

## අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උ/පෙළ) විභාගය

13 ශ්‍රේණිය

සංයුක්ත ගණිතය - I

පිළිතුරු පත්‍රය

### A කොටස

01.  $7 + 77 + 777 + \dots$  පද  $n$  හි ඵෙකය සොයන්න.

$$\begin{aligned} & \frac{7}{9} (9 + 99 + 999 + \dots) \\ &= \frac{7}{9} (10 - 1 + 100 - 1 + 1000 - 1 + \dots n) \\ &= \frac{7}{9} (10 + 10^2 + 10^3 + \dots n \text{ පද}) - (1 + 1 + 1 + \dots n) \\ &= \frac{7}{9} \left[ \frac{10 \cdot (10^n - 1)}{10 - 1} - n \right] = \frac{7(10^{n+1} - 10)}{81} - \frac{7}{9} n \end{aligned}$$

02.  $x + 4x + 7x + \dots (3n - 2)x = \frac{1}{2} n (3n - 1)x$  යන්න ගණිත අනුප්‍රාප්තියෙන් සියළු  $n$  නිඛිල  $n$  සඳහා පෙන්වන්න.

$$\begin{aligned} & x + 4x + 7x + \dots (3n - 2)x = \frac{1}{2} n (3n - 1)x \\ & n = 1 \text{ විට,} \\ & x = x \cdot 1 \cdot x (3 \cdot 1 - 1)x = \frac{1}{2} x \cdot 2 \cdot x = x \\ & n = p \text{ ට සත්‍යයැයි උපකල්පනයක්,} \\ & x + 4x + 7x + \dots (3p - 2)x = \frac{1}{2} x \cdot 2p (3p - 1)x \\ & n = p + 1 \text{ ට සත්‍ය බව පෙන්වීම,} \\ & x + 4x + 7x + \dots (3p - 2)x + (3p + 1)x \\ &= \frac{1}{2} p(3p - 1)x + (3p + 1)x \\ &= \frac{1}{2} [p(3p - 1)x + 2(3p + 1)x] = (3p^2 + 5p + 2)x \\ &= \frac{1}{2} (p + 1) [3(p + 1) - 1]x \\ &\therefore n = p + 1 \text{ විට සත්‍ය වේ.} \end{aligned}$$

$n = 1$  ට සත්‍ය වේ.  $n = p$  ට සත්‍ය වේ යැයි උපකල්පනයෙන්  $n = p + 1$  ට

සත්‍ය වේ.  $\therefore$  ගණිත අනුප්‍රාප්ත මූලධර්මයෙන් සියලු  $n$  නිඛිල  $n$  සඳහා ප්‍රතිඵලය සාධනය වේ.

03.  $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$ ,  $\alpha\beta = \frac{c}{a}$

$$\begin{aligned} & \text{අදාළ මූල වල ඵෙකය} \quad \alpha^2 + \beta^2 = \frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2} = \alpha^2 + \beta^2 = \alpha^2 + \beta^2 + \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha^2 \beta^2} \\ &= (\alpha^2 + \beta^2) - 2\alpha\beta + \frac{(\alpha^2 + \beta^2) - 2\alpha\beta}{\alpha^2 \beta^2} \\ &= \frac{b^2}{a^2} - \frac{2c}{a} + \frac{\frac{b^2}{a^2} - \frac{2c}{a}}{\frac{c^2}{a^2}} \\ &= \frac{b^2 - 2ac}{a^2} + \frac{b^2 - 2ac}{c^2} = \frac{(a^2 + c^2)(b^2 - 2ac^2)}{a^2 c^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{මූල වල ගුණිතය} &= (\alpha^2 + \beta^2) \left( \frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2} \right) = (\alpha^2 + \beta^2) \left( \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha^2 \beta^2} \right) \\
 \frac{(\alpha^2 + \beta^2)^2}{\alpha^2 \beta^2} &= \frac{[(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta]^2}{\alpha^2 \beta^2} = \frac{\left( \frac{b^2}{a^2} - \frac{2c}{a} \right)^2}{\frac{c^2}{a^2}} = \frac{(b^2 + 2ac)^2}{a^2 c^2} \\
 \therefore x^2 - \frac{(a^2 + c^2)(b^2 - 2ac^2)}{a^2 c^2} x + \frac{(b^2 - 2ac^2)^2}{a^2 c^2} &= 0 \\
 a^2 c^2 x^2 - (a^2 + c^2)(b^2 - 2ac)x + (b^2 - 2ac)^2 &= 0
 \end{aligned}$$

04.  $\tan^2 \alpha + \sec \alpha - 1 = 0$   
 $\sec^2 \alpha - 1 + \sec \alpha - 1 = 0$   
 $\sec^2 \alpha + \sec \alpha - 2 = 0 \Rightarrow (\sec \alpha + 2)(\sec \alpha - 1) = 0$   
 $\sec \alpha + 2 = 0$  හෝ  $\sec \alpha - 1 = 0$   
 $\sec \alpha = -2$  හෝ  $\sec \alpha = 1$   
 $\cos \alpha = -\frac{1}{2}$  හෝ  $\cos \alpha = 1$   
 $\alpha = \frac{2\pi}{3}$  හෝ  $\frac{4\pi}{3}$ ,  $\alpha = 0$   
 $\therefore$  විසඳුම්  $0, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}$

05.  $A = 36^\circ$  ලෙස ගනිමු.  $\therefore 5A = 180^\circ \therefore 2A = 180 - 3A$   
 $\sin 2A = \sin (180 - 3A)$   
 $2 \sin A \cos A = \sin 3A = 3 \sin A - 4 \sin^3 A$   
 $2 \cos A = 3 - 4 \sin^2 A$   
 $2 \cos A = 3 - 4(1 - \cos^2 A) \Rightarrow 4 \cos^2 A - 2 \cos A - 1 = 0$   
 $\cos A = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 16}}{8} = \frac{\sqrt{5} + 1}{4}$  හෝ  $\frac{-5 + 1}{4}$   
 $36^\circ$  සුළු  $\times$  නිසා,  $\cos 36^\circ = \frac{\sqrt{5} + 1}{4}$

06.  $\frac{\cos A}{1 - \sin A} = \tan \left( 45^\circ + \frac{A}{2} \right)$

L.H.S.

$$\begin{aligned}
 &\frac{\cos^2 \frac{A}{2} - \sin^2 \frac{A}{2}}{\sin^2 \frac{A}{2} + \cos^2 \frac{A}{2} - 2 \sin \frac{A}{2} \cdot \cos \frac{A}{2}} \\
 &= \frac{\left( \cos \frac{A}{2} - \sin \frac{A}{2} \right) \left( \cos \frac{A}{2} + \sin \frac{A}{2} \right)}{\left( \cos \frac{A}{2} - \sin \frac{A}{2} \right)^2} = \frac{\cos \frac{A}{2} + \sin \frac{A}{2}}{\cos \frac{A}{2} - \sin \frac{A}{2}} \\
 &= \frac{1 + \tan \frac{A}{2}}{1 - \tan \frac{A}{2}} = \frac{\tan 45^\circ + \tan \frac{A}{2}}{1 - \tan 45^\circ \cdot \tan \frac{A}{2}} = \tan \left( 45^\circ + \frac{A}{2} \right)
 \end{aligned}$$

