

自作問題まとめ

川端 謙

2018年3月13日

問 1

次の計算をせよ。

(1)

$$3y - \frac{x+y}{5} - \frac{2(x-y)}{15}$$

(2)

$$2.75 - \left(\frac{1}{2} + \frac{9}{4}\right)$$

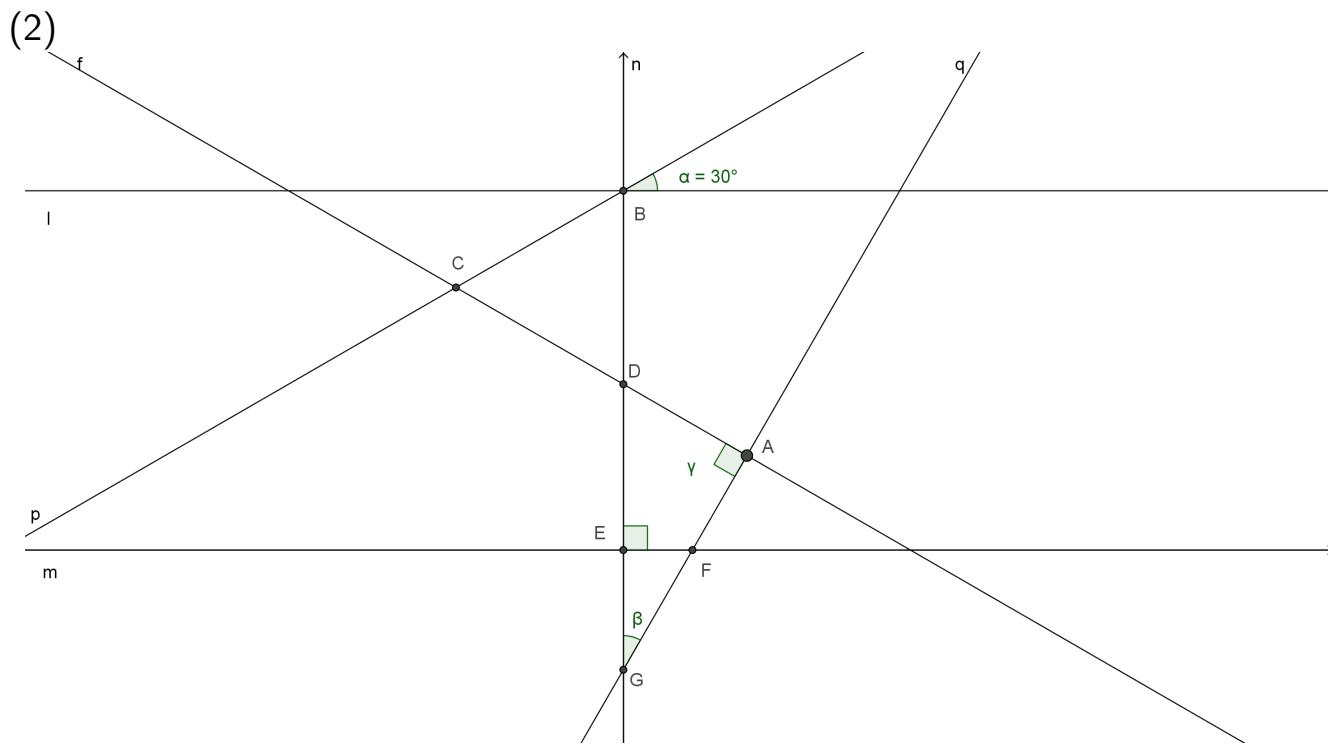
問 2

次の問いに答えなさい

(1)

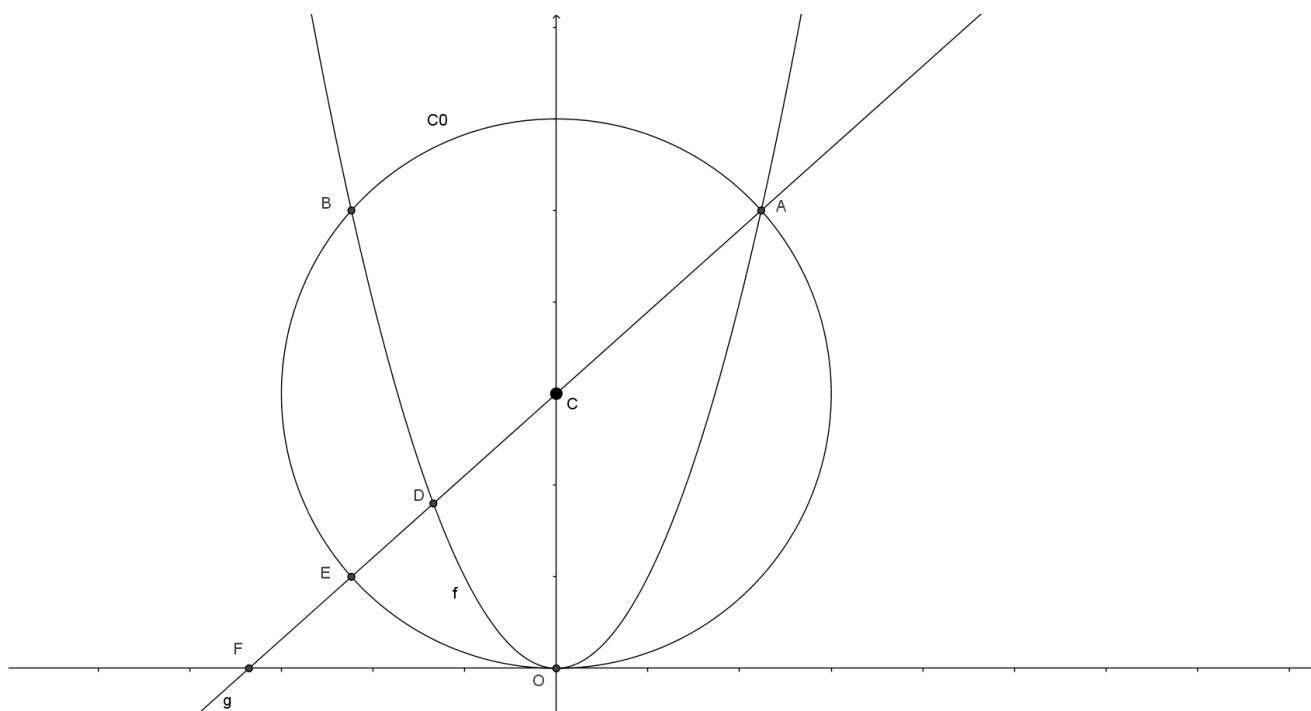
$$2x+1 : 3 = x+1 : 4$$

のとき、 x の値を求めよ。



上の図で、 l と m は平行で、 $CB = CD$ であり、直線 BE は l 、 m と垂直に交わる。また、 $\angle DAG = 90^\circ$ である。このとき、 $\angle EGF$ を求めよ。

問 3



上の図で、点 C は円の中心で、その座標は $(0,3)$ である。点 A 、 B は円と放物線 $y = ax^2$ の交点とし、点 A の座標は $(5, \sqrt{5})$ である。このとき、以下の問いに答えなさい。

(1)

a の値を求めなさい。

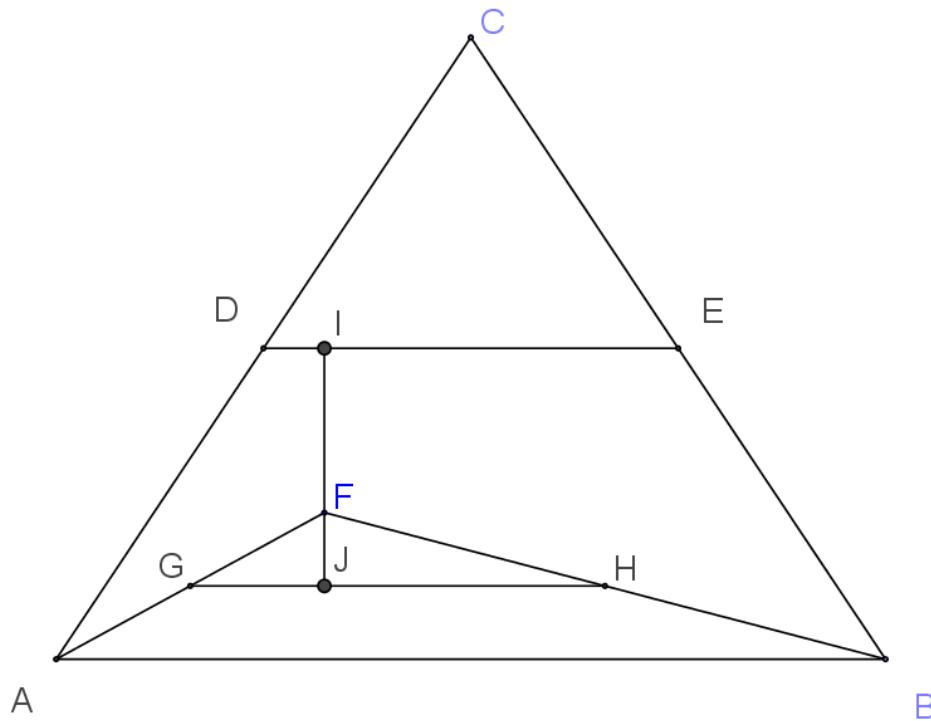
(2)

直線 AF の式を求めなさい。

(3)

点 B を通り、 $\triangle AOF$ の面積を二等分する直線の式を求めなさい。

問 4



上の図で $\triangle ABC$ は $CA = CB$ の二等辺三角形である。点 D および点 E はそれぞれ、辺 CA と辺 CB の中点である。また、 $\triangle ABC$ の内部で、辺 DE と辺 AB の間に点 F を取る。点 G と点 H はそれぞれ辺 FA および辺 FB の中点とする。 $CA = CB = 5\text{cm}$ 、 $AB = 6\text{cm}$ とする。線分 IJ は線分 DE と線分 GH の両方と垂直に交わる線分とする。 $IJ = 1.5\text{cm}$ とする。このとき、次の問いに答えなさい。

(1)

DE と GH の長さを求めなさい。

(2)

四角形 DEHG はどのような四角形であるかを次の中から選びなさい

- (a) 長方形 (b) 平行四辺形 (c) ひし形

(3)

四角形 DEHG の面積を求めなさい。

問 5

次の計算をせよ。

(1)

$$1 - (-2) + 3$$

(2)

$$\frac{1}{3} - \frac{2}{5} + \frac{4}{15}$$

(3)

$$2(x+1) - 3(2-3x)$$

(4)

$$\frac{x}{2} - 2x \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{2} \right)$$

(5)

$$5x(2y-1) - 3x(7-y)$$

(6)

$$a^2b \times ab^3 \div (a^4b^2c)$$

(7)

$$-\frac{1}{2}(x+1)(2-3x) + \frac{1}{4}(2x-5)(2x+5)$$

(8)

$$\frac{3(3x-2)}{10} - \frac{3(4x+1)}{5}$$

問 6

以下の問いに答えよ

(1)

次の連立方程式を解きなさい。

$$\begin{cases} 2x + 4y = 10 \\ x + 3y = 6 \end{cases}$$

(1)

(2)

(2)

点 $(3,5)$ と点 $(-1, -3)$ を通る直線の式を求めなさい。

(3)

一辺が 4cm の正三角形に内接する円の半径を求めなさい。

(4)

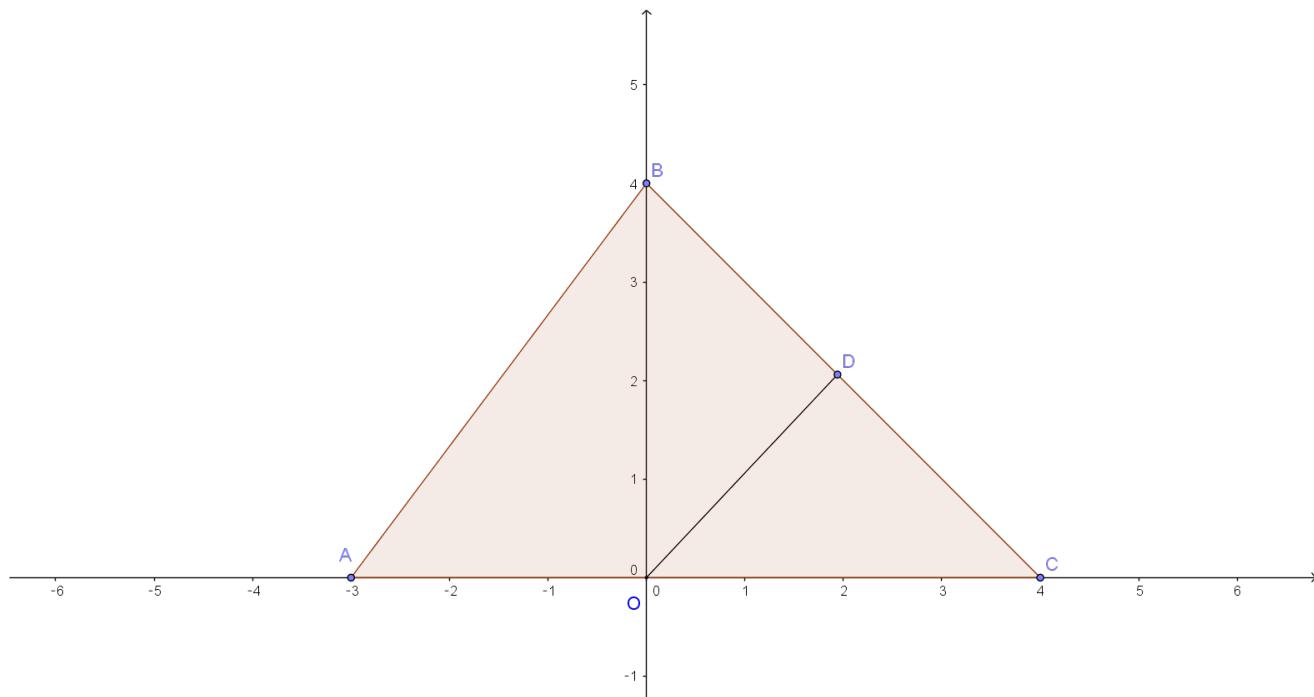
【おまけ】

あるスーパーではクレジットカードで買い物をすると値段が 3 % OFF になるという。しかし、この割引するタイミングは次の二つ考えられる。

1. 商品の小計を求め、それに 3 % の割引を適用し、その後消費税の 8 % を適用する
2. 商品の小計を求め、それに 8 % の消費税を適用し、その後 3 % の割引を適用する

