

දකුණු පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුව
தென் மாகாணக் கல்வித் திணைக்களம்
Southern Provincial Department of Education

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය (නව විෂය නිර්දේශය)
General Certificate (Adv. Level) Examination (New Syllabus)

පළමු වාර්ෂික පරීක්ෂණය - 2022

13 ශ්‍රේණිය

**සංයුක්ත ගණිතය - I
Combined Mathematics - I**

**පැය 03
03 hours**

(අමතර කියවීම් කාලය මිනිත්තු 10)

| | | | | | | | |
|------------|--|--|--|--|--|--|--|
| විභාග අංකය | | | | | | | |
|------------|--|--|--|--|--|--|--|

| | |
|----------|--|
| ශ්‍රේණිය | |
|----------|--|

| | |
|----|--|
| නම | |
|----|--|

අයදුම්කරුවන් සඳහා උපදෙස් :-

- ★ මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ.
A කොටස (ප්‍රශ්න 1 - 10) සහ B කොටස (ප්‍රශ්න 11 - 17)
- ★ A කොටස :
සියලුම ප්‍රශ්න සඳහා පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිතා කළ හැකිය.
- ★ B කොටස :
ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
- ★ නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු A කොටසෙහි පිළිතුරු පත්‍රය, B කොටසෙහි පිළිතුරු පත්‍රයට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාරදෙන්න.
- ★ මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයේ B කොටස පමණක් විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙන යාමට ඔබට අවසර ඇත.

පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

| (10) සංයුක්ත ගණිතය I | | |
|----------------------|--------------|-------|
| කොටස | ප්‍රශ්න අංකය | ලකුණු |
| A | 1 | |
| | 2 | |
| | 3 | |
| | 4 | |
| | 5 | |
| | 6 | |
| | 7 | |
| | 8 | |
| | 9 | |
| | 10 | |
| B | 11 | |
| | 12 | |
| | 13 | |
| | 14 | |
| | 15 | |
| | 16 | |
| | 17 | |
| | එකතුව | |
| | ප්‍රතිශතය | |

| | |
|-------------|--|
| I පත්‍රය | |
| II පත්‍රය | |
| එකතුව | |
| අවසාන ලකුණු | |

| අවසාන ලකුණු | |
|-------------|--|
| ඉලක්කමෙන් | |
| අකුරින් | |

| සංකේත අංකය | |
|---------------------|----|
| උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක | |
| පරීක්ෂා කළේ | 1. |
| | 2. |
| අධීක්ෂණය කළේ | |

A කොටස

01. $x - \frac{4}{x} \leq 3$ අසමානතාව සපුරාලන සියලු තත්වික x හි අගයන් සොයන්න.

[illegible]

02. ප්‍රස්ථාර භාවිතයෙන්, $2|x-3| \leq 2+x$ අසමානතාව තෘප්ත කරන x හි සියලු තාත්වික අගයන්හි කුලකය සොයන්න. ඒ නයින්, $2|x+3| \leq 2-x$ විසඳන්න.

This image shows a full page of primary-ruled paper. It features multiple horizontal rows, each defined by two parallel dashed lines. The rows are evenly spaced and extend across the entire width of the page, providing a guide for handwriting practice. There are no margins, text, or other markings on the paper.

07. අනුක්‍රමණය -3 වූ l සරල රේඛාව, $A(2, 1)$ ලක්ෂ්‍යය හරහා ගමන් කරයි. B යනු AB දුර $3\sqrt{10}$ වන පරිදි l රේඛාව මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයකි. B ලක්ෂ්‍යය සඳහා තිබිය හැකි බිණ්ඩාංක සොයන්න.

This image shows a full page of white paper with horizontal dotted lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page, providing a guide for handwriting practice. There are no margins, text, or other markings on the page.

08. $x = 2t^3$, $y = 2 - 4t + t^2$ මගින් දෙනු ලබන පරාමිතික චක්‍රයට ඇඳි ස්පර්ශකවල අනුක්‍රමණය -1 වන ලක්ෂ්‍යයන් සොයන්න.

