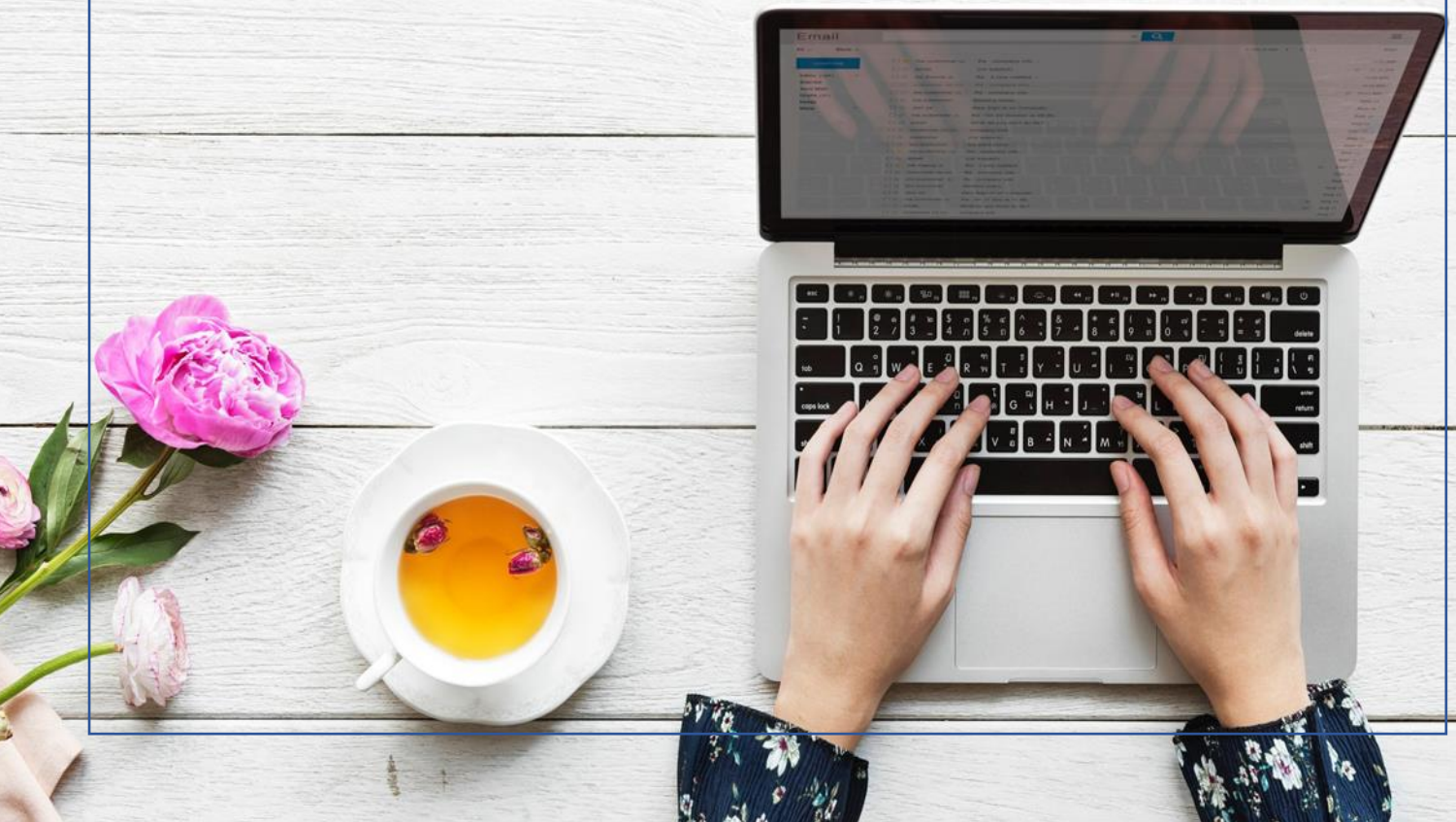


Primeira lista

Realizem a atividade de Matemática discreta e tiremos dúvidas na próxima aula, dia 21 de março.

Diana Mazo MALheiro



SUMÁRIO

Conjunto dos Números inteiros \mathbb{Z}	3
Conjunto dos números Racionais \mathbb{Q}	1
Geratriz.....	1
I Conjunto dos números Irracionais	2
R Conjunto dos números Reais	2
Atividades para entregar	6



CONJUNTO DOS NÚMEROS INTEIROS \mathbb{Z}

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

É IMPORTANTE LEMBRAR QUE SEMPRE QUE HOUVER **Soma e Subtração de números inteiros**, PODEMOS TRATAR **OS NÚMEROS NEGATIVOS COMO DÍVIDAS** E OS **NÚMEROS POSITIVOS COMO LUCRO**.

