Clasificación con reglas

Dra. Amparo López Gaona

Fac. Ciencias, UNAM Mayo 2018

• El minado de reglas de asociación



 El minado de reglas de asociación busca relaciones entre artículos en un dataset

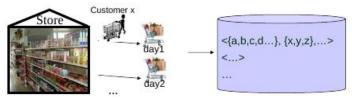
 El minado de reglas de asociación busca relaciones entre artículos en un dataset donde el tiempo es irrelevante.



 El minado de reglas de asociación busca relaciones entre artículos en un dataset donde el tiempo es irrelevante.



• El análisis de patrones secuenciales considera el tiempo/orden de las transacciones.



 Datos: secuencias de ocurrencia de algún evento ordenadas en el tiempo.



- Objetivo: obtener sub-secuencias que ocurren frecuentemente.
- Ejemplos:
 - Secuencias de compras de clientes.
 - Tratamientos médicos.
 - Solución a crímenes seriales.
 - Procesos científicos e ingenieriles,
 - Patrones de llamadas telefónicas,
 - Flujos de clicks en la web,
 - Secuencias de ADN y estructuras de genes, etc.
- => Relación de orden entre los eventos que generan datos, basada en precedencia en tiempo o espacio.

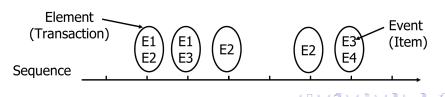
Ejemplos de secuencias de datos

Sequence Database	Sequence	Element (Transaction)	Event (Item)
Customer	Purchase history of a given customer	A set of items bought by a customer at time t	Books, diary products CDs, etc
Web Data	Browsing activity of a particular Web visitor	A collection of files viewed by a Web visitor after a single mouse click	Home page, index page, contact info, et
Event data	History of events generated by a given sensor	Events triggered by a sensor at time t	Types of alarms generated by sensors
Genome sequences	DNA sequence of a particular species	An element of the DNA sequence	Bases A,T,G,C

106

Ejemplos de secuencias de datos

Sequence Database	Sequence	Element (Transaction)	Event (Item)
Customer	Purchase history of a given customer	A set of items bought by a customer at time t	Books, diary products CDs, etc
Web Data Browsing activity of a particular Web visitor		A collection of files viewed by a Web visitor after a single mouse click	Home page, index page, contact info, etc
Event data History of events generated by a given sensor		Events triggered by a sensor at time t	Types of alarms generated by sensors
Genome sequences	DNA sequence of a particular species	An element of the DNA sequence	Bases A,T,G,C



Dados



- Un conjunto de secuencias donde cada una consta de una lista de elementos y cada elemento tiene un conjunto de items.
- Un umbral mínimo de soporte, proporcionado por el usuario.
- Encontrar todas las subsecuencias frecuentes, es decir las subsecuencias cuya frecuencia de ocurrencia en el conjunto de secuencias sea mayor o igual que el soporte mínimo.

Ejemplos de secuencias

- Secuencias en la Web:
 - < {Homepage} {Electrónicos} {Cámara digital} {Cámara digital}
 Canon} {Carrito de compra} {Confirmación de orden} {Regreso a seguir comprando} >
- Secuencia de medicamentos:
 - <{Merformin, simvatatin, venlafaxine} {aspirina, glipzide} {insulina}>
- Secuencia de libros tomados en préstamo en una biblioteca.
 - $\bullet \ <\! \{\mathsf{La} \ \mathsf{comunidad} \ \mathsf{del} \ \mathsf{anillo}\} \ \{\mathsf{Las} \ \mathsf{dos} \ \mathsf{torres}\} \ \{\mathsf{El} \ \mathsf{regreso} \ \mathsf{del} \ \mathsf{Rey}\} \!>$

Dado un conjunto de secuencias, encontrar el conjunto completo de subsecuencias frecuentes.



Base de datos			
SID	SID secuencia		
10	<a(abc)(ac)d(cf) $>$		
20	<(ad)c(bc)(ae)>		
30	<(ef)(ab)(cdf)cb>		
40	<eg(af)cbc></eg(af)cbc>		

- $\langle a(bc)dc \rangle$ es una subsecuencia de $\langle a(abc)(ac)d(cf) \rangle$,
- < (e)(f) >

Dado un conjunto de secuencias, encontrar el conjunto completo de subsecuencias frecuentes.



Base de datos			
SID	SID secuencia		
10	<a(abc)(ac)d(cf) $>$		
20	<(ad)c(bc)(ae)>		
30	<(ef)(ab)(cdf)cb>		
40	<eg(af)cbc></eg(af)cbc>		

- <a(bc)dc> es una subsecuencia de <a(abc)(ac)d(cf)>,
- <(e)(f)> no está contenida en la transacción 30.
- La secuencia <(ab)c> está contenida en:

Dado un conjunto de secuencias, encontrar el conjunto completo de subsecuencias frecuentes.



Base de datos			
SID	SID secuencia		
10	<a(abc)(ac)d(cf) $>$		
20	<(ad)c(bc)(ae)>		
30	<(ef)(ab)(cdf)cb>		
40	<eg(af)cbc></eg(af)cbc>		

- <a(bc)dc> es una subsecuencia de <a(abc)(ac)d(cf)>,
- <(e)(f)> no está contenida en la transacción 30.
- La secuencia <(ab)c> está contenida en: 10 y 30
- < bc > está contenida en:

• El soporte de una secuencia α es el número de tuplas que la contienen.



Ejemplo:

SID	secuencia
10	<a(abc)(ac)d(cf) $>$
20	<(ad)c(bc)(ae)>
30	<(ef)(ab)(df)cb $>$
40	<eg(af)cbc></eg(af)cbc>

• Soporte de $\alpha_1 = \langle a \rangle =$

• El soporte de una secuencia α es el número de tuplas que la contienen.



Ejemplo:

SID	secuencia
10	<a(abc)(ac)d(cf) $>$
20	<(ad)c(bc)(ae)>
30	<(ef)(ab)(df)cb $>$
40	<eg(af)cbc></eg(af)cbc>

- Soporte de $\alpha_1 = \langle a \rangle = 4$.
- Soporte de $\alpha_2 = \langle ac \rangle =$

• El soporte de una secuencia α es el número de tuplas que la contienen.



Ejemplo:

SID	secuencia	
10	<a(abc)(ac)d(cf) $>$	
20	<(ad)c(bc)(ae)>	
30	<(ef)(ab)(df)cb $>$	
40	<eg(af)cbc></eg(af)cbc>	

- Soporte de $\alpha_1 = < a > = 4$.
- Soporte de $\alpha_2 = \langle ac \rangle = 4$.
- Soporte de $\alpha_2 = <(ab)c> =$

• El soporte de una secuencia α es el número de tuplas que la contienen.



Ejemplo:

SID	secuencia	
10	<a(abc)(ac)d(cf) $>$	
20	<(ad)c(bc)(ae)>	
30	<(ef)(ab)(df)cb $>$	
40	<eg(af)cbc></eg(af)cbc>	

- Soporte de $\alpha_1 = < a > = 4$.
- Soporte de $\alpha_2 = \langle ac \rangle = 4$.
- Soporte de $\alpha_2 = <(ab)c> = 2$.

- Dada la secuencia: <{a b} {c d e} {f} {g h i}>
 Subsecuencias: <{a} {c d} {f} {g}>, <{c d e}>, <{b} {g}>, etc.

- Dada la secuencia: <{a b} {c d e} {f} {g h i}>
 - Subsecuencias: $\{a\} \{c d\} \{f\} \{g\} >$, $\{c d e\} >$, $\{b\} \{g\} >$ etc
- ¿Cuántas k-subsecuencias hay en una n-secuencia?
 - <{a b} {c d e} {f} {g h i}> n = 9 y k = 4.
 - La respuesta es:

- Subsecuencias: $\{a\}$ $\{c\ d\}$ $\{f\}$ $\{g\}>$, $\{c\ d\ e\}>$, $\{b\}$ $\{g\}>$, etc. • Dada la secuencia: <{a b} {c d e} {f} {g h i}>
- ¿Cuántas k-subsecuencias hay en una n-secuencia?
 - $\{a b\} \{c d e\} \{f\} \{g h i\} > n = 9 y k = 4.$
 - La respuesta es:

$$\binom{n}{k} = \binom{9}{4} = 126$$

- Hay gran cantidad de posibles patrones secuenciales en las BD.
- Un algoritmo de minado, debería:
 - Encontrar el conjunto completo de patrones que satisfagan el soporte mínimo establecido.
 - Ser muy eficiente y escalable con el menor número posible de barridos a la BD.
 - Ser capaz de incorporar diferentes restricciones del usuario.

Propiedad básica para patrones secuenciales

Propiedad apriori (Agrawal & Sirkant'94)



- Si una secuencia S no es frecuente, entonces ninguna de sus super-frecuencias será frecuente.
- Ejemplo: Con soporte mínimo = 2.

Seq. ID	Secuencia	
10	<(bd)cb(ac)>	
20	<(bf)(ce)b(fg) $>$	
30	<(ah)(bf)abf>	
40	<(be)(ce)d>	
50	<a(bd)bcb(ade)></a(bd)bcb(ade)>	

La subsecuencia <hb> es

Propiedad básica para patrones secuenciales

Propiedad apriori (Agrawal & Sirkant'94)



- Si una secuencia S no es frecuente, entonces ninguna de sus super-frecuencias será frecuente.
- Ejemplo: Con soporte mínimo = 2.

Seq. ID	Secuencia	
10	<(bd)cb(ac)>	
20	<(bf)(ce)b(fg) $>$	
30	<(ah)(bf)abf>	
40	<(be)(ce)d>	
50	<a(bd)bcb(ade)></a(bd)bcb(ade)>	

La subsecuencia <hb> es infrecuente entonces ni <hab>, ni <(ah)b> serán frecuentes.

