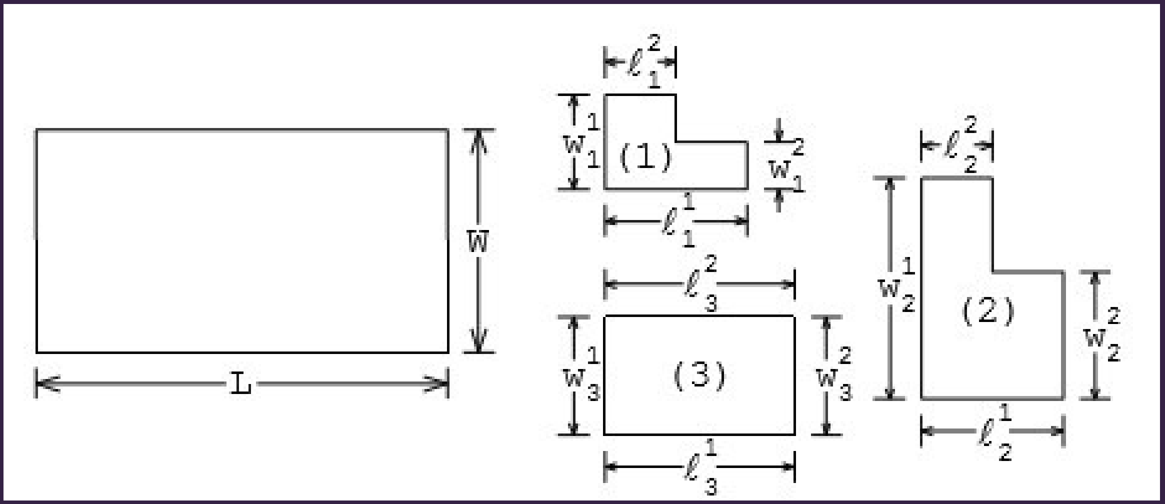
UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA "JÚLIO DE MESQUITA FILHO"

GERAÇÃO DE PADRÕES DE CORTE BIDIMENSIONAIS COM ITENS REGULARES E IRREGULARES DO TIPO L

KAWE ANTÔNIO DOS SANTOS MARCELINO
ORIENTADOR: PROFA DRA ANDRÉA CARLA GONÇALVES VIANNA

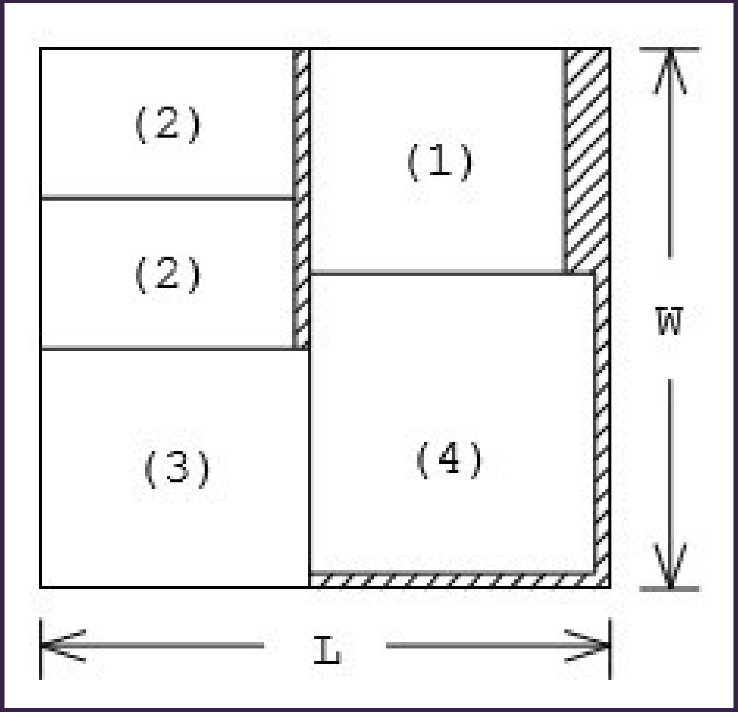
DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

- Cortar um placa de tamanho (*L*,*W*) em itens menores
- Os itens são agrupados em dois tipos:
  - Item regular retangular de dimensões (l, w)
  - Item irregular em formato de L de dimensões (l_1, w_1, l_2, w_2)



DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

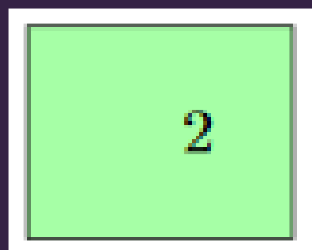
- **Encontrar um padrão de corte que minimize a perda de material**

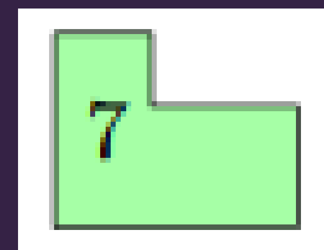


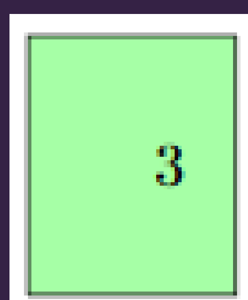
ETAPAS CONCLUÍDAS

- **Permitir a rotação das peças na geração dos padrões**
- **Criar um padrão de dimensão para as peças L**
- **Limitar a rotação das peças L**
- **Não permitir combinações de peças L-L que criem formas complexas**
- **Combinar peças L com ela mesma "invertida"**
- **Solução homogênea para cada tipo de peça (peças retangulares, do tipo L e peças combinadas)**
- **Definir a melhor solução inicial dentre as homogêneas**
- **Plotar peças e soluções iniciais em pdf através da ferramenta *PDFLatex***