1. の場合と 2. の場合で値段を比べたとき、値段が安くなるのはどちらか。ただし、両方とも同じ場合は「同じ」と答えなさい。

問 7



上の図で、点 D は点 C を出発して線分 BC 上を動きながら点 B まで動く。点 C から点 B に到達するまでの時間は 4 秒であったという。以下の問い合わせに答えよ。

(1)

点 D が出発してから 2.5 秒後の点 D の座標を求めなさい。

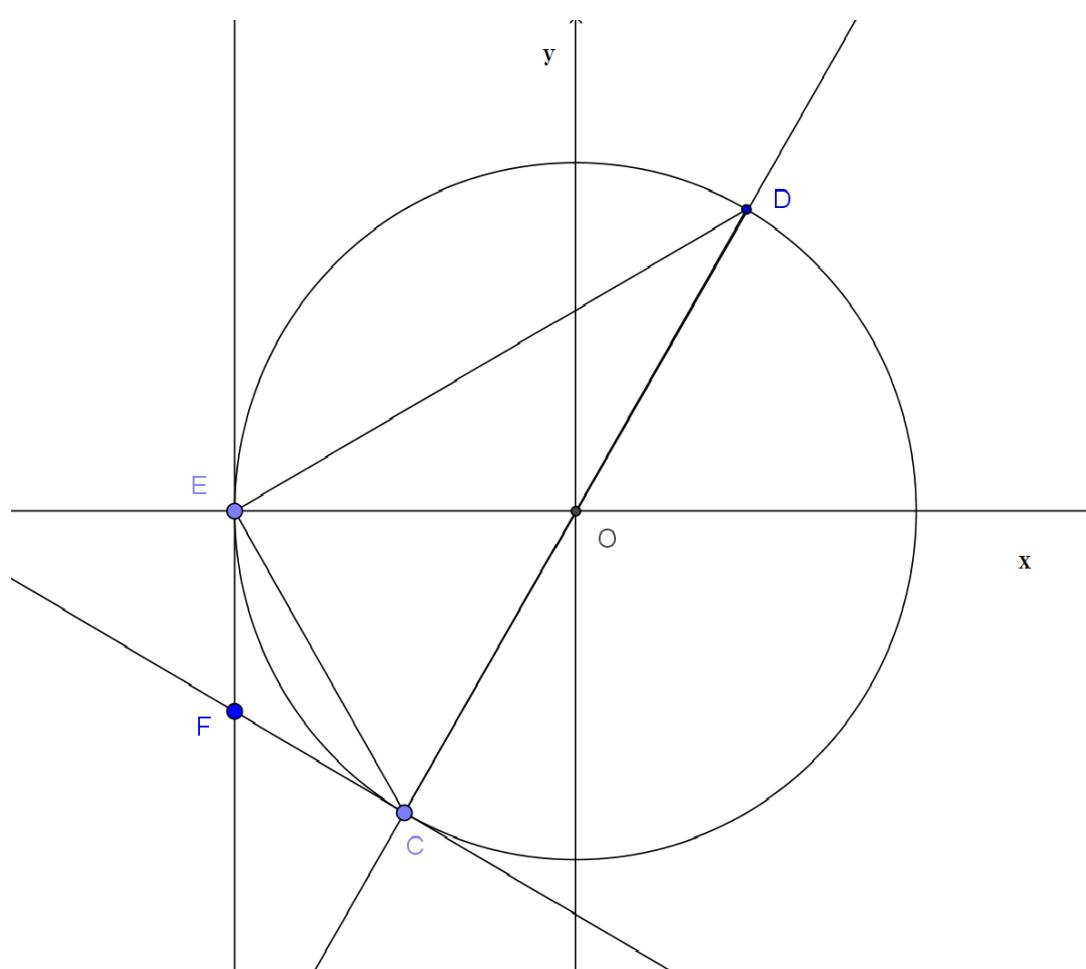
(2)

直線 OD と直線 AB が平行になるのは出発してから何秒後か

(3)

$\triangle COD$ が $\triangle ABC$ の半分の面積になるのは出発してから何秒後か

問 8



上の図で、円は点 O を中心とする半径 2 の円である。点 C $(-1, -\sqrt{3})$ 、点 D $(1, \sqrt{3})$ 、点 E $(-2, 0)$ である。直線 FC と直線 FE はそれぞれ円の接線である。以下の問い合わせに答えよ。

(1)

線分 ED の長さを求めなさい。

(2)

$\angle EFC$ と $\angle FCE$ の大きさを求めなさい。

(3)

$\triangle FCE$ と相似な三角形を答えなさい。

(4)

$\triangle FCE$ と $\triangle ODE$ の面積の比を求めなさい。

問 9

次の計算をせよ。

(1)

$$-1 - (-3 + 2) - 4$$

(2)

$$\frac{2}{3} - \frac{4}{5} + 1.2$$

(3)

$$3(2x - 1) - 4(6x + 1)$$

(4)

$$\frac{x+1}{3} - \frac{1}{2}(4x - 2)$$

(5)

$$2x^2y \times 3x^3y^4 \div 12y^2x \times 5xy^3$$

(6)

$$\sqrt{2}\{\sqrt{6} + \sqrt{3}(\sqrt{6} - \sqrt{2})\}$$

(7)

$$9(3x - 7y) + 10(-7x + 4y - 3z) - (x - y - 30z)$$

(8)

$$7y(z - y) + 8z(y + 2x + 3y) - zx$$

(9)

$$\frac{-x}{7}(49x - 7 + 2\sqrt{7}y) + \frac{3}{14}(2x^2 - \frac{2y}{\sqrt{21}})$$

(10)

$$(x + 2y - 3z)(y - z) + (2x - y)(z - x)$$

(11)

$$\frac{x^2 + 2x + 2}{3} - \frac{1}{3}(2x - 7)(9 + 5x)$$

(12)

$$\sqrt{2}(\sqrt{3}(\sqrt{6} - \sqrt{8}) + \sqrt{12}) - \sqrt{3}(\sqrt{24} - \sqrt{2}(\sqrt{32} - \sqrt{96}))$$

問 10

次の問い合わせに答えなさい

(1)

$$\begin{cases} ax + 2y = 12 \\ -x + by = -6 \end{cases} \quad (3)$$
$$\\ \quad (4)$$

の解が $x = 1, y = 2$ の時、 a, b の値を求めなさい。

(2)

連続する 3 つの整数で、次のようなものを考える。

3 つの数の和は 60 である

このとき、連続する 3 つの整数の中で最も小さいものを求めよ。

(3)

1 辺の長さが 13cm で、1 つの対角線の長さが 10cm であるようなひし形の面積を求めなさい。

(4)

対角線の長さが 100cm であるような正方形の面積を求めなさい

(5)

正六角形の対角線の本数をもともめなさい

(6)

$x = \sqrt{2}, y = \sqrt{3}$ の時、次の式の値を求めなさい。

$$(x - y)(x^2 + xy + y^2)$$
$$(x + y)(x - y) - 2(y - x)(y + x)$$

(7)

$21^2 + 2 \times 21 \times 29 + 29^2$ を計算せよ。

(8)

$123^2 - 128^2$ を計算せよ。

(9)

次の連立方程式を解け

$$\begin{cases} 3x + 7y = 16 \\ x - 5y = 10 \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} 0.1x - 0.2y = 1.6 \\ \frac{x-1}{2} + \frac{1}{3}y = 0 \end{cases} \quad (7)$$

$$\begin{cases} 7y - 12x = 1 \\ \frac{2}{5}y - 3x = 4 \end{cases} \quad (9)$$

(10)

(10)

$(x - 2)^2 - 64 = 0$ を解け。

(11)

$\sqrt{2}x - 2\sqrt{2} = \sqrt{2}(3 + \sqrt{8}x)$ を解け。

(12)

xy 平面で原点を点 O , 点 $A(2, 2)$, 点 $B(0, 4)$ とする。このとき、 $\triangle OAB$ を y 軸を中心 に 1 回転させた立体の体積を求めなさい

(13)

x y 平面で原点を点 O , 点 $A(0, 4)$, 点 $B(-3, 0)$ とする。このとき、 $\triangle OAB$ を x 軸を中心 に 1 回転させた立体の体積と、 y 軸を中心 に 1 回転させた立体の体積を求めなさい。

問 11

次の問いに答えなさい。

(1)

$$3x : 2 = x + 1 : 4$$

の時、 x の値を求めよ。

(2)

直線 L は y 切片が 3 で、点 $(1, 2)$ を通るという。直線 L の式を求めなさい。

(3)

次の計算をせよ。

$$\frac{\sqrt{5}}{2} (\sqrt{10} + 2) - \sqrt{12} - \sqrt{5}$$

問 12

(1)

次の計算をせよ。

$$\begin{cases} 3x + 5y = 11 \\ 2x + 4y = 7 \end{cases} \quad (11) \quad (12)$$

(2)

半径 2 の円に内接する正六角形の面積を求めなさい。

問 13

(1)

次の計算をせよ。

$$\sqrt{3}(\sqrt{30} + \sqrt{6}) - 2\sqrt{10}$$

問 14

次の問い合わせに答えなさい。

$\triangle ABC$ は二等辺三角形で、 $AB = AC = 4\text{cm}$ 、 $BC = 2\text{cm}$ とする。このとき、 $\triangle ABC$ の面積を求めよ。

問 15

xy 平面上に点 $A(3,0)$ 、点 $P(0,0)$ がある。また、赤玉が 3 つ、白玉が 2 つ入った袋がある。この時、次のようなルールでゲームを行うことにする

ルール

1. 袋の中から玉を 1 つ取り出し、その色を確認する。取り出した球は元に戻さない
2. 取り出した玉の色が赤色の場合、点 P の x 座標を正の方向に +1 する。
白色の場合、点 P の座標は変化させない
3. ゲーム終了の条件を満たさない場合 1 に戻る。満たしている場合、ゲームを終了する。また、1 3 の一連の流れをまとめて「試行」と呼ぶことにする

ゲーム終了の条件

- 点 P が点 A に到達したとき
- 白玉を 2 回取り出したとき

このとき、次の問い合わせに答えなさい。

(1)

このゲームが 2 回目の試行で終了する確率を求めよ

(2)

このゲームが 3 回目の試行で終了する確率を求めよ

(3)

このゲームが 4 回目の試行で終了する確率を求めよ

問 16

xy 平面上に点 A(3,0), 点 P(0,0) がある. また, 赤玉が 3 つ, 白玉が 2 つ入った袋がある. この時, 次のようなルールでゲームを行うことにする

ルール

1. 袋の中から玉を 1 つ取り出し, その色を確認する. その後, 取り出した玉を袋に戻す
2. 取り出した玉の色が赤色の場合, 点 P の x 座標を正の方向に +1 する.
白色の場合, 点 P の座標は変化させない
3. ゲーム終了の条件を満たさない場合 1 に戻る. 満たしている場合, ゲームを終了する. また, 13 の一連の流れをまとめて「試行」と呼ぶことにする

ゲーム終了の条件

- 点 P が点 A に到達したとき
- 白玉を 2 回取り出したとき

このとき、次の問い合わせに答えなさい。

(1)

このゲームが 2 回目の試行で終了する確率を求めよ

(2)

このゲームが 3 回目の試行で終了する確率を求めよ

(3)

このゲームが 4 回目の試行で終了する確率を求めよ

問 17

(1)

二次方程式

$$x^2 - 9x + 14 = 0$$

を解きなさい。

(2)

連立方程式

$$\begin{cases} a + c = -9 \\ b - a = 23 \\ c - b = -14 \end{cases} \quad \begin{array}{l} (13) \\ (14) \\ (15) \end{array}$$

を解きなさい。

(3)

4 次方程式

$$x^4 - 10x^3 + 23x^2 - 14x = 0$$

を解いてみよう。

今、調査の結果、この方程式は 1 を解に持つことが分かった。

このとき、上方程式の左辺を因数分解せよ。

(4)

(3) の方程式の解を全て求めよ。

問 18

xy 平面上に原点を中心とし、半径 2 の円がある。いま、この円に正六角形が内接している、円と y 軸との交点にその頂点の 1 つをもつ。そこで、この頂点を A_1 と名付けることにし、そこから反時計回りに正六角形の残りの頂点を順に A_2, A_3, A_4, A_5, A_6 と名付けることにする。