Algoritmo basado en el Apriori

Algoritmo:

- Crear la base de datos de secuencias a partir de las transacciones.
- Inicialmente, cada item en la BD es un candidato de longitud 1.
- Para cada nivel (secuencia de longitud k) hacer:
 - Calcular el soporte de cada secuencia candidata.
 - Generar secuencias candidatas de longitud (k+1), usando el principio Apriori.
 - Repetir hasta que no haya secuencias frecuentes o no se hayan encontrado candidatos.

... Ejemplo en R

```
> install.packages("arulesSequences")
> library(arulesSequences)
```



```
#creacion de una lista de registros de compra
> datosTemp=list(c("A"),
                 c("A", "B", "C"),
                 c("A","C"),
                 c("D"),
                 c("C", "F"),
                 c("A", "D"),
                 c("C"),
                 c("B","C"),
                 c("A", "E"),
                 c("E", "F"),
                 c("A", "B"),
                 c("D", "F"),
                 c("C").
```

c("B").

... Ejemplo en R

```
# Conversión de la lista en transacciones además de agregar informa
# temporal
> names(datosTemp) = paste("Tr",c(1:20), sep = "")
> trans = as(datosTemp, "transactions")
> transactionInfo(trans)$sequenceID =
   c(1,1,1,1,1,2,2,2,2,3,3,3,3,3,4,4,4,4,4,4,4)
> transactionInfo(trans)$eventID=c(10,20,30,40,50,10,20,30,40,10,20
30,40,50,10,20,30,40,50,60)
> trans
```

transactions in sparse format with 20 transactions (rows) and 7 items (columns)

Ejemplo en R

> inspect(trans)

transactionID sequenceID eventID items

Γ17 $\{A\}$ Tr1 10 [2] $\{A,B,C\}$ Tr2 20

[3] $\{A,C\}$ Tr3 30

[4] {D} Tr4 40

[5] $\{C,F\}$ Tr5 50

[6] $\{A,D\}$ 10 Tr6 [7] {C} 20 Tr7

[8] $\{B,C\}$ 30 Tr8

[9] $\{A,E\}$ Tr9 40

[10] $\{E,F\}$ Tr10 10

[11] $\{A,B\}$ 3 Tr11 20 [12] $\{D,F\}$ Tr12 30

[13] {C} Tr13 3 40

Г147 {B} 3 Tr14 50 [15]

{E} Tr15 4 10 Г16Т {G} Tr16 4 20



... Ejemplo en R

> summary(trans)

transactions as itemMatrix in sparse format with 20 rows (elements/itemsets/transactions) and 7 columns (items) and a density of 0.2214286



most frequent items:

C A B F D (Other) 8 7 5 4 3 4

element (itemset/transaction) length distribution:
sizes

1 2 3 10 9 1

Min. 1st Qu. Median Mean 3rd Qu. Max. 1.00 1.00 1.50 1.55 2.00 3.00

... Ejemplo en R con SPADE

```
> secuencias=cspade(trans,control=list(verbose = TRUE)) PEUVI
> summary(secuencias)
```

set of 812 sequences with

most frequent items:

most frequent elements:

element (sequence) size distribution:

sizes

```
1 2 3 4 5 6
17 107 282 297 106 3
```

... Ejemplo en R

```
> secuencias=cspade(trans,parameter = list(support = 0.75),control =
list(verbose = TRUE))
> as(secuencias, "data.frame")
                                 #inspect(secuencias)
         sequence support
            <{A}>
                     1.00
 2
            <{B}> 1.00
 3
            <{C}> 1.00
 4
            \{D\}> 0.75
 5
            \{E\}> 0.75
 6
            \{F\}> 0.75
 7
        \{A\},\{C\}> 1.00
 8
        <{B},{C}>
                     0.75
 9
        <{C},{C}>
                     0.75
10
        <{D},{C}>
                     0.75
    <{A},{C},{C}>
11
                     0.75
        <{A},{B}>
12
                     1.00
13
        <{C}.{B}>
                     0.75
```

<{A},{C},{B}>

14

0.75

... Ejemplo en R

```
> reglas <- ruleInduction(secuencias, confidence = 0.5,
                                   = list(verbose = TRUE))
                         control
+
processing ... 14 itemsets, 18 rules [0.00s]
> inspect(reglas)
  lhs
        rhs
                 support confidence lift
1 < {A}> => < {C}> 1.00
                                 1.00 1.00
2 < \{B\} > => < \{C\} > 0.75
                                0.75 0.75
3 < \{C\} > => < \{C\} > 0.75 0.75
4 < \{D\} > => < \{C\} > 0.75
```

 $5 < \{A\}, \{C\} > => < \{C\} > 0.75 0.75$

6 <{A}> => <{B}> 1.00

 $7 < \{C\} > => < \{B\} > 0.75$

 $8 < \{A\}, \{C\} > => < \{B\} > 0.75$

1.00 1.00

1.00 1.00

0.75 0.75

0.75 0.75

Reglas de asociación secuenciales (Ejemplo médico)

Objetivo:



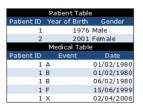
Reglas de asociación secuenciales (Ejemplo médico)

Objetivo:

- Organización: Mejorar los cuidados de salud y reducir sus costos.
- DM: Predecir la enfermedad que, probablemente, desarrolle un paciente con el propósito de tomar acciones preventivas.
 - Paciente nacido en 1973 que tuvo un evento A tiene 70 % de probabilidad de desarrollar B.
- Se tiene una BD nacional con los registros de los pacientes:
 - Datos personales, así como la historia clínica personal y familiar.
 - Cada visita al doctor se registra especificando la fecha y los eventos que la ocasionaron.
- La BD con 20 especialidades, tiene aproximadamente 350 mil pacientes, con 25 millones de prescripciones y 15 millones de eventos médicos.

• Pre-procesamiento: transformar la BD en un BD transaccional.







Transform ed Table			
Patient ID	Basket ID	Basket	
1	1	{1976,Male}	
1	2	{A,B}	
1	3	{B}	
1	4	{F}	
1	5	{X}	
2	1	{2001,Female}	

 Se obtuvieron cerca de 100,000 reglas con un soporte mínimo bajo para

- Se obtuvieron cerca de 100,000 reglas con un soporte mínimo bajo para incluir eventos raros en las reglas. La confianza fue del 0.1.
- Las reglas contenían información tal como enfermedades más frecuentes en alguno de los dos sexos, cuán benéfica es la asesoría acerca de la salud, cómo está asociada la enfermedad con la edad y qué otras enfermedades pueden ocurrir como consecuencia de otra enfermedad existente.
- Ejemplo, una regla de la forma A, A → A o A, A, A → A corresponden a pacientes que tiene la enfermedad una vez más después de haberla tenido 2 o tres veces. La confianza de estas reglas se utiliza para estimar la oportunidad de que el paciente recaiga.

• La tabla muestra los antecedentes de reglas con consecuente U "Desorden depresivo NEC"



Confidence	Antecedent
0.700	4x Depressive disorder NEC
0.604	3x Depressive disorder NEC
0.527	2x Depressive disorder NEC
0.378	Depressive disorder NEC, Upper respiratory infection
0.343	Depressive disorder NEC
0.299	Had a chat to patient, Depressive disorder NEC
0.272	Depressive disorder NEC,Patient's condition improved
0.267	Depressive disorder NEC,Patient's condition the same
0.168	[D]Insomnia NOS
0.138	Depressed
0.106	Backache
0.105	2x Patient's condition improved
0.102	[D]Tiredness

... Ejemplo médico (Resultados)

- Reglas de la forma $A, B, sexo \rightarrow C$ con confianza mayor que $A, B \rightarrow C$ significa que ese sexo tiene mayor posibilidad de contraer la enfermedad C.
- Reglas de la forma $yob \rightarrow B$ indican la cantidad de pacientes nacidos en yob y tuvieron el evento a finales de 2010.

ANTECEDENTS OF THE SEQUENTIAL RULES CONTAINING ACUTE
CONJUNCTIVITIS AS THE CONSEQUENCE AND THE CORRESPONDING
CONFIDENCE VALUES

Confidence	Antecedent
0.358	3x Acute conjunctivitis
0.290	2x Acute conjunctivitis, female
0.279	2x Acute conjunctivitis
0.246	Infect.dis.prevent/control NOS
0.227	Acute conjunctivitis, Upper respiratory infection NOS
0.224	male,yob:2000
0.223	yob:2003

Tareas básicas de minería de datos:



Tareas básicas de minería de datos:

Aprendizaje no-supervisado:



Tareas básicas de minería de datos:

PEUVI s y se trata

- Aprendizaje no-supervisado: No hay etiqueta en los datos y se trata de encontrar patrones comunes, agrupando registros similares.
 - Ejemplo: carritos de compra

Tareas básicas de minería de datos:

- Aprendizaje no-supervisado: No hay etiqueta en los datos y se trata de encontrar patrones comunes, agrupando registros similares.
 - Ejemplo: carritos de compra
- Aprendizaje supervisado: Aprende de un conjunto etiquetado de registros.
 - Objetivo:

Tareas básicas de minería de datos:

- Aprendizaje no-supervisado: No hay etiqueta en los datos y se trata de encontrar patrones comunes, agrupando registros similares.
 - Ejemplo: carritos de compra
- Aprendizaje supervisado: Aprende de un conjunto etiquetado de registros.
 - Objetivo: Crear un modelo para predecir la clase (clasificar) de nuevos registros.
 - Dada una base de datos $D = \{t_1, t_2, ... t_n\}$ y un conjunto de clases $C = \{C_1, C_2, ... C_m\}$ el problema de clasificación consiste en encontrar una función $f: D \to C$, para asignar (predecir) una clase C_j , a cada t_i ; con la mayor precisión posible.
 - La base de datos se divide en un conjunto de entrenamiento, con el cual se construye el modelo o función; y un conjunto de prueba utilizado para determinar la precisión del modelo.