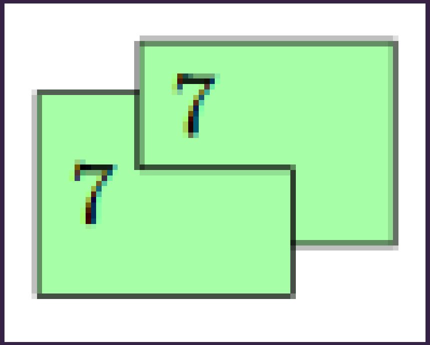
EXEMPLOS

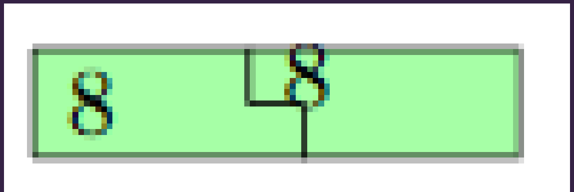


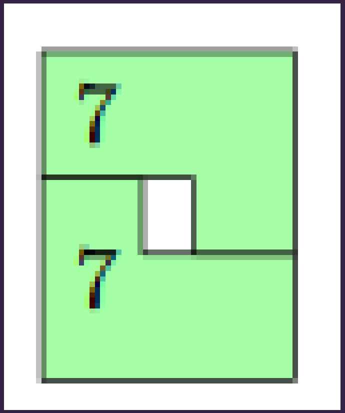


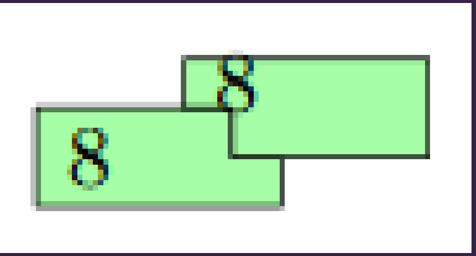


EXEMPLOS









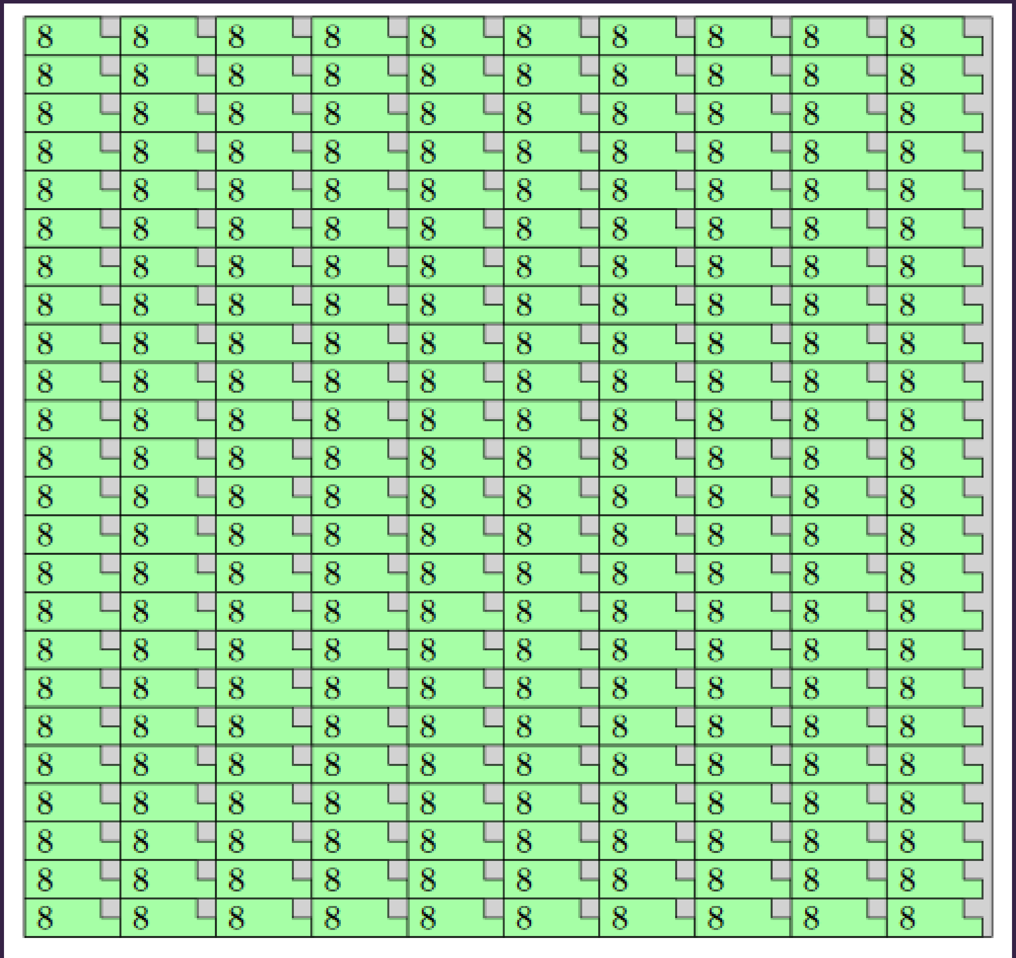
EXEMPLOS

0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0

Placa 101 x 96

z = 696

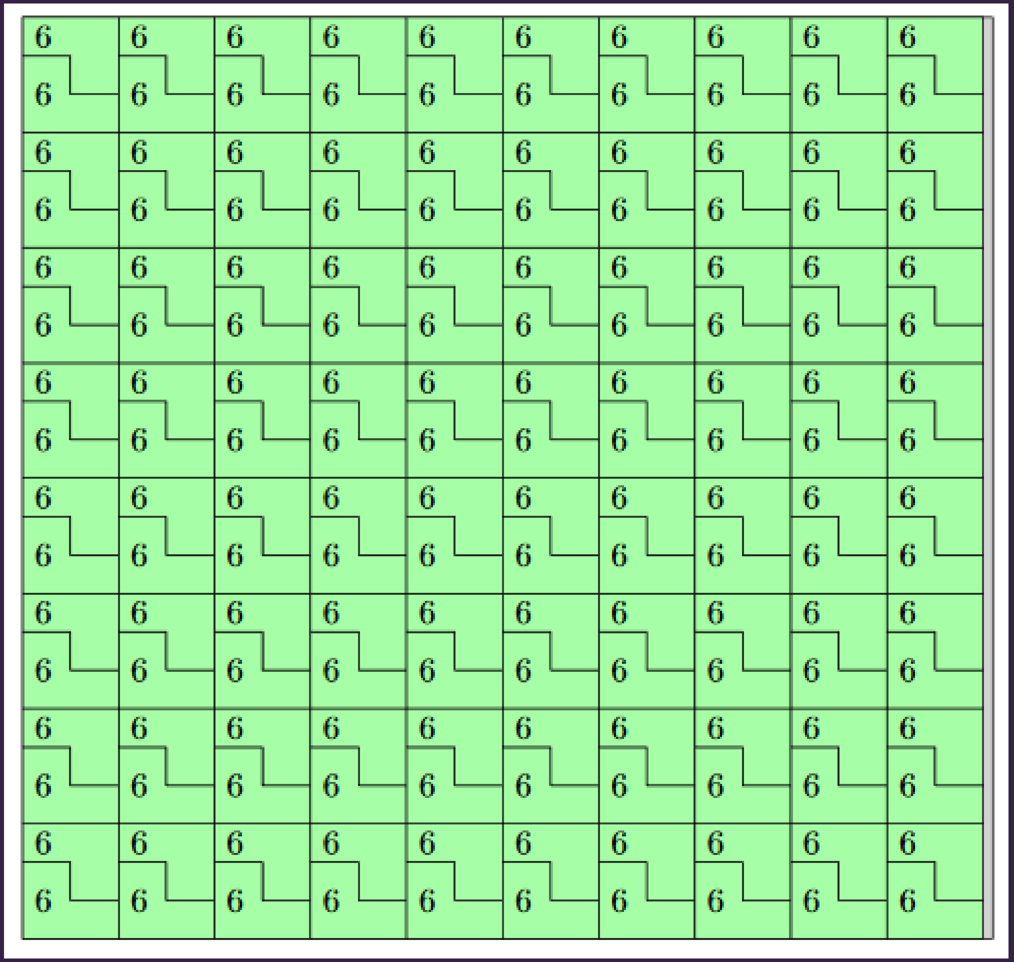
EXEMPLOS



Placa 101 x 96

z = 1056

EXEMPLOS

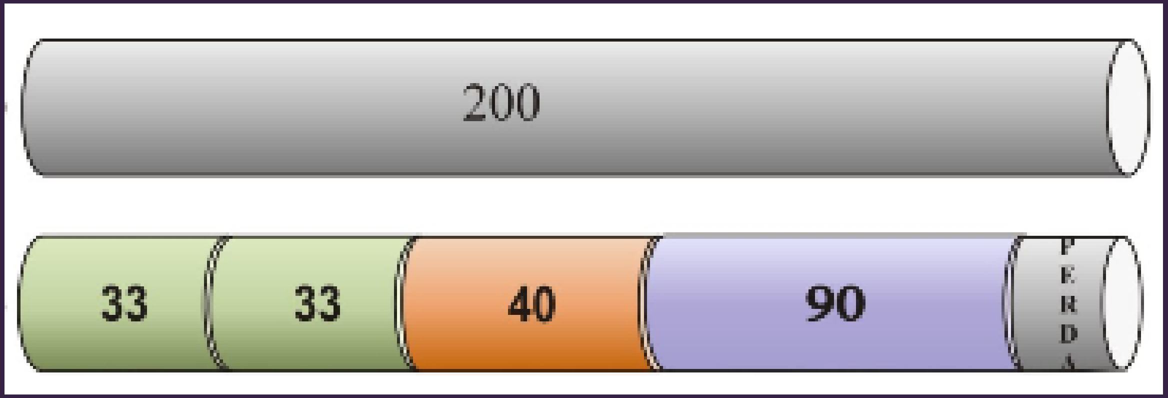


Placa 101 x 96

z = 96

SOLUÇÃO DO PROBLEMA

- Suponha uma barra de 200 cm e itens de 33, 40 e 60 cm
- Cada item possui um valor de utilidade associado
- O objetivo é cortar a barra de forma que se maximize o valor de utilidade total



SOLUÇÃO DO PROBLEMA

Esse tipo de problema pode ser modelado como segue:

$$maximizar\ \phi = v_1x_1 + v_2x_2 + \ldots + v_mx_m$$

sujeito a:

$$l_1x_1 + l_2x_2 + \ldots + l_mx_m \leq L,$$

$$x_i \geq 0 \text{ e inteiro, } i = 1, \ldots, m.$$

Onde:

x - quantidade de cada item

v - valor de utilidade de cada item

l - comprimento de cada item

L comprimento da barra

PROBLEMA DA MOCHILA

- O problema da mochila consiste em resolver um modelo onde é necessário preencher uma "mochila" com objetos de diferentes pesos e valores
- O objetivo é se preencha a mochila com o maior valor possível, sem que o peso máximo seja ultrapassado
- Esse tipo de abordagem pode ajudar a resolver um problema de corte bidimensional mais facilmente, pois permite utilizar a técnica de Divisão e Conquista

