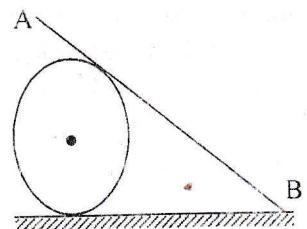


09. AB, BC are two uniform rods of equal length and weight  $w$ . Those two rods have been smoothly jointed at B. The system ABC kept in equilibrium with end A hinged to a point on a vertical wall and end C below to the joint B, by a horizontal force  $w$ , acting at C, in a direction outdoor from the wall. If  $\theta$  is the angle of which BC makes with down word vertical. Show that  $\tan \theta = 2$ . Find the magnitude of the reaction at the joint B.

.....  
 .....

10. A rough uniform cylinder lie on a rough horizontal plane with its axis horizontal. A heavy uniform rod AB, is in equilibrium touching the curved surface of the cylinder and the end B is contact with the horizontal plane. If the rod is inclined  $\theta$  to the horizontal and the angle of friction between the rod and the cylinder is  $\lambda$ , Show that  $\lambda \geq \theta/2$ .

.....  
 .....





**First Term Test - 2016 November**

## Combined Mathematics II

Grade 13

## Part B

11. a) A particle A starts to move from rest, with a constant acceleration  $\mathbf{f}$ , due east, along a straight path from a point  $\mathbf{X}$ . When the velocity of A is  $\mathbf{u}$ , another particle B of velocity  $4\mathbf{u}$  is moving due east, with a constant retardation  $k\mathbf{f}$  from a point  $\mathbf{Y}$ , which is at  $\mathbf{h}$  distance due west from  $\mathbf{X}$ .

After time  $T$ , both A and B meet. Draw the velocity time graph for the motion of two particles on a same diagram.

$$\text{Hence show that } (k+1) f T^2 - 6uT + \frac{u^2}{f} + 2h = 0$$

Deduce that if  $\frac{2(4u^2 - hf)}{u^2 + 2hf} > k$ , then two particles A and B will meet twice.

- b) A plane  $P$ , can fly with a speed  $2u \text{ kmh}^{-1}$  in still air. When a wind is blowing at a speed of  $u \text{ kmh}^{-1}$  due East, the plane  $P$  wish to travel from an airport  $A$  to another airport  $B$ , which is at  $a \text{ km}$  due North from  $A$ .

Find the direction of which the plane P, should fly to reach B.

When P starts to fly from A, another plane Q starts to fly from an airport C, which is at a distance  $\frac{a\sqrt{3}}{6}$  km due East from the air port A. If the plane Q can fly with a speed of  $\sqrt{7} u \text{ kmh}^{-1}$ , in still air, find the direction of Q, should fly in order to meet the plane P.

Also find the time taken to meet P and the distance from A, to the place they meet.

12. a) A particle is projected with velocity  $v$ , at an angle  $\alpha$  to the horizontal, from a point on the top of a building. After time  $T$ , another particle is projected horizontally from the same point of projection, with velocity  $u$ .

If those two particles collide in flight, Show that  $T = \frac{2u}{g} \tan \alpha / 2$ .

- b) The position vector  $\underline{r}$  of a moving particle after time  $t$  is given by

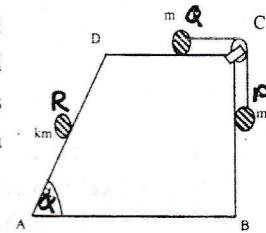
$$L = (5 + 20t) \hat{i} + (95 + 10t - t^2) \hat{j}, \text{ where } \hat{i} \text{ and } \hat{j} \text{ have usual meaning}$$

- i.) Find the initial velocity of the particle.

- ii.) When  $t = T$ , the particle moves in a direction perpendicular to the initial velocity.

Find the value of  $T$  and the displacement of the particle from its initial position at time  $t = 0$ .

13. a) A cross section of a smooth wedge of mass  $2m$  is given in the diagram. It is placed on a smooth horizontal table. A particle  $R$  of mass  $km$  is placed on the inclined surface  $AD$  and other two particles  $P$  and  $Q$  are each of weight  $m$ . When  $Q$  is placed on  $DC$  horizontal plane, while  $P$  is hanging over a smooth peg at  $C$  by an inelastic string.



Write down necessary equations to determine the acceleration of the wedge and the acceleration of  $P, Q$  and  $R$  particles relative to the wedge.

$$\text{Hence show that the acceleration of the wedge is } \frac{(1 - k \sin 2\alpha)g}{7 + 2k \sin^2 \alpha}$$

If  $k = \frac{1}{2}$  and  $\alpha = \frac{\pi}{4}$ , find the acceleration of each particle relative to the wedge.

- b.) A lift ascends with a constant acceleration  $\frac{g}{3}$ . A smooth pulley has fixed to the roof of the lift and two particles of mass  $m$  and  $km$  ( $k > 1$ ), are connected to the both end of the an inelastic string, pass over the smooth pulley. Then the system is released with strings are vertical and tight.

$$\text{Show that the acceleration of the two particles relative to the lift is } \frac{4g(k-1)}{3(1+k)}$$

Find the tension of the string.

14. a) A, B and C are three non co-linear points of which  $\overrightarrow{AB} = \underline{a}$ ,  $\overrightarrow{AC} = \underline{b}$ ,

$E$  is a point on  $BC$  such that  $BE : EC = k : 1$ .

$F$  is a point on  $AE$  such that  $AB$  and extended  $CF$  are meet at  $H$ , in the ratio  $AH : HB = 3k : 1$

$$\text{Show that i) } (1+k)\overrightarrow{AE} = \underline{a} + k\underline{b}$$

$$\text{ii) } (1+3k+3k^2)\overrightarrow{AF} = 3k\underline{a} + 3k^2\underline{b}$$

Further  $L$  is a point on  $AC$  such that  $CL : LA = 2 : 1$

If  $B, F$  and  $L$  are collinear, show that  $6k^2 = 1$ .

- b) ABCD is a rhombus of length  $2a$  and  $\hat{B}AD = 60^\circ$ . E is the mid point of DC.

Forces of Newton  $1, 2, q, p, 2\sqrt{3}, 4$  and  $2\sqrt{3}$  acts along the sides  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{DA}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BD}$  and  $\overrightarrow{EB}$  respectively Show that the system can not be in equilibrium.