07.  $\lim_{x \rightarrow 3} \left( \frac{x^2 - 9}{x + 3} + \frac{x^2 - 9}{x - 3} \right) \quad (x + 3 \neq 0 \text{ හෝ } x - 3 \neq 0)$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \{(x - 3) + (x + 3)\} = \lim_{x \rightarrow 3} 2x = \lim_{x \rightarrow 3} 2 \times 3 = 6$$

08.  $y = x + \frac{1}{x}$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = 1 - \frac{1}{x^2} = \frac{x^2 - 1}{x^2} = \frac{x^2 + 1 - 2}{x^2} = \frac{x^2 + 1}{x^2} - \frac{2}{x^2}$$

$$= \frac{1}{x} \left( \frac{x^2 + 1}{x^2} \right) - \frac{2}{x^2} = \frac{1}{x} \left( x + \frac{1}{x} \right) - \frac{2}{x^2} = \frac{1}{x} \cdot y - \frac{2}{x^2}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} - \frac{2}{x^2} \Rightarrow x^2 \cdot \frac{dy}{dx} - xy + 2 = 0$$

09.  $2x - y = 5$  ———①  
 $3x - y = 6$  ———②

(1, -3)

$4x - y - 7 = 0$  ට ආදේශයෙන්

LHS  $4 \times 1 - (-3) - 7$

$4 + 3 - 7 = 0 = \text{RHS}$

$\therefore (1, -3)$  ලක්ෂ්‍ය තෘප්ත කරයි.

② - ①  $x = 1$

$y = -3$

$\therefore (1, 3)$  ජේදන ලක්ෂ්‍ය වේ.

$\therefore$  ඉහත රේඛා තුන එකම ලක්ෂ්‍යයක් හරහා යනු ලබයි.

10.  $\log_3 x - 4 \log_x 3 + 3 = 0$

$\log_3 x - \frac{4}{\log_3 x} + 3 = 0$

$\log_3 x = y$  යැයි ගනිමු.

$y - \frac{4}{y} + 3 = 0$

$y^2 - 4 + 3y = 0$

$y + 3y - 4 = 0$

$(y + 4)(y - 1) = 0$

$y = -4$  හෝ  $y = 1$

$\log_3 x = -4$  හෝ  $\log_3 x = 1$

$x = 3^{-4}$  හෝ  $x = 3$

$x = \frac{1}{81}$   $x = 3$

### B කොටස

11. (a)  $\alpha + \beta = \frac{4}{3}$ ,  $\frac{-(K+1)}{K} = \frac{-4}{3} \Rightarrow 3K + 3 = 4K$

$K = 3$

(b)  $K = 3$  නිසා සමීකරණය  $3x^2 + 4x - 5 = 0$  වේ.

$\therefore \alpha\beta = \frac{-5}{3}$  වේ.

මේ අනුව  $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{\frac{4}{3}}{\frac{-5}{3}} = \frac{4}{-5}$

$\alpha^2 + \beta^2 = \alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta - 2\alpha\beta = (\alpha^2 + \beta^2) - 2\alpha\beta$

$= \left(\frac{-4}{3}\right)^2 - 2\left(\frac{-5}{3}\right) \Rightarrow \therefore \alpha^2 + \beta^2 = \frac{16}{9} + \frac{10}{3} = \frac{46}{9}$

$\alpha^2 \beta^2 = (\alpha\beta)^2 = \left(\frac{-5}{3}\right)^2 = \frac{25}{9}$

$\therefore \alpha^2$  හා  $\beta^2$  මූලවන සමීකරණය වන්නේ,  $x^2 - \frac{46}{9}x + \frac{25}{9} = 0$

$9x^2 - 46x + 25 = 0$

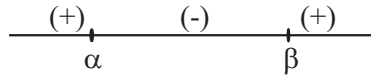
(c)  $x^2 - 3x > 3$

$$x^2 - 3x - 3 > 0$$

$$(x + \alpha)(x - \beta) = 0$$

මූල  $\alpha, \beta$  වීම  $\frac{3 \pm \sqrt{21}}{2}$

$$\alpha = \frac{3 + \sqrt{21}}{2} \quad \text{හා} \quad \beta = \frac{3 - \sqrt{21}}{2} \quad \text{විට} \quad \alpha < \beta$$



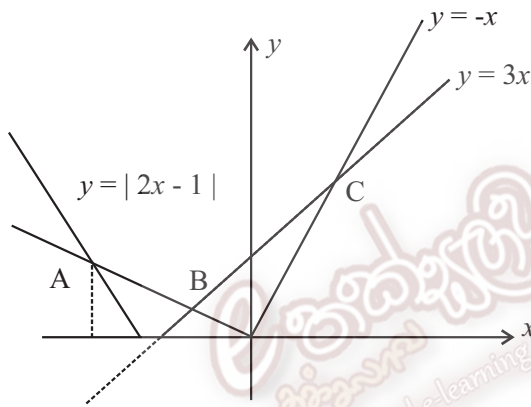
$\therefore$  විසඳුම  $x < \alpha$  හා  $x > \beta$  වෙමින්,

$$x \in (-\infty, \alpha) \cup (\beta, \infty)$$

$$y = |2x + 1| + x \Rightarrow y = 3x; x \geq 0$$

(d)  $y = |2x + 1|$  හා  $y = 2|x| + x$  හි ප්‍රස්ථාර පළමුව අඳිමු.

$$y = |2x| + x \Rightarrow y = \begin{cases} 3x; & x \geq 0 \\ -x; & x < 0 \end{cases}$$



A සඳහා  $-(2x + 1) = -x$

$$x = -1$$

B සඳහා  $2x + 1 = -x$

$$x = -\frac{1}{3}$$

C සඳහා  $2x + 1 = 3x$

$$x = 1$$

$\therefore$  විසඳුම් කුලකය  $-1 < x < -\frac{1}{3}$  හෝ  $x > 1$

12. (a)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^{3/2} - 9^{3/2}}{x - 9} = \frac{3}{2} \times 9^{\frac{3}{2}-1} = \frac{3}{2} \times 3 = \frac{9}{2}$

(b)  $y = \frac{1}{x^2}$  ——— ①

$$y + \Delta y = \frac{1}{(x + \Delta x)^2}$$
 ——— ②

$$\begin{aligned} \text{①} - \text{②} \quad \Delta y &= \frac{1}{(x + \Delta x)^2} - \frac{1}{x^2} = \frac{x^2 - (x + \Delta x)^2}{x^2 (x + \Delta x)^2} \\ &= \frac{-(2x \cdot \Delta x + \Delta x^2)}{x^2 (x + \Delta x)^2} \end{aligned}$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-(2x + \Delta x)}{x^2 (x + \Delta x)^2}$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{-(2x + \Delta x)}{x^2 (x + \Delta x)^2} = \frac{-2x}{x^4} = \frac{-2}{x^3}$$

$$\therefore \frac{d(\frac{1}{x^2})}{dx} = \frac{-2}{x^3}$$

(c)  $y = \sqrt{2x^3 - 5}$

$$\frac{d}{dx} y = (2x^3 - 5)^{-\frac{1}{2}} (6x^2) = \frac{3x^2}{\sqrt{2x^3 - 5}}$$