... Clasificación



Test Set

orio	orid	invo	
calegoria	categoria	Continuo	dase

Tid	Refund	Marital Status	Taxable Income	Cheat
1	Yes	Single	125K	No
2	No	Married	100K	No
3	No	Single	70K	No
4	Yes	Married	120K	No
5	No	Divorced	95K	Yes
6	No	Married	60K	No
7	Yes	Divorced	220K	No
8	No	Single	85K	Yes
9	No	Married	75K	No
10	No	Single	90K	Yes

Refund	Marital Status	Taxable Income	Cheat	
No	Single	75K	?	
Yes	Married	50K	?	
No	Married	150K	?	
Yes	Divorced	90K	?	
No	Single	40K	?	
No	Married	80K	?	



- Una matriz de confusión contiene información acerca de las predicciones hechas por un modelo de clasificación, comparando las realizadas en los registros de aprendizaje contra la clase a la que realmente pertenecen.
- Ejemplo:

	Predicción		dicción
		Mal Pagador	Buen Pagador
Valor	Mal Pagador	800	200
Real	Buen Pagador	500	1500

- Una matriz de confusión contiene información acerca de las predicciones hechas por un modelo de clasificación, comparando las realizadas en los registros de aprendizaje contra la clase a la que realmente pertenecen.
- Ejemplo:

Predicción		dicción	
		Mal Pagador	Buen Pagador
Valor	Mal Pagador	800	200
Real	Buen Pagador	500	1500

- De "Mal pagador" se predijo correctamente el 80 %.
- De "Buen pagador" se predijo correctamente el 75 %.

- Una matriz de confusión contiene información acerca de las predicciones hechas por un modelo de clasificación, comparando las realizadas en los registros de aprendizaje contra la clase a la que realmente pertenecen.
- Ejemplo:

Predicción		dicción	
		Mal Pagador	Buen Pagador
Valor	Mal Pagador	800	200
Real	Buen Pagador	500	1500

- De "Mal pagador" se predijo correctamente el 80 %.
- De "Buen pagador" se predijo correctamente el 75 %.
- ullet Se acertó en 2300 de 3000 predicciones para una efectividad de 76.6 %

		Predicción	
		Negativo	Positivo
Valor Real	Negativo	а	b
	Positivo	С	d



 La precisión de un modelo de predicción es la proporción de predicciones acertadas con respecto a la cantidad total de predicciones.

$$Precision = \frac{a+d}{a+b+c+d}$$

• El error = 1 - Precisión.

$$Error = \frac{b+c}{a+b+c+d}$$

• La precisión puede ser engañosa.

		Predicción	
		Fraude	No Fraude
Valor	Fraude	0	8
Real	No Fraude	3	989



• La precisión es del

• La precisión puede ser engañosa.

		Predicción	
		Fraude	No Fraude
Valor	Fraude	0	8
Real	No Fraude	3	989



ullet La precisión es del 98.9 %,

• La precisión puede ser engañosa.



		Pred	icción
		Fraude	No Fraude
Valor	Fraude	0	8
Real	No Fraude	3	989

 \bullet La precisión es del 98.9 %, sin embargo, el modelo no detectó ningún fraude.

		Predi	cción
		Negativo	Positivo
Valor Real	Negativo	a	b
	Positivo	С	d



- La precisión positiva (PP) es la proporción de casos positivos acertados y se calcula como PP = d/(c+d).
- La precisión negativa (PN) es la proporción de casos negativos acertados y se calcula como PN = a/(a+b).
- Falsos positivos es la proporción de casos negativos clasificados como positivos sin serlo: FP = b/(a+b).
- Falsos negativos es la proporción de casos positivos clasificados como negativos sin serlo: FN = c/(c+d).

• La precisión puede ser engañosa.

		Predicción		
		Fraude	No Fraude	
The second secon	Fraude	0	8	
Real	No Fraude	3	989	



- La precisión es del 98.9
- PP = 99.6 % y PN

• La precisión puede ser engañosa.

		Predicción		
		Fraude	No Fraude	
Valor	Fraude	0	8	
Real	No Fraude	3	989	



- La precisión es del 98.9
- PP = 99.6% y PN = 0%.

Modelos generados



Modelos generados

- Árbol de decisión.
- Red neuronal.



Modelos generados

- Árbol de decisión.
- Red neuronal.
- Reglas.
- Ninguno.



Modelo de clasificación basada en reglas

- Representan el conocimiento como un conjunto de reglas de la forma if condición then y, o bien, $(condicion) \rightarrow y$
 - El antecedente (condición) está formado por la combinación de valores de algunos/ todos atributos independientes.
 - En el consecuente (conclusión) se especifica la clase a la que pertenece la tupla a clasificar, en caso de que el consecuente sea verdadero.
- Ejemplos:
 - IF edad = joven AND estudia= si THEN compra = si
 - $(edad = joven) \land (estudia = si) \rightarrow compra = si$
 - (ingreso < 50K) \land (reembolso = si) \rightarrow evasor = no

... Modelo de clasificación basada en reglas

- El resultado de estos modelos de clasificación es más directo y fácil de entender que los árboles de decisión.
- Trabajan de manera iterativa identificando una regla que cubre un subconjunto de tuplas del conjunto de entrenamiento y separando estas tuplas del resto. Hasta que no haya más tuplas.

Name	Blood Type	Give Birth	Can Fly	Live in Water	Class
human	warm	yes	no	no	mammals
python	cold	no	no	no	reptiles
salmon	cold	no	no	yes	fishes
whale	warm	yes	no	yes	mammals
frog	cold	no	no	sometimes	amphibians
komodo	cold	no	no	no	reptiles
bat	warm	yes	yes	no	mammals
pigeon	warm	no	yes	no	birds
cat	warm	yes	no	no	mammals
leopard shark	cold	yes	no	yes	fishes
turtle	cold	no	no	sometimes	reptiles
penguin	warm	no	no	sometimes	birds
porcupine	warm	yes	no	no	mammals
eel	cold	no	no	yes	fishes
salamander	cold	no	no	sometimes	amphibians
gila monster	cold	no	no	no	reptiles
platypus	warm	no	no	no	mammals
owl	warm	no	yes	no	birds
dolphin	warm	yes	no	yes	mammals
eagle	warm	no	yes	no	birds



106

- R1: (Da a luz = no) \land (vuela = si) \rightarrow Ave
- R2: (Da a luz = no) \land (acuático = si) \rightarrow Pez
- R3: (Da a luz = si) \land (tipo de sangre = caliente) \rightarrow mamífero
 - NS: (Acuático = ocasionalmente) \rightarrow Anfibio

Aplicación de un clasificador basado en reglas

- Se dice que una regla *r* **cubre** una instancia *x*, si los atributos de instancia satisfacen la condición de la regla.
- Con las reglas:
 - R1: (Da a luz = no) \land (vuela = si) \rightarrow Ave
 - R2: (Da a luz = no) \land (acuático = si) \rightarrow Pez
 - R3: (Da a luz = si) \land (tipo de sangre = caliente) \rightarrow mamífero
 - ullet R4: (Da a luz = no) \wedge ((vuela = no) o Reptil
 - R5: (Acuático = ocasionalmente) \rightarrow Anfibio
- Clasificar las siguientes tuplas:

nombre	tipodeSangre	dar a luz	volar	acuático	clase
halcón	caliente	no	si	no	?
oso	caliente	si	no	no	?

Aplicación de un clasificador basado en reglas

- Se dice que una regla r cubre una instancia x, si los atributos de instancia satisfacen la condición de la regla.
- Con las reglas:
 - R1: (Da a luz = no) \land (vuela = si) \rightarrow Ave
 - R2: (Da a luz = no) \land (acuático = si) \rightarrow Pez
 - R3: (Da a luz = si) \land (tipo de sangre = caliente) \rightarrow mamífero
 - ullet R4: (Da a luz = no) \wedge ((vuela = no) o Reptil
 - R5: (Acuático = ocasionalmente) \rightarrow Anfibio
- Clasificar las siguientes tuplas:

nombre	tipodeSangre	dar a luz	volar	acuático	clase
halcón	caliente	no	si	no	?
oso	caliente	si	no	no	?

- ullet La regla R1 cubre que un halcón o ave
- ullet La regla R3 cubre el oso pardo o mamífero

Evaluación de una regla

- Cobertura(R) = Porcentaje de registros que satisfacen el antecedente de una regla.
 Porcentaje de registros cubiertos por la regla.
- Precisión(R) = Fracción de registros que satisfacen tanto el antecedente como el consecuente de R.
 Porcentaje de los registros cubiertos, que fueron correctamente clasificados.
- Cálculo de cobertura y precisión para un dataset de entrenamiento D.
 - $n_{cubiertas} = cantidad de tuplas que cubiertas por R.$
 - n_{correctas} = cantidad de tuplas clasificadas correctamente por R.
 - D = dataset de entrenamiento.

$$\operatorname{cobertura}(\mathbf{R}) = \frac{n_{cubiertas}}{|D|}$$

 $\operatorname{precisi\'on}(\mathbf{R}) = \frac{n_{correctas}}{n_{cubiertas}}$

Tid	Refund	Marital Status	Taxable Income	Class
1	Yes	Single	125K	No
2	No	Married	100K	No
3	No	Single	70K	No
4	Yes	Married	120K	No
5	No	Divorced	95K	Yes
6	No	Married	60K	No
7	Yes	Divorced	220K	No
8	No	Single	85K	Yes
9	No	Married	75K	No
10	No	Single	90K	Yes



 $(\texttt{edoCivil} = \texttt{soltero}) \, \rightarrow \, \texttt{No}$ tiene cobertura del

Tid	Refund	Marital Status	Taxable Income	Class
1	Yes	Single	125K	No
2	No	Married	100K	No
3	No	Single	70K	No
4	Yes	Married	120K	No
5	No	Divorced	95K	Yes
6	No	Married	60K	No
7	Yes	Divorced	220K	No
8	No	Single	85K	Yes
9	No	Married	75K	No
10	No	Single	90K	Yes



(edoCivil = soltero) \rightarrow No tiene cobertura del 40 % y precisión del



Tid	Refund	Marital Status	Taxable Income	Class
1	Yes	Single	125K	No
2	No	Married	100K	No
3	No	Single	70K	No
4	Yes	Married	120K	No
5	No	Divorced	95K	Yes
6	No	Married	60K	No
7	Yes	Divorced	220K	No
8	No	Single	85K	Yes
9	No	Married	75K	No
10	No	Single	90K	Yes



(edoCivil = soltero) \rightarrow No tiene cobertura del 40 % y precisión del 50 %.