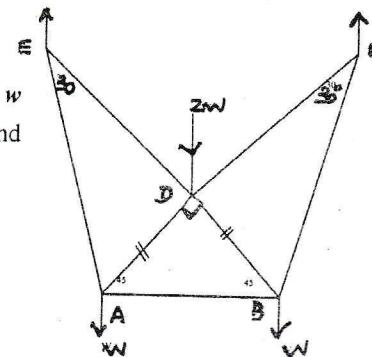
i) If the system reduce to a couple find the moment of the couple.

ii) If the system is reduced to a single force pass through A, Show that  $q = (-2)$ .

By taking  $p = 1$ , find the magnitude and direction of this resultant.

15. a) Four uniform rods AB, BC, CD and DA, each of weight  $w$  and length  $2a$ , are freely jointed at their ends to form a rhombus. Each of the joints B and D carries equal weights of  $2w$ . Now it is suspended from the joint A and its shape is maintained by a light rod EF of length  $a\sqrt{3}$ , connected to the mid points of the rods BC and CD respectively.

Find the thrust in the light rod and the reaction at the joint C.



- b) A frame work consists of seven light rods and hanging three loads of  $w$ ,  $w$  and  $2w$  at the joints A, B and D respectively in a vertical plane and suspended at E and C.

The rods AE, ED, DC and BC are equal in length and  $AD = DB$ .

Also  $AED = DCB = 30^\circ$  and  $ADB = 90^\circ$  in the symmetric position.

- Find the tensions at E and C.
- Using the bows notation draw a stress diagram and find the stress in the rods AB, BC, DC and DB. Distinguish them into tension or thrust.

16. The foot of a uniform ladder of weight  $2w$  and length  $4a$  rest on a rough horizontal ground and the top of the ladder rests against a smooth vertical wall.

The ladder is in equilibrium in a vertical plane and makes an angle  $\theta$  with downward vertical.

The co-efficient of friction between the ladder and the ground is  $\mu$ .

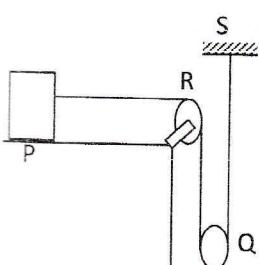
- Show that a man of weight  $6w$  can climb safely to the top of the ladder provided that  $\mu \geq \frac{7}{8} \tan \theta$
- In the case of  $\theta = \frac{\pi}{6}$  and  $\mu < \frac{\sqrt{3}}{8}$ 
  - Show that the minimum couple should apply to the system such that the man could climb safely to the top of the ladder is,  $8aw$ .
  - When this couple is added to the system, find the maximum distance that he can climb along the ladder carrying a weight of  $w$ .

A - කොටස

01. x,y මෝටර් රථ දෙකක්  $5\text{m s}^{-1}$  හා  $4\text{m s}^{-1}$  ඒකාකාර ප්‍රවේශ වලින් එකිනෙකට මුහුනලා සරල රේඛීය මාර්ගයක ගමන් කරයි. රථ දෙක අතර දුර  $\text{dm}$  වන විට, X තම වාහනයේ තිරිංග යොදු අතර ඉන් තත්පර තාලයකට පසු  $y$  ද් තිරිංග යොදු නිසා ගැටීමෙන් යන්තම් වලක්වා ගත හැකි විය. වාහන දෙකෙහි වලිනය සඳහා ප්‍රවේශකාල විනු එකම සවහනක ඇද, එනයින් තිරිංග යොදුමෙන් තත්පර  $\frac{2}{9}\left(\frac{d}{u}-2t\right)$  තාලයකට පසු එය නවතා ගත හැකි වන බව පෙන්වන්න.

02. මගියෙක් ය ප්‍රවේශයෙන් උතුරට ගමන් කරන විට, සූලග නැගෙනහිරින්  $\theta$  කේෂයක් උතුරට පිහිටි දිගුවක සිට හමනු දැනේ. මගියා ඔහුගේ ගමන් වේය මුදුකා කළ විට, සූලග නැගෙනහිරින්  $2\theta$  කේෂයක් උතුරට පිහිටි දිගුවක සිට හමනු දැනේ. සූලගේ නියම වේය නැගෙනහිර සිට බවහිර දෙසට නම්,  $\theta = \frac{\pi}{6}$  බව පෙන්වන්න.

03. O ලක්ෂයක සිට තිරසට  $\alpha$  කේතයකින් ආනතව  $\mu$  ප්‍රවේශයෙන් ප්‍රක්ෂේපනය කළ අංශුවක් පර්යෙහි වූ  $(x, y)$  ලක්ෂයක් හරහා ගමන් කරන විට, පරාවතුයේ සමීකරණය  $gx^2 \sec \alpha = 2u^2(x \sin \alpha - y \cos \alpha)$  මගින් ලබා දෙන බව සලකා එම අංශුව O ලක්ෂයයේ සිට d තිරස් දුරකින් පිහිටි තාප්පයක් හරහා ගැඹී නොගැඹී ගමන් කර තාප්පයෙහි පාමුල සිට  $\frac{d}{2}$  ක තිරස් දුරකින් වූ ලක්ෂයක පතිත වේ නම්, තාප්පයක උස  $\frac{d}{3} \tan \alpha$  බව අපෝහනය කරන්න.

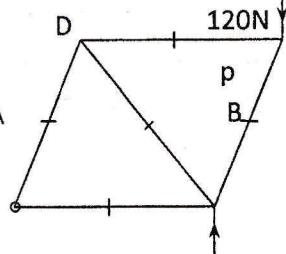


සර්වන සංග්‍රහකය  $\frac{1}{3}$  වූ R එහි මෙසයක් මත පිහිටි ස්කන්ධය m වූ P අංශුවකට අවිතනය තන්තුවක එක් කෙළවරක් ගැටගසා එය මෙසයේ දාරයේ පිහිටි R අවල ක්ෂේපියක් මගින් පන්නා රේට පසු ස්කන්ධය 3m වූ Q නම් සවල ක්ෂේපියක් යටින් ගොස් එහි අනෙක් කෙළවර සිලිමේ පිහිටි S ලක්ෂයකට ගැට ගසා ඇති අසුරු රුපයේ දක්වේ. සියලු තන්තු කොටස් තිරස් නො සිරස් වේ. පද්ධතිය නිශ්ලේෂ්‍යයෙන් මූද්‍යාරිය විට තන්තුවේ ආත්තිය සොයන්න.