නැවත අවකලනයයෙන්,

$$\begin{aligned} \frac{d^2 y}{dx^2} &= \frac{(2x^3 - 5)^{-\frac{1}{2}} (6x^2) - 3x^2 \cdot (-\frac{1}{2}) \cdot (2x^3 - 5)^{-\frac{3}{2}} (6x^2)}{(2x^3 - 5)} \\ &= \frac{3x \{2(2x^2 - 5) - 3x^2\}}{(2x^3 - 5) (2x^3 - 5)^{\frac{3}{2}}} = \frac{3x (x^3 - 10)}{(2x^3 - 5)^{\frac{3}{2}}} \end{aligned}$$

(d)  $x = 1 - 3t^3 \quad \frac{dy}{dt} = -6t \quad \frac{dy}{dx} = \frac{-6t}{-9t^2} = \frac{2}{3t}$

$$\frac{dy}{dt} = -9t^2$$

$$\frac{dy}{dt} \left( \frac{dy}{dx} \right) = -\frac{2}{3t^2}$$

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{d}{dt} \left( \frac{dy}{dx} \right) \bigg/ \frac{dx}{dt} = -\frac{2}{3t^2} \bigg/ -9t^2$$

$$= \frac{2}{27t^4} \quad ; t \neq 0$$

13. (a)  $4^x = 25$

$$x \log 4 = \log 25$$

$$x = \frac{\log 25}{\log 4} = \frac{1.3979}{0.6021} = 2.322$$

(b)  $\tan 105^\circ = \tan (60 + 45) = \frac{\tan 60 + \tan 45}{1 - \tan 60 \cdot \tan 45}$   
 $= \frac{\sqrt{3} + 1}{1 - \sqrt{3}} = -(\sqrt{3} + 2)$

(c)  $\sin 2x + \sin 4x - \sin 6x = 0$

$$2 \sin 3x \cdot \cos x - 2 \sin 3x \cdot \cos 3x = 0$$

$$2 \sin 3x (\cos x - \cos 3x) = 0$$

$$2 \sin 3x \cdot \sin 2x \cdot \sin x = 0$$

$$\sin 3x = 0 \text{ හෝ } \sin 2x = 0 \text{ හෝ } \sin x = 0$$

$$\therefore 3x = n\pi \text{ හෝ } 2x = n\pi \text{ හෝ } x = n\pi$$

$$x = \frac{n\pi}{3} \text{ හෝ } x = \frac{n\pi}{2} \text{ හෝ } n \in \mathbb{Z}$$

(d)  $F(x) = 3 \cos x + 4 \sin x$

$$r \cos \alpha = 3 \quad r \sin \alpha = 4 \text{ වන සේ } r(>0) \text{ හා } \alpha \text{ තෝරාගනු ලැබේ.}$$

$$r = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

$$\sin \alpha, \cos \alpha \text{ දෙකම ධන නිසා } \tan \alpha = \frac{4}{3} \text{ පළමු වෘත්ත පාදකයේ පිහිටි කි.}$$

$$0 \leq \alpha < 2\pi \text{ ලෙස ගත් විට, } \alpha = \tan^{-1} \left( \frac{4}{3} \right)$$

$$\begin{aligned} F(x) &= 5 \cos \alpha \cdot \cos x + 5 \sin \alpha \cdot \sin x \\ &= 5 \cos (x - \alpha) \end{aligned}$$

$$3 \cos x + 4 \sin x = 2.5$$

$$5 \cos (x - \alpha) = 2.5$$

$$\cos (x - \alpha) = \frac{1}{2}$$

$$x - \alpha = \frac{\pi}{3}$$

$$x = 2n\pi \pm \frac{\pi}{3} + \alpha \quad n \in \mathbb{Z}$$

---

14. (a)  $\frac{x^3 - 4x - 5}{x^2 - x - 6} = Ax + B + \frac{Cx + D}{(x - 3)(x + 2)}$   
 $= x + 1 + \frac{2}{x - 3} + \frac{1}{x + 2}$

(b)  $F(x) = x^3 - 7x^2 + 7x + 15$   
 $F(-1) = 0 \therefore x - (-1)$  සාධකයකි.  
 $\therefore F(x) = (x + 1)(x^2 - 8x + 15)$   
 $= (x + 1)(x - 3)(x - 5)$

(c)  $g(x) = 2x + 3$   
 $g(x + 5) = 2(x + 5) + 3 = 2x + 10 + 3 = 2x + 13$   
 $g(x^2 + 5) = 2(x^2 + 5) + 3 = 2x^2 + 10 + 3 = 2x^2 + 13$   
 $g\left(\frac{1}{x}\right) = 2 \cdot \frac{1}{x} + 3 = \frac{2}{x} + 3$

(d)  $\frac{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}}{3\sqrt{2} - \sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}}{3\sqrt{2} - \sqrt{3}} \times \left(\frac{3\sqrt{2} + \sqrt{3}}{3\sqrt{2} + \sqrt{3}}\right)$   
 $= \frac{18 + 3\sqrt{6} + 6\sqrt{6} + 6}{18 - 3} = \frac{24 + 9\sqrt{6}}{15}$   
 $= \frac{3(8 + 3\sqrt{6})}{15} = \frac{8 + 3\sqrt{6}}{5}$

---

15. (a)  $f(n) = 10^n + 3 \cdot 4^{n+2} + 5$

$f(1) = 207 = 9 \times 23$

$\therefore n = 1$  සත්‍ය වේ.

$n = P$  සඳහා ප්‍රතිඵලය සත්‍ය යැයි උපකල්පනයෙන්,

$f(p) = 10^p + 3 \cdot 4^{p+2} + 5$  යන්න 9 න් බෙදේ.

$f(p+1) = 10^{p+1} + 3 \cdot 4^{p+3} + 5 = 10 \cdot 10^p + 3 \cdot 4 \cdot 4^{p+2} + 5 = 10 \cdot 10^p + 12 \cdot 4^{p+2} + 5$

$f(p+1) - f(p) = (10 - 1) 10^p + (12 - 3) 4^{p+2} = 9(10^p + 4^{p+2})$

$f(p+1) - f(p)$  යන්න 9 න් බෙදේ.

$f(p)$  යන්න  $p$  න් බෙදෙන නිසා  $f(p+1)$  ද 9 න් බෙදේ.

$f(1)$  යන්න ද 9 න් බෙදේ.  $\therefore$  සියලුම  $n \in \mathbb{N}$  සඳහා  $f(n)$  යන්න 9 න් බෙදෙන බව ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මයෙන් ඔප්පු වේ.