(1)

A_2, A_3, A_4, A_5, A_6 の座標を求めなさい。

(2)

この正六角形の面積を求めなさい。

(3)

点 $B(2,0)$ とする。

いま、さいころを 2 回連続投げる。1 回目に投げた時の出目を i とし、2 回目に投げた時の出目を j とする。例えば、一回目のさいころの出目が 1 ならば、 $i = 1$ であり、2 回目の出目が 6 ならば、 $j = 6$ となる。さいころをなげて、 $i = j$ となった場合、もう一度振りなおす。このような i, j について、 $\triangle A_i A_j B$ を考える。たとえば、

$(i, j) = (2, 4)$ ならば、 $\triangle A_2 A_4 B$ について考えるということである

ただし、ここで用いているさいころの目の出方は同様に確からしいものとする。

この時、 $\triangle A_i A_j B$ として、取り得る三角形を全て挙げよ。ただし、 $\triangle A_2 A_4 B$ と $\triangle A_4 A_2 B$ のような三角形は区別しないものとする。

(4)

(3) で挙げた三角形のうち、面積が最大のものと最小のものをそれぞれ全て挙げ、それらの面積を求めなさい。

(5)

さいころを 2 回振って得られた $\triangle A_i A_j B$ の面積が取りうる三角形の中で最大であった。もう一でさいころを 2 回振って得られた $\triangle A_i A_j B$ が再び、取りうる三角形の中で最大の面積であった。

このような事象が起こる確率を求めなさい。

問 19

xy 平面上に、中心を $C(0, 2)$ とする半径 2 の円がある。点 $P(-1, \sqrt{3} + 2)$ はこの円周上の点で、放物線 $l : y = ax^2$ は点 P を通過する。直線 PC と円との交点で、点 P でないほうを点 Q 、 x 軸との交点を R 、直線 PC と放物線 l との交点で、点 P でないほうを点 T とする

(1)

a の値を求めなさい。

(2)

点 R および点 T の座標を求めなさい。

(3)

直線 PC と y 軸のなす角の大きさを求めなさい。

(4)

$\angle COP$ の大きさを求めなさい。

(5)

$\angle QRO$ の大きさを求めなさい。

(6)

$\angle PTO$ の大きさを求めなさい。

(7)

$\triangle POR$ を y 軸を中心に 1 回転させた図形の体積を求めなさい。

6/3 復習問題。8 分

問 20

次の式を展開せよ

(1)

$$(2x - 0.1)\left(\frac{2}{3}x - 1\right)$$

(2)

$$(7x + 14)(16x - 32)$$

問 21

次の式を因数分解せよ

(1)

$$x^2 + x - 2$$

(2)

$$3x^2 - 108$$

問 22

84 にある数をかけると別の整数の 2 乗になるという。そのような整数のなかで最も小さいものを求めよ。

問 23

693 ある数でわると別の整数の 2 乗になるという。そのような整数の中で最も小さいものを求めよ。

問 24

次の整数の平方根を求めよ

5,49

6/8 復習問題。20 分。

問 25

2730 にある数をかけると別の整数の 2 乗になるという。そのような整数のなかで最も小さいものを求めよ。

問 26

$(2x + 10)(3x - 15)$ を展開せよ。また、 $75x^2 - 3$ を因数分解せよ。

問 27

次の計算を工夫してしなさい。

(1)

$$66 \times 65$$

(2)

$$47^2 - 53^2$$

(3)

$$108^2$$

問 28

(1)

偶数と奇数の和は奇数になることを数学的に説明せよ。

(2)

連続する 3 つの整数の和は 3 の倍数になることを数学的に説明せよ。

6/14 復習問題。先週、先々週の問題は何も見ずに解けるようになりましたか？

25 分。

問 29

96 をある数でわると別の整数の 2 乗になるという。そのような整数のなかで最も小さいものを求めよ。

問 30

$(x + 2)(3x + 4)$ を展開せよ。また、 $64x^2 - 80x + 25$ を因数分解せよ。

問 31

501×499 、 $501^2 - 499^2$ 、 501^2 をそれぞれ計算せよ。

問 32

偶数と奇数の和は奇数になることを数学的に説明せよ。

問 33

次の二組の数のうち、それぞれ大きいほうに丸をつけなさい。

$$2 \text{ と } \sqrt{3}, \sqrt{0.01} \text{ と } 0.2, \sqrt{\frac{1}{8}} \text{ と } \frac{1}{3}$$

問 34

$\sqrt{24} = 2\sqrt{6}$ である。この例を参考に、次の数を簡単にせよ。

$$\sqrt{12}, \sqrt{8}, \sqrt{63}, \sqrt{160}$$

問 35

次の式を計算し、最も簡単な形で表せ

(1)

$$\sqrt{2} \times \sqrt{6}$$

(2)

$$\sqrt{3} \times \sqrt{12}$$

6/22 確認問題 20 分 問 19,20,21 が正解できればテストも (40% くらいは) 安心

問 36

32 をある数でわると別の整数の 2 乗になるという。そのような整数のなかで最も小さいものを求めよ。

問 37

$(2x - 5)(x + 1)$ を展開せよ。また、 $x^2 + 5x + 6$ を因数分解せよ。

問 38

次の数の平方根をいいなさい。

5 , 24 , 0.01 , 48 , 18

問 39

次の計算をせよ

(1)

$$3\sqrt{3} + 4\sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{2}$$

(2)

$$\sqrt{3} + \sqrt{12}$$

(3)

$$\sqrt{5} - 2\sqrt{20}$$

(4)

$$\sqrt{2} \times \sqrt{5} - \sqrt{40} \div \sqrt{4}$$

問 40

次の数を大きい順に並べよ

$$3 , \sqrt{3} , \sqrt{8} , \sqrt{9.1} , 0.1 , \sqrt{\frac{11}{4}} , \sqrt{0.009}$$

6/29 確認問題 今日からは中学 1 年 2 年の範囲を復習しますが、確認問題では中 3 内容も出題します。

問 41

次の計算をせよ

(1)

$$1 - (-2 - (-1 - (-3)))$$

(2)

$$1 \div 3 \div 4 \times 8 \div 9 \times 2$$

(3)

$$(x - 1)^2$$

(4)

$$\sqrt{2} + 2\sqrt{24} - \sqrt{48} \times \sqrt{2} - 4\sqrt{12}$$

問 42 ちょっと難しいかも

次の式を因数分解せよ

$$3x^3 + 18x^2 + 27x$$

$$x^2 - y^2 + 2x - 2y$$

問 43

次の値を簡単にせよ。簡単にできない場合は下に × を記せ。

$$\sqrt{22}, \frac{2}{\sqrt{6}}, \sqrt{44}, \sqrt{\frac{2}{3}}$$

問 44

次の値を求めよ。ただし、 $x = 1 - \sqrt{2}$, $y = 1 + \sqrt{2}$ とする。

$$301 \times 299$$

$$xy$$

$$x + y$$

$$x^2 + y^2$$

7/6 確認問題。前回に解いた問題は理解できましたか？

問 45

次の計算をせよ。ただし、(5) は因数分解せよ

(1)

$$\frac{1}{3} - \frac{2}{5} + \frac{4}{15}$$

(2)

$$2(x+1) - 3(2-3x)$$

(3)

$$(3x+1)(2x-5)$$

(4)

$$(x+1)(x-1) - (x+2)(x-2)$$

(5)

$$32x^4 + 16x^3 + 2x^2$$

(6)

$$\sqrt{2}\{\sqrt{6} + \sqrt{3}(\sqrt{6} - \sqrt{2})\}$$

(7) やや難

$$\sqrt{2}(\sqrt{3}(\sqrt{6} - \sqrt{8}) + \sqrt{12}) - \sqrt{3}(\sqrt{24} - \sqrt{2}(\sqrt{32} - \sqrt{96}))$$

(8)

$$21^2 + 2 \times 21 \times 29 + 29^2$$

(9)

$$123^2 - 128^2$$

(10)

$$\sqrt{3}(\sqrt{30} + \sqrt{6}) - 2\sqrt{10}$$

7/13 確認問題

問 46

(1) から (3) は因数分解せよ。 (4) から (6) は式を展開せよ。 (7)(8) は計算せよ。

(1)

$$x^2 + 5x - 4$$

(2)

$$9x^2 - 16y^2$$

(3)

$$16x^2 + 40xy + 25y^2$$

(4)

$$(x+2)(x-4)(x+1)$$

(5)

$$(a+x-y)(x+y) - 3(2a-y)(-a+x)$$

(6)

$$(2x+9)^2 - (x+3)(x-3) + 2(x-1)(x+3)$$

(7)

$$\sqrt{2}(-\sqrt{42} + \sqrt{3} \times \sqrt{7} \div \sqrt{2})$$

(8)

$$\frac{1}{4} - \frac{3}{7} + 1.5$$

問 47

n を 6 より大きな偶数とする。

3 から n までの偶数の個数を求める公式を作れ。

7/20 確認問題 正解率があまりよくないので今回から難易度を少し下げます

問 48

次の計算をせよ。ただし、(4),(5) は因数分解せよ

(1)

$$(2x + 1)(0.3x - 4)$$

(2)

$$(\frac{1}{3} - \frac{2}{5}) \times 15$$

(3)

$$\sqrt{3} - (-\sqrt{12} + \sqrt{15} \times \frac{3}{\sqrt{5}})$$

(4)

$$25y^2 - 49x^2$$

(5)

$$2x^2 + 12x + 18$$

問 49

次の方程式を解きなさい

(1)

$$x + 3 = 2(x - 1)$$

(2) 標準レベル

$$0.2(x - 0.5) = \frac{1}{4}$$

問 50

$x = \sqrt{2}, y = 1$ のとき、 xy の値と $(x + 1)(-y + \sqrt{2})$ の値を求めなさい

7/27 確認問題

問 51

(1)

$$3 - \frac{2}{5} - (-2) \times \frac{3}{5}$$

(2)

$3x^2y + 4x^3y - xy$ を因数分解せよ

(3) 因数分解の公式を使って工夫して計算してみよう

505×495

(4)

$\frac{1}{5}$ の平方根を答えなさい。有理化が必要な場合は有理化せよ

(5) 有理化の頻出問題

$\frac{1}{1 + \sqrt{5}}$ を有理化せよ

(6)

x についての一次方程式

$$2(x - 3) + 200 = 4x - 4$$

を解きなさい

問 52

x についての二次方程式

$$x^2 + 2ax + a^2$$

の解が $x = 1$ のみであるとき、 a の値を求めなさい

8/3 確認問題

問 53

(1) 展開せよ

$$(2x - 3)(0.1x + 7)$$

(2) 因数分解せよ

$$4x^2 + 16x - 16$$

(3) 因数分解せよ。やや難

$$x + y - (x^2 - y^2)$$

(4) 展開せよ

$$(\sqrt{2} - \sqrt{3})^2$$

問 54

n は 0 より大きい整数である。 $\sqrt{45n}$ は整数になるという。このとき、 n の候補として挙げられるものを二つあげなさい

問 55

連続する 3 つの整数の和は必ず 3 の倍数になる。これを数学的に説明せよ。

問 56

A 君なら 20 日、B 君なら 30 日で完成する仕事があります。はじめ A 君が何日か働き、続いて B 君が何日か働きました。

(1)

全体の仕事量を 60 とするとき、一日当たりの A 君と B 君の仕事量を答えなさい

(2)

完成まで全部で 26 日かかったとき、A 君が働いたのは、何日間ですか？

8/10 確認問題 今日の問題は難しそうに見えて実はそんなに難しくない問題が多いです

問 57

(1) 計算せよ

$$-3 + 5 \times (-2) - (-2 - (7 + 3))$$

(2) 式を簡単にせよ

$$\frac{x^{23} + 5x^{25} - 7x^{24}}{x^{21} + 5x^{23} - 7x^{22}}$$

(3) 計算せよ

$$1 \div \sqrt{3} \times \sqrt{6} \div \sqrt{12} \times \sqrt{18}$$

(4) 展開せよ

$$(x + y - 1)(2x - 2y)$$

(5) 因数分解せよ

$$4x^2 - 32x + 28$$

(6) 因数分解せよ

$$2x^2 + 40x + 200$$

(7) 因数分解せよ

$$3x^3 + 9yx^2 - 6y^2x^2$$

問 58

次の 2 次方程式を解け

(1)

$$4x^2 - 32x + 28 = 0$$

(2)

$$2x^2 + 40x + 200 = 0$$

8/17 確認問題

問 59 2 次方程式の計算練習

以下の 2 次方程式を解きなさい。

必要ならば、2 次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ (ただし $a \neq 0$) の解は、

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

であることを用いてよい。ただし、解が存在しない場合は解なしと答えなさい。

(1)

$$2x^2 + 3x - 13 = 26$$

(2)

$$-4x^2 - 8x = -200$$

(3)

$$x^2 + 3x + 10 = 0$$

問 60 次の計算をしなさい

(1)

$$-3 \left(-2x + \left(\frac{2+x}{3} - \frac{5x}{4} \right) \right) + x$$

(2)

$$(\sqrt{2} + \sqrt{12})(\sqrt{3} - \sqrt{6})$$

(3)

$$(\sqrt{3} - \sqrt{5})^2$$

(4) 因数分解せよ

$$4x^2 - 16x + 16$$

(5) 因数分解せよ

$$\frac{1}{15}x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{5}{3}$$

問 61

次の空欄に適切なものを記入し、次の定理の証明を完成させなさい。

定理. 連続する 3 つの整数の和は必ず 3 の倍数になる

証明. x を整数とする。

連続する 3 つの整数は x を用いると $x, x+1, x+[\quad]$ と表わされる。

証明することは連続する 3 つの整数の和は必ず 3 の倍数になることなので、実際に和を計算してみる。

$$\begin{aligned} x + (x+1) + (x+[\quad]) &= [\quad]x + [\quad] \\ &= [\quad](x + [\quad]) \end{aligned}$$