05.  $\underline{a}$  හා  $\underline{b}$  යනු ඒකක දෙකින් 2කි. ( $\underline{a}+2\underline{b}$ ) දෙකිනය හා ( $5\underline{a}-4\underline{b}$ ) දෙකිනය එකිනෙකට ලම්භක නම්,  $\underline{a}$  හා  $\underline{b}$  දෙකින් අතර කේත්‍ය සොයන්න.

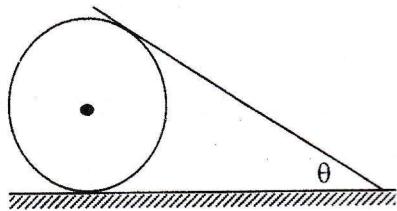
07. OXY තළයේ  $(2i+5j)$ ,  $4j$  හා  $(-i+j)$  යන පිහිටුම් දෙකින් ඇති ලක්ෂණ වලදී  $(P_i+3P_j)N$ , හා  $(-2P_i-P_j)N$ , හා  $(P_i-2P_j)N$  බල ක්‍රියා කරයි. බල පද්ධතිය යුත්මයකට උග්‍රහය වන බව පෙන්වා යුත්මයේ සූර්ජ සොයා, එහි අත දක්වන්න.

5. BC

08.  C සමාන සැහැල්පු දුඩු රකින් සමන්විත රාමු සැකිල්ලක් රුපයේ දැක්වේ. එය A ලක්ෂයකදී සුම්ම ලෙස විවර්තනය කර ඇති අතර AB තිරස්ව පිහිටා පරිදි B හිදි P සිරස් බලයක් යොදා ඇත. Cහිදි 120N සිරස් භාරයක් යොදා ඇත්තම්, ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් ඇද BC හා දුඩු වල ප්‍රත්‍යාබල සොයන්න.

09. එක් එක් දැන්වේ බර  $W$  ද දිග  $2a$  ද වූ  $AB, BC$  ඒකාකාර දඩු  $2$ ක්  $B$ හි ද සුවල ලෙස අසවී කර  $A$  හිදී සුමට ලක්ෂ්‍යකට විවර්තනය කර ඇත.  $C$  හිදී යොදන  $W$  තිරස් බලයක් නිසා  $AB$  හා  $BC$  දඩු එක එකක් සිරසට ආනතව පිහිටන අතර  $BC$  දැන්ව තිරසට ආනත කෝණය  $\theta$  නම්,  $\tan \theta = 2$  බව පෙනවා,  $B$  හිදී ප්‍රතිශ්‍රියාවේ විශාලත්වය හා දිගාව සොයන්න.

10.



එකාකාර සහ වෘත්ත සිලින්බරයක් එහි අක්ෂය තිරස් වන පරිදි රඟ තිරස් බිමක නිශ්චලව පවති. ඒකාකාර බර දැන්වක් එහි එක් කෙළවරක් බිමෙහි පිහිටනයේද දැන්ව සිලින්බරයේ අක්ෂයට ලමිනක තලයක පිහිටන සේ සිලින්බරයේ වනු පාෂ්චායට ස්ථාපනකට පවති. දැන්ව තිරසට  $\theta$  කෝණයකින් ආනතද, දැන්ව හා සිලින්බරයේ ස්ථාපන ලක්ෂ්‍යයේ සර්ථන කෝණය  $\lambda$  නම් සිලින්බරයේ සමතුලිතාවය සැලකීමෙන් පද්ධතිය සමතුලිතව පවතින විට,  $\lambda \leq \frac{\theta}{2}$  බව පෙන්වන්න.



**චිත්‍ර තේක්නොලගි විද්‍යාලය - කොළඹ 07..**

**සංග්‍රහක් ගණනය II**

**13 ප්‍රේමිය**

**කාලය පැය 3 දි**

නම : .....

**B කොටස**

- (11)(a) X නම් ලක්ෂණයක සිට නිශ්චලතාවයෙන් ගමන් අරඹන A අංශුවක් ඒකාකර ත්වරණයෙන් සරල රේඛාවක නැගෙනහිර දෙසට වලනය වේ. A අංශුවහි වෙශය  $\parallel$  වන විට තවත් B අංශුවක්  $4u$  වෙශයෙන් හා  $kf$  ඒකාකර මත්දනයෙන් යුතුව X සිට  $h$  දුරක් බටහිරන් පිහිටි Y නම් ලක්ෂණයක සිට නැගෙනහිර දෙසට වලනය වීම අරඹයි. B අංශුව වලනය වීම අරඹා T කාලයකට පසු A අංශුව හමුවේ නම්, A හා B අංශු දෙක සඳහා එකම සටහනේ ප්‍රවේශකාල වතු අදින්න. එනයින්,  $(k+1)fT^2 - 6uT + \frac{u^2}{f} + 2h = 0$  බව පෙන්වන්න.  $\frac{2(4u^2 - hf)}{u^2 + 2hf} \geq k$  වීම අනුව A හා B අංශු, දෙවරක් හමුවීම හෝ එක්වරක් හමුවීම සිදුවන බව අපෝහනය කරන්න.

- (b) නිශ්චල වාතයේදී  $2u \text{ kmh}^{-1}$  ක ප්‍රවේශයෙන් පියාසර කළ හැකි ගුවන් යානයක්  $u \text{ kmh}^{-1}$  ප්‍රවේශයෙන් නැගෙනහිර දෙසට සූළුගක් හමන දිනක, A නම් ගුවන් තොටුපලක සිට එයට  $a \text{ km}$  දුරක් උතුරන් පිහිටි B ගුවන් තොටුපල වෙත යාමට නම් අහස්‍යනය ගුවන් ගත කළ යුතු දියාව සෞයන්න.