• Si una tupla x satisface una regla R_i , se dice que la **dispara/activa**.

- Si una tupla x satisface una regla R_i , se dice que la **dispara/activa**.
- Ejemplo:
 - R1: (Da a luz = no) \land (vuela = si) \rightarrow Ave
 - R2: (Da a luz = no) \land (acuático = si) \rightarrow Pez
 - R3: (Da a luz = si) \land (tipo de sangre = caliente) \rightarrow Mamífero
 - R4: (Da a luz = no) \land ((volar = no) \rightarrow Reptil
 - $\bullet \ \mathsf{R5} \colon \mathsf{(Acu\acute{a}tico=ocasionalmente)} \to \mathsf{Anfibio}$

nombre	tipodeSangre	dar a luz	volar	acuático	clase
lemur	caliente	sí	n	no	?
tortuga	fría	no	no	ocasionalmente	?
tiburón	fría	SÍ	no	sí	?

- Un lémur activa la regla R3, así que es clasificado como mamífero.
- Una tortuga activa

- Si una tupla x satisface una regla R_i , se dice que la **dispara/activa**.
- Ejemplo:
 - R1: (Da a luz = no) \land (vuela = si) \rightarrow Ave
 - R2: (Da a luz = no) \land (acuático = si) \rightarrow Pez
 - R3: (Da a luz = si) \land (tipo de sangre = caliente) \rightarrow Mamífero
 - R4: (Da a luz = no) \land ((volar = no) \rightarrow Reptil
 - R5: (Acuático = ocasionalmente) \rightarrow Anfibio

nombre	tipodeSangre	dar a luz	volar	acuático	clase
lemur	caliente	sí	n	no	?
tortuga	fría	no	no	ocasionalmente	?
tiburón	fría	SÍ	no	sí	?

- Un lémur activa la regla R3, así que es clasificado como mamífero.
- Una tortuga activa las reglas R4 y R5.
- Un tiburón

- Si una tupla x satisface una regla R_i , se dice que la **dispara/activa**.
- Ejemplo:
 - R1: (Da a luz = no) \land (vuela = si) \rightarrow Ave
 - R2: (Da a luz = no) \land (acuático = si) \rightarrow Pez
 - R3: (Da a luz = si) \land (tipo de sangre = caliente) \rightarrow Mamífero
 - ullet R4: (Da a luz = no) \wedge ((volar = no) \rightarrow Reptil
 - R5: (Acuático = ocasionalmente) \rightarrow Anfibio

nombre	tipodeSangre	dar a luz	volar	acuático	clase
lemur	caliente	sí	n	no	?
tortuga	fría	no	no	ocasionalmente	?
tiburón	fría	SÍ	no	sí	?

- Un lémur activa la regla R3, así que es clasificado como mamífero.
- Una tortuga activa las reglas R4 y R5.
- Un tiburón no activa ninguna regla.

- Si sólo se activa una regla, ésta devuelve la clase para la tupla X.
- Si se activa más de una regla, es necesario resolver los conflictos.



- Si sólo se activa una regla, ésta devuelve la clase para la tupla X.
- Si se activa más de una regla, es necesario resolver los conflictos.
 - Orden del tamaño: asigna la mayor prioridad a las reglas activadas que tienen la mayor cantidad de atributos probados.
 - Orden basado en la regla (lista de decisión): las reglas se organizan en una lista de prioridad de acuerdo a algunas medidas de la calidad de los reglas dada por los expertos.
 - Orden basado en la clase: las reglas que pertenecen a la misma clase aparecen juntas y en orden decreciente de acuerdo a alguna medida de la calidad de las reglas.

- Si sólo se activa una regla, ésta devuelve la clase para la tupla X.
- Si se activa más de una regla, es necesario resolver los conflictos.
 - Orden del tamaño: asigna la mayor prioridad a las reglas activadas que tienen la mayor cantidad de atributos probados.
 - Orden basado en la regla (lista de decisión): las reglas se organizan en una lista de prioridad de acuerdo a algunas medidas de la calidad de los reglas dada por los expertos.
 - Orden basado en la clase: las reglas que pertenecen a la misma clase aparecen juntas y en orden decreciente de acuerdo a alguna medida de la calidad de las reglas.
- Si ninguna regla se activa,

... Evaluación de una regla (Ejemplo)

- Si sólo se activa una regla, ésta devuelve la clase para la tupla X.
- Si se activa más de una regla, es necesario resolver los conflictos.
 - Orden del tamaño: asigna la mayor prioridad a las reglas activadas que tienen la mayor cantidad de atributos probados.
 - Orden basado en la regla (lista de decisión): las reglas se organizan en una lista de prioridad de acuerdo a algunas medidas de la calidad de los reglas dada por los expertos.
 - Orden basado en la clase: las reglas que pertenecen a la misma clase aparecen juntas y en orden decreciente de acuerdo a alguna medida de la calidad de las reglas.
- Si ninguna regla se activa, se tiene una regla por omisión basada en el conjunto de entrenamiento.

Métodos para generar reglas de clasificación

Método directo:



- Las reglas se extraen directamente de los datos de entrenamiento.
- Ejemplos: OneR, RIPPER, CN2, AQ.

Método indirecto:

- Las reglas se obtienen de otros modelos de clasificación (árboles de decisión, redes neuronales, etc.)
- Ejemplo: reglas C4.5

Método directo: Algoritmo OneR



Método directo: Algoritmo OneR

- Muchos modelos son tan complejos que no pueden entenderse.
- Objetivo: Buscar el mejor modelo sencillo que logre un balance entre la mejor precisión posible y un modelo suficientemente sencillo para entenderlo.
- Es un algoritmo de clasificación sencillo y preciso que genera una regla para cada predictor en los datos, luego selecciona la regla con el menor error total como su "one rule".
- Algoritmo.

Para cada atributo A:

- Para cada valor V de ese atributo, crear una regla como sigue:
 - Ontar la frecuencia de cada valor del objetivo (clase).
 - 2 Encontrar la clase más frecuente c.
 - Macer la regla if A = V then C = c
- Calcular el error total de esta regla.

Elegir el predictor con el menor error total.

Ejemplo: ¿jugar o no jugar?

Encontrar el mejor predictor con el menor error total usando OneR.

Pronóstico	Temperatura	Humedad	Viento	Jugar
Lluvioso	Caliente	Alta	Falso	No
Lluvioso	Caliente	Alta	Verdadero	No
Nublado	Caliente	Alta	Falso	Sí
Soleado	Templado	Alta	Falso	Sí
Soleado	Fresco	Normal	Falso	Sí
Soleado	Fresco	Normal	Verdadero	No
Nublado	Fresco	Normal	Verdadero	Sí
Lluvioso	Templado	Alta	Falso	No
Lluvioso	Fresco	Normal	Falso	Sí
Soleado	Templado	Normal	Falso	Sí
Lluvioso	Templado	Normal	Verdadero	Sí
Nublado	Templado	Alta	Verdadero	Sí
Nublado	Caliente	Normal	Falso	Sí
Soleado	Templado	Alta	Verdadero	No

... Ejemplo

Atributo	Reglas	Errores	Total de errores
	Soleado -> no	2/5	O FACULTAD DE
Pronóstico	Nublado -> si	0/4	4/14
	Lluvioso $->$ sí	2/5	
	Caliente $->$ no	2/4	
Temperatura	Templado $->$ sí	2/6	5/14
	Fresco $->$ sí	1/4	
Humedad	Alta -> no	3/7	4/14
	Normal $->$ sí	1/7	
Viento	Falso − > sí	2/8	5/14
	Verdadero -> no	3/6	



... Ejemplo





Por lo tanto el mejor predictor es

... Ejemplo

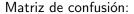
Atributo	Reglas	Errores	Total de errores
	Soleado -> no	2/5	O FACULTAD DE C
Pronóstico	Nublado -> si	0/4	4/14
	Lluvioso $->$ sí	2/5	
	Caliente -> no	2/4	
Temperatura	Templado $->$ sí	2/6	5/14
	Fresco $->$ sí	1/4	
Humedad	Alta -> no	3/7	4/14
	Normal $->$ sí	1/7	
Viento	Falso -> si	2/8	5/14
	Verdadero -> no	3/6	



- Las reglas son:
 - Si pronóstico = Soleado entonces jugar = si
 - Si pronóstico = Nublado entonces jugar = si
 - Si pronóstico = Lluvioso entonces jugar = no



... Evaluación del modelo





	Jugar	No jugar	
Jugar	7	2	Precisión positiva 0.78
No jugar	2	3	Precisión negativa 0.60

• Precisión del modelo = 0.71

• Error: 0.29

- Discretizar los atributos numéricos.
- Dividir cada rango de atributos en intervalos: Ordenar las instancias de acuerdo a los valores de los atributos.