となる。上の式で $[\quad](x + [\quad])$ は整数であるから、3 の倍数になる。□

問 62 時間があれば解いてください

連続する 4 つの整数の和は必ず 4 の倍数になることを証明しなさい。

問 63 以下の方程式を解きなさい

(1)

$$x + 2 + 3x = 4x - 5 + 6x - 7$$

(2)

$$-3 \left(-2x + \left(\frac{2+x}{3} - \frac{5x}{4} \right) \right) + x = -2x$$

(3)

$$\begin{cases} x + 2y = 1 \\ x - y = 2 \end{cases} \quad (16)$$

(17)

(4)

$$\begin{cases} x - 2y = 3 \\ 4y + 5x = 6 \end{cases} \quad (18)$$

(19)

(5)

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ y + z = 2 \\ z + x = 3 \end{cases} \quad (20)$$

(21)

(22)

(6)

$$x^2 - 5 = 0$$

(7)

$$(x + 2)(x - 3) = 1$$

(8)

$$x^2 - 13x + 20 = -20$$

8/31 問題

問 64

(1)

一辺が 2cm の立方体の体積を求めよ

(2)

底面の半径が 1cm で体積が πcm^3 の円柱がある。この円柱の高さと表面積を求めなさい。

(3)

四角形の内角の和は1._____である。四角形の中でも向かい合う二組の辺が平行であるものを2._____といい、その中でも対角線が垂直に交わるものを3._____という。また、四角形のそれぞれの内角が 90 度であるものを4._____といい、4._____かつ3._____であるものを特に5._____という。5._____とはつまり、すべての辺の長さが等しい四角形である。

問 65 次の計算をしなさい

(1)

$$\sqrt{6} \times \sqrt{30}$$

(2)

$$\frac{3}{\sqrt{2}} + \sqrt{18} - \frac{5}{\sqrt{50}}$$

(3)

$$\sqrt{\frac{3}{2}} + \frac{2\sqrt{6}}{3} - \sqrt{\frac{8}{3}}$$

(4)

$$2(\sqrt{3} + 2\sqrt{2}) - (3\sqrt{3} - \sqrt{2})$$

(5)

$$-5 \times (-2) \times (-3) + (-26) \div (-2) - 12 \times (-3)$$

(6)

$$(2^3 - 5) \times (-2) + (-3^2 + 8) \times (5 - 7) - 12 \div (5^2 - 4^2) \times (-3)$$

9/7 問題

問 66 次の計算をしなさい

(1)

$$\frac{1}{2} - \frac{2}{3} - \frac{1}{6}$$

(2)

$$20 \div \frac{5}{9} \div (-\frac{1}{10})^2 \times (-\frac{1}{2})^3$$

(3) 方程式を解きなさい

$$3(x - 1) - 2(x + 3) = 6 - (2x + 3)$$

(4)

$$\frac{x + 2y}{3} + \frac{3x - 2y}{4}$$

(5) 展開せよ

$$(x - y + 4)(x + y)$$

(6) 因数分解せよ

$$x^2 + 9x$$

(7) 因数分解せよ

$$2ax - 4a$$

(8) 因数分解せよ

$$3xyz - 6x^2$$

(9)

$$\sqrt{80} + \sqrt{45}$$

(10)

$$8\sqrt{6} \div 4\sqrt{3}$$

(11)

$$\sqrt{147} - \sqrt{27} - \sqrt{48}$$

9/14 問題

問 67

(1)

半径 8cm, 弧の長さ $10\pi\text{cm}$ の扇形 A について, 面積と弧の長さを求めなさい

(2)

半径 4cm, 弧の長さ $5\pi\text{cm}$ の扇形の面積と中心角の大きさを求めなさい

(3)

半径 20cm, 面積 $50\pi\text{cm}^2$ の扇形の弧の長さと中心角の大きさを求めなさい

問 68 次の方程式を解きなさい

(1)

$$\begin{cases} x + 2y = 1 \\ x = y + 4 \end{cases} \quad (23) \quad (24)$$

(2)

$$\begin{cases} x + 3y = 7 \\ x - 2y = -3 \end{cases} \quad (25) \quad (26)$$

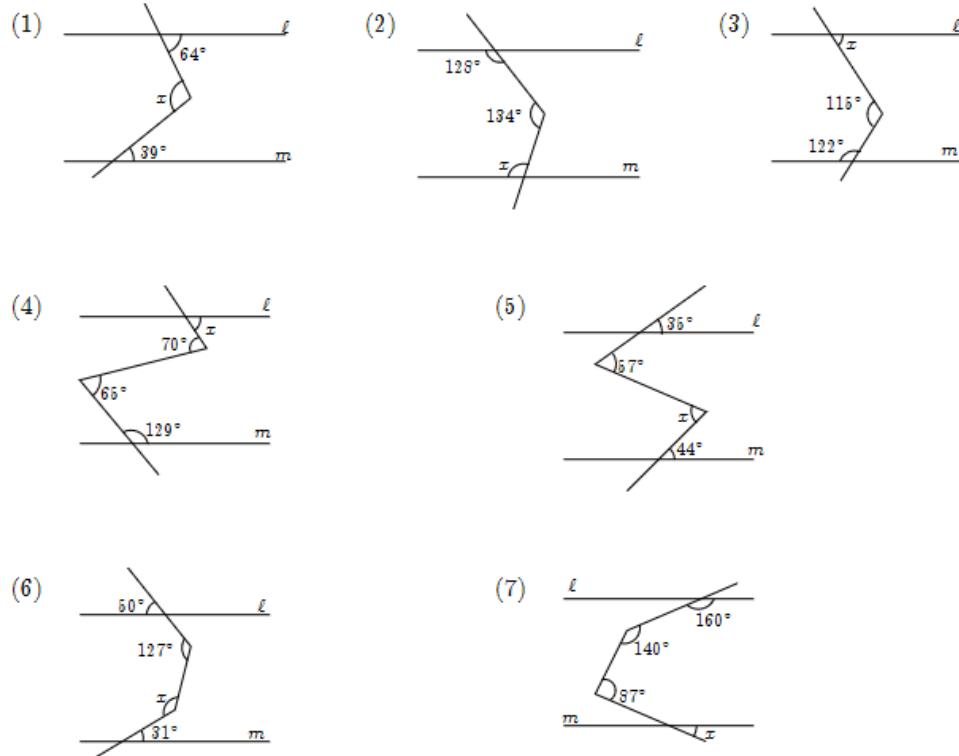
問 69 次の文章で誤ってるものを選べ

- 根号(ルート)の中が負の数になることは絶対にない
- x が正の数であれば x の平方根は \sqrt{x} と $-\sqrt{x}$ ある
- 0 の平方根は 0 のみである
- -5 の平方根は $\pm\sqrt{5}$ である

9/28 問題 <https://math.005net.com/2/sakaku1.php> より引用

問 70

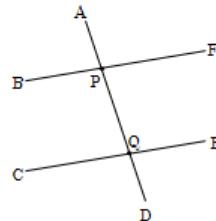
1. $\ell // m$ のときそれぞれ $\angle x$ の大きさを求めよ。



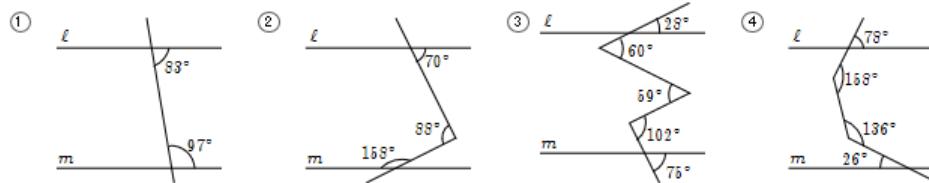
問 71

1. 図で $BF//CE$ である。次の問いに答えよ。

- (1) $\angle BPQ + \angle FPQ$ は何度か。
- (2) $\angle BPQ$ と同じ大きさの角をすべて答えよ。
- (3) $\angle FPQ$ と同じ大きさの角をすべて答えよ。
- (4) $\angle BPQ + \angle CQP$ は何度か。



2. 次の①～④のなかで $\ell // m$ になるものをすべて選んで記号で答えよ。



問 72 次の文章を読んで、仮定と結論をかきなさい

(1)

連続する 3 つの偶数の和は 6 の倍数である。

(2)

$\triangle ABC$ で AB, AC の中点をそれぞれ M, N とすると、 $MN//BC, MN = \frac{1}{2}BC$ となる。

問 73 公式の確認

$$\begin{aligned}x^2 + 2xy + y^2 &= (x + y)^2 \\x^2 + (a + b)x + ab &= (x + a)(x + b) \\x^2 - y^2 &= (x + y)(x - y) \\\sqrt{a} \times \sqrt{a} &= a \\\sqrt{m^2a} &= m\sqrt{a}\end{aligned}$$

これを参考に次の式の下線部に入る数字を埋めよ。

$$\begin{aligned}(x + 2)^2 &= x^2 + \underline{\quad} + 4 \\x^2 - 5x + 6 &= (x - \underline{\quad})(x - 2) \\(5x + 3y)(5x - 3y) &= \underline{\quad}x^2 - \underline{\quad}y^2 \\\sqrt{12} &= \sqrt{2 \times 3} = \underline{\quad}\sqrt{3} \\\sqrt{72} &= \sqrt{\underline{\quad} \times 2} = \sqrt{6 \times 2} \\&= \underline{\quad}\sqrt{2} \\\sqrt{12} \times \sqrt{72} &= \underline{\quad}\sqrt{3} \times \underline{\quad}\sqrt{2} = \underline{\quad}\sqrt{6} \\\sqrt{200} - \sqrt{98} &= \sqrt{\underline{\quad} \times 2} - \sqrt{\underline{\quad} \times 2} = \sqrt{10 \times 2} - \sqrt{7 \times 2} \\&= \underline{\quad}\sqrt{2} - \underline{\quad}\sqrt{2} = \underline{\quad}\sqrt{2} \\\sqrt{27} \times \sqrt{20} \times \sqrt{6} &= \sqrt{27 \times 20 \times 6} \\&= \sqrt{(3 \times (2 \times 5) \times (2 \times 3))} = \sqrt{2 \times 3 \times 5} \\&= \underline{\quad}\sqrt{10}\end{aligned}$$

10/28 問題

問 74 次の文章を読んで下線部に適切な言葉を入れてください

ある二つの量があって、それぞれの数量を x, y で表すことにします。次のようなことを仮定してみましょう。つまり、片方の数量が増えたり減ったりすればそれに応

じてもう片方の数量も変化するということです。つまり、 x の値が増えたり減ったりすれば、それに応じて y の値も増えたり減ったりすると仮定してみます。

日常的な例を考えてみましょう。いま、K君はお小遣いをいくらか持っていて、コンビニにお菓子を買いに行くとします。話を簡単にするために、K君の現在の所持金は1000円で、購入するお菓子は120円のアルフォートだけということにしましょう。（ただし購入する個数は1個とは限らない）

K君がコンビニでアルフォートを x 個買った時、K君の残りのお小遣いが y 円になったとしましょう。例えば、K君がアルフォートを ($x =$) 1個買ったとしたら、K君の残りのお小遣いは ($y =$) $1000 - 120 \times 1 = 1000 - 120 = 880$ 円になります。つまり、 $x = 1$ のとき、 $y = 880$ となります。K君がアルフォートを ($x =$) 2個買ったとしたら、K君の残りのお小遣いは ($y =$) $1000 - 120 \times 2 = 1000 - 240 = 760$ 円になります。つまり、 $x = 2$ のとき、 $y = 760$ となります。買う個数 (x) が決まれば自動的に残りのお小遣いの額 (y) も決定します。

x の値が変化したとき、 y の値も変化しましたね。このように、 x の値が変化したとき y の値の変化の法則を式で書ける時、別の言葉で言うならば、 x の値が何か決まった時、 y の値がある法則に従ってただ1つ決まり、その法則を数式で書くことができる時、それを関数といいます。特に、その数式が1次式で表される場合、その関数を_____関数と呼びます。

問 75 次の問い合わせよ

(1) 因数分解せよ

$$x^2 + 6x + 7$$

(2) 次の2次方程式の解を求めよ

$$(x + 1)(x + 6) = 0$$

(3) 次の2次方程式の解を求めよ

$$x^2 - 3x - 40 = 0$$

11/4 問題 9 問中 5 問正解で合格

問 76 次の 1 次関数のグラフを書きなさい. 余白がなければ裏を使うこと

$$y = \frac{1}{2}x - 2 \quad (27)$$

$$x + 3y = 2 \quad (28)$$

$$24x = -32y - 16 \quad (29)$$

$$x - (-y) = -(-1) \quad (30)$$

問 77 次の方程式を解きなさい

(1) 基本

$$x^2 - 13x - 42 = 0$$

(2) hint:解の公式

$$(x + 2)(x - 2) = 4$$

(3) hint:両辺を 2 倍して解の公式

$$x^2 + \frac{1}{2}x - 1 = 0$$

(4) 基本

$$(x - 2)(x - 5) = 0$$

(5) 基本

$$x^2 = 5$$

11/11 問題 全 9 問中 4 問正解で合格. 7 問正解で復習十分

問 78 次の 1 次関数のグラフを書きなさい.