(b)  $1.7777 \dots = 1 + \underbrace{\left(\frac{7}{10} + \frac{7}{100} + \frac{7}{1000} + \dots\right)}_{\left(\frac{\frac{7}{10}}{1 - \frac{1}{10}}\right)} = 1 + \frac{7}{9} = \frac{16}{9}$

(c)  $\sqrt{x+8} - \sqrt{x+3} = \sqrt{2x-1}$

දෙපසම වර්ග කළ විට,

$x + 8 - 2\sqrt{x+8} \cdot \sqrt{x+3} + x + 3 = 2x - 1$

$-2\sqrt{x+8} \cdot \sqrt{x+3} = -12$

$\sqrt{x+8} \sqrt{x+3} = 6$

නැවත වර්ග කළ විට,  $(x+8)(x+3) = 36$

$x^2 + 11x + 24 = 36$

$x^2 + 11x - 12 = 0$

$(x+12)(x-1) = 0$

$x = -12$  හෝ  $x = 1$

---

(d)  $3x^4 - 4x^3 - 14x^2 - 4x + 3 = 0$   
 $\div x^2 \quad 3x^2 - 4x - 14 - \frac{4}{x} + \frac{3}{x^2} = 0$   
 $3(x^2 + \frac{3}{x^2}) - 4(x + \frac{1}{x}) - 14 = 0$   
 $t = x + \frac{1}{x} \quad \text{ආදේශයෙන්}$   
 $3(t^2 - 2) - 4t - 14 = 0$   
 $3t^2 - 4t - 20 = 0$   
 $(3t - 10)(t + 2) = 0$   
 $t = \frac{10}{3} \text{ හෝ } t = -2 \text{ වේ}$   
 $x + \frac{1}{x} = \frac{10}{3} \quad \text{හෝ } x + \frac{1}{x} = -2$   
 $3x^2 - 10x + 3 = 0 \Rightarrow x^2 + x + 1 = 0$   
 $(3x - 1)(x - 3) = 0 \quad (x + 1)^2 = 0$   
 $x = \frac{1}{3}, x = 3 \quad x = -1 \text{ හෝ } -1$

16. (a)  $x + 3y - 2 = 0$      $2x - y + 4 = 0$  ඡේදන ලක්ෂ්‍ය හරහා යන  
නිසා අවශ්‍ය සමීකරණය,

$$x + 3y - 2 + \lambda (2x - y + 4) = 0$$
 ସମୀକର ଗଠିତ ହେଉଛି। ———①

$(-1, -1)$  හරහා මෙම රේඛාව යන නිසා

$$[-1 + 3(-1) - 2] + [2(-1) - (-1) + 4] = 0$$

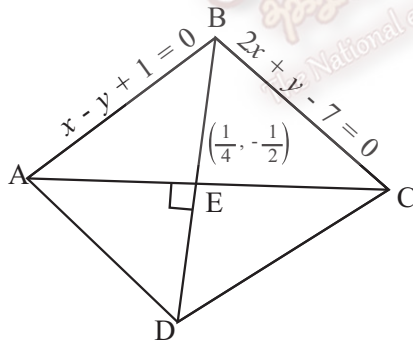
$$\lambda = 2$$

$\therefore \lambda = 2$  බව ① ට ආදේශයෙන්,

$$(x + 3y - 2) + 2(2x - y + 4) = 0$$

$$\Rightarrow 5x + y + 6 = 0$$

- (b)



DB ଧରଣ ରେଖା  $x - y + 1 = 0$  ଉପରେ

$2x + y - 7 = 0$  ଙରୁ ରେଖାଢ଼ଳ ଖେଦନ

ලක්ෂ්‍ය වන B හරහා යන නිසා

DB සම්බන්ධතාය

$x - y + 1 + \lambda (2x + y - 7) = 0$  ආකාරයේ ය.

මෙය  $\left(\frac{1}{4}, -\frac{1}{2}\right)$  හරහා යන නිසා,

$$\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2} + 1\right) + \lambda \left(2 - \frac{1}{4} - \frac{1}{2} - 7\right) = 0$$

$$\lambda = \frac{1}{4} \text{ ବା } 0.25$$

ඒ අනුව BD හි සමීකරණය  $(x - y + 1) + \frac{1}{4}(2x + y - 7) = 0$

එනම් බව  $2x - y - 1 = 0$  ලැබේ.

ဗီု နှုတ် BD ဖိ နှုတ်မုၢ်ဖျိ = 2

ABCD රොම්බසයක් නිසා විකර්ණ  $AC$  සමච්ඡේදනය වේ.

∴ AC හි අනුක්‍රමණය -  $\frac{1}{2}$  වේ.

$$\text{AC හි සමීකරණය } \frac{y + \frac{1}{2}}{x - \frac{1}{4}} = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 4x + 8y + 3 = 0$$

AC හා BC සරල රේඛාවල සමීකරණ විසඳා C හි ඛණ්ඩාංක ලැබේ.

$$4x + 8y + 3 = 0 \text{ ———— ①}$$

$$2x + y - 7 = 0 \text{ ———— ②}$$

$$\text{① හා ② න්, } C \equiv \left(\frac{59}{12}, -\frac{17}{6}\right)$$

DC හා AB සමාන්තර නිසා DC සමීකරණය

$$x - y + K = 0 \text{ ආකාර වේ.}$$

C  $\left(\frac{59}{12}, -\frac{17}{6}\right)$  හරහා යන නිසා,

$$\frac{59}{12} - \frac{17}{6} + K = 0$$

$$K = -\frac{31}{4}$$

$$\therefore \text{DC සමීකරණය } x - y - \frac{31}{4} = 0$$

$$\text{AB හා AC සමීකරණ විසඳා විට, } A \equiv \left(-\frac{11}{12}, \frac{1}{12}\right)$$

AD හා BC සමාන්තර නිසා AD හි සමීකරණය

$$2x + y + K = 0 \text{ ආකාර වේ.}$$

$$A \left(-\frac{11}{12}, \frac{1}{12}\right) \text{ හරහා යන නිසා}$$

$$2 \left(-\frac{11}{12}\right) + \frac{1}{12} + K = 0$$

$$K = \frac{21}{12}$$

$$\text{AD හි සමීකරණය } 2x + y + \frac{21}{12} = 0$$

17. (a)  $P \equiv (x_0, y_0)$  නම් P සිට S ට ස්පර්ශ ජ්‍යායේ සමීකරණය

$$xx_0 + yy_0 + (x + x_0) + 2(y + y_0) + 1 = 0 \text{ වේ.}$$

මෙය Q (2, -3) හරහා යයි නම්

$$2x_0 - 3y_0 + 2 + x_0 + 2(-3 + y_0) + 1 = 0$$

$$3x_0 - y_0 - 3 = 0$$

$$\Rightarrow 3x - y - 3 = 0 \text{ මෙය P හි පථයයි.}$$

- (b) අවශ්‍ය වෘත්තයේ සමීකරණය

$$x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 + \lambda(x + y - 1) = 0 \text{ ———— ①}$$

$$\text{මෙය } x^2 + y^2 + 2x \left(-1 + \frac{\lambda}{2}\right) + 2y \left(-1 + \frac{\lambda}{2}\right) - 2 - \lambda = 0 \text{ ආකාර වේ.}$$

$$\text{මෙය } x^2 + y^2 - 2gx + 2fy + c = 0 \text{ හා සැසඳූ විට,}$$

$$g = -1 + \frac{\lambda}{2}, f = -1 + \frac{\lambda}{2} \text{ හා } c = -2 - \lambda \text{ වේ.}$$

$$\text{මෙහි අරය } r^2 = g^2 + f^2 - c \text{ නම්}$$

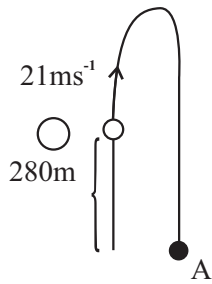
$$r = 2\sqrt{2} \text{ විට } (2\sqrt{2})^2 = \left(-1 + \frac{\lambda}{2}\right)^2 + \left(-1 + \frac{\lambda}{2}\right)^2 + 2 + \lambda$$

$$8 = 2 \left(1 - \lambda + \frac{\lambda^2}{4}\right) + 2 + \lambda$$



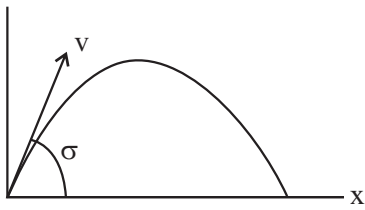


04.