Exemplos:

- 5+3= -2 uma dívida de 5 mais um lucro de 3. Vai faltar 2.
-10-3= -13 uma dívida de 10 mais uma dívida de 3. Gera uma dívida grande de 13.
+4 -2= 2 um lucro de 4 com uma dívida de 2. Sobrará 2.

Na multiplicação e divisão com números inteiros, podemos utilizar a multiplicação de sinais na hora da resposta, mais antes, temos que **Multiplicar ou Dividir**.

Exemplos:

- (-3).5= -15 1º passo: 3 vezes 5 = 15
2º passo: sinais diferentes é menos, ou seja, - . + = - , então a resposta é negativa
(-4).(-3)=12 1º passo: 4 vezes 3 = 12
2º passo: sinais iguais é mais, ou seja, - . - = + , então a resposta é positiva.
(-15)÷3=-5 1º passo: 15 dividido por 3 = 5
2º passo: sinais diferentes é menos, ou seja, - . + = - , então a resposta é negativa
 $(\frac{-21}{-7})=3$ 1º passo: 21 dividido por 7 = 3
2º passo: sinais iguais é mais, ou seja, - . - = + , então a resposta é positiva.

Observação: multiplicação de sinais iguais, sempre positivo e sinais diferentes negativo

Multiplicação

- (+). (+) = (+)
(-). (-) = (+)
(+). (-) = (-)
(-). (+) = (-)

Divisão

- (+): (+) = (+)
(-): (-) = (+)
(+): (-) = (-)
(-): (+) = (-)

CONJUNTO DOS NÚMEROS RACIONAIS \mathbb{Q}

Já trabalhamos as dízimas, agora vamos trabalhar as operações com frações. Lembrando que:

O conjunto \mathbb{Q} dos números racionais é formado por todos os números que podem ser escritos na forma de fração com numerador e denominador inteiros e denominador diferente de zero.

Simbolicamente, indicamos assim:

$$\mathbb{Q} = \left\{ x \mid x = \frac{a}{b}, \text{ com } a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z} \text{ e } b \neq 0 \right\}$$

GERATRIZ

Observe as dízimas a seguir:

$4,8333... = 4, 8 \overline{3}$

Parte periódica
Parte não periódica
Parte inteira

A fração que geram dízimas periódicas damos o nome de **Geratriz**

Mas, como achar a geratriz de uma dízima qualquer?

Preste atenção nos exemplos a seguir e estabeleça um padrão. Utilize esse padrão para calcular geratrizes de dízimas.

$$0,\overline{3} = \frac{3-0}{9} = \frac{3}{9} = \frac{3:3}{9:3} = \frac{1}{3}$$

$$3,\overline{45} = \frac{345-3}{99} = \frac{342}{99} = \frac{342:9}{99:9} = \frac{38}{11}$$

$$2,5\overline{4} = \frac{254-25}{90} = \frac{229}{90}$$

$$3,12\overline{31} = \frac{31231-312}{9900} = \frac{30919}{9900}$$

As dízimas periódicas de período 9 não tem geratriz:

$$0,\overline{9} = \frac{9}{9} = 1 \text{ 0 que não é verdade (1 é exato)}$$

Como as dízimas periódicas não são exatas, nós devemos usar suas geratrizes quando formos realizar qualquer operações com elas:

Exemplo:

$$(0,4444 \dots)^2 = \left(\frac{4}{9}\right)^2 = \frac{16}{81}$$

I CONJUNTO DOS NÚMEROS IRRACIONAIS

“São todas as decimais não exatas, não periódicas e não negativas”

Exemplo : $I = \{ \dots, \sqrt{2}, \pi, \frac{22}{7}, \dots \}$

R CONJUNTO DOS NÚMEROS REAIS

“É a união de todos os conjuntos numéricos, todo número, seja \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} ou \mathbb{I} é um número \mathbb{R} (real)”

Porcentagens – e números racionais

Encontramos, com frequência, porcentagem no cotidiano em jornais, revistas, concursos públicos, transações financeiras e agora no curso Universitário será utilizado em quase todas as disciplinas. Por esses motivos é fundamental o estudo desse conteúdo.

Vamos abordar o cálculo da porcentagem de diversas formas: cálculo mental, cálculo com decimal, cálculo por fração e regra de três simples. Vamos iniciar com o cálculo mental.

Cálculo mental da porcentagem

Agora, vamos conhecer os segredos do cálculo mental da porcentagem. Observe a notação com a representação em língua materna:

Porcentagem	Fracionário	decimal	parte		Língua materna
100%	$\frac{100}{100}$	1	Todo tudo	ou	Cem cento

Todas essas anotações estão corretas, 100% é a mesma coisa de tudo.