 - Colocar puntos de ruptura donde las clases cambian.
 - De esa forma se minimiza el error total.
- Ejemplo:

Pronóstico	Temperatura	Humedad	Viento	Jugar
Lluvioso	29	85	Falso	No
Lluvioso	26	90	Verdadero	No
Nublado	28	86	Falso	Sí
Soleado	21	96	Falso	Sí
Soleado	20	80	Falso	Sí
Soleado	18	70	Verdadero	No
Nublado	17	65	Verdadero	Sí
Lluvioso	22	95	Falso	No
Lluvioso	20	70	Falso	Sí
Soleado	24	80	Falso	Sí
Lluvioso	24	70	Verdadero	Sí
Nublado	22	90	Verdadero	Sí
Nublado	27	75	Falso	Sí
Soleado	21	91	Verdadero	No

Temperatura:



• Discretización implica dividir esta secuencia colocando puntos de ruptura en donde la clase cambia.

```
18
          20
               21
                    21
                         22
                              22
                                        24
                                             26
                                   24
                              sí
                                    sí
          sí
               sí
                                         sí
                    no
                         no
                                                             no
```

... Trabajo con atributos numéricos (Sobreajuste)

 El problema de sobre-ajuste se produce cuando un atributo tiene varios posibles valores.



- Este procedimiento es muy sensible al ruido.
 - Una instancia con una etiqueta de clase incorrecta probablemente producirá un intervalo separado.
- Solución sencilla: forzar el número mínimo de instancias en la clase mayoritaria para cada intervalo.

Particionamiento con mínimo conjunto de 3 temperaturas.

PEUVI ROMANIA

Datos originales

17	18	20	20	21	21	22	22	24	24	26	27	28	29
sí	no	sí	sí	sí	no	no	sí	sí	sí	no	sí	si	no

Particionamiento con mínimo conjunto de 3 temperaturas.



- Datos originales
 - 27 17 18 20 20 21 21 22 22 24 24 26 28 29 sí sí sí sí sí sí sí sí si nο nο nο nο nο
- Primera partición:
 - sí no sí sí | sí ...
- Como lo que sigue es otro sí se incluye:

- La discretización final es:
 17 18 20 20 21
 - 18 20 21 22 22 24 24 26 27 28 29 sí sí sí sí sí si sí no no no no no
- EL conjunto de reglas se:
 - temperatura: $\leq 77.5
 ightarrow \mathtt{si}$
 - ullet temperatura: $>77.5
 ightarrow {
 m no}$

Atributo	Reglas	Errores	Total de errores
	Soleado -> no	2/5	U PACULTAD DI CI
Pronóstico	Nublado -> si	0/4	4/14
	Lluvioso -> si	2/5	,
Temperatura	\leq 77.5 $ >$ sí	3/10	5/14
	> 77.5 -> no	2/4	
Humedad	$\leq 82.5 - > si$	1/7	3/14
	> 82.5 -> no	2/7	
Viento	Falso -> si	2/8	5/14
	Verdadero -> no	3/6	



Atributo	Reglas	Errores	Total de errores
	Soleado -> no	2/5	U PACULTAD DI CI
Pronóstico	Nublado -> si	0/4	4/14
	Lluvioso -> si	2/5	,
Temperatura	\leq 77.5 $ >$ sí	3/10	5/14
	> 77.5 -> no	2/4	
Humedad	$\leq 82.5 - > si$	1/7	3/14
	> 82.5 -> no	2/7	
Viento	Falso -> si	2/8	5/14
	Verdadero -> no	3/6	



Ejemplo con el dataset breastcancer

```
> install.packages("OneR")
```

- > library(OneR)
- > data(breastcancer)
- > datos <- breastcancer
- > str(datos)

```
data.frame': 699 obs. of 10 variables:
$ Clump Thickness
                            : int 5536481224 ...
                                   1 4 1 8 1 10 1 1 1 2 ...
$ Uniformity of Cell Size : int
$ Uniformity of Cell Shape : int 1 4 1 8 1 10 1 2 1 1 ...
$ Marginal Adhesion
                          : int 1511381111...
$ Single Epithelial Cell Size: int
                                  2723272222...
$ Bare Nuclei
                            : int
                                   1 10 2 4 1 10 10 1 1 1 1 ...
  Bland Chromatin
                                  3 3 3 3 3 9 3 3 1 2 ...
                            : int
  Normal Nucleoli
                            : int
$ Mitoses
                            : int
                                   1 1 1 1 1 1 1 1 5 1 ...
$ Class
                            : Factor w/ 2 levels "benign", "malign
```

```
> str(bin(datos))
'data.frame': 683 obs. of 10 variables:
 $ Clump Thickness
                       : Factor w/ 5 levels "(0.991,2.8]",..
 $ Uniformity of Cell Size : Factor w/ 5 levels "(0.991,2.8]",...
 $ Uniformity of Cell Shape : Factor w/ 5 levels "(0.991,2.8]",...
 $ Marginal Adhesion : Factor w/ 5 levels "(0.991,2.8]",...
 $ Single Epithelial Cell Size: Factor w/ 5 levels "(0.991,2.8]",...
 $ Bare Nuclei
                              : Factor w/ 5 levels "(0.991,2.8]",...
 $ Bland Chromatin
                              : Factor w/ 5 levels "(0.991,2.8]",...
                              : Factor w/ 5 levels "(0.991,2.8]",...
 $ Normal Nucleoli
                              : Factor w/ 5 levels "(0.991,2.8]",...
 $ Mitoses
                              : Factor w/ 2 levels "benign", "malign
 $ Class
 - attr(*, "na.action")=Class 'omit' Named int [1:16] 24 41 140 14
  ....- attr(*, "names")= chr [1:16] "24" "41" "140" "146" ...
Warning message:
In bin(datos): 16 instance(s) removed due to missing values
```

```
> str(bin(datos, nbins = 3))
'data.frame': 683 obs. of 10 variables:
                       : Factor w/ 3 levels "(0.991,4]","(4,
$ Clump Thickness
$ Uniformity of Cell Size : Factor w/ 3 levels "(0.991,4]","(4,
$ Uniformity of Cell Shape : Factor w/ 3 levels "(0.991,4]","(4,
                     : Factor w/ 3 levels "(0.991,4]","(4,
$ Marginal Adhesion
$ Single Epithelial Cell Size: Factor w/ 3 levels "(0.991,4]","(4,
                             : Factor w/ 3 levels "(0.991,4]","(4,
$ Bare Nuclei
                             : Factor w/ 3 levels "(0.991,4]","(4,
$ Bland Chromatin
                          : Factor w/ 3 levels "(0.991,4]","(4,
$ Normal Nucleoli
                             : Factor w/ 3 levels "(0.991,4]","(4,
$ Mitoses
$ Class
                             : Factor w/ 2 levels "benign", "malign
- attr(*, "na.action")=Class 'omit' Named int [1:16] 24 41 140 14
  ... - attr(*, "names")= chr [1:16] "24" "41" "140" "146" ...
Warning message:
In bin(datos, nbins = 3): 16 instance(s) removed due to missing va
>
```

4日ト 4個ト 4 差ト 4 差ト 差 め 9 (*)

> str(datos)

```
> datos <-optbin(datos)</pre>
```

\$ Clump Thickness

'data.frame': 683 obs. of 10 variables:



\$ Uniformity of Cell Size : Factor w/ 2 levels "(0.991,3.24]",.

: Factor w/ 2 levels "(0.991,5.49]",.

... Ejemplo con oneR

```
> head(datos)
  Clump Thickness Uniformity of Cell Size Uniformity of Cell Shape
                                                           (0.991, 3.51]
1
     (0.991, 5.49]
                               (0.991, 3.24]
2
     (0.991, 5.49]
                                   (3.24,10]
                                                              (3.51,10]
3
    (0.991, 5.49]
                               (0.991, 3.24]
                                                           (0.991, 3.51]
4
        (5.49,10]
                                   (3.24,10]
                                                              (3.51,10]
5
     (0.991, 5.49]
                               (0.991, 3.24]
                                                           (0.991, 3.51]
6
        (5.49,10]
                                   (3.24,10]
                                                              (3.51,10]
  Marginal Adhesion Single Epithelial Cell Size Bare Nuclei Bland C
       (0.991, 3.13]
                                      (0.991, 3.44] (0.991, 4.1]
                                                                     (0.9)
1
2
           (3.13,10]
                                         (3.44,10] (4.1,10]
                                                                     (0.9)
3
       (0.991, 3.13]
                                      (0.991, 3.44] (0.991, 4.1]
                                                                     (0.9)
4
       (0.991, 3.13]
                                      (0.991, 3.44] (0.991, 4.1]
                                                                     (0.9)
5
       (0.991, 3.13]
                                      (0.991, 3.44] (0.991, 4.1]
                                                                     (0.9)
6
                                                                        (
           (3.13,10]
                                         (3.44,10] (4.1,10]
  Normal Nucleoli
                         Mitoses
                                      Class
1
      (0.991,3.2] (0.991,1.82]
                                     benign
2
      (0.991,3.2] (0.991,1.82]
                                     benign
```

Creación del conjunto de entrenamiento (80 %) y el de prueba (20 %)

```
HOLITADIS CIENCIAS REPORTED
```

```
> set.seed(12)
> random <- sample(1:nrow(datos), 0.8 * nrow(datos))
> entrenamiento <- datos[random, ]
> prueba <- datos[-random, ]</pre>
```

> modelo <-OneR(entrenamiento, verbose=TRUE)</pre>



		Attribute	Accuracy
1	*	Uniformity of Cell Size	92.31%
2		Uniformity of Cell Shape	91.76%
3		Bare Nuclei	90.29%
4		Bland Chromatin	90.11%
5		Single Epithelial Cell Size	87%
6		Marginal Adhesion	86.45%
7		Normal Nucleoli	86.08%
8		Clump Thickness	84.8%
9		Mitoses	77.11%

Chosen attribute due to accuracy and ties method (if applicable): '*'

> summary(modelo)



Call:

OneR.data.frame(x = entrenamiento, verbose = TRUE)

Rules:

If Uniformity of Cell Size = (0.991,3.24] then Class = benign
If Uniformity of Cell Size = (3.24,10] then Class = malignant

Accuracy:

504 of 546 instances classified correctly (92.31%)

Contingency table:

Uniformity of Cell Size
Class (0.991,3.24] (3.24,10] Sum
benign * 338 9 347
malignant 33 * 166 199
Sum 371 175 546

> prediccion <- predict(modelo, prueba) #Haciendo predicciones con

> eval_model(prediccion, prueba) #Evaluando las predicciones Confusion matrix (absolute):

Actual

Prediction benign malignant Sum benign 95 4 99 malignant 2 36 38 Sum 97 40 137

Confusion matrix (relative):

Actual

 Prediction
 benign malignant
 Sum

 benign
 0.69
 0.03
 0.72

 malignant
 0.01
 0.26
 0.28

 Sum
 0.71
 0.29
 1.00

Accuracy: 0.9562 (131/137)

Error rate: 0.0438 (6/137)

Ventajas y desventajas del OneR



Ventajas y desventajas del OneR

Ventajas:

- Genera un conjunto de reglas con un solo discriminante, fáciles de entender por las personas.
- EN general, el rendimiento es sorpresivamente bueno.
- Puede servir de punto de referencia para algoritmos más complejos.