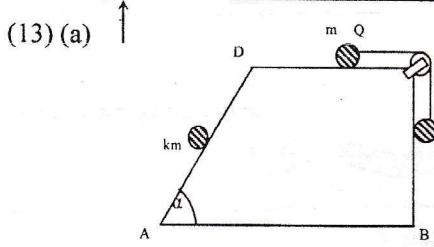
A සිට ගුවන් යානය ගුවන් ගත වන මොනොයේදී A ගුවන් තොටුපලට නැගෙනහිර දෙසින්  $\frac{\sqrt{3}a}{6} \text{ km}$  දුරන් පිහිටි C ගුවන් තොටුපලක සිට පලමු ගුවන් යානය හමුවීම සඳහා තව ගුවන් යානයක් පිටත්වේ. එම ගුවන් යානයට නිශ්චල වාතයේදී  $\sqrt{7} u \text{ kmh}^{-1}$  ක ප්‍රවේශයකින් ගමන් කළ හැක. මේ සඳහා ගුවන් යානය ගුවන් ගත කළයුතු දියාව සෞයන්න. ගුවන්යානා හමුවීමට ගතවන කාලයද හමුවන සේරානයට A සිට දුරද සෞයන්න.

- (12)(a) ගොඩැලුලක මුදුනේ සිට තිරස සමය  $\alpha$  කොළඹක් සාදුමින්  $\parallel$  ප්‍රවේශයෙන් අංශුවක් ඉහළ දෙසට ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ. T කාල ප්‍රාන්තරයකට පසුව එම ලක්ෂණය සිට  $\parallel$  තිරස ප්‍රවේශයෙන් පලමුවන අංශුව වලනය වන තළයෙහිම තවත් අංශුවක් ප්‍රක්ෂේපණය කෙරේ. අංශු දෙක සටහනය වේ නම්,  $T = \frac{2u}{g} \cdot \tan \frac{\alpha}{2}$  බව පෙන්වන්න.

- (b) වලනය වන අංශුවක  $r$  පිහිටුම් දෙශීකය  $t$  කාලයේදී  $r = (5 + 20t)j + (95 + 10t - t^2)j$  මගින් දෙනු ලැබේ.

මෙහි  $i$  හා  $j$  ව සූපුරුදු තේරුම් ඇත.

- අංශුවේ ආරම්භක ප්‍රවේශය සෞයන්න.
- $t = T$  කාලයේදී වලනයේ ආරම්භක දියාවට ලම්භ දියාවක් ඔස්සේ අංශුව වලනය වෙමින් පවතියි. T හි අගයද  $t = T$  වන විට ආරම්භක පිහිටීමේ සිට අංශුවට ඇති දුරද සෞයන්න.



(13)(a)

සුම්ට තිරස් තලයක් මත තබා ඇති ස්කන්ධය 2m වූ සුම්ට කුණ්ඩායක කෙන්දුකා හරස්කවික රුපයක් දක්වේ. AD මුහුණත තිරසට  $\alpha$  කෝණයකින් ආනත වන අත් එය මත ස්කන්ධය km වන අංශවක් තබා ඇතු. ස්කන්ධය m බැඳීන් වූ P හා Q අංශ දෙකක් C හිදී සුම්ට කප්පියක් මතින් දමා ඇති අවිතනාය තන්තුවක දෙකෙලවින් ගැට ගසා ඇති අතර Q අංශව කුණ්ඩායේ තිරස මුහුණත මතද P අංශව සිරස්ව එල්ලමින් පවතී. පද්ධතිය නිශ්චලකාවයෙන් මුදා හරින ලද නැමි තදන්තර වලිතයේදී කුණ්ඩායේ ත්වරණයද P, Q හා R අංශ වල කුණ්ඩායර සාපේක්ෂ ලෙස ත්වරණ සෙවීමට ප්‍රමාණවන් සැකිරණයද ලබා ගන්න. එනයින් කුණ්ඩායේ ත්වරණය,  $\frac{g(1 - k \sin 2\alpha)}{7 + 2k \sin^2 \alpha}$  බව පෙන්වන්න.

$$k = \frac{1}{2} \text{ හා } \alpha = \frac{\pi}{4} \text{ නම් අංශ වල කුණ්ඩායට සාපේක්ෂ ත්වරණ සොයන්න. \quad \blacksquare$$

- (b) විදුලි සේපානයක සිවිලිමේ සවිකරන ලද කප්පියක් මතින් ගමන් කරන අවිතනා තන්තුවක දෙකෙලවිට ස්කන්ධය m හා km වූ ( $k > 1$ ) අංශ දෙකක් සවිකර ඇතු. තන්තුව තදට සිටින සේ තබා ඇති අතර සේපානය  $\frac{g}{3}$  ත්වරණයෙන් ඉහළ යාමට සලස්වන ලදී. අංශ නිශ්චලකාවයෙන් මුදා හරින ලද නම්, සේපානයට සාපේක්ෂව අංශවල ත්වරණය  $\frac{4g(k-1)}{3(1+k)}$  බව පෙන්වා තන්තුවේ ආතනිය සොයන්න.

- (14)  $\overrightarrow{AB} = \underline{a}, \overrightarrow{AC} = \underline{b}$ , වන පරිදි A,B,C ඒකරේවිය නොවන ලක්ෂ්‍ය පිහිටා ඇතු. BC මත E ලක්ෂ්‍ය ගෙන ඇත්තේ  $\frac{BE}{EC} = k$  වන ලෙස ද AE මත F ලක්ෂ්‍ය ගෙන ඇත්තේ CF දික්කල විට AB හමු වන ලක්ෂ්‍ය H විට,  $\frac{AH}{HB} = 3k$  වන පරිදිය.

$$(i) (1+k)\overrightarrow{AE} = \underline{a} + k\underline{b} \text{ හා }$$

$$(ii) (1+3k+3k^2)\overrightarrow{AF} = 3k\underline{a} + 3k^2\underline{b} \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

AC මත L ලක්ෂ්‍ය ගෙන ඇත්තේ  $\frac{CL}{LA} = 2$  වන ලෙසය. B,F,L ඒක රේවිය නම්  $6k^2 = 1$  බව ආපෝහනය කරන්න.

- (b) A,B,C,D රෝම්බසයේ පාදයක දිග 2a වෙයි.  $B\hat{A}D = 60^\circ$  වේ. E යනු, DC පාදයේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය වේ.  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{DA}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BD}$ , සහ  $\overrightarrow{EB}$  පාද මස්සේ පිළිවෙළින් 1N, 2N, qN, pN,  $2\sqrt{3}N, 4N$  හා  $2\sqrt{3}N$  බල ක්‍රියා කරයි. මෙම පද්ධතිය සමතුලිත යිය නොහැකි බව පෙන්වන්න.