$$\begin{aligned}
 S &= -280, U = 21, a = -g \\
 \uparrow S &= ut + \frac{1}{2} at^2 \\
 -280 &= 21t - \frac{1}{2} gt^2 \\
 &= 21t - \frac{1}{2} \times 9.8 \times t^2 \\
 4.9t^2 - 21t - 280 &= 0 \\
 \Rightarrow 7t^2 - 30t - 400 &= 0 \\
 (t - 10)(7t + 40) &= 0 \\
 t &= 10 \text{ s}
 \end{aligned}$$

05. y



$$X = vt \cos \sigma$$

$$Y = vt \sin \sigma - \frac{1}{2} gt^2$$

$$= \frac{vx \sin \sigma}{v \cos \sigma} - \frac{1}{2} g \left( \frac{x}{v \cos \sigma} \right)^2$$

$$= x \tan \sigma \frac{-gx^2}{2v^2 \cos^2 \sigma}$$

$$x = 16, y = 7, v = 20$$

$$y = 10 \tan \sigma - \frac{5 \times 16^2}{20^2 \cos^2 \sigma}$$

$$y = 16T - \frac{5 \times 4^2}{5^2} (T^2 + 1)$$

$$35 = 80T - 16T^2 - 16$$

$$16T^2 - 80T + 51 = 0$$

$$(4T - 3)(4T - 17) = 0$$

$$T = \frac{3}{4} \text{ හෝ } \frac{17}{4}$$

06. සීමාකාරී සමතුලිතතාවයේ දී  $F = \mu R$  වන නිසා ඉනිමග මත ක්‍රියා කරන බල රූපය

$$\rightarrow R_2 - \frac{1}{3} R_1 = 0$$

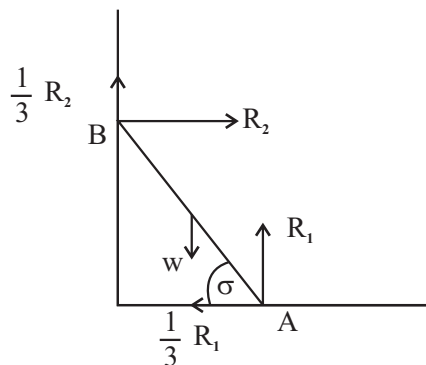
$$R_1 = 3R_2$$

$$\uparrow R_1 + \frac{1}{3} R_2 - w = 0$$

$$R_2 = 3W_2 - 3R_1$$

$$\therefore R_2 = 3w - 9R_2$$

$$\Rightarrow R_2 = \frac{1}{3} w$$



$$A \curvearrowright R_2 \times 2a \sin \sigma + \frac{1}{3} R_2 \times 2a \cos \sigma - wa \cos \sigma = 0$$

$$\frac{3}{10} w \times 2 \sin \sigma = w \cos \sigma - \frac{1}{3} \times \frac{3}{10} w \times 2 \cos \sigma$$

$$6 \sin \sigma = 10 \cos \sigma - 2 \cos \sigma$$

$$\tan \sigma = \frac{4}{3}$$

07. සයිකල් කරුවාගේ ප්‍රවේගය  $V_{c,e} = 8\text{ms}^{-1}$

සයිකල් කරුවාට සාපේක්ෂව සුළඟේ ප්‍රවේගය  $V_{w,c} = 4\text{ms}^{-1}$



සුළඟේ සත්‍ය ප්‍රවේගය  $V_{(w,e)} = V_{w,c} + V_{c,e}$

$$V \swarrow \sigma = \uparrow 8 + 4 \swarrow 60^\circ$$

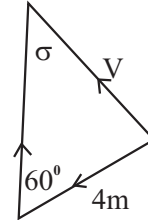
$$\leftarrow V \sin \sigma = 4 \sin 60 = 2\sqrt{3}$$

$$\uparrow V \cos \sigma = 8 - 4 \cos 60$$

$$V = \sqrt{12 + 36} = 4\sqrt{3}$$

$$\sigma = \tan^{-1} \frac{2\sqrt{3}}{6}$$

$$\tan^{-1} \frac{1}{\sqrt{3}} = 30^\circ$$



සුළඟ  $4\sqrt{3}\text{ms}^{-1}$  වේගයෙන් දකුණින්  $30^\circ$  නැගෙනහිර දිශාවෙන් වූ දිශාවෙන් හමයි.

08. (a)  $P = 4\text{Kw}$ ,  $V = 8\text{ms}^{-1}$

$P = FV$  යෙදීමෙන්

$$4000 = F \times 8$$

$$F = 500\text{N}$$

$$\text{ප්‍රතිරෝධය} = 0.5 \times 800$$

$$= 400\text{N}$$

$$F = ma \text{ යෙදීමෙන් } 500 - 400 = 800a$$

$$a = 0.25\text{ms}^{-2}$$

(b) රථය උපරිම වේගයෙන් යන විට ත්වරණය ශුන්‍ය වේ. ප්‍රකර්ෂණ බලය  $F$  නම්  $F = ma$  මගින්

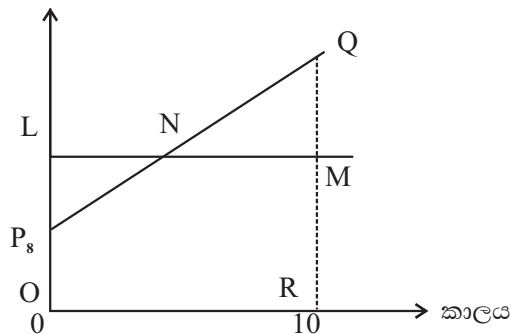
$$F - 400 = 0$$

$$F = 400\text{N}$$

$$P = FV \text{ යෙදීමෙන් } 4000 = 400V$$

$$V = 10\text{ms}^{-1}$$

09. (i) වේගය



දෙදෙනාම ගමන් කළ දුර සමාන නිසා

$OPQR$  වර්ගඵලය  $= OLMR$  වර්ගඵලය

$\therefore PLN \Delta$  හා  $QMN \Delta$  වර්ගඵලවලින්

සමාන වේ. සමරූපී ත්‍රිකෝණ වලින්

$$QM = PL = 4$$

$$Y \text{ හිදී } B \text{ හෝ වේගය} = 12 + 4 = 16\text{ms}^{-1}$$

(ii)  $XY$  දුර  $= OLMR$  වර්ගඵලය  $= 120\text{m}$

(iii)  $B$  ගේ ත්වරණය  $= PQ$  අනුක්‍රමණය  $= \frac{16 - 8}{10} = 0.8\text{ms}^{-2}$

10. තන්තුව තද වූ පසු A හා B අංශු සමාන කාල ප්‍රාන්තරය තුළ සමාන දුර ගමන් කරයි.  $\therefore$  ඒවායේ ප්‍රවේග සමාන වේ. එය  $V \text{ ms}^{-1}$  නම්,  
රේඛීය ගම්‍යතා සංස්ථිති නියමයට අනුව,