Exemplo 1: Renato tem 300 reais na poupança. Se Renato retirar **todo** o dinheiro que ele tem na poupança, ele estará retirando 100% do que possui na poupança.

3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3

Vamos dividir o dinheiro de Renato em 100 partes:

Ele utilizou 100 partes de 100, ou seja $\frac{100}{100}$.

Exemplo 2: Utilizaremos a mesma situação do Renato que tem 300 reais na poupança. Se Renato retirar metade do dinheiro que ele tem na poupança, ele estará retirando 50% do que possui na poupança.

Porcentagem	Fracionário	Decimal	parte	Língua materna
50%	$\frac{50}{100}$	0,50	metade	Cinquenta por cento

50% é a mesma coisa que metade do valor.

Vamos dividir¹ o dinheiro de Renato em 100 partes e pegar 50%, ou metade:

3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3

Ele utilizou 50 partes de 100, ou seja $\frac{50}{100}$.
Como 50 dividido por cem é igual a 0,50, temos que 50% = 0,50

Resposta: 50% de 300 reais é igual a 150 reais.

Exemplo 3: Utilizaremos a mesma situação do Renato que tem 300 reais na poupança. Se Renato retirar 25% do que possui na poupança ele vai estar retirando metade da metade ou um quarto do que ele possui.

Porcentagem	Fracionário	Decimal	Parte	Língua materna
25%	$\frac{25}{100}$	0,25	Metade da metade ou um quarto	Vinte e cinco por cento

25% é a mesma coisa que metade da metade do valor.

Vamos dividir o dinheiro de Renato em 100 partes e pegar 50%, ou metade:

¹ No processo de cálculo mental, podemos utilizar vários recursos, como a divisão do número em partes para facilitar a divisão. Exemplo: 50% de 322,42? $322,42 = 200 + 100 + 20 + 2 + 0,40 + 0,02$ (calcula-se a metade das partes e depois soma-se essas metades) $100 + 50 + 10 + 1 + 0,20 + 0,01 = 161,21$. Resposta: 50% de 322,42 é igual a 161,21

3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3

Ele utilizou 25 partes de 100, ou seja $\frac{25}{100}$.
 Como 25 dividido por cem é igual a 0,25,
 temos que $25\% = 0,25$
 metade da metade de 300 reais é igual
 a 75 reais
Resposta: 25% de 300 reais é igual a 75 reais.

Exemplo 4: Utilizaremos a mesma situação do Renato que tem 300 reais na poupança. Se Renato retirar 10% do que possui na poupança, ele vai estar retirando um décimo do que ele possui.

Porcentagem	Fracionário	decimal	parte	Língua materna	
10%	$\frac{10}{100}$	0,10	Um décimo	Dez	por cento

10% é a mesma coisa que um décimo do valor.

Vamos dividir o dinheiro de Renato em 100 partes e pegar 10%, um décimo:

3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3

Ele utilizou 10 partes de 100, ou seja $\frac{10}{100}$.
 Como 10 dividido por cem é igual a 0,10,
 temos que $10\% = 0,10$
 um décimo de 300 reais é igual
 a 30,0 reais. Perceba que só modificamos
 a vírgula de lugar, ou seja de 300,00 foi
 para 30,00. Uma casa para a esquerda.

Resposta: 10% de 300 reais é igual a 30 reais.

Exemplo 5: Utilizaremos a mesma situação do Renato que tem 300 reais na poupança. Se Renato retirar um centésimo do dinheiro que ele tem na poupança, ele estará retirando 1% do que possui na poupança.

Porcentagem	Fracionário	Decimal	parte	Língua materna	
1%	$\frac{1}{100}$	0,01	Um centésimo	um	por cento

1% é a mesma coisa que um centésimo do valor.

Vamos dividir o dinheiro de Renato em 100 partes e pegar 1%, ou um centésimo:

3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3

Ele utilizou 1 partes de 100, ou seja $\frac{1}{100}$.
 Como 1 dividido por cem é igual a 0,01, temos que $1\% = 0,01$
 um centésimo de 300 reais é igual a 3,0 reais. Perceba que só modificamos a vírgula de lugar, ou seja, de 300,00 foi para 3,00. Duas casas para a esquerda.

Resposta: 1% de 300 reais é igual a 3 reais.