(i) පද්ධතිය යුත්මයකට උගනනය වෙයි, නම් P හා q සොයන්න. යුත්මයේ සුර්ණයද ලබා ගන්න.

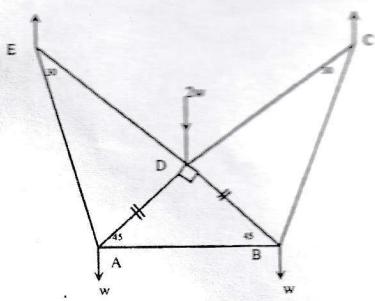
(ii) බල පද්ධතිය A හරහා ක්‍රියා කරන තනි බලයකට උගනනය වෙයි නම් q = (-2) බව පෙන්වා, p = 1 ලෙස ගෙන සම්පූර්ණයේ විශාලත්වය හා දිගාව සොයන්න.

- (15) (a) දිග 2a හා බර W බැඳීන් වූ AB,BC,CD සහ DA ඒකාකාර දුඩු හතරක් A,B,C,D ලක්ෂ්‍ය වලින් සුම්ට ලෙස සන්ධි කිරීමෙන් ABCD රෝම්බසය සාදා ඇතු. එය රෝම්බසය ආකාරය ගන්වා ඇත්තේ BC හා CD හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය වන E හා F ලක්ෂ්‍යය යා කරන  $\sqrt{3}a$  දිග සැහැල්පූ දැන්වික් මැඹිනි. A ලක්ෂ්‍යයෙන් නිදහස් එල්ලා ඇති මෙම රෝම්බසයේ B හා D ලක්ෂ්‍ය වල බර 2W බැඳීන් වූ හාර එල්ලා ඇතු.

(i) C ලක්ෂ්‍යයේ ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වය හා දිගාව සොයන්න.

(ii) EF සැහැල්පූ දැන්වි ප්‍රත්‍යා බලය සොයන්න.

(b)



ආහැල්ල දෙපු ගින් යුත් රාමු සැකිල්ලක් රුපයේ දක්වේ. ADB සම්බුද්ධීයාද සංස්කරණී ත්‍රිකෝණයක් වන අතර ADE හා DBC සම්බුද්ධීයාද ත්‍රිකෝණ දෙකකි. එහි  $AED = BCD = 30^\circ$  වේ. මෙම රාමු සැකිල්ල සම්මතික ලෙස E හා C ලක්ෂණය වලින් එල්ලා ඇති අතර A,D, හා B ලක්ෂණය වලදී පිළිවෙළින් W,2W හා W එල්ලා ඇති.

(1) E හා C ලක්ෂණය වලදී, ප්‍රතිත්‍රියා සෞයන්න.

(2) බෝ අංකනය භාවිතයෙන් ප්‍රත්‍යාග්‍ය සටහනක් ඇද ආත්‍යි හා තෙරපුම් වෙන් වෙන් වශයෙන් දක්වාමින් AB,BC,DC, හා DB දෙනු වල ප්‍රත්‍යාග්‍ය බල සෞයන්න.

(16) (a) බර  $2W$  සහ දිග  $4a$  වන ඒකාකර ඉනිමගක් එක් කෙළවරක් රූ තිරස් පොලුවක් සමඟ ගැටෙමින්ද අනෙක් කෙළවර යුමට තිරස් ඩින්තියක් හා ගැටෙමින්ද ඩිරස් තලයක සමතුලිතකාවයේ පවතින විට ඉනිමග යටි අත් ඩිරස් සමඟ එ කෝණයක් සාදනු ලැබේ. රූ පොලුව සහ ඉනිමග අතර සර්ණ සංග්‍රහකය ම වේ.

(a)  $\mu \geq \frac{7}{8} \tan \theta$  වන පරිදි ඇති විට,  $6W$  බරති මිනිසෙකුව අනතුරකින් තොරව ඉනිමගෙහි ඉහළවම යාමට හැකි බව පෙන්වන්න.

(b)  $\theta = \frac{\pi}{6}$  සහ  $\mu < \frac{\sqrt{3}}{8}$  අවස්ථාව සඳහා,

(i) මිනිසාව අනතුරකින් තොරව ඉනිමගේ ඉහළවම යාම සඳහා පද්ධතියට එක්කලයුතු යුතුමයේ විශාලත්වයේ අවම අයය  $8aW$  බව පෙන්වන්න.

(ii) එම යුතුමය යොදා ඇති අවස්ථාවේදී  $W$  බරක් රැගෙන එම මිනිසාව ඉනිමග දිගේ අනතුරකින් තොරව කොපමත යුතුක් ඉහළට යා හැකිද?

## Part A

- 1) From the mathematical induction prove that  $2^{3n} - 1$  is divisible by 7, for all  $n \in \mathbb{Z}^+$ .

$$2) \text{ If } x = \log_a bc, y = \log_b ac \text{ and } Z = \log_c ab.$$

Show that  $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{y+1} + \frac{1}{Z+1} = 1$

- 3) Find the set of solutions of  $x$ , of which satisfy the inequality  $\frac{1}{3-x} \geq \frac{1}{x-2}$ .

4) If the quadratic equation  $ax^2 + 2bx + c = 0$ , hold real roots, Show that the roots of the equation  $ax^2 + 2bx + 2c(ax+b) + c = 0$  are also real.

$$5) \text{ Evaluate the limit } x \xrightarrow{\lim} 0 \quad \frac{1 - \cos^3 x}{x \sin x \cdot \cos x}.$$

6) Find the value of  $\theta$  in the range  $\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \pi$ , Such that  $\cos 3\theta + 2 \cos \theta = 0$ .

7) Given that  $\sum_{r=1}^n r^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$

Show that the sum of the  $n$  terms of the series whose  $n^{\text{th}}$  term is  $n^3 + 3^n$ ,  $n \in \mathbb{Z}^+$

$$\text{is } \frac{1}{4} [n^2(n+1)^2 + 2.3^{n+1} - 6].$$

- 8) The curve  $y = ax^3 + bx + 8$  touches the  $x$ -axis at  $P(-2, 0)$  and cuts the  $y$ -axis at a point  $Q$ , where the gradient of the curve at  $Q$  is 3. Find the co-ordinates of  $Q$  and the value of  $a$  and  $b$ .