Desventajas:

Ventajas y desventajas del OneR

Ventajas:

- Genera un conjunto de reglas con un solo discriminante, fáciles de entender por las personas.
- EN general, el rendimiento es sorpresivamente bueno.
- Puede servir de punto de referencia para algoritmos más complejos.

Desventajas:

- Usa sólo un atributo.
- Probablemente es demasiado simplista.

RIPPER (Repeated Incremental Pruning to Produce Error Reduction)

- PEUVI AULADRICINIAS
- Precisión comparable (\geq) con la de los árboles de decisión.
- Usado para clasificar conjuntos con distribución no balanceada de las clases y con datos ruidosos.
- Es un algoritmo de covertura secuencial:

RIPPER (Repeated Incremental Pruning to Produce Error Reduction)

- Precisión comparable (≥) con la de los árboles de decisión.
- Usado para clasificar conjuntos con distribución no balanceada de las clases y con datos ruidosos.
- Es un algoritmo de covertura secuencial:
 - Las reglas se aprenden una a la vez de manera secuencial.
 - Cada regla para una clase dada, idealmente, cubre la mayor parte de los registros de esa clase y "ninguno de otras clases".
 - Cada vez que una regla se aprende, los registros cubiertos por la regla se eliminan, y el proceso se repite con las instancias restantes.

RIPPER (Repeated Incremental Pruning to Produce Error Reduction)

- Precisión comparable (≥) con la de los árboles de decisión.
- Usado para clasificar conjuntos con distribución no balanceada de las clases y con datos ruidosos.
- Es un algoritmo de covertura secuencial:
 - Las reglas se aprenden una a la vez de manera secuencial.
 - Cada regla para una clase dada, idealmente, cubre la mayor parte de los registros de esa clase y "ninguno de otras clases".
 - Cada vez que una regla se aprende, los registros cubiertos por la regla se eliminan, y el proceso se repite con las instancias restantes.
- De manera simplista y general el algoritmo es un proceso de 3 pasos:
 - Crecimiento.
 - Poda.
 - Optimización.

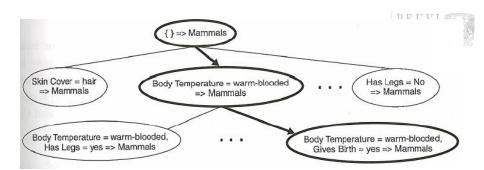


Crecimiento:

- Típicamente, las reglas crecen de lo lo general a lo particular.
- Se empieza con una regla vacía del lado izquiero y gradualmente se van agregando atributos.
- Al agregarlos se considera que se tiene una conjunción lógica como condición en el antecedente de la regla.

Crecimiento:

- Típicamente, las reglas crecen de lo lo general a lo particular.
- Se empieza con una regla vacía del lado izquiero y gradualmente se van agregando atributos.
- Al agregarlos se considera que se tiene una conjunción lógica como condición en el antecedente de la regla.
- Ejemplo:
 - Empezar por lo general: $\{\} \rightarrow \mathtt{mamifero}$.
 - Agregar prueba para cada uno de los atributos restantes:
 - ullet Cobertura de la piel = pelo o mamífero
 - $\bullet \ \, \mathsf{Temperatura} \ \, \mathsf{corporal} = \mathsf{caliente} \to \mathsf{mamifero} \\$
 - ...
 - ullet Tiene patas = sí o mamífero
- Cada vez que se agrega un atributo a la regla, se debe seleccionar el que mejore la calidad de la misma de acuerdo al conjunto de entrenamiento.
- Repetir el proceso, hasta que la regla resultante satisfaga un nivel de



- Idealmente se espera que cuando se aprende una regla para una clase C, la regla cubra todas (o la mayoría) las tuplas de entrenamiento de la clase C y ninguna (o pocas) de las de otras clases.
- La condición de terminación puede ser: cuando no haya más tuplas de entrenamiento o la calidad de una regla esté por abajo del umbral especificado.
- El procedimiento aprenderUnaRegla encuentra la "mejor" regla para la clase actual, dado el conjunto de entrenamiento actual.

RIPPER vs árboles

 Ambos métodos podrían empezar a dividir el dataset usando el mismo atributo y probablemene dividan en el mismo lugar.

• Pero:

• Los conjuntos de reglas probablemente, podrían ser más claros que el árbol de decisión si éste tiene subárboles replicados.

También:

 Si se tienen varias clases, el algoritmo de cobertura se concentra en una clase a la vez, en tanto el árbol de decisión toma en cuenta todas las clases.

Ejemplo RIPPER

- > install.packages("RWeka")
- > library(RWeka)



Attaching package: 'RWeka'

The following object is masked from 'package:OneR':

OneR

> otroModelo <- JRip(Class ~ ., data=entrenamiento)</pre>

> otroModelo
JRIP rules:



```
(Uniformity of Cell Size=(3.24,10]) => Class=malignant (175.0/9.0)

(Clump Thickness = (5.49,10]) and (Uniformity of Cell Shape = (3.51,10]) => Class=malignant (9.0/0.0)

(Bare Nuclei = (4.1,10]) => Class=malignant (28.0/9.0)

=> Class=benign (334.0/5.0)
```

Number of Rules: 4

> summary(otroModelo)

=== Summary ===



Correctly Classified Instances	523
Incorrectly Classified Instances	23
Kappa statistic	0.9103
Mean absolute error	0.0717
Root mean squared error	0.1893
Relative absolute error	15.469 %
Root relative squared error	39.3363 %

95.7875 % 4.2125 %

=== Confusion Matrix ===

Total Number of Instances

a b <-- classified as
329 18 | a = benign
5 194 | b = malignant</pre>

546

```
> otraPredic <-predict(otroModelo, prueba)</pre>
```

> summary(otraPredic) benign malignant

> 95 42



> eval_model(otraPredic, prueba)

Confusion matrix (absolute):

Actual

Prediction benign malignant Sum 1 95 benign 94 malignant 39 42 Sum 97 40 137

Confusion matrix (relative):

Actual

Prediction benign malignant benign 0.69 0.01 0.69 malignant 0.02 0.28 0.31

```
Accuracy:
0.9708 (133/137)

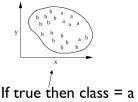
Error rate:
0.0292 (4/137)

Error rate reduction (vs. base rate):
0.9 (p-value = 1.252e-15)
```

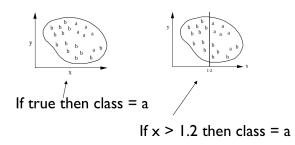


- Las reglas son más fáciles de entender que árboles grandes. EUV
- Se crea una regla por cada trayectoria que va de la raíz a una hoja.
- Cada pareja atributo-valor de una trayectoria forma una conjunción en la condición de la regla. La hoja contiene la clase de predicción.
- No importa el orden de las reglas.

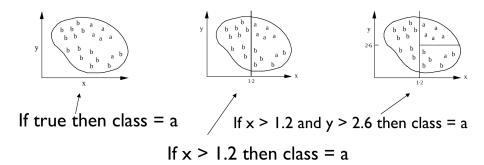
- Las reglas son más fáciles de entender que árboles grandes. EU
- Se crea una regla por cada trayectoria que va de la raíz a una hoja.
- Cada pareja atributo-valor de una trayectoria forma una conjunción en la condición de la regla. La hoja contiene la clase de predicción.
- No importa el orden de las reglas.
 - Mutuamente excluyentes.
 - Las reglas son independientes unas de otras.
 - Cada registro está cubierto por a lo más una regla.
 - Exhaustivas.
 - Hay sólo una regla para cada posible combinación atributo-valor, así que no se requiere una regla por omisión.
 - No importa el orden de las reglas.
 - Cada tupla es cubierta por al menos una regla.
- Ejemplo:

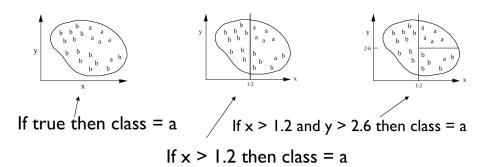




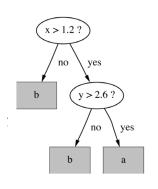








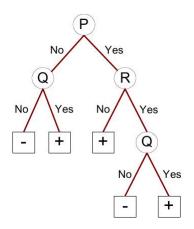
- Posible conjunto de reglas para la clase "b".
 - if x < 1.2 then clase = b
 - \bullet if x > 1.2 and y \leq 2.6 then clase = b
- Se pueden agregar más reglas para un conjunto "perfecto".