$$x = 3y + 6$$

問 79 以下の問い合わせに答えよ

(1) hint : $y = ax + b$ とおく

2 点 $(1, 2), (5, 12)$ を通る直線の式を求めなさい

(2)

傾きが $-\frac{1}{2}$ で、点 $(6, 0)$ を通る直線の式を求めなさい

(3) hint : 平行とは傾きが等しいこと

直線 $y = 3x - 2$ と平行で y 切片が 2 である直線の式を求めなさい

(4)

直線 $y = ax - \frac{1}{2}$ が点 $(9, 1)$ を通るとき a の値を求めなさい

(5) hint : 一見難しそうに見えるがよく読むと通る 2 点の座標が分かる

直線 $y = ax + b$ と放物線 $y = x^2$ の交点が $(-1, 1), (4, 16)$ であるとき a, b の値を求めよ

問 80 次の計算をせよ。また、方程式を解け

(1) hint : 先にルートの中身を簡単にする

$$\sqrt{3} \times \sqrt{6} - 2\sqrt{8} + \sqrt{18}$$

(2) hint : 解の公式

$$x^2 + x - 10 = 0$$

(3) hint : 左辺を因数分解。まずは何でくくる？(おまけ問題)

$$x^4 - 4x^3 + 4x^2 = 0$$

11/16? 問題(一次関数のまとめ) 5 問正解で合格

問 81 次の問い合わせに答えなさい

xy 平面上に 3 点 A,B,C があり、それぞれの座標は A(6,0),B(-4,0),C(0,5) である。また点 P は点 A を出発し、x 軸上を正の向きに毎秒 1 の速さで点 B まで移動する。

(1)

xy 平面上に 3 点 A,B,C を描きなさい. また, $\triangle ABC$ の面積を求めなさい

(2)

点 P が出発してから t 秒後の点 P の座標を t を用いて表しなさい. また, t の取り得る値の範囲を求めなさい.

(3)

直線 AC の式を求めなさい

(4)

直線 BC の式を求めなさい

(5)

$t = 2$ のとき, $\triangle ACP$ の面積を求めなさい

(6)

$\triangle BCP$ の面積が 10 であるとき, t の値を求めなさい

(7)

点 P の座標が $(2,0)$ のとき, t の値を求めなさい

(8) 定期試験レベル

$t = 5$ の時, 点 P を通り直線 AC と平行な直線を考える. この直線と直線 CB との交点を点 D とする. 直線 PD の式を求め, 点 D の座標を求めなさい.

(9) 中点連結定理と相似比について知っていれば (2) よりすぐにわかります

$\triangle PDB$ の面積を求めなさい

(10) 入試問題レベル

$\triangle ACP$ の面積が $\triangle ABC$ の面積の $\frac{2}{3}$ 倍であるとき点 P の座標を求めなさい

問題 11/22

問 82

(1)

点 $(4,5)$ を通り, 直線 $x = 3y$ に平行な直線の式を求めなさい

(2)

直線 $y = 2x + 1$ と直線 $x + 2y - 3 = 0$ の交点を求めなさい

(3)

直線 $y = 3x$ と直線 $y = -x + 3$ の交点を通り傾きが 2 の直線の式を求めなさい

問 83

(1)

$x^2 - 2x + 1$ を因数分解せよ

(2)

$$3\sqrt{3} + 4\sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{2}$$

(3)

$$\sqrt{3} + \sqrt{12}$$

(4)

$$\sqrt{5} - 2\sqrt{20}$$

(5)

$$\sqrt{2} \times \sqrt{5} - \sqrt{40} \div \sqrt{4}$$

(6)

$$2x^2 + 3x - 13 = 26$$

(7)

$$-4x^2 - 8x = -200$$

(8)

$$x^2 + 3x + 10 = 0$$

(9)

$$-3 \left(-2x + \left(\frac{2+x}{3} - \frac{5x}{4} \right) \right) + x$$

(10)

$$(\sqrt{2} + \sqrt{12})(\sqrt{3} - \sqrt{6})$$

(11)

$$(\sqrt{3} - \sqrt{5})^2$$

(12) 因数分解せよ
 $4x^2 - 16x + 16$

(13) 因数分解せよ
 $\frac{1}{15}x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{5}{3}$

(14)

$$x^2 + 5x - 4$$

(15)

$$9x^2 - 16y^2$$

(16)

$$16x^2 + 40xy + 25y^2$$

(17)

$$(x+2)(x-4)(x+1)$$

(18)

$$(a+x-y)(x+y) - 3(2a-y)(-a+x)$$

(19)

$$(2x+9)^2 - (x+3)(x-3) + 2(x-1)(x+3)$$
$$11/25$$

問 84

$y = \frac{1}{12}x^2$ のグラフを書きなさい

問 85

xy 平面上の直線 $y = \frac{1}{2}x + 1$ と放物線 $y = \frac{1}{2}x^2$ の交点を点 A,B とする.

(1)

点 A,B の座標を求めなさい

(2)

原点を点 O とする. 三角形 ABO の面積を求めなさい

問 86

二つの三角形が相似であることの条件を三つ述べなさい

問 87

直角二等辺差角形 ABC があり, AB と AC の長さは 2 である. AB と AC の中点をそれぞれ点 D,E とする.

(1)

$\triangle ABC$ と $\triangle ADE$ は相似である. 証明せよ.

(2)

$\triangle ABC$ と $\triangle ADE$ の相似比を求めなさい

(3)

$\angle ADE$ の大きさを求めなさい. AE の長さを求めなさい.

12/7

問 88

(1)

$-8 + 2$

(2)

$$\frac{2}{5} - \frac{3}{4}$$

(3)

$$\sqrt{54} - \sqrt{24}$$

(4)

$$x^2 + x - 3 = 0$$
 を解きなさい

(5)

点 $(a, 2)$ が反比例 $y = -\frac{12}{x}$ のグラフ上にある時, a の値を求めなさい.

問 89

関数 $y = ax^2$ がある. 点 A の座標は $(-1, 1)$ である. 点 A を中心に半径 1 の円を描く. この円を C_1 とする. x 軸に並行で円 C_1 に接している直線を描き, 直線 l とする. 直線 l と y 軸に接している円で中心が関数 $y = ax^2$ 上に存在する円を描く. この円を C_2 とする. ただし, C_2 の中心の x 座標は正であり, 点 B と呼ぶことにする. さらに, 直線 l に並行で円 C_2 の接線を直線 m とする. 直線 m と y 軸に接している円で中心が関数 $y = ax^2$ 上に存在する円を描く. この円を C_3 とする. ただし, C_3 の中心の x 座標は負であり, 点 C と呼ぶことにする. このとき以下の問い合わせに答えなさい.

(1)

問題文の状況を絵に描きなさい.

(2)

a の値を求めなさい.

(3)

直線 l の式を求めなさい.

(4)

直線 l と円 C_1 の接点を求めなさい.

(5) 差がつく問題

点 B の座標を求めなさい.

(6)

点 C の座標を求めなさい.

(7)

$\triangle ABC$ の面積を求めなさい

問 90

大小二つのさいころを同時に投げる。大きいさいころの出た目の数を a 、小さいさいころの出た目の数を b とする。次の問いに答えなさい。

(1)

a が偶数になる確率を求めなさい。

(2)

a が偶数かつ b が奇数である確率を求めなさい。

(3)

$\frac{b}{a} = 2$ となる確率を求めなさい

(4) 難しい。来週までに考えてきてください。

$y = \frac{b}{a}x$ と $y = -x + 8$ の交点の x 座標と y 座標がともに自然数になる隔離を求めなさい。

12/14 裏面あり

問 91

(1) 展開

$$(2x - 0.1)\left(\frac{2}{3}x - 1\right)$$

(2) 展開

$$(7x + 14)(16x - 32)$$

(3) 計算

$$\frac{1}{2} - \frac{2}{3} - \frac{1}{6}$$

(4) 計算

$$20 \div \frac{5}{9} \div \left(-\frac{1}{10}\right)^2 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^3$$

(5) 計算

$$\frac{1}{3} - \frac{2}{5} + \frac{4}{15}$$

(6) 展開

$$2(x+1) - 3(2-3x)$$

(7) 展開

$$(3x+1)(2x-5)$$

(8) 展開

$$(x+1)(x-1) - (x+2)(x-2)$$

(9) 計算

$$\sqrt{2}\{\sqrt{6} + \sqrt{3}(\sqrt{6} - \sqrt{2})\}$$

(10) 計算

$$\sqrt{3}(\sqrt{30} + \sqrt{6}) - 2\sqrt{10}$$

問 92 次の問いに答えよ

さいころを 2 回振る.

(1)

1 回目と 2 回目の出た目の合計が 8 を超える確率を求めなさい

(2)

一回目に出た数と二回目に出た数をつなげて一つの数字とみる時、それが 4 の倍数である確率を求めなさい. 例えば、一回目に 2, 二回目に 3 がでたとき、それらをつなげた数である 23 は 4 の倍数ではない. しかし、一回目に出た数が 3, 二回目に出た数が 6 のとき、それらをつなげた数である 36 は 4 の倍数である.

問 93 次の問いに答えよ

K 君は 5 つのマスがあるすごろくをしている. マスは左から右に一直線に並んでいて、現在 K 君は 5 つのマスの真ん中のマスにいる. K 君は右端のマスか左端のマスに到達した時点でこのすごろくをクリアすることができる. K 君のマスの進み方はコイン投げで決める. 1 回コイン投げをして表が出れば右に進む. 裏が出れば左に進む. K 君はすごろくをクリアするまでコイン投げをし続ける.

(1)

K君がこのすごろくをクリアするためには少なくとも何回コイントスをしなければならないか

(2)

K君がこのすごろくを最短でクリアする確率を求めなさい。

(3)

K君がこのすごろくをちょうど3回のコイントスでクリアする確率を求めなさい。

(4) 参考

K君がこのすごろくをちょうど4回のコイントスでクリアする確率を求めなさい。

12/21 問題

問 94

(1) 式を簡単にせよ

$$x^2yz^3 \div -2x^3y^2z \times -(-3x)^2$$

(2) 式を簡単にせよ

$$\frac{x^{23} + 5x^{25} - 7x^{24}}{x^{21} + 5x^{23} - 7x^{22}}$$

(3) 因数分解

$$x^2 - 8x + 16$$

(4) 式を簡単にせよ

$$-xy(x^2 - y^2) + (x - y)(x^2y + xy^2)$$

(5) 因数分解

$$3x^3 + 18x^2 + 27x$$

(6) 因数分解

$$x^2 - y^2 - 2x + 2y$$

(7) 因数分解

$$2ax - 4a$$

(8) 因数分解

$$x^2 - 6x + 7$$

問 95

$x = \sqrt{2}, y = 1$ のとき、 xy の値と $(x+1)(-y+\sqrt{2})$ の値を求めなさい

問 96

0,1,2,3 の数字が書かれた 4 枚のカードがある。カードを 1 枚引いて、引いたカードを戻さずに 2 枚目のカードを引く。1 枚目のカードを十の位、2 枚目のカードを一の位とした二桁の正数を作る。例えば一枚目に 2 を引いて二枚目に 3 を引いたときは 23 という整数ができる。一枚目に 0 を引いた場合はやりなおす。

(1)

出来上がる二桁の正数は全部で何種類あるか。

(2)

出来上がる二桁の正数が 3 の倍数である確率を求めなさい。

(3)

出来上がる二桁の正数が素数である確率を求めなさい。

(4)

出来上がる二桁の正数が奇数である確率を求めなさい。

(5)

一枚目のカードを引いたのち、そのカードを戻してから二枚目のカードを引くことにする。この場合も一枚目に 0 を引いた場合はやりなおす。この時、出来上がる二桁の整数が偶数である確率を求めなさい。

問 97

六人でくじ引きをする。くじは全部で 6 本あり、その内 2 本があたりで残りがはずれである。また、引いたくじは戻さないものとする。例えば一人目が当たりくじを引いた時、二人目の人ははずれが 4 本あたりが 1 本ある状態でくじを引くことになる。

(1)

一人目の人が当たりくじを引く確率を求めなさい.

(2)

二人目の人が当たりくじを引く確率を求めなさい.

(3)

六人目の人が当たりくじを引く確率を求めなさい.

12/29

問 98

$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$ である. これに注意して次の計算をしなさい.

