{x^2 + 1} = 2$, Find the quadratic whose roots are, α^2 and β^2 . Hence deduce

the equation whose roots are, $\left(\alpha^2 + \frac{1}{\beta^2}\right)$ and $\left(\beta^2 + \frac{1}{\alpha^2}\right)$

- (ii) Let $f(x) \equiv x^2 - (a+b)x + (a^2 - ab + b^2)$

Where $a \neq b$ $a, b > 0$. Show that minimum value of $f(x)$ is $\frac{3}{4}(a-b)^2$

Sketch the graph of $f(x)$.

Hence, deduce that, there no real roots for the equation $f(x) = 0$

10. (i) If $(x - k)$ is a factor of the polynomial $x^3 - (3k+2)x^2 + (2k^2 - 1)x + 6$. Find the values of k , and factories the expression.

- (ii) If $(x - k)^2$ is a factor of $x^3 + px + q$. Show that $4p^3 + 27q^2 = 0$

- (iii) Resolve into partial fractions $\frac{x^3 + 1}{(x^2 - 4)(x + 2)}$

- (iv) If x_1 and x_2 are two positive numbers. Without using differentiation find the maximum value of $x_1 x_2^2$ such that $x_1 + 2x_2 = 1$

11. (i) Using first principles, find the derivative of the function $y = \sec x$ with respect to x .

Hence find $\frac{d}{dx} [\sec^{-1}(x)]$; ($x > 0$)

- (ii) If $x = \sin\left(\frac{y}{2x}\right)$ prove that $(1-x^2)\frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} + y = 4\sqrt{1-x^2}$. When $x = 0$, find $\frac{d^2y}{dx^2}$ and $\frac{d^3y}{dx^3}$.

- (iii) If $x = e^t$, $y = \sin t$ (Where t is a parameter) show that $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + y = 0$

12. (i) Find the general solution of the equation $2 \sin 3\theta - 7 \cos 2\theta + \sin \theta + 1 = 0$.

- (ii) Let $f(x) \equiv 11 \cos^2 x - 24 \sin x \cdot \cos x + \sin^2 x$.

Express $f(x)$ is in the form of $a \cos(2x + \alpha) + b$, where a, b and α are constant to be determined

- (iii) State the sin rule.

In a triangle ABC, $AB = 1$ cm, $AC = BC$ and the point P lies on AB such that $AP = x$ cm. If $\hat{ACP} = \theta$ and

$\hat{BCP} = 2\theta$ show that $\cos \theta = \frac{1-x}{2x}$ and $\frac{1}{2} < \cos \theta < 1$

Deduce that the range of values of x .

A - කොටස

01. $x = 1, (q - r)x^2 + (r - p)x + (p - q) = 0$ ස්මිකරණයේ මූලයක් බව පෙන්වන්න. එම ස්මිකරණයට සම්පාද මූල තිබේ නම්, p, q, r සමාන්තර ග්‍රැෆීයක අනුයාත පද තුනක් ආකාරයට තිබෙන බව පෙන්වන්න.

02. $(x + 2)$ න් බෙදු විට 5 ක් ඉතිරිවන, $(2x - 1)$ න් සහ $(x + 1)$ න් හරියටම බෙදෙන x හි දෙවන මාත්‍රයේ බහුපදය තොයෙන්න.

5. $\log_y(x) = 2$ සහ $5y = x + 12$. $\log_x(y)$ තම්, x සහ y සොයන්න.

$|x^2 - 4| + x - 7 \leq 0$ අපමානකාවය විසඳුන්න.

05. $\lim_{x \rightarrow a} \left\{ \frac{\cos 2x - \cos 2a}{x^2 - a^2} \right\}$ ഒരു അനിശ്ചയമായി. (a നിയന്ത്രിക്കി.)

06. $\cos 2x + a \sin x = 2a - 7$ ($x \in \mathbb{R}$) නම්, a නියතයට ගත හැකි අගය පරාසය සොයන්න.

07. $\tan^{-1}(x) + \tan^{-1}(\frac{x}{2}) + \tan^{-1}(\frac{x}{3}) = \frac{\pi}{2}$ ആംഗീകരണ വിധാനമുണ്ട്.

08. කෝසයින නිතිය ප්‍රකාශ කරන්න. ABC Δ යේ, BC හි මධ්‍ය ලක්ෂය D වන අතර AD සහ AC රේඛා එකිනෙකට ලම්බක වේ. $c^2 + 3b^2 = a^2$ බව පෙන්වන්න.