- 9) If the medians AD and BE of the triangle with vertices A (0,b), B(0,0) and C(a,0) are perpendicular to each other ( $a,b > 0$ ). Show that the equation of the straight line through the point  $(a,b)$  and perpendicular to the side AC, is given by  $y = \sqrt{2} x - b$ .

10) Find the non zero integral solution for  $x$  which satisfy the equation.

$$\tan^{-1} \frac{1}{2x+1} + \tan^{-1} \frac{1}{4x+1} = \tan^{-1} \frac{2}{x^2}$$



**D. S. Senanayake College, Colombo 07**

**Combined Mathematics I**

**Grade 13**

**Part - B**

- 1) a) Let  $\alpha$  and  $\beta$  are roots of the quadratic equation  $x^2 - bx + c = 0$ .

Write  $\alpha^2 + \beta^2$  in terms of  $b$  and  $c$ .

Find the quadratic equation whose roots are  $\lambda = \alpha - \beta^2$  and  $\mu = \beta - \alpha^2$ .

If  $x^2 - bx + c = 0$  hold real roots deduce that  $\lambda$  and  $\mu$  are also real.

Hence find for what value of  $b$ , does  $\lambda = \mu$ .

- b)  $(x-1)$  and  $(x+3)$  are factors of the function  $f(x) = x^3 + px^2 + qx - p$ .

Find the value of  $p$  and  $q$ .

When  $p$  and  $q$  hold these values, find the integral value of  $k$ , such that when  $f(x)$  is divided by  $(x - k)$ , the remainder is 15.

- 12) a) Let  $f(x) \equiv a[(x+p)^2 + q] \equiv ax^2 + bx + c$ , Find  $p$  and  $q$ , in terms of  $a, b, c$ .

If  $f(x)$  hold is minimum of (-1) at  $x = -\frac{1}{3}$  and  $\frac{8}{3}$  is a solution of  $f(x)$ , find  $a, b$  and  $c$  values.

- b) Draw the graph of  $y = |x + 2|$ .

Hence draw the graph of  $f(x) = 5 - |x + 2|$  in a separate diagram

Draw the graph of  $g(x) = |x - 1|$  in the same diagram of which  $f(x)$  has already drawn.

Hence solve the equation  $|x + 2| + |x - 1| > 5$ .

- 13) From the principle of mathematical induction prove that  $\sum_{r=1}^n r = \frac{n(n+1)}{2}$ .

Find the value of  $A$  and  $B$  such that  $\frac{1}{r(r+1)} = \frac{A}{r} + \frac{B}{r+1}$  for  $r \in \mathbb{Z}^+$ .

Consider the following series

$$1 + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \frac{1}{1+2+3+4} + \dots$$

Write the  $r^{\text{th}}$  term  $U_r$  of the series.

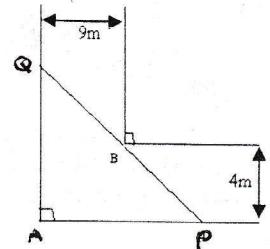
Find a function  $f_r$  such that  $U_r = f_{(r)} - f_{(r+1)}$

Hence show that  $\sum_{r=1}^n u_r = \frac{2n}{n+1}$ . Find the sum of infinite terms of the above series.

Deduce the Sum  $\sum_{k=2}^{\infty} \frac{1}{1+2+3+\dots+k}$

- 14) a) The figure shows the junction of two corridors of width 9 m and 4 m, which are at right angles. P and Q are two variable points such that PBQ is a straight line as shown in the diagram.  
Let AP =  $x$  and AQ =  $y$ . Express  $y$  in terms of  $x$ .

let  $l = AP + AQ$ . Hence find the value of  $x$   
Such that the value of  $l$  is minimum.



b) let  $f(x) = \frac{9 - 4x^2}{x^2 - 1}$

Show that the first derivative of  $f(x)$  is  $f'(x) = \frac{-10x}{(x^2 - 1)^2}$ .

Write the equation of the asymptotes of the graph  $y = f(x)$ .  
Find the co-ordinate where the graph cut the  $x$ -axis.  
Hence draw the graph of  $y = f(x)$  indicating the asymptotes and the turning points.

### parallelogram .

- 15) a) ABCD is a rhombus. The equations of the sides AB, BC and the diagonal AC are  $2x - 3y + 4 = 0$ ,  $3x + 4y - 5 = 0$  and  $6x - 7y + 8 = 0$  respectively.

Find the equation of the other two sides and the other diagonal BD.

- b)  $l_1$  and  $l_2$  are two straight lines given by  $x + a^2y = 2a$  and  $x + b^2y = 2b$  respectively, where  $|a| \neq |b|$

Show that  $l_1$  and  $l_2$  are not parallel.

Find the coordinates of the point P, where  $l_1$  and  $l_2$  intersect each other.

Let  $Q \equiv (a, \frac{1}{a})$  and  $R \equiv (b, \frac{1}{b})$ .

Show that the straight line joining the mid point of QR and P, pass through the origin (0,0).

- 16) a) Find the solution of the equation,  
 $11 \cos x + 7 \sin x = 13$ , in the range  $0 \leq x \leq 2\pi$

- b) If  $\cos 2x - \sin 2x = R \cos(2x + \alpha)$ , Find R and  $\alpha$ .

Hence draw the graph of  $y = \cos 2x - \sin 2x$  in the range  $-3\pi/8 \leq x \leq 5\pi/8$ .

- c.) State the sine rule for a triangle.

D and E are the points on AB and AC of a triangle ABC, Such that  $\hat{B}CD = \hat{C}BE = \theta$ .

Show that  $BE = \frac{ab \sin C}{a \sin \theta + c \sin(B - \theta)}$ .

Obtain a similar expression for CD.

If  $BE = CD$ , deduce that  $AB = AC$ .



**வி. எக். கேள்வியை விடுவதே... கொடுக் 07..**

ප්‍රථම වාර පරික්ෂණය - 2016 කොටසම්බර

## සිංහල ගතිතය I

13 ଲେଖିକ

ക്കാലങ്ങൾ 3 ദി

நமு : .....

