

Représentation énergétique des systèmes décrits par équations aux dérivées partielles (EDP) –Application aux phénomènes électromagnétiques–

Kevin AYIVI

Avril – Septembre 2024

Introduction

➡ **Cadre** : Optimisation du système de traction ferroviaire.

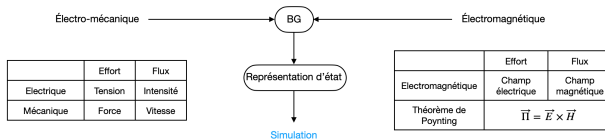


FIGURE – Traction ferroviaire

➡ Il est composé de 5 parties principales (ci-dessus) faisant intervenir 3 phénomènes physiques

Électrique – Électromagnétique – Mécanique

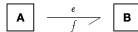
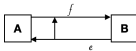
➡ **Objectif** : Représentation du couplage électromagnétique



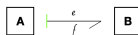
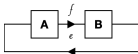
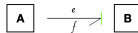
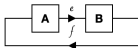
Bond Graph

Bond Graph :

- Représentation de la puissance, vu comme le produit entre l'effort et le flux. $\rightarrow \mathcal{P} = e \times f$



- Montre les relations de causalité.



| Symbol | Equations | Block |
|-------------------|--|--------------------|
| $S_e \rightarrow$ | e imposed by S_e | S_e |
| $S_f \leftarrow$ | f imposed by S_f | S_f |
| $\rightarrow I$ | $f(t) = \Phi_I^{-1}(\int_t e(\tau) d\tau)$ | $\Phi_I^{-1} \int$ |
| $\leftarrow C$ | $e(t) = \Phi_C^{-1}(\int_t f(\tau) d\tau)$ | $\Phi_C^{-1} \int$ |
| $\leftarrow R$ | $e = Rf$ | R |
| $\rightarrow R$ | $f = \frac{1}{R}e$ | $1/R$ |

| Junction | Description |
|----------|---|
| | $\sum_{i=1}^n a_i e_i f_i = 0,$ $\sum e_{\text{input}} = \sum e_{\text{out}}$ |
| | $\sum_{i=1}^n a_i e_i f_i = 0,$ $\sum f_{\text{input}} = \sum f_{\text{out}}$ |

Modélisation volumes finis

→ Lois

Équations de Maxwell

Loi de conservation

$$\begin{cases} \text{Faraday : } \nabla \times \mathbf{E} = -\mu \partial_t \mathbf{H} \\ \text{Ampère : } \nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} \end{cases} \rightarrow \alpha \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbb{F}(\mathbf{Q}) = -\mathbf{J}$$

→ Schéma volumes finis centrés

$$\begin{cases} \mu \frac{d\mathbf{H}}{dt} + \frac{1}{\text{volume}(\mathbf{V})} \sum_{\mathbf{E}' \in \mathbf{P}(\mathbf{E})} \frac{\eta}{2} (\mathbb{F}(\mathbf{E}) + \mathbb{F}(\mathbf{E}')) = 0 \\ \varepsilon \frac{d\mathbf{E}}{dt} + \frac{1}{\text{volume}(\mathbf{V})} \sum_{\mathbf{H}' \in \mathbf{P}(\mathbf{H})} \frac{\eta}{2} (\mathbb{F}(\mathbf{H}) + \mathbb{F}(\mathbf{H}')) = -\sigma \mathbf{E} \end{cases}$$

$$\eta = \int_{\partial \mathbf{V} \cap \partial \mathbf{V}'} \mathbf{n} \, ds, \quad \mathbf{n} : \text{vecteur normal unitaire}$$

Représentation énergétique

→ Loi de Faraday \Rightarrow multiport I and 1 -junction

→ Loi d'Ampère \Rightarrow 0 -junction

- Dans le fil \Rightarrow multiport R
- Dans l'air \Rightarrow multiport R , multiport C
- Sur les bords, \Rightarrow multiport R , multiport C , multiport Sf

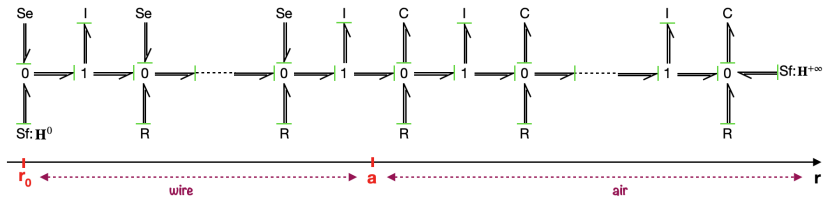


FIGURE – Bond Graph

Simulation

- 2D transverse électrique
- rayon du fil : $a = 6 \text{ mm}$
- $\Delta x = \Delta y = 0.2 \text{ mm}$

- $I = 20 \text{ A}$
- $-10 \text{ cm} \leq x, y \leq 10 \text{ cm}$
- $\mathbf{H} = 0$, sur le bord

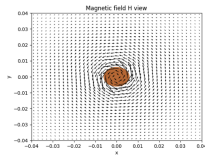
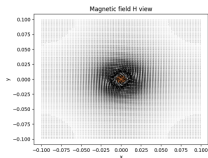


FIGURE – Champ magnétique

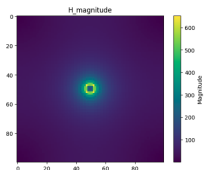


FIGURE – Magnitude

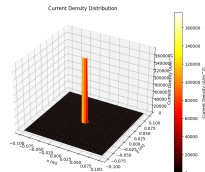


FIGURE – Densité de courant