[illegible]

B කොටස

★ ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

11. (a) $k \neq 0$ යනු තාත්වික නියතයක් යයි ගනිමු. $2kx^2 + 12x + 2k - 5 = 0$ යන වර්ගජ සමීකරණයට තාත්වික මූල ඇති බව දී ඇත. $2k^2 - 5k - 18 \leq 0$ බව පෙන්වන්න.
 k ට තිබිය හැකි අගයන්හි උපරිමය හා අවමය සොයන්න.
 α හා β යනු $2kx^2 + 12x + 2k - 5 = 0$ යන සමීකරණයේ මූල යයි ගනිමු.
 $2(\alpha + \beta)$ හා $3\alpha\beta$ මූල වන වර්ගජ සමීකරණය සොයන්න.
- (b) $f(x) = x^3 + px^2 + q$ හා $g(x) = x^3 + qx^2 - p$ යයි ගනිමු. මෙහි p හා q තාත්වික සංඛ්‍යා වේ. $(x + 2)$ යන්න $f(x)$ හි සාධකයක් ද $g(x)$ යන්න $(x + 1)$ න් බෙදූ විට ශේෂය -8 ක් ද බව දී ඇත. p හා q හි අගයන් සොයන්න.
 p හා q හි මෙම අගයන් සඳහා $f(x) - g(x)$ හි අඩුතම අගය සොයන්න.
12. (a) $x \in \mathbb{R}$ සඳහා $f(x) = x^3 + 1$ හා $g(x) = ax + b$ යැයි ගනිමු. මෙහි a හා b තාත්වික නියත වේ. $f(g(0)) = 2$ හා $g(f(0)) = 3$ බව දී ඇත. a හා b හි අගයන් සොයන්න. a හා b සඳහා මෙම අගයන් ඇතිව $g^{-1}(x)$ සොයන්න.
- (b) සියළු $x \in \mathbb{R}$ සඳහා $x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 3x + 1 = A(x^2 + 1)^2 + Bx(x^2 + 1) + Cx^2$ වන පරිදි A, B හා C නියතයන් හි අගයන් සොයන්න.
එනමින්, $\frac{x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 3x + 1}{x(x^2 + 1)^2}$ යන්න හින්න භාග වලින් ලියා දක්වන්න.
- (c) x හා y සඳහා $2\log_3 x + \log_3 y = 3$ හා $2^{x+3} - 8^{y+1} = 0$ යන සමගාමී සමීකරණය විසඳන්න.
- (d) $A \equiv (0, 3)$ ලක්ෂ්‍යය හරහා යන්නා වූ ද අනුක්‍රමණය -2 ක් වූ ද l සරල රේඛාවේ සමීකරණය ලියා දක්වන්න. l රේඛාව, $y = mx$ රේඛාව B ලක්ෂ්‍යයේ දී හමුවේ. මෙහි $m (m \neq -2)$ යනු නියතයක් වේ.
 B හි ඛණ්ඩාංකය ඇසුරින් m සොයන්න. OAB ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය වර්ග ඒකක $\frac{9}{2}$ බව දී ඇති විට m ට තිබිය හැකි අගයන් සොයන්න. මෙහි O යනු මූල ලක්ෂ්‍යය වේ.
13. (a) $\cos A, \cos B, \sin A$ හා $\sin B$ ඇසුරෙන් $\cos(A + B)$ හා $\cos(A - B)$ ලියා දක්වන්න.
එනමින්, $\cos C + \cos D = 2 \cos\left(\frac{C+D}{2}\right) \cos\left(\frac{C-D}{2}\right)$ බව පෙන්වන්න.
 $\cos C - \cos D = -2 \sin\left(\frac{C+D}{2}\right) \sin\left(\frac{C-D}{2}\right)$ බව අපෝහනය කරන්න.
- (b) $p \in \mathbb{R}$ හා $f(x) = x^2 + (7 + p)x + p$ යයි ගනිමු. p හි ඕනෑම තාත්වික අගයන් සඳහා $f(x) = 0$ සමීකරණයට තාත්වික ප්‍රතිත්ත මූල 2 ක් තිබෙන බව පෙන්වන්න.
 $f(x) = 0$ හි මූල දෙකෙහි අන්තරය අවම වන විට p හි අගය සොයන්න.
 $f(x) = 0$ හි මූල දෙකෙහි අවම අන්තරය $2\sqrt{6}$ බව පෙන්වන්න.

$g(x)$ යනු ඉහත සොයාගන්නා ලද p හි අගයට අනුරූප $f(x)$ යයි ගනිමු. $g(x)$ යන්න $g(x) = (x - a)^2 + b$ ආකාරයට ලියා දක්වන්න. a, b නිර්ණය කළ යුතු නියත වේ.

එනමින්, $y = g(x)$ හි ප්‍රස්ථාරයේ ගුණ ප්‍රකාශ කරන්න.

$y = g(x)$ හි දළ සටහනක් අඳින්න.

14. (a) $x \neq -2$ සඳහා $f(x) = \frac{x+1}{(x+2)^2}$ යයි ගනිමු.

$f(x)$ හි ව්‍යුත්පන්නය වූ $f'(x)$ යන්න $x \neq -2$ සඳහා $f'(x) = \frac{-x}{(x+2)^3}$ බව දී ඇත. $f''(x)$ සොයන්න.