## କରନ୍ତେକ୍

- ★ මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ.  
A කොටස (ප්‍රශ්න 1 - 10) සහ B කොටස (ප්‍රශ්න 11 - 16)
  - ★ A කොටස  
දියුලුම ප්‍රශ්න වලට පිළිතුරු සපයන්න. වික් වික් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු සපයා ඇති ඉඩිහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය නම් ඔබට අමතර ලියන කඩ්පාසි භාවිතා කළ හැකිය.
  - ★ B කොටස  
ප්‍රශ්න 5 කට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. පිළිතුරු ඔබේ කඩ්පාසි වල ලියන්න.
  - ★ නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු A කොටස, B කොටස උධින් සිටින සේ අමුණා පිළිතුරු පත්‍ර භාර දෙන්න.
  - ★ ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි B කොටස පමණක් ඔබ ලිය තබාගත හැකිය.

පරියේෂකගේ ප්‍රයෝගනාය සඳහා පමණි.

සංයුත්ත ගණිතය I

කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලැබු ලෙස
A	01	
	02	
	03	
	04	
	05	
	06	
	07	
	08	
	09	
	10	
විකතුව		
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
විකතුව		
ප්‍රතිශතය		

අවසාන ලකුණු

୭ଲକ୍ଷକମିନ୍	
ଅକ୍ଷରନ୍	

සංකේත අංක

උත්තර පත්‍ර පරික්ෂක	
ලකුණු පරික්ෂා කළේ	1. 2.
අධිකාරීය	

A - කොටස

01. ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය භාවිතා කරමින් සියලු  $n \in \mathbb{Z}^+$  සඳහා  $2^{3^n} - 1$  යන්න හරියට 7න් බෙදෙන බව සාධනය කරන්න.

02.  $x = \log_a bc, y = \log_b ac$  සහ  $z = \log_c ab$  නම්  $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{y+1} + \frac{1}{z+1} = 1$  බව සාධනය කරන්න.

03.  $\frac{1}{3-x} \geq \frac{1}{x-2}$  ഉള്ള പരിധിയിൽ അനുകരിക്കുന്നത്.

04.  $ax^2 + 2bx + c = 0$  වර්ග සම්කරණයේ මූල කාන්තික නම්  $ax^2 + 2bx + 2c(ax + b) + c = 0$  සම්කරණයේ මූලදා කාන්තික බව පෙන්වන්න.

05.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^3 x}{x \sin x \cos x}$  අගයන්න.

06.  $\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \pi$  පරාසය තුළ  $\cos 3\theta + 2\cos \theta = 0$  සමිකරණය තැප්ත කරන එහි සියලු අගයන් සොයන්න.

07.  $\sum_{r=1}^n r^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$  දී ඇති වට "n" වන පදය  $n^3 + 3^n$  වන ශේෂීයක ( $n \in \mathbb{Z}^+$ ) , පලමු පද "n" හි එකත්‍ය

$$\frac{1}{4}[n^2(n+1)^2 + 2 \cdot 3^{n+1} - 6]$$

08.  $y = ax^3 + bx + 8$  සමීකරණයෙන් දී ඇති වක්‍රය  $p = (-2, 0)$  ලක්ෂණයේදී  $x$  අක්ෂය ස්පර්ශ කරන අතර  $Q$  ලක්ෂණයේදී  $y$  අක්ෂය ජෝධනය කරයි.  $Q$  හිදී වක්‍රයේ අනුකූලණය 3කි.  $a$  හා  $b$  ති අගයන්ද  $Q$  හි බැංච්වාන්තයද ලබා ගන්න.

09. ABC ත්‍රිකොළයක A(0,b), B(0,0) සහ C(a,0) වේ. AD සහ BE යනු එකිනෙකට ලැඩක මධ්‍යස්ථන දෙකකි. මෙහි D හා E පිළිවෙළින් BC හා AC පාද මත වේ. මෙහි  $a, b > 0$  වේ.  $(a, b)$  ලක්ෂණ මස්සේ යන AC ව ලැඩක රේඛාවේ සම්කරණය  $y = \sqrt{2}x - b$  බව පෙන්වන්න.
- .....  
 .....

10. ගුනා තොවත්  $x$  හි නිඩිල අගයන් සඳහා,  $\tan^{-1} \frac{1}{2x+1} + \tan^{-1} \frac{1}{4x+1} = \tan^{-1} \frac{2}{x^2}$  විසඳුන්න.

.....  
 .....



**ඩී. එස්. සේනානායක ටියෙලය - මොලඡ 07.**

පුරුෂ වාර පරිජ්‍යාලය - 2016 නොවැම්බර්

සංදුත්ත තේවා මි.

13 ලේඛනය

කාලය පැය 3 දි

නම : .....

B - කොටස

ප්‍රශ්න 5 කට පිළිගුරු කරන්න.

11. (a)  $\alpha$  හා  $\beta$  යනු  $x^2 - bx + c = 0$  වර්ග ප්‍රමිතරූපයේ මූල නම්,  $\alpha^2 + \beta^2$  හි අගය  $b$  හා  $c$  ඇසුරෙන් දක්වන්න.

$$\lambda = \alpha - \beta^2 \text{ හා } \mu = \beta - \alpha^2 \text{ මූල වන වර්ග ප්‍රමිතරූපය සොයන්න.}$$

$x^2 - bx + c = 0$  තාත්වික මූල පවතින නම්  $\lambda$  හා  $\mu$  දී තාත්වික බව අපෝහනය කරන්න.

එනමින්,  $\lambda = \mu$  විට  $b$  සඳහා ගත හැකි අගය සොයන්න.

(b)  $f(x) \equiv x^3 + px^2 + qx - p$  යන ඕනෑම සාධක  $(x-1)$  හා  $(x+3)$  වේ. නම්  $p$  හා  $q$  හි අගය සොයන්න.

$f(x)$  යන්න  $(x-k)$  මගින් බෙදු විට ගේමය 1ක් වන පරිදි ඉහත  $p$  හා  $q$  අගයන් වලදී "k" සඳහා ගත හැකි නිවිලමය අගය සොයන්න.

12. (a)  $f(x) \equiv ax^2 + bx + c$  ලෙස ගෙනිමු.