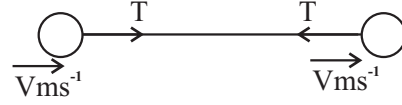
$$\rightarrow 3V + 2V = 2 \times 5$$

$$V = 2$$

තන්තුව තදවූ විට ප්‍රවේගය  $= 2 \text{ ms}^{-1}$

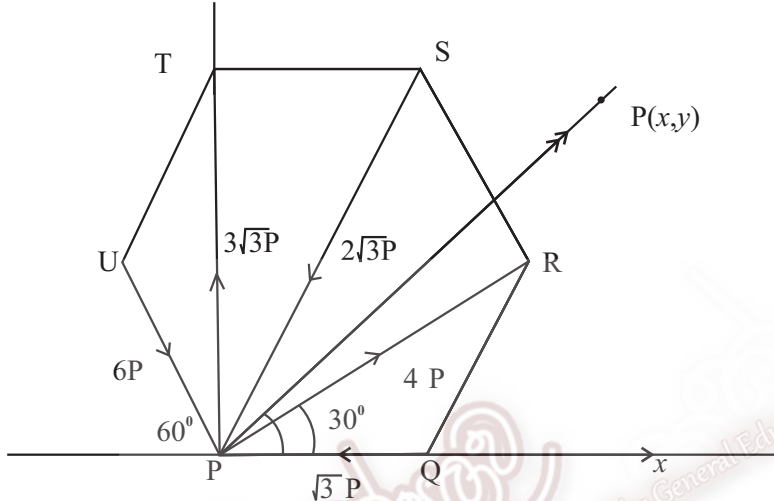
$$AOI = \Delta (\text{mr}) \text{ යෙදීමෙන්,}$$

$$T = 3V = 3 \times 2 = 6 \text{ NS}$$



### B කොටස

11. (a)



$$\rightarrow R \cos \sigma = -\sqrt{3}P + 4P \cos 30 - 2\sqrt{3}P \cos 60 + 6P \cos 60$$

$$R \cos \sigma = 3P \text{ ——— ①}$$

$$\uparrow R \sin \sigma = 4P \sin 30 - 2\sqrt{3}P \sin 60 + 3\sqrt{3}P - 6P \cos 60$$

$$R \sin \sigma = -P \text{ ——— ②}$$

$$\text{①} + \text{②} \quad R^2 (\sin^2 \sigma + \cos^2 \sigma) = 10P^2$$

$$R = \sqrt{10}P$$

$$\text{①} / \text{②} \quad \tan \sigma = -\frac{1}{3}$$

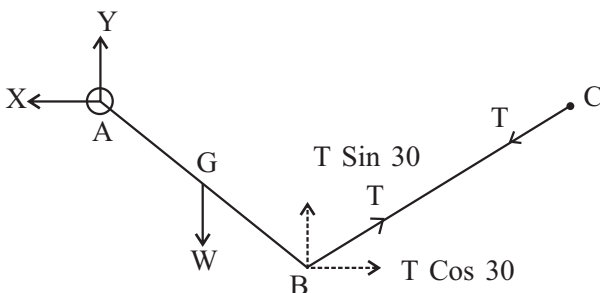
$$\sigma = -\tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$$

$$\tan \sigma = \frac{y}{x}$$

$$\frac{y}{x} = -\frac{1}{3}$$

$$x + 3y = 0$$

- (b)



දණ්ඩේ සමතුලිතයට,

$$\leftarrow X - T \cos 30 = 0 \text{ ——— ①}$$

$$\uparrow Y + T \sin 30 - W = 0 \text{ ——— ②}$$

$$A) \text{ එබැවින් } T \sin 30 \times AB \cos 30 + T \cos 30 \times AB \sin 30$$

$$- W \times \frac{AB}{2} \cos 30 = 0$$

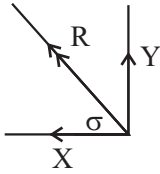
$$T \sin 30 + T \sin 30 = \frac{W}{2} \Rightarrow T = \frac{W}{2}$$

① න්

$$X = T \cos 30 = \frac{W}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}W}{4}$$

② න්

$$Y = W - T \sin 30 = W - \frac{W}{2} = \frac{3W}{4}$$



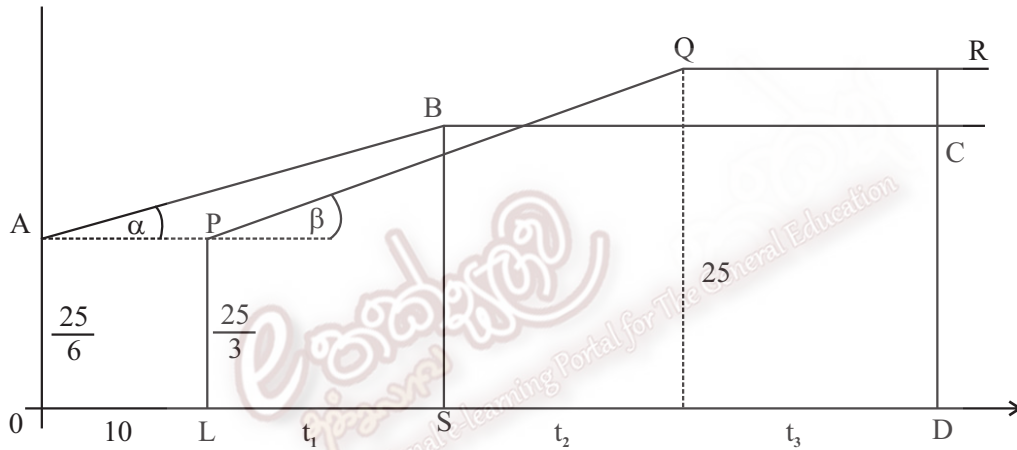
$$R^2 = X^2 + Y^2$$

$$= \frac{3W^2}{16} + \frac{9W^2}{16} = \frac{12W^2}{16}$$

$$R = \frac{\sqrt{3}W}{2}; \quad \tan \sigma = \frac{Y}{X} = \frac{3W \times 4}{4 \times \sqrt{3}W} = \sqrt{3}$$

$$\sigma = \frac{\pi}{3}$$

12.



$$15 \text{ kmh}^{-1} = \frac{25}{6} \text{ ms}^{-1}$$

$$30 \text{ kmh}^{-1} = \frac{25}{3} \text{ ms}^{-1}$$

$$V \text{ kmh}^{-1} = \frac{5V}{18} \text{ ms}^{-1}$$

$$90 \text{ kmh}^{-1} = 25 \text{ ms}^{-1}$$

$$\tan \beta = \frac{5}{18}$$

$$\frac{25 - \frac{25}{3}}{t_1 + t_2} = \frac{5}{18}$$

$$t_1 + t_2 = \frac{50}{3} \times \frac{15}{5} = 60 \text{ s}$$

$$\text{PQR වර්ගඵලය} + \text{QCDR වර්ගඵලය} = 1500$$

$$\frac{\left(25 + \frac{25}{3}\right)}{2} (t_1 + t_2) + 25t_3 = 1500$$

$$\frac{2}{3} (t_1 + t_2) + t_3 = 60$$

$$\frac{2 \times 60}{3} + t_3 = 60 \Rightarrow t_3 = 60 - 40 = 20$$

$$\begin{aligned} A \text{ සිට } X \text{ පසු කිරීමට } Y \text{ ගත් කාලය} &= t_1 + t_2 + t_3 \\ &= 60 + 20 = 80 \text{ S} \end{aligned}$$