B - කොටස

ප්‍රශන 2 කට පෙනීමේ පිටුවක යොදත්.

09. (i) $x \in \mathbb{R}$ වෙත, $\left\{ \frac{3-4x}{x^2+1} \right\} \cap$ නෙ හැකි අගය පරාසය සොයන්න.

$$\frac{3-4x}{x^2+1} = 2 \text{ වන පරිදි } x \text{ ට ගත හැකි අගයන් දෙක } a \text{ සහ } b \text{ නම්, } a^2 \text{ සහ } b^2 \text{ මූල වන වර්ග සම්කරණය සොයන්න. \\ \text{එමෙන්, } \left(x^2 + \frac{1}{b^2} \right) \text{ සහ } \left(b^2 + \frac{1}{a^2} \right) \text{ මූල වන වර්ග සම්කරණය අපෝහනය කරන්න.}$$

(ii) $f(x) \equiv x^2 - (a+b)x + (a^2 - ab + b^2)$ යැයි ගනිමු. ($a, b > 0, a \neq b$ වේ.)

$$f(x) \text{ හි අවම අගය } \frac{3}{4}(a-b)^2 \text{ බව පෙන්වන්න. } y = f(x) \text{ හි ප්‍රස්ථාරය අදින්න.}$$

$$f(x) = 0 \text{ සම්කරණයට තාන්ත්‍රික මූල නොමැති බව අපෝහනය කරන්න.}$$

10. (i) $x^3 - (3k+2)x^2 + (2k^2 - 1)x + 6$ බහු පදන්යේ $(x - k)$ සාධකයක් නම්, k හි අගය සොයන්න. k හි එම අගයන් සඳහා බහු පදන්යේ ඉතිරි සාධක සොයන්න.

(ii) $x^3 + px + q$ බහු පදන්යේ $(x - k)^2$ සාධකයකි. $4p^3 + 27q^2 = 0$ බව පෙන්වන්න.

(iii) $\frac{x^3+1}{(x^2-4)(x+2)}$ හින්න හාග වලට වෙන් කරන්න.

(iv) $x_1 + 2x_2 = 1$ වන පරිදි x_1 හා x_2 නම් දහ සංඛ්‍යා දෙකක් තිබේ. (කාලනය හාවිතයෙන් තොරව) $x_1 x_2^2$ ට ගත හැකි උපරිම අගය සොයන්න.

11. (i) $\sec x$ හි අවකලන සංග්‍රහණය, ප්‍රථම මූලධුරමය මගින් සොයන්න. ($x > 0$ වේ.)

$$\text{එමෙන් } \frac{d}{dx} [\sec^{-1}(x)] \text{ සොයන්න.}$$

(ii) $x = \sin \left(\frac{y}{2x} \right)$ නම්,

$$(1-x^2) \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} + y = 4\sqrt{1-x^2} \text{ බව පෙන්වන්න. } x=0 \text{ විට } \frac{d^2y}{dx^2} \text{ හා } \frac{d^3y}{dx^3} \text{ සොයන්න.}$$

(iii) $x = e^t, y = \sin t$ (t - පරාමිතියකි.) නම් $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + y = 0$ බව පෙන්වන්න.

12. (i) $2 \sin 3\theta - 7 \cos 2\theta + \sin \theta + 1 = 0$ සම්කරණයේ සාධාරණ විසඳුම් සොයන්න.

(ii) $f(x) \equiv 11 \cos^2 x - 24 \sin x \cdot \cos x + \sin^2 x$ වේ.

$f(x) \equiv a \cos(2x + \alpha) + b$ වන පරිදි a, b, α නියත සොයන්න. $f(x)$ හි අවම අගය සහ උපරිම අගය සොයන්න.

(iii) සයින් නිනිය ප්‍රකාශ කරන්න.

ABC Δ දේ AB = 1 cm ද, AC = BC ද වේ. AP = x cm වන පරිදි, AB පාදය මත P ලක්ෂය පිහිටා තිබේ. $\hat{ACP} = \theta$

ද, $\hat{BCP} = 2\theta$ ද නම්, $\cos \theta = \frac{1-x}{2x}$ බව පෙන්වන්න. $\frac{1}{2} < \cos \theta < 1$ බව පෙන්වා, x ට ගත හැකි අගය පරාසය

අපෝහනය කරන්න.