

# ハイパードクトリンによる述語論理と 双対性の哲学の批判的検討

251903014 川嶋康太

## 概要

本論文は圏論による諸学問の統一という問題関心の元での論理学と哲学の両分野における研究のまとめである。論理学については、ハイパードクトリンという圏構造についての研究のまとめを行い、哲学については、丸山善宏によって書かれた「The Dynamics of Duality」という文献の批判的検討を行う。

圏論的論理学では命題論理の体系を命題を対象、演繹関係を射として一つの圏で解釈する。このような素朴な解釈の元で直観主義命題論理の体系はカルテシアン閉圏に、直観主義線形命題論理の体系は対称モノイダル閉圏に対応することが知られている。しかし、述語論理の体系は量子子が存在するため素朴には解釈できない。圏論的論理学において量子子は随伴として表現される。この「随伴としての量子子」を発見したローヴェアは述語論理の体系を解釈する圏構造も与えた。この述語論理の体系に対応する圏構造が「ハイパードクトリン」である。本論文では標準的な述語論理の体系である LJ と NJ の健全性定理・完全性定理やこれらの体系間の等価性をハイパードクトリンの視点から示す。また、その他の述語論理における定理のいくつか（ゲーデル変換など）に関しても、先行研究による定式化を参照しながらハイパードクトリンによる証明を試みる。さらに、諸論理体系をハイパードクトリンの視点から統一するという「圏論的普遍論理」について簡潔に解説する。

ストーン双対性とはブール代数という代数構造（論理の構造）とストーン空間という幾何構造（モデルの構造）の等価性を示す定理である。数学にはストーン双対性の他にも様々な双対性定理が存在し、これらは一見すると異なるように見える代数と幾何の構造的等価性を示してきた。「The Dynamics of Duality」では双対性を概念的に理解し、双対性概念が哲学における思想的対立（例えば、実在論と反実在論の対立）を解消させる可能性を持つという示唆を与えてくれる。しかし、双対性概念をはじめとして「The Dynamics of Duality」における概念や議論は明瞭性に欠ける点がある。そこで、本論文では他の文献を参照しながら「The Dynamics of Duality」の内容解説を行い、双対性と多元的統一の繋がりなどの明瞭性に欠ける点についての議論を行う。また、フェファーマンなどによる「圏論が集合論に依存している」という圏論批判に応答しながら「圏論的統一科学」の解釈を試みる。