$p, q$  හි අගයන්  $a, b$  හා  $c$  පද මගින් දෙමින්  $f(x) \equiv a[(x+p)^2 + q]$  ආකාරයට ප්‍රකාශ කරන්න.

$$x = \left(-\frac{1}{3}\right) \text{ දී } f(x) \text{ හි අවම අගය වන } (-1) \text{ ලැබේ. } \frac{8}{3} \text{ යනු } f(x) = 0 \text{ හි විසුදුමක් වේ. } a, b, \text{ හා } c \text{ අගයන් සොයන්න.}$$

(b)  $y = |x+2|$  ප්‍රස්ථාරයේ දළ සටහනක් දැන්න.

එනමින්,  $f(x) = 5 - |x+2|$  හි සටහන වෙනත් සටහනක දක්වන්න.

$$g(x) = |x-1| \text{ ඉහත සටහනේම දක්වා එනමින්, } |x+2| + |x-1| > 5 \text{ විසඳුම් කුලකය ලබා ගන්න.}$$

(13) ගණිත අභ්‍යන්තර මූලවාර්තියෙන්  $\sum_{r=1}^n r = \frac{n(n+1)}{2}$  වේ සාධනය කරන්න.

$$\frac{1}{r(r+1)} = \frac{A}{r} + \frac{B}{r+1} \text{ වන ගොනා A හා B නියා යොයන්. මෙහි } r \in \mathbb{Z}^+ \text{ වේ.}$$

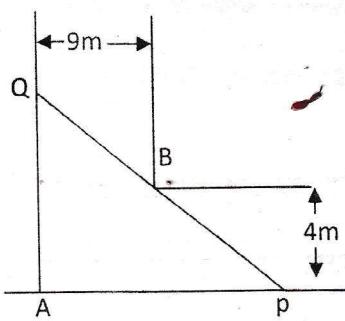
$$1 + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \frac{1}{1+2+3+4} + \dots \text{ ගෝනීය } r \text{ වන ගොනා U_r \text{ යොයන්.}$$

$$U_r = f(r) - f(r+1) \text{ වන ගොනා } f(r) \text{ යොයන්. මෙහි } \sum_{r=1}^n U_r = \frac{2n}{n+1} \text{ වන ගොයින්.}$$

මෙම ගෝනීය අවශ්‍ය වන ගොනා දී යොයා යොයා දැඩි යොයා.

$$\sum_{k=2}^{\alpha} \frac{1}{1+2+3+\dots+k} \text{ වන ගොනා යොයන්.}$$

(14) (a)



පලල 9m සහ 4m වන එකිනෙකට සංඝ කේතී ලෙස පිහිටා ඇති සොරිබේවික සන්දියක දැඟ සටහනක් දක්වේ. P හා Q විවෘතය ලක්ෂාය දෙකක්  $AP = x$  දී  $AQ = y$  දී  $PBQ$  සරල රේඛාවක් වන පරිදි පිහිටා ඇත. y හි අගය x අසුරෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.

$I = AP + AQ$  ලෙස ගැනීමෙන් I හි අගය අවමයක් වන පරිදි  $x$  ව ලබා දිය හැකි අය සොයන්න.

$$(b) f(x) = \frac{9-4x^2}{x^2-1} \text{ ලෙස ගනිමු.}$$

$$f'(x) = \frac{-10x}{(x^2-1)^2} \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

$y=f(x)$  ප්‍රස්ථාරයේ තිරස් හා සිරස් ස්පර්ශයෙන්මූඩ දක්වන්න.

x හා y අක්ෂ ජේදනය කරන ලක්ෂාය වල බණ්ඩාක ලබා ගන්න.

මුත්තයේ වර්තන ලක්ෂාය සොයා ඒවායේ ස්හාවය තිරනය කරන්න.

එනයින් මුත්තයේ දැඟ සටහනක් අදින්න.

### සංඛ්‍යාත ප්‍රස්ථාරය

(15) (a) ABCD ගෝම්බසයේ AB, BC පාද වල සහ AC විකරණයේ සම්කරණ පිළිවෙළින්  $2x - 3y + 4 = 0$ ,  $3x + 4y - 5 = 0$  සහ  $6x - 7y + 8 = 0$  වේ. රෝම්බසයේ ඉතිරි පාදවල සම්කරණ සහ ඉතිරි විකරණයේ සම්කරණය සොයන්න.

(b)  $l_1$  සහ  $l_2$  යන සරල රේඛා දෙකේ සම්කරණ පිළිවෙළින්  $x + a^2y = 2a$  සහ  $x + b^2y = 2b$  වේ. මෙහි  $|a| \neq |b|$  වේ.

$l_1$  සහ  $l_2$  සමාන්තර නොවන බව පෙන්වා ඒවායේ ජේදන ලක්ෂාය වන P හි බණ්ඩාක සොයන්න.

$Q \equiv (a, \frac{1}{a})$  සහ  $R \equiv (b, \frac{1}{b})$  ලෙස ගනිමු. QR හි මධ්‍ය ලක්ෂාය සහ P ලක්ෂාය යා කරන රේඛාව මූල ලක්ෂාය හරහා යනා බව පෙන්වන්න.

(16) (a)  $11\cos x + 7\sin x = 13$  සම්කරණයේ  $0 \leq x \leq 2\pi$  ප්‍රාන්තය තුළ විසුදුම් ලබා ගන්න.

(b).  $\cos 2x - \sin 2x = R \cos(2x + \alpha)$  ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න. මෙහි R සහ  $\alpha$  නිරනය කළ යුතු වේ.

$-\frac{3\pi}{8} \leq x \leq \frac{5\pi}{8}$  ප්‍රාන්තය තුළ  $y = \cos 2x - \sin 2x$  හි දැඟ සටහනක් අදින්න.

(c) සයින් ප්‍රමෝදය ප්‍රකාශ කරන්න. ABC තිකෙළුයක AB හා AC පාද මත පිළිවෙළින් D හා E ලක්ෂාය ගෙන ඇත්තේ  $\hat{BCD} = \hat{CBE} = \theta$  වන ලෙසය.

$$BE = \frac{ab \sin C}{a \sin \theta + c \sin(B - \theta)}$$

"CD" සඳහාද ඉහත ආකාරයේ ප්‍රකාශනයක් ලබා ගන්න. BE = CD නම්, AB = AC බව එනයින් අප්‍රාහනය කරන්න.