X විස්ථාපනය = කේන්ද්‍රස්ථලය

$$500 = OABS$$

$$= \frac{\left(\frac{25}{6} + \frac{5V}{18}\right) (10 + t_1)}{2}$$

$$1000 = \left(\frac{75 + 5V}{18}\right) (10 + t_1)$$

$$10 + t = \frac{200 \times 18}{15 + V} \text{ ——— ①}$$

X විස්ථාපනය = කේන්ද්‍රස්ථලය

$$1000 = \frac{5V}{18} (t_2 + t_3)$$

$$1000 = \frac{200 \times 18}{V} \text{ ——— ②}$$

$$\text{①} + \text{②} \quad 10 + t_1 + t_2 + t_3 = \frac{200 \times 18}{15 + V} + \frac{200 \times 18}{V}$$

$$10 + 80 = 200 \times 18 \left( \frac{1}{15 + V} + \frac{1}{V} \right)$$

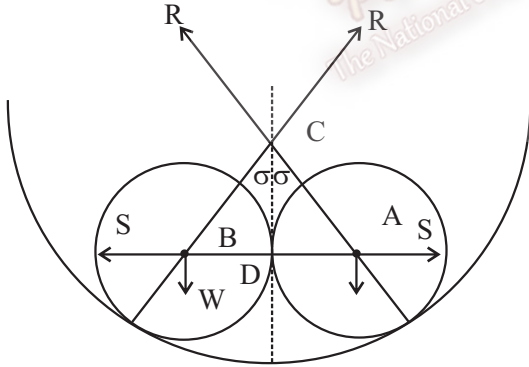
$$9 = 20 \times 18 \left( \frac{V + 15 + V}{V(15 + V)} \right)$$

$$V^2 + 15V = 40 (2V + 15)$$

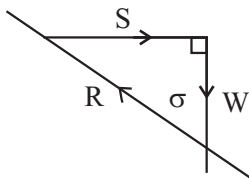
$$V^2 - 6V - 600 = 0$$

$$V = \frac{65 \pm \sqrt{6625}}{2} = \frac{65 + \sqrt{6625}}{2}$$

13.



ගෝලයක් මත බල සැලකූ විට,



$$BD = AD = a$$

$$BC = AC = b - a$$

පද්ධතිය සමමිතික වේ.

ත්‍රිකෝණයට Sin සූත්‍රයෙන්,

$$\frac{S}{\sin \sigma} = \frac{W}{\sin (90 - \sigma)} = \frac{R}{\sin 90}$$

$$\frac{S}{\sin \sigma} = \frac{W}{\cos \sigma}$$

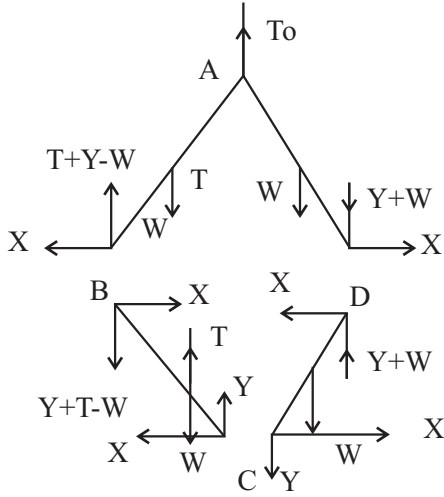
$$S = W \tan \sigma \text{ ——— ①}$$

$$\tan \sigma = \frac{AD}{DC} \text{ නිසා}$$

$$\frac{a}{\sqrt{(b-a)^2 - a^2}} = \frac{a}{\sqrt{b(b-2a)}}$$

$$\text{ගෝල දෙක අතර ප්‍රතික්‍රියාව } S = \frac{aW}{\sqrt{b(b-2a)}}$$

14.



AD හි සමතුලිතතාවය,

$$\uparrow \sum M_A = 0 \quad X \cdot 2a \cdot \sin 45 - (X + Y) 2a \cos 45 - W a \cos 45 = 0$$

$$2X - 2Y - 2W - W = 0$$

$$2X - 2Y = 3W \quad \text{--- ①}$$

DC හි සමතුලිතතාවය,

$$\uparrow \sum M_D = 0 \quad W a \cdot \sin 45 + X \cdot 2a \cdot \cos 45 + Y \cdot 2a \sin 45 = 0$$

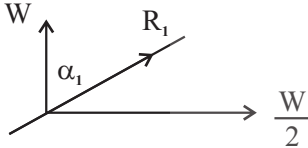
$$2X + 2Y = -W$$

$$\text{①} + \text{②} \quad 4X = 2W$$

$$X = \frac{W}{2}$$

$$\text{②} - \text{①} \quad 4Y = -4W$$

$$Y = -W$$

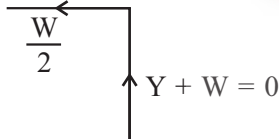
C හිදී ප්‍රතික්‍රියාව (CD මතදී)  $R_1$  නම්,

$$R_1^2 = \left(\frac{W}{2}\right)^2 + W^2 = \frac{5W^2}{4}$$

$$R_1 = \frac{\sqrt{5}W}{2}$$

$$\tan \alpha_1 = \frac{X}{Y} = \frac{\frac{W}{2}}{-W} = -\frac{1}{2}$$

$$\alpha_1 = \tan^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$$

D හිදී ප්‍රතික්‍රියාව (CD මතදී)  $R_2$  නම්,D හිදී ප්‍රතික්‍රියාව තිරසර  $\frac{W}{2}$  කි.

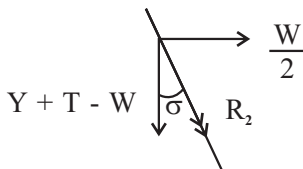
BC හි සමතුලිතතාවය,

$$\uparrow \sum M_B = 0 \quad T \cdot a \cos 45 - W \cdot a \cos 45 + Y \cdot 2a \cos 45 - X \cdot 2a \cos 45 = 0$$

$$T - W + 2Y - 2X = 0$$

$$T = W + 2X - 2Y = W + W + 2W = 4W$$

B හි ප්‍රතික්‍රියාව BC මතදී,



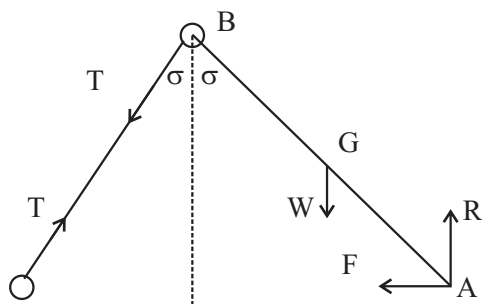
$$R_2^2 = \left(\frac{W}{2}\right)^2 + (2W)^2 = \frac{W^2}{4} + 4W^2 = \frac{17W^2}{4}$$

$$R = \frac{\sqrt{17}W}{2}$$

සිරසට ආනත කෝණය  $\sigma$  නම්,

$$\tan \sigma = \frac{W}{2 \times 2W} = \frac{1}{4} \Rightarrow \sigma = \tan^{-1}\left(\frac{1}{4}\right)$$

