

# Laboratoire 4

Fonctions d'ordre supérieur, Projection, Pliage, Filtrage

# Exercice 4.1 - Projection

1. Définir la fonction `check` qui permet de construire la liste:

`check f [(x1,y1) ... (xn,yn)] → [(x1,y1, f x1 y1) ... (xn,yn, f xn yn)]`

2. Écrire une fonction prenant une liste de fonctions et une valeur et qui applique chaque fonction à la valeur passée comme paramètre:

`f [succ, pred] 2 → [3, 1]`

3. Écrire une fonction qui transforme une liste d'éléments en liste de listes:

`listes [x1,x2 .. xn] → [[x1],[x2] .. [xn]]`

4. Pour la fonction précédente vous avez probablement défini une fonction accessoire qui transforme un élément en liste; utilisez `flip` et `:` pour définir `listes` sans cette fonction accessoire.

# Exercice 4.2 - Projection

1. Ecrire une fonction pour calculer la liste des carrés d'une liste de nombres:  
`carres [x1,x2 ... xn] → [x1^2,x2^2 ... xn^2]`
2. Ecrire la fonction précédente sans fonction accessoire  
(utiliser `(^)` et `flip`).
3. Ecrire une fonction qui transforme une liste de nombres en liste de listes:  
`[x1,x2 .. xn] → [[1..x1],[1..x2] .. [1..xn]]`
4. Ecrire une fonction qui remplace les nombres négatifs d'une liste par 0.

## Exercice 4.3 - Filtrage

1. Filtrer les éléments pairs ou impairs d'une liste.
2. Filtrer les éléments d'une liste supérieurs ou inférieurs à une valeur donnée.
3. Ecrire une fonction qui prend une liste de chaînes de caractères et ne retient que les 5 premiers caractères de chaque chaîne.
4. Ecrire une fonction qui permet de chercher le premier élément dans une liste qui satisfait un prédicat:  
`cherche (>3) [1, 2, 3, 4, 5, 6]`

# Exercice 4.4 - Pliages

- Utiliser un pliage pour écrire la fonction  
`existe :: ... => [t] -> (t -> Bool) -> Bool`  
qui correspond au quantificateur **existantiel**.
  - `existe list prédicat` retourne `True` si au moins un élément de la liste satisfait le prédicat
- Utiliser un pliage pour écrire la fonction  
`tous :: ... => [t] -> (t -> Bool) -> Bool`  
qui correspond au quantificateur **universel**.
  - `tous liste prédicat` retourne `True` si tous les éléments de la liste satisfont le prédicat.
- Donner une version alternative de ces fonctions sans définir de fonction auxiliaire pour le pliage, en utilisant `map` pour transformer la liste `[t]` en `[Bool]`.

# Exercice 4.5 - Chaines de Collatz

- Une chaine de Collatz est la liste de nombres :

$[x_i, x_{i+1}, x_{i+2}, \dots, 1]$  tels que:

$$x_{i+1} = x_i * 3 + 1 \text{ si } x_i \text{ impair}$$

$$x_{i+1} = x_i / 2 \text{ si } x_i \text{ pair}$$

- Exemple : La chaine de Collatz de 3 est:

$[3, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1]$

- Ecrire une fonction pour calculer ces chaines.
- Quelle est la longueur de la chaine de Collatz de 156159 ?