(1)

$$(20 + 0.8) \times (20 - 0.8)$$

(2)

$$501 \times 499$$

1/13 問題 7 分 3 問正解を目指そう

問 99 次の計算をしなさい

(1)

$$21^2 - 19^2$$

(2)

$$\sqrt{2}(\sqrt{3} + \sqrt{72}) - \sqrt{8}(\sqrt{12} + 3\sqrt{2})$$

問 100 次の問いに答えよ

(1)

次の方程式をとけ

$$\frac{2x-1}{3} = 4(x-3)$$

(2)

$4x^2 + 24x - 64$ を因数分解せよ

(3)

27g の食塩を 173g の水に溶かした時、食塩水の濃度は何パーセントになるか求めなさい

(4)

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 3 \text{ の時, } \frac{6xy}{x+y} \text{ の値を求めなさい}$$

問 101

二人の兄弟の年齢について、現在の年齢を基準とした時、以下のことが分かっている。

- 8 年前には兄の年齢は弟の年齢の 4 倍であった
- 2 年後には兄の年齢は弟の年齢の 1.5 倍になるという

弟の現在の年齢を x 、兄の現在の年齢を y として二人の現在の年齢を求めなさい

1/21 問題 2015 村野工業より この年の問題はここに乗せた問題を全て正解しないと厳しい年でした。

問 102 次の計算をしなさい

(1)

$$2 - (-5) \times 2 + (-5)$$

(2)

$$0.14 \times 0.3$$

(3)

$$-7^2 - (-8)^2$$

(4)

$$\sqrt{27} - \sqrt{2}(\sqrt{6} - 1)$$

問 103 次の問いに答えなさい

(1) 因数分解せよ

$$(x+1)^2 - 2(x+5)$$

(2)

A,B,C 君が一回だけじゃんけんをする。A 君だけが勝利する確率を求めなさい。

(3)

1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, … という規則で数字が並んでいる。25 番目の数は何か。

(4)

二次方程式

$$x^2 = -13x + 48$$

を解きなさい

1/27 問題 最後の文章の幅のずれ修正できませんでした

問 104 次の問いに答えなさい

(1) 計算

$$-19 + 5 \times 4 - (-8)$$

(2) 計算

$$(2.4 + 0.16) \div (-0.8)$$

(3) 計算

$$(\sqrt{2} - \sqrt{27})(\sqrt{18} - \sqrt{48})$$

(4) 計算

$$\frac{3x + 2y}{4} - \frac{x - 3y}{6}$$

問 105 次の問いに答えなさい

(1) 因数分解

$$2x^2 + 6x - 108$$

(2)

$x = 9.99, y = 0.01$ の時 $x^2 - y^2$ の値を求めよ

(3)

2018^{2018} の一の位の数を答えなさい

問 106 以下の空欄に当てはまる式や数字を答えなさい

A. 兄は弟より 1200 円多くお金を持っている。二人が本を購入し, B. 800 円ずつ支払ったところ、兄と弟の所持金の C. 比が 8 : 5 になった。兄と弟がもともと持っていたお金をそれぞれ x 円, y 円とする。すると下線 A. の文章より, (ア) = 1200 という式を作ることができる。下線 B. の文章より、本を購入した後の兄の所持金は (イ) - 800 と表わすことができ、弟の所持金は (ウ) - 800 と表わすことができる。下線 C. の文章より、このときの二人の所持金の比が 8 : 5 のだから、次の式が成り立つ。 (イ) - 800 : (ウ) - 800 = 8 : 5。したがって、 $x = (\オ), y = (\カ)$ である。

2/3 問題

問 107 次の計算をしなさい

(1)

$$-3 + 27 \div 3$$

(2)

$$(\sqrt{6} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - 1)$$

問 108 次の問いに答えなさい

(1)

$$3 - 5(x - 6) = 7x - 3 \text{ を解きなさい}$$

(2)

$$x^2 - 84 = 5x \text{ を解きなさい}$$

(3)

十二支とは子, 丑, 寅, 卯, 辰, 巳, 馬, 未, 申, 鳥, 戌, 亥の 12 種類がある。今年は戌年である。現在満 70 歳であるひとは何年生まれかを答えなさい。

(4)

正 10 角形の一つの内角の大きさを求めなさい

問 109 次の文章を読んで以下の問い合わせに答えなさい

午前 9 時半に大阪を出発したリニアモーターカーが 540km 離れた東京に午前 11 時に到着する。

(1)

このリニアモーターカーの平均の時速を求めなさい

(2)

ある日、このリニアモーターカーは途中悪天候に見舞われ、大阪から京都までは時速 200km で走行し、京都から東京までは時速 400km で走行したという。大阪から京都までの距離を x km、京都から東京までの移動時間を y 時間とする。 x, y を用いて時間に関する式を作りなさい

(3)

x, y を用いて距離に関する式を作りなさい。

(4)

x, y の値を求めなさい

問 110

2 次関数 $y = ax^2$ と直線 $y = x + 4$ が点 A(-2, 2) と点 B で交わっている。

(1)

a の値を求めなさい

(2)

点 B の座標を求めなさい

2/10 公立高校に向けて一直線です！

問 111

(1)

$\sqrt{50} + \sqrt{8}$ を計算しなさい

(2)

$(a+b)^2 - 16$ を因数分解しなさい¹

(3)

二次方程式 $x^2 - 5x - 1 = 0$ を解きなさい

(4)

反比例 $y = \frac{a}{x}$ のグラフが、点 $(-3, 2)$ を通るとき a の値を求めなさい

問 112

(1)

関数 $y = ax^2$ のグラフ上に点 $(2, 3)$ がある。 a の値を求めなさい

(2)

x の変域が $0 \leq x \leq 2$ の時 y の変域を求めなさい

(3)

x の変域が $-1 \leq x \leq 2$ の時 y の変域を求めなさい

(4)

x の変域が $b \leq x \leq 2$ の時 y の変域は $0 \leq x \leq 3$ であった。 b の値の範囲を求めなさい

問 113 次の表を見て次の問いに答えよ

階級 (分)	度数 (人)	階級値 × 度数
(以上)～(未満)		
0～10	(a)	30
10～20	(b)	(c)
20～30	9	225
30～40	5	175
40～50	5	225
計	35	(d)

この表は、クラスの生徒 40 人のうち欠席者を除く 35 人の通学時間について調査し、その結果から度数分布表を作り、階級値 × 度数を計算する列を加えたものである（表

¹ 因数分解の公式 $x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$ を利用すること

の右側の欄).

(1)

(a) にあてはまる数を求めなさい ^{*2}

(2)

(b)(c)(d) にあてはまる数を求めなさい

(3)

表をもとに 35 人の通学時間の平均値は何分か求めなさい

(4)

表から読み取れることを述べた分として正しいものに○をつけなさい

- 中央値 (メジアン) は 10 分以上 20 分未満の階級に入っている
- 最頻値 (モード) は 10 分以上 20 分未満の階級に入っている
- 中央値と平均値は同じ階級に入っている
- 最頻値と平均値は同じ階級に入っている
- 40 分以上 50 分未満の階級の相対度数は 7 である ^{*3}

3/1

問 114 次の問いに答えよ

(1) 計算せよ

$$-2^2 + (-2)^2$$

(2) 計算せよ

$$(\sqrt{24} + \sqrt{72}) \div \sqrt{2}$$

(3)

二次方程式 $x^2 + x - 4$ を解きなさい

(4)

対角線の長さが $\sqrt{2}$ である正方形の面積を求めなさい

^{*2} 階級値とは階級の真ん中の値のこと。階級 10~20 の階級値は 15

^{*3} 相対度数 = $\frac{\text{ある一つの階級の度数}}{\text{度数の合計}}$ で求めることができる

問 115

直角三角形 ABC があり $\angle ACB = 90$ 度である。また、 $AC = 3, BC = 4$ である

(1)

AB の長さを求めなさい

(2)

この三角形を辺 AC を軸に一回転させてできる立体の体積と表面積を求めなさい

問 116

関数 $y = ax^2$ と直線 $y = bx + c$ がある。この二つの関数は点 $A(2, 1)$ で交わり、直線の切片は 5 である。

(1)

a, b, c の値をそれぞれ求めなさい

(2)

この関数と直線の点 A ではない交点を点 B とする。点 B の座標を求めなさい。

(3)

xy 平面の原点を点 O とする。三角形 ABO の面積を求めなさい。

3/3 問題

問 117 次の問いに答えよ

(1) 計算

$$\sqrt{16} \times 0.4 - \frac{1}{2}$$

(2) 方程式を解きなさい

$$\frac{2x+3}{5} = \frac{4x-1}{3}$$

(3)

1,2,3 と書かれた 3 枚のカードがある。この中から二枚のカードを取り出して二桁の数字を作るとき、何通りの数字ができるか答えよ

(4)

点(2,3)を通り、切片が4である直線の式を求めなさい

(5) 工夫して計算せよ

$$47^2 - 53^2$$

(6) 工夫して計算せよ

$$2010^2 - 2 \times 2010 \times 2018 + 2018^2$$

(7)

$\sqrt{\frac{144}{n}}$ が整数となるような自然数 n を全て求めよ

問 118

1辺の長さが3であるような正四面体の体積と表面積を求めなさい。

問 119

xy 平面上に関数 $y = x^2$ と直線 $y = 2x + 2$ がある。この二つの関数の交点のうち、 x 座標が小さいほうを点Aとして、もう一方の交点を点Bとする。

(1)

点Aおよび点Bの座標を求めなさい

(2)

原点を点Oとする。三角形OABの面積を求めなさい

(3)

原点を通り三角形OABの面積を二等分する直線の式を求めなさい

(4)

三角形OABをy軸を中心に回転させてできる立体の体積を求めなさい

(5)

三角形OABをy軸を中心に回転させてできる立体の表面積を求めなさい

問 120 次の計算をしなさい

(1)

$$\frac{1}{2}(x+2) - \frac{1}{6}(3x+1)$$

問 121

1 個 21 円のチロルルチョコを a 個, 1 個 10 円のうまい棒を b 個買いました。合計は何円になりますか。

問 122 次の方程式を解きなさい

$$3x - 2 = \frac{1}{2}(4x - 6)$$

問 123

自然数の各桁の数字を足した値が **3** の倍数の時, 元の数も **3** の倍数です。自然数の各桁を足した値が **3** の倍数にならない時, 元の数も **3** の倍数になりません。例えば 123 は, 百の位は 1, 十の位は 2, 一の位は 3 です。 $1 + 2 + 3 = 6$ となり各桁の数字の和が **3** の倍数になったから 123 も **3** の倍数になります。確かめてみると $123 \div 3 = 41$ となって割り切れるので **3** の倍数です。一方 1234 は千の位は 1, 百の位は 2, 十の位は 3, 一の位は 4 です。 $1 + 2 + 3 + 4 = 10$ となって, 各桁の数字の和が **3** の倍数にならないので元の 1234 も **3** の倍数ではありません。実際に計算して確かめてみると $1234 \div 3 = 411$ あまり 1 だから 3 で割り切ることができないので **3** の倍数ではありません。今から, **4** 桁の自然数の各桁の数字を足した値が **3** の倍数の時, 元の数も **3** の倍数であることを数学的に説明しようと思います。

(1)

千の位が a , 百の位が b , 十の位が c , 一の位が d であるような **4** 桁の自然数を考えます。この自然数を a, b, c, d を用いた文字式で表しなさい。

(2)

「この自然数の各桁の数字を足した値が **3** の倍数である」ことを式で書きなさい。^{*4*5}

^{*4} ヒント: 「自然数 x が **3** の倍数である」ことを式で書くと, $x = 3m$ となる。ただし, m は何かの自然数である。

^{*5} ヒント 2: "abcd" という答えは誤りです。これは " $a \times b \times c \times d$ " という意味になってしまいます。

(3) 次の空欄を埋めなさい

(1) より，4桁の自然数は

$$\underline{\hspace{2cm}} \quad (\text{あ})$$

と表わされる。 (2) より

$$\underline{\hspace{2cm}} \quad (\text{い}) = 3m$$

である。よって

$$\begin{aligned} \underline{\hspace{2cm}} \quad (\text{あ}) &= (999a + a) + (99b + b) + (9c + c) + d \\ &= 999a + 99b + 9c + \underline{\hspace{2cm}} \quad (\text{い}) \\ &= 999a + 99b + 9c + 3m \\ &= 3 \times (333a + 33b + 3c + m) \end{aligned}$$

となり，3の倍数になることが数学的に説明できた。

(4) 補足説明

もし，文字式を使わないで4桁の自然数の各桁の数字を足した値が3の倍数の時，元の数も3の倍数になることを説明しようとするならば1000から9999までの一万通りの数について成り立っているかどうか調べなければなりません。しかし，文字式を使うとA4用紙半分くらいのスペースで説明することができてしまいます。これが文字式をつかう理由です。文字を使うことによって大変な作業を一瞬でできるようになります。

12/29 15分。7つ正解を目指しましょう。余った問題は宿題

問 124

$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$ である。これに注意して次の計算をしなさい。

(1)

$$(20 + 0.8) \times (20 - 0.8)$$

(2)

$$501 \times 499$$

問 125 次の計算をしなさい

(1)

$$-3 + 5 \times (-2) - (-2 - (7 + 3))$$

(2)

$$3 - \frac{2}{5} - (-2) \times \frac{3}{5}$$

(3)

$$\left(\frac{1}{3} - \frac{2}{5}\right) \times 15$$

(4)

$$\frac{1}{4} - \frac{3}{7} + 1.5$$

(5)

$$1 - (-2 - (-1 - (-3)))$$

(6)

$$1 \div 3 \div 4 \times 8 \div 9 \times 2$$

問 126

n を 6 より大きな偶数とする。3 から n までの偶数の個数を求める公式を書きなさい。^{*6}

問 127

次の方程式を解きなさい

(1)

$$x + 3 = 2(x - 1)$$

(2)

$$0.2(x - 0.5) = \frac{1}{4}$$

(3)

$$x + 2 + 3x = 4x - 5 + 6x - 7$$

^{*6} ヒント: 例えば、3 から 8 までなら ($n = 8$)、偶数の個数は 3 つである。3 から 9 までなら ($n = 9$) なら偶数の個数は 3 つである。3 から 10 までなら ($n = 10$) なら偶数の個数は 4 つである。