DIVISÃO E CONQUISTA

- Considere uma placa de dimensões (L x W) e um conjunto de m itens de dimensões (li x wi). Além disso, cada item tem um valor de utilidade associado.
- Objetivo de maximizar o valor de utilidade ao cortar a placa nos m itens
- Dividir a placa em faixas de largura diferente: L x w1, L x w2, L x w3, etc.
- Resolver cada faixa como um problema da mochila, onde os itens serão as peças que respeitam o tamanho da largura imposto pela faixa
- Determinar quais e quantas vezes cada faixa irá ser produzida na placa resolvendo mais um problema da mochila, onde as faixas serão os itens e a placa a mochila

EXEMPLO

- Considere uma placa de dimensões (110 x 110) com os seguintes itens:

i	$l_i \times w_i$	v_i
1	20×30	6
2	30×40	12
3	50×60	30
4	60×60	36

EXEMPLO

- Primeiro passo é determinar quantas faixas e quais itens podem ser alocadas em cada uma
  - Faixa 1: 110 x 30 | W1 = {1}
  - Faixa 2: 110 x 40 | W2 = {1, 2}
  - Faixa 3: 110 x 60 | W3 = {1, 2, 3, 4}
- Para cada faixa, resolve-se um problema da mochila conforme o modelo abaixo:

$$V_k = Máximo \sum_{i \in W_k} v_i \gamma_{ik}$$

$$\text{sujeito a: } \sum_{i \in W_k} l_i \gamma_{ik} \leq L$$

$$\gamma_{ik} \geq 0, \text{ inteiro, } i = 1,..,m$$

EXEMPLO

<u>Faixa 1</u>: *110×30*, $W_1 = \{1\}$

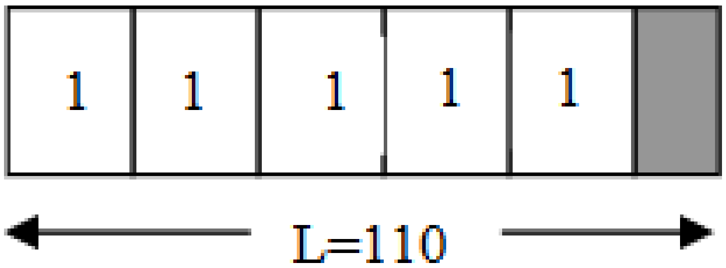
$$V_1 = \textit{Máximo}\ 6\ \gamma_{11}$$

sujeito a:

$$20\ \gamma_{11} \leq 110$$

$$\gamma_{11} \geq 0 \text{ inteiro.}$$

Solução: $\gamma_{11} = 5$, $V_1 = 30$.



EXEMPLO

Faixa 2: *110×40,* $W_2 = \{1, 2\}$

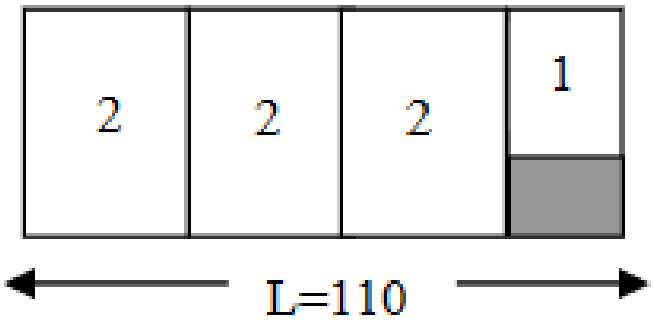
$$V_2 = \textit{Máximo}\ 6\,\gamma_{12} + 12\,\gamma_{22}$$

sujeito a:

$$20\gamma_{12} + 30\gamma_{22} \leq 110$$

$\gamma_{12} \geq 0$, $\gamma_{22} \geq 0$ e inteiros.

Solução: $\gamma_{12} = 1$, $\gamma_{22} = 3$, $V_2 = 42$.