15.



$$BC = AB = 2a, BG = GA = a$$

පද්ධතියේ සමතුලිතතාවයට,

$$C \curvearrowright R \times 4a \sin \sigma - W \cdot 3a \sin \sigma = 0$$

$$R = \frac{3W}{4}$$

AB දණ්ඩේ සමතුලිතතාවයට,

$$B \curvearrowright R \times 2a \sin \sigma - F \cdot 2a \cos \sigma - W a \sin \sigma = 0$$

$$2F \cos \sigma = 2R \sin \sigma - W \sin \sigma$$

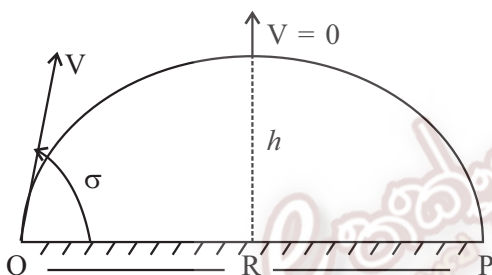
$$F = \frac{W}{4} \tan \sigma$$

සමතුලිතතාව සඳහා  $\frac{F}{R} \leq \mu$  නිසා,

$$\frac{W \cdot \tan \sigma \cdot 4}{4 \times 3W} \leq \mu$$

$$\tan \sigma \leq 3\mu$$

16.



$$\text{සිරස් චලිතයට } \uparrow V^2 = u^2 + 2as$$

$$u = V \sin \sigma$$

$$a = -g, s = h, v = 0$$

$$0 = (V \sin \sigma)^2 - 2gh$$

$$h = \frac{V^2 \sin^2 \sigma}{2g} \Rightarrow \sin^2 \sigma = \frac{2gh}{V^2}$$

O සිට P ට කාලය t නම්, t කාලය තුළ  $S \uparrow = 0$  තිරස් විස්ථාපනය R වේ.

$$S = ut + \frac{1}{2} at^2$$

$$\rightarrow S = ut$$

$$0 = V \sin \sigma t - \frac{1}{2} gt^2$$

$$R = V \cos \sigma \cdot \frac{2V \sin \sigma}{g}$$

$$t = 0, t = \frac{2V}{g} \sin \sigma$$

$$R^2 = \frac{4V^4}{g^2} \cos^2 \sigma \cdot \sin^2 \sigma$$

 $\sin^2 \sigma$  සඳහා ① ට ආදේශයෙන්,

$$R^2 = \frac{4V^4}{g^2} \left(1 - \frac{2gh}{V^2}\right) \frac{2gh}{V^2}$$

$$= \frac{4V^4 (V^2 - 2gh) 2gh}{g^2 V^4}$$

$$g^2 R^2 = 8ghV^2 - 16g^2 h^2$$

$$16gh^2 - 8V^2 h + gR^2 = 0$$

$$16gh^2 - 8V^2 h + gR^2 = 0 \text{ ————— ①A}$$

තාත්වික මූල පැහිමට  $\Delta \geq 0$  විය යුතු වේ.

$$\Delta = (-8V^2)^2 - 4 \times 16g \times gR^2$$

$$= 64 (V^4 - g^2 R^2)$$

$$V^4 - g^2 R^2 > 0 \text{ නම් } \Delta > 0 \text{ වේ.}$$

එවිට උපරිම උස  $h_1$  හා  $h_2$  යනුවෙන් 02 ක් ඇත.

①A හා h තාත්වික වීමට,

$$\Delta_h \geq 0$$

$$V^4 - g^2 R^2 \geq 0$$

$$V^4 \geq g^2 R^2$$

$$V^4 \geq g^2 R^2$$

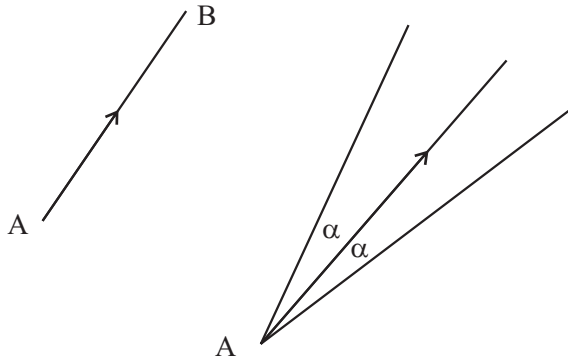
$$R^2 \leq \frac{V^4}{g^2}$$

$$R \leq \frac{V^2}{g}$$

$$\therefore R \text{ උපරිම} = \frac{V^2}{g}$$

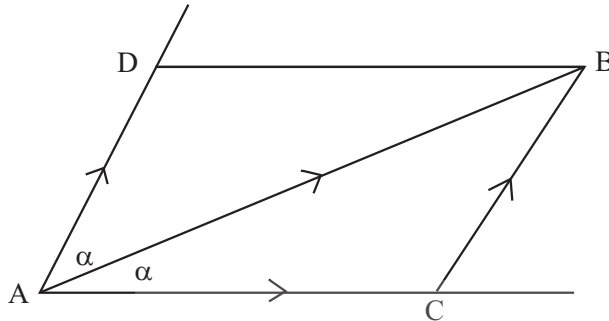


17. (a)



$\vec{AB}$  ය එය සමග  $\alpha$  කෝණ සාදන දිශා දෙකකට විභේදනය කිරීමට ඇත.

$\vec{AB}$  විකර්ණය ද විභේදනය කළ යුතු  $\alpha$  කෝණ සාදන දිශා දෙක යාබද පාද වන සේ ද ABCD රොම්බසය අඳින්න.



ABC ත්‍රිකෝණයෙන්,

$$\vec{AB} = \vec{AC} + \vec{CB}$$

$\vec{CB} = \vec{AD}$  බව ආදේශයෙන්,

$$\vec{AB} = \vec{AC} + \vec{AD}$$

$\vec{AB}$  හි විභේදන කොටස් දෙක

$\vec{AC}$ ,  $\vec{AD}$  වේ.

රොම්බසයේ පාද නිසා  $|\vec{AC}| = |\vec{AD}|$

(b)

$$\underline{R} = \sum_{r=1}^n \underline{P}_r$$

$$-6\hat{i} = a\hat{i} + \hat{j} + 2b\hat{i} + 3a\hat{j} + \hat{i} + b\hat{j}$$

$$= \hat{i}(a + 2b + 1) + \hat{j}(1 + 3a + b)$$

$$\hat{i} \text{ හි සංගුණක } -6 = a + 2b + 1$$

$$a + 2b = -7$$

$$\hat{j} \text{ හි සංගුණක } 0 = 1 + 3a + b$$

$$3a + b = -1$$

$$a = 1, b = -4$$

පද්ධතිය බල යුග්මයකට තුල්‍ය නම්  $\underline{R} = \underline{0}$

$$(i) \quad 3\hat{i} + 2\hat{j} + 4\hat{j} + \underline{F} = 0$$

$$\underline{F} = -(3\hat{i} + 6\hat{j})$$

(ii) වටා සූර්ණ ගැනීමෙන්

යුග්මයේ විශාලත්වය G නම්,

$$G \curvearrowright = 4 \times 2 + (2 \times 3 - 3 \times 7) + (3 \times 1 - 6 \times 6)$$

$$= 8 + 6 - 21 + 3 - 36 = -40$$