(4)

$$-3 \left(-2x + \left(\frac{2+x}{3} - \frac{5x}{4} \right) \right) + x = -2x$$

問 128

次の空欄に適切なものを記入し、次の定理の証明を完成させなさい。

定理. 連続する 3 つの整数の和は必ず 3 の倍数になる

証明. x を整数とする。

連続する 3 つの整数は x を用いると $x, x+1, x+[\quad]$ と表わされる。

証明することは連続する 3 つの整数の和は必ず 3 の倍数になることなので、実際に和を計算してみる。

$$\begin{aligned} x + (x+1) + (x+[\quad]) &= [\quad]x + [\quad] \\ &= [\quad](x + [\quad]) \end{aligned}$$

となる。上の式で $[\quad](x + [\quad])$ は整数であるから、3 の倍数になる。□

1/4 問題 易しい < 基本 < 標準 < やや難・少し難しい

問 129 方程式の文章題

以下の問い合わせに答えなさい

(1) 基本～標準レベル

何歳か年の離れた兄弟がいる。弟の年齢は 15 歳である。弟の年齢を兄の年齢で割ると 0.6 である。このとき、兄の年齢を求めなさい

(2) 基本～標準レベル

水 100g がある。ここに食塩と砂糖を何 g かずつ溶かす。すると 130g の水溶液ができた。ここで溶かした食塩と砂糖の重さの比は 3:2 であったという。溶かした塩と砂糖の重さをそれぞれ求めなさい。

(3) 基本問題

連続する 3 つの整数の和が 39 であるとき、この 3 つの整数を全て求めなさい。

(4) 易しい

200g の 20% の食塩の水溶液には何 g の食塩が溶けていますか。

(5) 少し難しい

隣り合う老舗の和食店が 2 件ある。店の名前を仮に A,B とする。店 A の創業年数から 100 を引いたものを 2 倍して、そのあと 100 を足すと、店の B の創業年数と一致する。また、店 A と店 B の創業年数の和は 272 である。店 A の創業年数を求めなさい。

(6) 易しい

時速 5km で a 時間歩いたのち、時速 a km で 4 時間あるいたところ 18km 歩いていた。 a を求めよ。

(7) 少し難しい

3 桁の自然数がある。この自然数の各桁の数字の和は 18 である。また、百の位の数字は、一の位の数字を 2 で割って 3 倍したものである。そして、十の位の数字は、一の位の数字を 2 倍したものである。この時、一の位の数字を x として、元の 3 桁の自然数を求めなさい。

問 130 方程式の文章題

二人の男子 A 君 B 君が一周 250m のグラウンドでリレーをする。A 君は足が速く、時速 12km で走ることができる。B 君は少し足が遅く、時速 10km で走ることができる。したがって、二人が走り続けていると B 君は A 君に周回遅れで追いつかれてしまう。

(1) 易しい

A 君が初めてグラウンドを一周し終わった時、A 君と B 君は何 m の差がありますか。

(2) 典型的な問題/標準レベル

B 君が A 君に周回遅れで追いつかれるのはリレーが始まってから何分後ですか。

(3) やや難

B 君が A 君に周回遅れで追いつかれるのはスタート地点から時計回りに測ると何 m の地点ですか。

(4) やや難

B 君が A 君に周回遅れで追いつかれるとき、A 君はグラウンドを何周しましたか。

(5) 基本レベル

これ以降の問題では、A君とB君は同じスタート位置から逆向きに走り出したとします。ただし、A君B君ともに走る速さは変わりません。この時、スタートしてからA君とB君が初めてすれ違うのは何分後ですか。

(6) 標準～やや難

スタートしてからA君とB君が2回目にすれ違うのは何分後ですか。

(7)

友達に今日のこれらの問題を出題してみましょう！

1/6

問 131

あるスーパーではクレジットカードで買い物をすると値段が3% OFFになるという。しかし、この割引するタイミングは次の二つ考えられる。

1. 商品の小計を求め、それに3%の割引を適用し、その後消費税の8%を適用する
2. 商品の小計を求め、それに8%の消費税を適用し、その後3%の割引を適用する

1.の場合と2.の場合で値段を比べたとき、値段が安くなるのはどちらか。ただし、両方とも同じ場合は「同じ」と答えなさい。

問 132 次の方程式を解きなさい

(1)

$$3 : x + 1 = 2 : x - 1$$

(2)

$$3(x - 5) - (2 - 2x) = 4$$

(3)

$$\frac{2}{3}x - \frac{1}{6} = \frac{5}{12} - 1$$

問 133 次の文章を読んで下線部に適切な言葉を入れてください

ある二つの量があって、それぞれの数量を x, y で表すことにします。次のようなことを仮定してみましょう。つまり、片方の数量が増えたり減ったりすればそれに応じてもう片方の数量も変化するということです。つまり、 x の値が増えたり減ったりすれば、それに応じて y の値も増えたり減ったりすると仮定してみます。

日常的な例を考えてみましょう。いま、K君はお小遣いをいくらか持っていて、コンビニにお菓子を買いに行くとします。話を簡単にするために、K君の現在の所持金は 1000 円で、購入するお菓子は 120 円のアルフォートだけということにしましょう。(ただし購入する個数は 1 個とは限らない)

K君がコンビニでアルフォートを x 個買った時、K君の残りのお小遣いが y 円になったとしましょう。例えば、K君がアルフォートを ($x =$) 1 個買ったとしたら、K君の残りのお小遣いは ($y =$) $1000 - 120 \times 1 = 1000 - 120 = 880$ 円になります。つまり、 $x = 1$ のとき、 $y = 880$ となります。K君がアルフォートを ($x =$) 2 個買ったとしたら、K君の残りのお小遣いは ($y =$) $1000 - 120 \times 2 = 1000 - 240 = 760$ 円になります。つまり、 $x = 2$ のとき、 $y = 760$ となります。買う個数 (x) が決まれば自動的に残りのお小遣いの額 (y) も決定します。

x の値が変化したとき、 y の値も変化しましたね。このように、 x の値が変化したとき y の値の変化の法則を式で書ける時、別の言葉で言うならば、 x の値が何か決まった時、 y の値がある法則に従ってただ 1 つ決まり、その法則を数式で書くことができる時、それを関数といいます。特に、その数式が 1 次式で表される場合、その関数を _____ 関数と呼びます。

1/8 問題

(1)

300m を 5 分で歩いた。分速何 m か。

(2)

弟が家を出て毎分 40m で歩く。その 5 分後に兄が毎分 60m で追いかける。兄が弟に追いつくのは家から何 m の地点か。

(3)

花子さんが家をでて毎分 40m で歩いていった。その 10 分後に母が毎分 120m で花子さんを追いかけた。母が花子さんに追いつくのは花子さんが家を出てから何分後か。

(4)

A 君の家から学校までは、B 君の家から学校までより 200 m 遠い。2 人が同時にそれぞれの家を出て学校へ行くと B 君が 1 分早く着く。A 君の速さが毎分 80m、B 君の速さが毎分 70m とする。A 君の家から学校までの道のりを求めよ。

(5)

池の周りに道がある。太郎君と妹がこの周りを回った。同じ地点から同時にスタートし、反対方向に回ると 10 分で出会い同じ方向に回ると 30 分で太郎君が妹に 1 周差をつけて追いついた。太郎君の速さが分速 80m のとき妹の速さは分速何 m か。

(6)

太郎君と弟の次郎君が家から図書館に行った。同時に家を出たら太郎君の方が次郎君よりも 5 分早くついた。太郎君の歩く速さを毎分 60m、次郎君の歩く速さを毎分 40m とした場合、家から図書館までは何 m あるか。求めよ。

(7)

A 君の家から B 君の家まで 2 あり、途中に公園がある。ある日 2 人は同時に家を出て公園へ向かった。A 君は毎分 50m で B 君は毎分 80m で歩いた。B 君の方が 1 分早くついた。A 君の家から公園までと B 君の家から公園までの道のりをそれぞれ求めよ。

(8)

ある日、A 君は家から 11.5km 離れた野球場に行った。10 時に家を出てバス停まで歩き、そのバス停で 5 分間待ってからバスに乗り、野球場近くのバス停で降りて野球場まで歩いたら 10 時 50 分に着いた。A 君の歩く速さは毎分 60m、バスの速さは毎時 30km でそれぞれ一定だったとする。A 君がバスに乗っていたのは何分間だったか求めよ。

(9)

全校生徒 320 人の学校で、バス通学をしているのは全男子生徒の 5%、全女子生徒の 10% である。バス通学の生徒の人数は男女合わせて 23 人である。この学校の全男子生徒の人数を求めよ。

(10)

原価の 4 割の利益を見込んで定価をつけた。定価では売れなかつたので定価の 2 割引で安売りした。すると 60 円の利益になった。この商品の原価を求めよ。

(11)

姉と弟がアメを持っている。姉は弟に比べて 20 個多く持っていた。姉が弟に自分のアメの $\frac{1}{6}$ をあげたので二人のアメの数がちょうど同じになった。アメは全部で何個あったか。

(12)

ある品物が定価の 2 割引で安売りしていた。その安売りの値段に消費税 (5 %) がついて 630 円だった。この品物の定価を求めなさい

(13)

今年の生徒数は、去年に比べて 4% 増加して 156 人になった。去年の生徒数を求めなさい。

(14)

ある品物を仕入れて原価の 40% の利益を見込んで定価をつけたが売れなかつたので、安売りの日に定価の 20% 引きで売ったら 480 円の利益を得た。この品物の原価を求めなさい。

(15)

36 人のクラスがある。女子の平均点が 79 点で、男子の平均点は 70 点でした。クラスの平均点が 75 点でした。男子の人数と女子の人数を求めなさい

(16)

男子が 18 人、女子が 22 人のクラスがある。男子の平均点が 70 点、クラス全体の平均点は 75.5 点でした。女子の平均点を求めよ

1/13 もんだい

問 134 空欄を埋めよ

ある量 x と y があり、 x の値が決まればあるルールに従ってもう片方の値である y の値が決定する。このルールを数式で書き表せるとき、その式のとこを あ。 と呼ぶ。特にその式が一次式である時 い。 という。比例とはい。の 中でもさらに特別なものである。二つの量 x と y があり、 x の値が決まれば y の値は a 倍になるというルールの関数である。したがって、比例の関数の式は $y = ax$ と表わせる。例えば、高さが 3cm で底辺の長さが x cm の三角形があるとする。この三角形の面積を y とすると $y = \frac{1}{2}ax$ と書くことができる。もう一つ例を挙げる。文房具の買い物をする。1 個 50 円の鉛筆を x 本買うとする、そして 1

個 100 円の消しゴムを 1 個かったとき, その代金が y 円であったとする. このとき $y = \underline{\hspace{2cm}}$ と表わすことができる.

問 135

一次関数 (比例の式) $y = 3x$ について次の問い合わせに答えなさい. これは x を決めるともう片方の値である y は x の 3 倍の値になるというルールの関数である.

(1)

$x = 3$ の時 y の値を求めなさい

(2)

$x = -\frac{1}{6}$ の時 y の値を求めなさい

(3)

x の値を一つ決めると y の値が一つ決まるのだから, 逆に言うと y の値を決めれば x の値も決まる. これを踏まえて $y = 9$ の時の x の値を求めなさい

問 136

一次関数 (比例の式) $y = ax$ は $x = 5$ のとき $y = 4$ であった. a の値を求めなさい

問 137

長さが 20cm のろうそくがある. 火を付けると 1 分間に 3cm ずつ短くなる. 火をつけてから立った時間を x 分, x 分経った後のろうそくの長さを ycm とする.

(1)

y を x の式で表せ.

(2)

火をつけてから 2 分後の全体の長さを求めなさい.