EXEMPLO

Faixa 3: 110×60, $W_3 = \{1, 2, 3, 4\}$

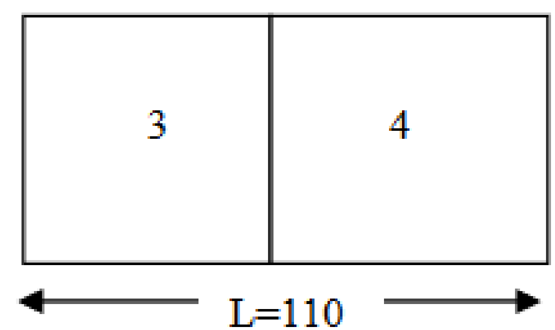
$$V_3 = \textit{Máximo } 6\,\gamma_{13} + 12\,\gamma_{23} + 30\,\gamma_{33} + 36\,\gamma_{43}$$

sujeito a:

$$20\,\gamma_{13} + 30\,\gamma_{23} + 50\,\gamma_{33} + 60\,\gamma_{43} \leq 110$$

$$\gamma_{13} \geq 0,\ \gamma_{23} \geq 0,\ \gamma_{33} \geq 0,\ \gamma_{43} \geq 0 \text{ e inteiros.}$$

Solução: $\gamma_{13} = 0$, $\gamma_{23} = 0$, $\gamma_{33} = 1$, $\gamma_{43} = 1$, $V_3 = 66$.



EXEMPLO

- Cada faixa possui um valor de utilidade e esse valor será "carregado" com ela quando a mesma for alocada na placa
  - Faixa 1: V = 30
  - Faixa 2: V = 42
  - Faixa 3: V = 66
- O segundo passo é determinar o melhor arranjo dessas faixas sobre a placa 110x110 de forma que se encontre o valor máximo de utilidade total

$$V = \text{Maximizar } V_1\beta_1 + V_2\beta_2 + \ldots + V_r\beta_r$$

$$\text{sujeito a: } w_1\beta_1 + w_2\beta_2 + \ldots + w_r\beta_r \leq W$$

$$\beta_1 \geq 0,\ \beta_2 \geq 0, \ldots,\ \beta_r \geq 0 \text{ e inteiros.}$$

EXEMPLO

- **Resolve mais um problema da mochila e finalmente temos o padrão de corte que possui o maior valor de utilidade total**

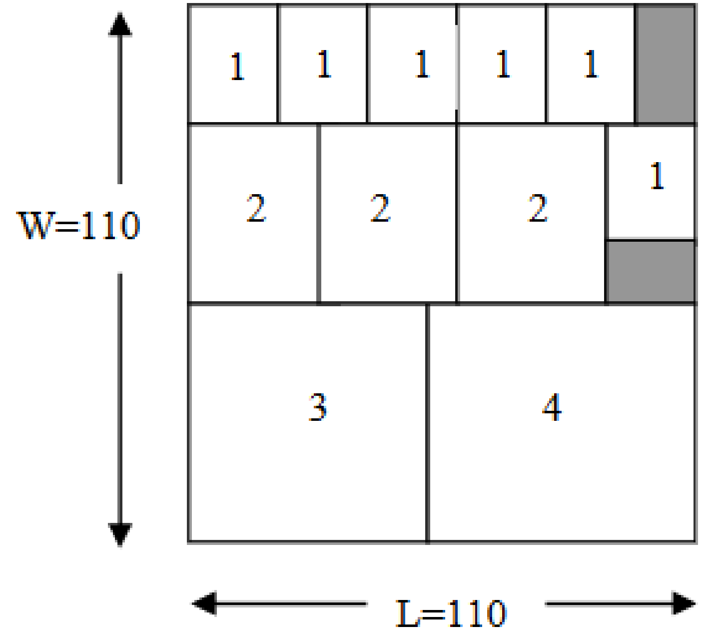
$$V = \textit{Maximizar } 30\,\beta_1 + 42\,\beta_2 + 66\beta_3$$

sujeito a:

$$30\beta_1 + 40\beta_2 + 60\beta_3 \leq 110$$

$$\beta_1 \geq 0,\ \beta_2 \geq 0,\ \beta_3 \geq 0 \text{ e inteiros.}$$

Solução: $\beta_1 = 1,\ \beta_2 = 1,\ \beta_3 = 1,\ V = 138.$



PRÓXIMAS ETAPAS

- Permitir a rotação das peças na geração dos padrões
- Criar um padrão de dimensão para as peças L
- Implementar o algoritmo para encontrar uma solução melhor que a inicial
- Plotar solução e custo final
- Escrever a monografia