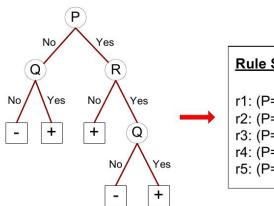


Posible conjunto de reglas para la clase "b":

- \bullet if x \leq 1.2 then clase = b
- ullet if x > 1.2 and y \leq 2.6 then clase = b







Rule Set

r1: (P=No,Q=No) ==> -

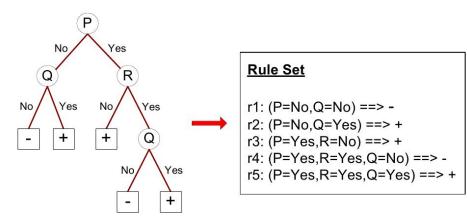
r2: (P=No,Q=Yes) ==> +

r3: (P=Yes,R=No) ==> +

r4: (P=Yes,R=Yes,Q=No) ==> -

r5: (P=Yes,R=Yes,Q=Yes) ==> +

- El conjunto de reglas contienen tanta información como el árbol.
- Debido a que se tiene una regla por hoja, el conjunto de reglas extraídas no es más sencillo que el árbol de decisión correspondiente.
- Problemas con los árboles:
 - Repetición: un atributo se prueba repetidamente
 - Replicación. existen sub-arboles duplicados en el árbol.
- Esto lleva a que el conjunto de reglas contenga reglas irrelevantes y/o redundantes.
- Por lo tanto hay que podar el conjunto de reglas.
 - Las reglas ya no son mutuamente excluyentes.
 - La reglas ya no son exhaustivas.



En el ejemplo, se puede ver que si Q = YES entonces siempre se concluye

+. Por tanto las reglas pueden reducirse a:

$$R2': (Q = Yes) \rightarrow +$$

$$R3: (P = Yes) \land (R = No) \rightarrow +$$

Método indirecto: Reglas C4.5

Extrae reglas de un árbol de decisión no podado.

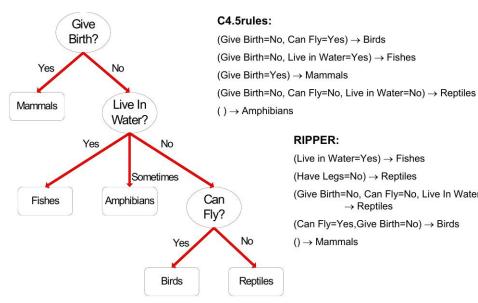


- Para cada regla, r: $A \rightarrow y$,
 - Considerar una regla alternativa r': $A' \rightarrow y$, donde A' se obtiene eliminando uno de los conjuntos de A.
 - Comparar el error para R contra todos los r's.
 - Podar si alguno de los r's tiene menor tasa de error.
 - Repetir hasta que no se pueda mejorar el error.
- Se ordenan subconjuntos de reglas (ordenamiento por clases).
 - Cada subconjunto es una colección de reglas con el mismo consecuente, ie, clase.

Ejemplo

Name	Give Birth	Lay Eggs	Can Fly	Live in Water	Have Legs	Class
human	yes	no	no	no	yes	mammals
python	no	yes	no	no	no	reptiles
salmon	no	yes	no	yes	no	fishes
whale	yes	no	no	yes	no	mammals
frog	no	yes	no	sometimes	yes	amphibians
komodo	no	yes	no	no	yes	reptiles
bat	yes	no	yes	no	yes	mammals
pigeon	no	yes	yes	no	yes	birds
cat	yes	no	no	no	yes	mammals
leopard shark	yes	no	no	yes	no	fishes
turtle	no	yes	no	sometimes	yes	reptiles
penguin	no	yes	no	sometimes	yes	birds
porcupine	yes	no	no	no	yes	mammals
eel	no	yes	no	yes	no	fishes
salamander	no	yes	no	sometimes	yes	amphibians
gila monster	no	yes	no	no	yes	reptiles
platypus	no	yes	no	no	yes	mammals
owl	no	yes	yes	no	yes	birds
dolphin	yes	no	no	yes	no	mammals
مامحم	no	VOC	VOC	no	MOG	hirde

C4.5 vs. reglas C4.5 vs. RIPPER



Ventajas de clasificación basada en reglas

Tienen tanta expresividad como los árboles de decisión.



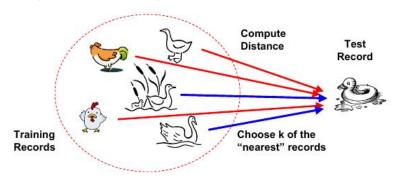
• Fáciles de generar.

Fáciles de interpretar.

- Pueden clasificar, rápidamente, nuevas instancias.
- El rendimiento es comparable con los árboles de decisión.

Clasificación KNN

- El algoritmo de k vecinos más cercanos, o Knn por sus siglas en Inglés (K-nearest neighbors) es un algoritmo de aprendizaje supervisado.
- La idea básica es muy sencilla:
 - Si algo camina como un pato, dice cuac, cuac, y parece pato entonces probablemente es un pato.



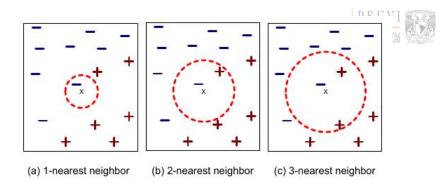
... Introducción KNN

- KNN es el proceso de clasificar datos no etiquetados asignándoles la clase de la etiqueta que es más parecida e ellos.
- Es una técnica de aprendizaje supervisado.
- Apropiada para clasificación cuando las relaciones entre los atributos independientes y el dependiente son numerosos, complicados o extremadamente difíciles de entender.
 - SI un concepto es difícil de definir pero se sabe cómo hacerlo
- Se requieren tres cosas:
 - El conjunto de registros etiquetados.
 - Una función de distancia entre registros.
 - El valor de k, la cantidad de vecinos más cercanos a recuperar.

... Introducción KNN

- KNN es el proceso de clasificar datos no etiquetados asignándoles la clase de la etiqueta que es más parecida e ellos.
- Es una técnica de aprendizaje supervisado.
- Apropiada para clasificación cuando las relaciones entre los atributos independientes y el dependiente son numerosos, complicados o extremadamente difíciles de entender.
 - SI un concepto es difícil de definir pero se sabe cómo hacerlo
- Se requieren tres cosas:
 - El conjunto de registros etiquetados.
 - Una función de distancia entre registros.
 - El valor de k, la cantidad de vecinos más cercanos a recuperar.
- Para clasificar un registro desconocido:
 - Calcula su distancia a los registros de entrenamiento.
 - Identifica los k más cercanos.
 - Determina la etiqueta del nuevo registro de acuerdo a las existentes tomando, por ejemplo, la clase de la mayoría de los vecinos cercanos.

... Introducción



• Los k vecinos más cercanos de un registro X son los registros (puntos) que tienen menor distancia a X.

Detalles

• Calcular su distancia a los registros de entrenamiento.

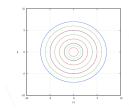


Detalles

- Calcular su distancia a los registros de entrenamiento.
 - Distancia Euclidiana:



$$d(p,q) = \sqrt{\sum_i (p_i - q_i)^2}$$



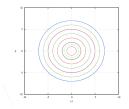
• Determinar la etiqueta del nuevo registro de acuerdo a las existentes.

Detalles

- Calcular su distancia a los registros de entrenamiento.
- PEUVI PACUTAD DE CIENCIAS

Distancia Euclidiana:

$$d(p,q) = \sqrt{\sum_i (p_i - q_i)^2}$$



- Determinar la etiqueta del nuevo registro de acuerdo a las existentes.
 - Toma la etiqueta más frecuente, entre los k vecinos cercanos.



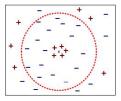
... Detalles

• Determinar el valor de k:



... Detalles

- Determinar el valor de k:
 - Si k es demasiado pequeña, el algoritmo es sensible al ruido.
 - Si k es demasiado grande, la vecindad puede incluir puntos de otras clases.



- Es difícil determinar el óptimo pero es práctica común elegir $k = \sqrt{cantidad} \ de \ registros \ de \ entrenamiento.$
- Dependerá de la complejidad de concepto a aprender y de la cantidad de registros de entrenamiento.

Ingrediente	Dulzura	Efervescencia	Tipo PEU	
Monster Energy	8	8	Energizante () MIMIN	
Boing	9	1	Bebida saludable	
Coca cola	4	8	Bebida dulce	
Vodka	2	1	Bebida fuerte	



Ingrediente	Dulzura	Efervescencia	Tipo PEU	
Monster Energy	8	8	Energizante (
Boing	9	1	Bebida saludable	
Coca cola	4	8	Bebida dulce	
Vodka	2	1	Bebida fuerte	



• Se desea saber la categoría a la que pertenece un jugo Jumex(8,2)

Ingrediente	Dulzura	Efervescencia	Tipo PEU	
Monster Energy	8	8	Energizante / MINN	
Boing	9	1	Bebida saludable	
Coca cola	4	8	Bebida dulce	
Vodka	2	1	Bebida fuerte	



• Se desea saber la categoría a la que pertenece un jugo Jumex(8,2)

		•		
Ingrediente	Dulzura	Efervescencia	Tipo	Distancia
Monster Energy	8	8	Energizante	6.8
Boing	9	1	Bebida saludable	1.41
Coca cola	4	8	Bebida dulce	7.21
Vodka	2	1	Bebida fuerte	6.8

• Si k=1,

Ingrediente	Dulzura	Efervescencia	Tipo PEU	
Monster Energy	8	8	Energizante ()	
Boing	9	1	Bebida saludable	
Coca cola	4	8	Bebida dulce	
Vodka	2	1	Bebida fuerte	



• Se desea saber la categoría a la que pertenece un jugo Jumex(8,2)

Ingrediente	Dulzura	Efervescencia	Tipo	Distancia
Monster Energy	8	8	Energizante	6.8
Boing	9	1	Bebida saludable	1.41
Coca cola	4	8	Bebida dulce	7.21
Vodka	2	1	Bebida fuerte	6.8

 Si k=1, el algoritmo considera Boing como el más cercano al Jumex y por tanto es bebida saludable.