(3)

ろうそくの長さが 3cm になるのは火をつけてから何分後か

1/23 問題

問 138 次の問いに答えなさい

(1)

一次関数 $y = ax$ は $x = 2$ のとき $y = -4$ である。 a を求めよ

(2)

一次関数 $y = ax + b$ は $x = 2$ のとき $y = 3$ で $x = 5$ のとき $y = 0$ である。 a, b を求めよ

問 139

一次関数(比例) $y = ax$ について次の問いに答えなさい

(1)

$x = 2$ のとき $y = 14$ であったという。 a を求めよ

(2)

この一次関数のグラフを描きなさい (x 軸 y 軸と目盛は自分で用意すること)

(3)

$y = -ax$ のグラフを描きなさい

(4)

$y = 14$ のグラフを描きなさい

(5)

(2)(3)(4) のグラフを全て描くと xy 平面上に三角形ができる。 この三角形の面積を求めなさい

問 140

一次関数のグラフを描く時は、その一次関数が満たす x と y の組を二つ求めて、それらの点を xy 平面上に書き、その二つの点を結んだのである。たとえば、 $y = 2x + 1$ のグラフを書く時は次のようにしていた。まず、 $x = 1$ の時は $y = 3$ である(計算は省略したので自分で確認すること)。次に $x = 2$ の時は $y = 5$ である(計算は省略したので自分で確認すること)。そして、 xy 平面上に $x = 1, y = 3$ であるような点と $x = 2, y = 5$ であるような点を書いてその二つを結んだのである。これは次のように言い換えることができる。すなわち、「直線 $y = 2x + 1$ は点 $(1,3)$ と点 $(2,5)$ を通

る」。これを踏まえて次の問い合わせに答えなさい

(1)

点 $(-1, 5)$ と点 $(2, -3)$ を通る直線を描け

(2)

一次関数(比例) $y = ax$ は点 $(2, \frac{5}{2})$ を通る。 a を求めよ

(3)

一次関数 $y = ax + b$ は点 $(1, 3)$ と点 $(-1, -3)$ を通る。 a, b をそれぞれ求めよ

(4)

点 $(-2, 4)$ と点 $(5, -10)$ を通る直線の式を求めなさい

1/23 宿題

問 141 次の文章の空欄を埋めなさい

(1) 傾きと y 切片

一次関数は $y = ax + b$ という式で表されます。 a を直線の傾きといいます。 b を y 切片といいます。たとえば $y = 2x + 1$ について考えてみましょう。この直線の傾きはア._____である。グラフで見ると x が 1 増えれば y が 2 増えます。 y 切片というのは直線と y 軸の交点のことです。今回の場合は $(0, 1)$ です。 $y = 2x + 1$ の 1 は y 切片の y 座標のことを表しています。もう一つ例を見てみます。 $y = \frac{2}{3}x + 3$ は傾きが $\frac{2}{3}$ です。これは x が 3 増えれば y が 2 増えることを意味しています。また、この直線の y 切片の座標はイ. (_____, _____) です。

(2) 変化の割合

今までの授業では関数は次のようなものでした。「 x と y という二つの量があって、 x の値が決まれば、あるルールに従ってもう一方の y の値がただ一通りに決まる。このルールが数式で書けて、しかもその数式が一次式であるときそれを一次関数という」。たとえば、 $y = 2x$ を考えると $x = 2$ のとき $y = \text{ウ. } \underline{\hspace{1cm}}$ になりますし、 $x = 5$ のときは $y = \text{エ. } \underline{\hspace{1cm}}$ となります。ここで少し視点を変えて「 x がどこからどこに変化したか。そしてそのとき y がどこからどこに変化したか」に注目して考えてみます。さきほどの例でいうと、 x は 2 から 5 まで変化したので $5 - 2$ で変化量は 3 です。これを「 x の変化量は 3 である」といいます。一方、 y は $\text{ウ. } \underline{\hspace{1cm}}$ から $\text{エ. } \underline{\hspace{1cm}}$ に変化したので、その変化量は $\text{エ. } \underline{\hspace{1cm}} - \text{ウ. } \underline{\hspace{1cm}} = \text{オ. } \underline{\hspace{1cm}}$ です。これを「 y の変

化量は才_____である」といいます.

$$\frac{y \text{ の変化量}}{x \text{ の変化量}}$$

のことを「変化の割合」といいます。教科書や問題集によっては「変化量」ということばを使わず、「増加量」ということばを使っている場合もあります。

問 142 次の問いに答えなさい

(1)

$y = 2x$ について、 $x = 1$ から $x = 7$ に変化したときの変化の割合を求めなさい。

(2)

$y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$ について、 $x = 3$ から $x = 6$ に変化したとき変化の割合を求めなさい。

(3)

$y = -\frac{2}{3}x + \frac{4}{3}$ について、 $x = 3$ から $x = -1$ に変化したときの変化の割合を求めなさい。

(4)

$y = 3x^2$ について、 $x = -1$ から $x = 1$ に変化したときの変化の割合を求めなさい。

(5) 補足説明

ここまで問題を解いてきて気づいたかもしれません、一次関数の場合は「変化の割合」と「傾き」は一致します。

問 143 次の問いに答えなさい

(1)

点(2,3)と点(5,9)を通る直線の式を求めなさい。

(2)

点(-1,1)と点(3,-1)を通る直線の式を求めなさい。

(3)

$y = 2x + 1$ と $y = x + 3$ の交点の座標を求めなさい。

(4)

$y = 3x + 2$ と $y = x - 6$ の交点の座標を求めなさい。

(5)

$y = 3x + 2$ と $y = x - 6$ と $y = -2x + b$ が 1 点で交わっている。 b の値を求めなさい。

(6)

$y = 2x - 8$ と $y = ax + 4$ が x 軸上で交わる。 a の値を求めなさい。

(7)

「授業の復習をしててやっぱりわからなくなってしまった！」、「宿題のこの問題どこから手を付けたらいいのかわからない！」、「この問題、ここまで理解できたけどここからどうしよう」、「高校の過去問のこの問題の解説が意味不明なんですが（怒）などなど疑問に思ったことがあれば気軽に質問してください！」

1/27 問題

問 144 次の問い合わせに答えなさい

(1)

点 $(2, 3)$ と原点を通る直線の式を求めなさい

(2)

一次方程式 $y = ax + b$ は傾きが 2 で y 切片が 7 であったという。 a, b の値を求めなさい

(3)

直線 $y = x - 1$ と直線 $y = -2x + 3$ の交点の座標を求めなさい

(4)

$y = \frac{2}{3}x + 3$ について $x = -1$ から $x = 0$ に変化したときの y の変化量と、変化の割合を求めなさい

1/27 宿題

問 145 以下の文章を読んで次の問い合わせに答えなさい

長方形 ABCD がある。 $AB = CD = 3$ (cm), $BC = DA = 2$ (cm) である。点 P が点 B を出発し、B→C→D→A の順番で長方形の辺に沿って移動する。点 P の動く速さは毎秒 0.1(cm) である。点 P が出発してから t 秒後の $\triangle ABP$ の面積について考えよう。

(1)

t の変域を求めなさい. 答は t の不等式を使って答えること. 点 P が出発してから何秒で点 A にたどり着くかを考えればよい.

(2)

点 P が辺 BC 上にあるとき, $\triangle ABP$ の面積を t を用いて表しなさい. 三角形の面積は (底辺) \times (高さ) $\times \frac{1}{2}$ で求めることができる.

(3)

点 P が辺 CD 上にあるとき, $\triangle ABP$ の面積を求めなさい.

(4)

点 P が辺 DA 上にあるとき, $\triangle ABP$ の面積を t を用いて表しなさい.

(5)

x 軸を点 P が出発してから経過した時間, y 軸を $\triangle ABP$ の面積として (2),(3),(4) のグラフを描きなさい

(6)

$\triangle ABP$ の面積が長方形 ABCD の面積の $\frac{1}{4}$ 倍になるのは点 P が出発してから何秒後かを答えなさい.

問題 一次関数まとめ

問 146 基本問題

一次関数 $y = 3x$ について次の問い合わせに答えなさい

(1)

$x = 2$ の時 y の値を求めなさい.

(2)

$y = 7$ の時 x の値を求めなさい.

(3)

$y = 3x$ のグラフを書きなさい.

(4)

直線 $y = 3x$ は点 $(-1, -3)$ および点 $(-2, -5)$ を通るか。それぞれ答えなさい。

(5)

直線 $y = 3x$ について $x = 3$ から $x = -1$ まで変化したときの y の変化量と変化の割合をそれぞれ求めなさい。

(6)

直線 $y = 3x$ と直線 $y = -2x + 1$ の交点を求めなさい。

問 147 標準問題

傾きが 2 で y 切片が 3 である直線 L と傾きも y 切片も分かっていない直線 M がある。

(1)

直線 L の式を求めなさい

(2)

直線 M と直線 L の交点は $(1, 5)$ であり、直線 M の y 切片は 6 であったという。
直線 M の式を求めなさい。

(3)

直線 L と直線 M の交点を点 A、直線 L と y 軸の交点を点 B、直線 M と y 軸の交点を点 C としたとき、三角形 ABC の面積を求めなさい。

問 148 文章題

水槽にホースで水をためる。水槽は一辺が 10cm の立方体であるとする。最初水槽には地面から測って 2cm のところまで水がたまっていた。水は毎秒 1cm^3 の速さで水槽に水をためる。放水を始めてから x 秒後の水槽に入っている水の体積を y とする。

(1)

水槽にもともと入っていた水の体積を求めなさい。⁷

⁷ これは関数の問題ではなく中一の立体図形の体積の問題です

(2)

放水を開始してから 1 秒後の水槽の体積を求めなさい

(3)

$x = 2$ の時 y の値を求めなさい.

(4)

y を x を用いた式で表しなさい.

(5)

水槽から水があふれ始めるのは放水を始めてから何秒後であるかを答えなさい.

(6)

x の変域と y の変域を求めなさい

(7)

水槽にたまつた水の体積が水槽の $\frac{1}{3}$ 倍になるのは放水を始めてから何秒後か

(8)

水槽にたまつた水の体積がもともと入っていた水の体積の $\frac{2018}{2017}$ 倍になるのは放水を始めてから何秒後か

確率の問題

確率は

$$\frac{\text{考えている事象が起こるパターン数}}{\text{起こりえる事象すべてのパターン数}}$$

を計算することで求められる.

問 149

コイントスで遊ぶ. 表と裏はそれぞれ半々の確率で出る.

(1)

コイントスを 1 回したとき表が出る確率を求めなさい

(2)

コイントスを 2 回連續でした時, 2 回とも表が出る確率を求めなさい

(3)

コイントスを 3 回連続でした時、3 回とも裏が出る確率を求めなさい

(4)

コイントスを 3 回連続でした時、1 回だけ表で残り二回が裏が出る確率を求めなさい

問 150

S 君と K 君がさいころで勝負する。ルールは次の通り

- お互いのプレイヤーはさいころを 1 つずつ持っている
- お互いのプレイヤーは同時に自分の持っているさいころを投げる
- 出目を見る。それが得点になる
- 得点高いプレイヤーが勝利する
- お互いのプレイヤーの得点が同じだった場合 S 君が勝利することにする
- ここまで流れを 1 ラウンドとする

(1)

このゲームを 1 ラウンド行ったとき K 君が勝利する確率を求めなさい

(2)

このゲームを 1 ラウンド行ったとき S 君が勝利する確率を求めなさい

(3)

このゲームを 2 ラウンド行ったときそれぞれのラウンドで K 君が勝利する確率を求めなさい

問 151

A,B,C 君がじゃんけんをする。

(1)

1 回じゃんけんをした時、A 君が勝利する確率を求めなさい

(2)

1 回じゃんけんをしたとき、あいこになる確率を求めなさい

問 152

カードが 5 枚あり、それぞれのカードには 0,1,2,3,4 という数字が印刷されている。このカードの中から 1 枚ずつ取って 3 桁の数字を作る。一枚目にとったカードは百の位の数になり、二枚目にとったカードは十の位の数になり、最後にとったカードは 1 の位の数になる。たとえば、一枚目に 2 のカードを取り、二枚目に 0 のカードを取り三枚目に 4 のカードを取れば 204 という 3 桁の数字が出来上がる。ただし、百の位が 0 になる場合は考えない。例えば一枚目に 0 を取り二枚目三枚目に 2, 4 をとったとすると 024 という数字が出来上がるが、これは三桁の数字とはみなさないことにする。

(1)

作ることのできる 3 桁の数字は全部で何通りであるか。

(2)

出来上がる数字が 100 以上 200 以下であるような確率を求めなさい

(3)

出来上がる数字が 5 の倍数である確率を求めなさい

(4) 難しい

出来上がる数字が 3 の倍数である確率を求めなさい

問 153 次の問いに答えよ

(1) 計算せよ

$$-2^2 + (-2)^2$$

(2) 計算せよ

$$(\sqrt{24} + \sqrt{72}) \div \sqrt{2}$$

(3)

二次方程式 $x^2 + x - 4$ を解きなさい

(4)

対角線の長さが $\sqrt{2}$ である正方形の面積を求めなさい

問 154

直角三角形 ABC があり $\angle ACB = 90$ 度である。また、 $AC = 3, BC = 4$ である

(1)

AB の長さを求めなさい

(2)

この三角形を辺 AC を軸に一回転させてできる立体の体積と表面積を求めなさい

問 155

関数 $y = ax^2$ と直線 $y = bx + c$ がある。この二つの関数は点 $A(2, 1)$ で交わり、直線の切片は 5 である。

(1)

a, b, c の値をそれぞれ求めなさい

(2)

この関数と直線の点 A ではない交点を点 B とする。点 B の座標を求めなさい。

(3)

xy 平面の原点を点 O とする。三角形 ABO の面積を求めなさい。

3/6 問題

問 156

円周率は π とする。

(1)

半径が 3(cm) の円の面積を求めなさい。

(2)

半径が 3(cm) の円周の長さを求めなさい。

(3)

半径が 3(cm) の球の体積を求めなさい。

(4)

半径が $3(\text{cm})$ の円の表面積を求めなさい.

(5)

半径が $3(\text{cm})$ の円を体積が半分になるように二つに分けたとき, 半球の表面積を求めなさい.

(6)

半径が $5(\text{cm})$, 円周の長さが $2.5\pi(\text{cm})$ の扇形の面積を求めなさい.

(7)

半径が $5(\text{cm})$, 高さが $12(\text{cm})$ の円錐の体積と表面積を求めなさい.

(8)

一辺が $3(\text{cm})$ の正方形の面積を求めなさい

(9)

一辺が $3(\text{cm})$ の正四面体の体積と表面積を求めなさい

(10)

一辺が $2(\text{cm})$ の立方体の対角線の長さを求めなさい.