Com esses cálculos mentais, você pode calcular qualquer porcentagem. Basta achar 1% e multiplicar pelo valor que você deseja, ou ainda combinar as porcentagens. Veja os exemplos a seguir:

Exemplo 6 :

- 5% de 200? Se 1% de 200 é igual a um décimo, ou seja 2, então 5% é $5 \times 2 = 10$

Resposta: 5% de 200 é igual a 10

- 75% de 500? Se 50% de 500 é a metade, ou seja 250 e 25% é a metade da metade, 125, então 75% de 500 é só somar $250 + 125$.

$$\begin{array}{rcl}
 100\% & 500 & \\
 & & 50\% \quad 250 \\
 & +25\% & 125 \\
 & \hline
 & 75\% & 375
 \end{array}$$

Resposta: 75% de 500 é igual a 375

Cálculo da porcentagem utilizando decimais

Como 50 dividido por cem é igual a 0,50, temos que $50\% = 0,50$ ²

Exemplo 7: Calcular 50% de 400 reais.

Vamos analisar o que temos, e o que queremos:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{todo, ou } 100\% = 400 \\ \text{queremos } 50\% \\ 50\% \text{ de } 400 \end{array} \right.$$

*na matemática o **de** pode ser substituído por vezes*

Então, substituindo a porcentagem pela forma decimal e o **de** por vezes, temos:
 $50\% \text{ de } 400 =$

² É muito importante saber a forma decimal da porcentagem. Em Matemática financeira vemos bem isso, quando vamos utilizar a fórmula do montante $M=C.(1+i)^n$, a taxa tem que ser em decimal. (M=montante, C=capital, i=taxa, n=período de tempo).

$$\begin{array}{r} 0,50 \cdot 400 = \\ 200 \end{array}$$

Resposta: 50% de 400 é igual a 200

Exemplo 8: Calcular 34% de 250 reais.

Vamos analisar o que temos, e o que queremos:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{todo, ou } 100\% = 250 \\ \text{queremos } 34\%, \text{ ou seja } 34 \text{ dividido por } 100 = 0,34 \\ \text{34\% de } 250 \\ \text{na matemática o } \textbf{de} \text{ pode ser substituído por vezes} \end{array} \right.$$

Então, substituindo a porcentagem pela forma decimal e o **de** por vezes, temos:

$$\begin{array}{r} 34\% \text{ de } 250 = \\ 0,34 \cdot 250 = \\ 85 \end{array}$$

Resposta: 34% de 250 reais é igual a 85 reais.

ATIVIDADES PARA ENTREGAR

1) Exercícios para lembrar os conjuntos numéricos:

- a) $2 + 3 - 1 =$
- b) $-2 - 5 + 8 =$
- c) $-1 - 3 - 8 + 2 - 5 =$
- d) $2 \cdot (-3) =$
- e) $(-2) \cdot (-5) =$
- f) $(-10) \cdot (-1) =$
- g) $(-1) \cdot (-1) \cdot (-2) =$
- p) $0,5 \cdot 0,4 : 0,2 =$
- q) $0,6 : 0,03 \cdot 0,05 =$
- r) $5 : 10 =$
- s) $3 : 81 \cdot 0,5 =$

2) Calcule o m.m.c. entre:

- a. 36 e 60
- b. 18, 20 e 30
- c. 12, 18 e 32

3) Calcule a fração geratriz nos seguintes casos:

- a) 0,55... c) 23,46666...
- b) 0,533... d) 9,876565...
- e) 0,4545... f) 23,56767...
- g) 4,98787... h) 0,59898...

4) Calcule a fração irredutível equivalente a cada decimal finito a seguir:

- a) 0,56
- b) 2,89
- c) 34,925
- d) 1,25

- 5) Comparar as frações (sugestão: reduzi-las ao menor denominador e comparar os numeradores).

OBS.:

$a < b$ lê-se “a é menor do que b”

$a > b$ lê-se “a é maior do que b”

a) $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}$

b) $\frac{2}{3}, \frac{5}{6}$

c) $\frac{4}{7}, \frac{3}{8}$

- 6) Utilizando o cálculo mental, calcule as porcentagens tabela a seguir (observação, cada linha é o cálculo da porcentagem da primeira linha que corresponde a 100%):

100%	660	1200	3400	98	120	7	45	800	870
50%									
25%									
75%									
10%									
5%									
1%									
0,5%									
22%									

- 7) Utilize a forma decimal de porcentagem e calcule as porcentagens a seguir:

- a) 34% de 120
- b) 83% de 412
- c) 123% de 40
- d) 53% de 12
- e) 35% de 795

- 8) Renata sabe que 300,00 reais correspondem a 25% do valor de sua compra mensal. Quanto foi a compra mensal de Renata?

- 9) Calcule as porcentagens a seguir:

- a) 15 % de 300 b) 80 % de 1 200
- c) 9 % de 50 000 d) 31 % de 2 500
- e) 43 % de 7 200 f) 91 % de 9 400
- g) 8 % de 32 500 h) 67 % de 2000