Ingrediente	Dulzura	Efervescencia	Tipo (PEU)	
Monster Energy	8	8	Energizante (
Boing	9	1	Bebida saludable	
Coca cola	4	8	Bebida dulce	
Vodka	2	1	Bebida fuerte	



• Se desea saber la categoría a la que pertenece un jugo Jumex(8,2)

Ingrediente	Dulzura	Efervescencia	Tipo	Distancia
Monster Energy	8	8	Energizante	6.8
Boing	9	1	Bebida saludable	1.41
Coca cola	4	8	Bebida dulce	7.21
Vodka	2	1	Bebida fuerte	6.8

- Si k=1, el algoritmo considera Boing como el más cercano al Jumex y por tanto es bebida saludable.
- Si k=3,



Ingrediente	Dulzura	Efervescencia	Tipo PEU	
Monster Energy	8	8	Energizante ()	
Boing	9	1	Bebida saludable	
Coca cola	4	8	Bebida dulce	
Vodka	2	1	Bebida fuerte	



106

• Se desea saber la categoría a la que pertenece un jugo Jumex(8,2)

		•		
Ingrediente	Dulzura	Efervescencia	Tipo	Distancia
Monster Energy	8	8	Energizante	6.8
Boing	9	1	Bebida saludable	1.41
Coca cola	4	8	Bebida dulce	7.21
Vodka	2	1	Bebida fuerte	6.8

- Si k=1, el algoritmo considera Boing como el más cercano al Jumex y por tanto es bebida saludable.
- Si k=3, se consideran 3 vecinos cercanos y por votación puede ganar Bebida fuerte.

Consideraciones

- Los atributos deben tener valores en una escala similar, para prevenir que las medidas de distancia sean dominadas por alguno de ellos.
- Ejemplo:
 - La altura de una persona puede variar de 1.5m a 1.8m
 - El peso de una persona puede variar de 48 a 100 Kg.
 - El ingreso de una persona puede variar de \$10K a \$1M

Consideraciones

- Los atributos deben tener valores en una escala similar, para prevenir que las medidas de distancia sean dominadas por alguno de ellos.
- Ejemplo:
 - La altura de una persona puede variar de 1.5m a 1.8m
 - El peso de una persona puede variar de 48 a 100 Kg.
 - El ingreso de una persona puede variar de \$10K a \$1M
- Solución:

Consideraciones

- Los atributos deben tener valores en una escala similar, para prevenir que las medidas de distancia sean dominadas por alguno de ellos.
- Ejemplo:
 - La altura de una persona puede variar de 1.5m a 1.8m
 - El peso de una persona puede variar de 48 a 100 Kg.
 - El ingreso de una persona puede variar de \$10K a \$1M
- Solución: Normalizar los datos a que estén entre 0 y 1.

$$x_{nueva} = \frac{x - min(x)}{max(x) - min(x)}$$

Características

- Es altamente imparcial y no requiere suposiciones previas de los datos.
- Es sencillo y efectivo.
- Es un clasificador de aprendizaje perezoso.
 - No construye modelos explícitamente como los arboles de decisión y los sistemas basados en reglas.
- La clasificación de registros desconocidos es relativamente cara, pues requiere grandes cantidades de memoria.
- Los datos nominales y los datos perdidos requieren procesamiento adicional.

Ejemplo con iris

- > install.packages('class')
- > library(class)



> head(iris)

	Sepal.Length	Sepal.Width	Petal.Length	Petal.Width	Species
1	5.1	3.5	1.4	0.2	setosa
2	4.9	3.0	1.4	0.2	setosa
3	4.7	3.2	1.3	0.2	setosa
4	4.6	3.1	1.5	0.2	setosa
5	5.0	3.6	1.4	0.2	setosa
6	5.4	3.9	1.7	0.4	setosa

> table(iris[5])

setosa versicolor virginica 50 50 50

Conjunto entrenamiento/prueba

> iris.test <- iris[ind==2, 1:4]</pre>

```
> set.seed(1234)  #Para tomar siempre los mismos datos
>ind <- sample(2, nrow(iris), replace=TRUE, prob=c(0.67, 0.33))</pre>
> iris.training <- iris[ind==1, 1:4] #Muestra con 2/3 del conjunto</pre>
                                    # que tienen 1)
> head(iris.training)
  Sepal.Length Sepal.Width Petal.Length Petal.Width
           5.1
                       3.5
                                     1.4
                                                 0.2
           4.9
                       3.0
                                     1.4
                                                 0.2
3
           4.7
                     3.2
                                    1.3
                                                 0.2
          4.6
                     3.1
                                   1.5
                                                 0.2
6
           5.4
                     3.9
                                    1.7
                                                 0.4
           4.6
                       3.4
                                    1.4
                                                 0.3
```

#Muestra con 1/3 del conjunto

... Conjunto entrenamiento/prueba

> head(iris.test)



```
Sepal.Length Sepal.Width Petal.Length Petal.Width
5
            5.0
                         3.6
                                        1.4
                                                     0.2
11
            5.4
                         3.7
                                        1.5
                                                     0.2
14
            4.3
                         3.0
                                        1.1
                                                     0.1
16
            5.7
                         4.4
                                        1.5
                                                     0.4
26
            5.0
                         3.0
                                        1.6
                                                     0.2
28
             5.2
                         3.5
                                        1.5
                                                     0.2
```

- > iris.trainLabels <- iris[ind==1, 5]</pre>
- > iris.testLabels <- iris[ind==2, 5]</pre>

Creación del modelo

```
> head(iris)
  Sepal.Length Sepal.Width Petal.Length Petal.Width Species
1
           5.1
                        3.5
                                     1.4
                                                  0.2
                                                       setosa
2
           4.9
                       3.0
                                     1.4
                                                  0.2
                                                       setosa
3
           4.7
                       3.2
                                     1.3
                                                  0.2
                                                       setosa
4
           4.6
                       3.1
                                     1.5
                                                  0.2
                                                       setosa
5
           5.0
                      3.6
                                     1.4
                                                 0.2
                                                       setosa
6
           5.4
                       3.9
                                     1.7
                                                  0.4
                                                       setosa
# "Crea el modelo"
iris_pred <- knn(train=iris.training, test = iris.test,</pre>
```

cl=iris.trainLabels, k= 3)

```
> iris_pred
```

[1] setosasetosasetosasetosasetosa[7] setosasetosasetosasetosasetosa

[13] versicolor versicolo

[25] virginica virginica virginica virginica versicolor virgini

Validación del modelo

```
> irisTestLabels <-data.frame(iris.testLabels)</pre>
> merge <- data.frame(iris_pred, iris.testLabels)</pre>
  names(merge) <- c("Predicción", "Conocido")</pre>
>
           #Aquí vemos como clasificó
  merge
           Predicción
                               Conocido
               setosa
                                 setosa
               setosa
                                 setosa
3
               setosa
                                 setosa
               setosa
                                 setosa
5
               setosa
                                 setosa
6
               setosa
                                 setosa
               setosa
                                 setosa
8
               setosa
                                 setosa
9
               setosa
                                 setosa
10
               setosa
                                 setosa
11
               setosa
                                 setosa
```



... Validación del modelo



... Validación del modelo

- > library(gmodels)
- > CrossTable(x=iris.testLabels, y = iris_pred)



```
Cell Contents
|------|
| N |
| N / Row Total |
| N / Col Total |
| N / Table Total |
```

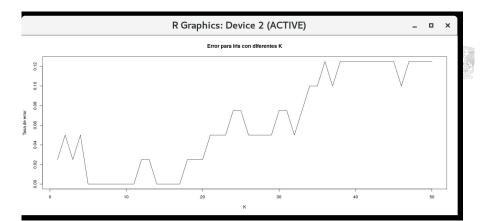
Total Observations in Table: 40

	I			
<pre>iris.testLabels</pre>	setosa	versicolor	virginica	Row Total
				PEUVI
setosa	12	0	0	12
	1.000	0.000	0.000	0.300 I
	1.000	0.000	0.000	
	0.300	0.000	0.000	
versicolor	0	12	0	12
	0.000	1.000	0.000	0.300
	0.000	0.923	0.000	
	0.000	0.300	0.000	
virginica	0	1	l 15	l 16 l
	0.000	0.062	0.938	0.400
	0.000	0.077	1.000	
	0.000	0.025	0.375	
Column Total	12	13	15	40
	0.300	0.325	0.375	
				<u> </u>

Elección de la k

```
PEUVI
PACULAD DE CIENCIA
```

```
> iris.acc <-numeric() #Variable numerica</pre>
#Aplica el knn con k = i, desde 1 hasta 50
> for(i in 1:50){
   predict<-knn(train=iris.training, test = iris.test,</pre>
                 cl=iris.trainLabels, k= i)
   iris.acc<-c(iris.acc, mean(predict==iris.testLabels))</pre>
}
#Grafica
 plot(1-iris.acc,type="l",ylab="Tasa de error",
    xlab="K",main="Error para Iris con diferentes k")
```



... Elección de la k

```
#Ahora se probará con 100 muestras y el tamaño de k entre 1
 trial.sum<-numeric(20)
 trial.n<-numeric(20)
 set.seed(6033850)
 for(i in 1:100){
 ir.sample<-sample(1:nrow(iris),size=nrow(iris)*.7)</pre>
 ir.train<-iris[ir.sample,]</pre>
 ir.test<-iris[-ir.sample,]</pre>
 test.size<-nrow(ir.test)
 for(j in 1:20){
 predict<-knn(ir.train[,-5],ir.test[,-5], ir.train$Species,k=j)</pre>
 trial.sum[j]<-trial.sum[j]+sum(predict==ir.test$Species)</pre>
 trial.n[j]<-trial.n[j]+test.size
```

plot(1-trial.sum / trial.n,type="l",ylab="Error",
 xlab="K",main="Error para Iris con k variable y 100 muestras")

PEUVI

R Graphics: Device 2 (ACTIVE)

Error para Iris con k variable y 100 muestras