$f''(x), f(x)$ හි දෙවන ව්‍යුත්පන්නය දක්වයි. ස්පර්ශෝන්මුඛ, හැරුම් ලක්ෂ්‍යය හා නතිවර්තන ලක්ෂ්‍යය දක්වමින් $y = f(x)$ හි ප්‍රස්ථාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

- (b) O කේන්ද්‍රය වන වෘත්තාකාර වැවක් රූපයේ ආකාරයේ වේ. එහි අරය 2 km

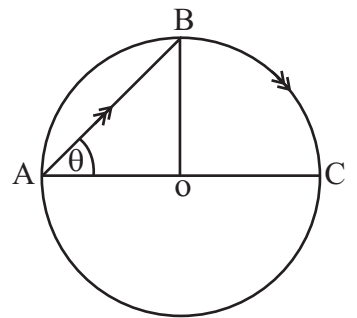
වේ. එහි AB ජ්‍යායකි. AC විෂ්කම්භයක්ද වේ. AB දිගේ මිනිසෙකුට පිහිනිය

හැකි නියත ප්‍රවේගය $2\sqrt{3} \text{ kmh}^{-1}$ වේ.

B සිට C ට වැව් කණ්ඩිය දිගේ 4 kmh^{-1} නියත ප්‍රවේගයකින් ගමන් කළ හැකිය.

$\hat{BAC} = \theta$ වේ. A සිට C දක්වා රූපයේ පරිදි යාමට ගතවන කාලය $T(\theta)$ පැය වලින් සොයන්න.

$\frac{dT}{d\theta}$ හි ලකුණ පරීක්ෂා කිරීමෙන් සිට C ට යාමට ගතවන කාලය උපරිම වීමට අවශ්‍ය θ හි අගය සොයන්න.



15. (a) සුදුසු ආදේශයක් හා කොටස් වශයෙන් අනුකලනය භාවිතයෙන් $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{1}{x^2} \tan^{-1}\left(\frac{1}{x}\right) dx$ අගයන්න.

- (b) $\int (7^{2x} - 3)^2 dx$ සෙවීම සඳහා $t = 7^x$ යන ආදේශය යොදාගන්න.

- (c) හින්න භාග භාවිතයෙන් අනුකලනය කරන්න.

$$\int \frac{(4x^3 + 2x^2 + 2x)}{x^4 - 1} dx$$

- (d) $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(a + b - x) dx$ බව පෙන්වන්න.

එමගින් පහත අනුකලනයන් අගයන්න.

$$\int_1^6 \frac{\sqrt{7-x}}{\sqrt{x} + \sqrt{7-x}} dx$$

16. $A \equiv (1, 1)$ හා $B \equiv (5, 9)$ යයි ගනිමු.

AB සරල රේඛාවේ සමීකරණය සොයා $C \equiv (4, 2)$ ලක්ෂ්‍යය AB රේඛාව මත නොපිහිටන බව පෙන්වන්න.

C හරහා යන AB ට ලම්භ රේඛාව D ලක්ෂ්‍යයේ දී AB ඡේදනය කරයි. D හි බිඳ්විඩාංක සොයා $AD : DB = 1 : 3$ බව පෙන්වන්න.

තවද $ADCE$ සෘජුකෝණාස්‍රයක් වන පරිදි වූ E ලක්ෂ්‍යයේ බිඳ්විඩාංක සොයන්න.

AB රේඛාවේ හා $x + y = k$ රේඛාවේ ඡේදන ලක්ෂ්‍යය F යයි ගනිමු. F ලක්ෂ්‍යය හරහා යන AC රේඛාවට සමාන්තර රේඛාව E ලක්ෂ්‍යය හරහා යයි. k නියතයෙහි අගය සොයන්න.

17. (a) A, B හා C යනු ත්‍රිකෝණයක කෝණ නම් $\cos A + \cos B + \cos C = 1 + 4 \sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2}$ බව ඔප්පු කරන්න.

(b) $3 - 2 \cos x - 4 \sin x - \cos 2x + \sin 2x = 0$ සමීකරණයේ සාධාරණ විසඳුම ලබාගන්න.

(c) සුපුරුදු අංකනයට අනුව ඕනෑම ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා සයින හා කෝසයින නීති ප්‍රකාශ කරන්න.
සුපුරුදු අංකනයට අනුව ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා $b^2 \sin 2C + c^2 \sin 2B = 2bc \sin A$ බව ඔප්පු කරන්න.

(d) $2\cos^2\theta - 2\cos^22\theta = \cos2\theta - \cos4\theta$ බව සාධනය කර $\cos36^\circ - \cos72^\circ = \frac{1}{2}$ බව අපෝහනය කරන්න.