CONTROLE DE SISTEMAS I

Profa. Leslye Castro Eras

Redução de diagramas de blocos

Modelagem sistemas mecânicos

EXEMPLOS DE REDUÇÃO DE BLOCOS

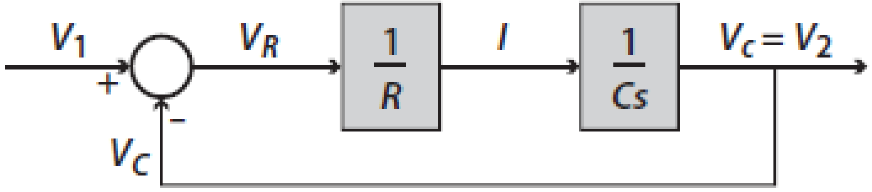
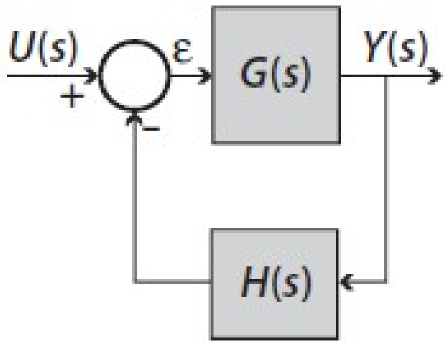
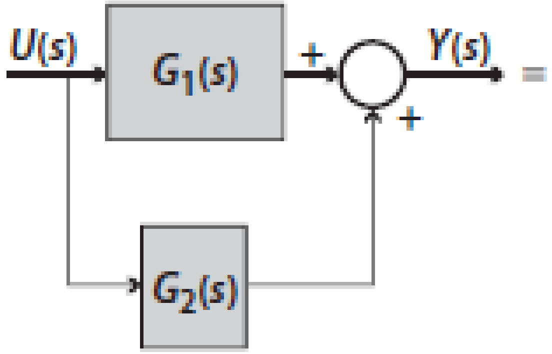


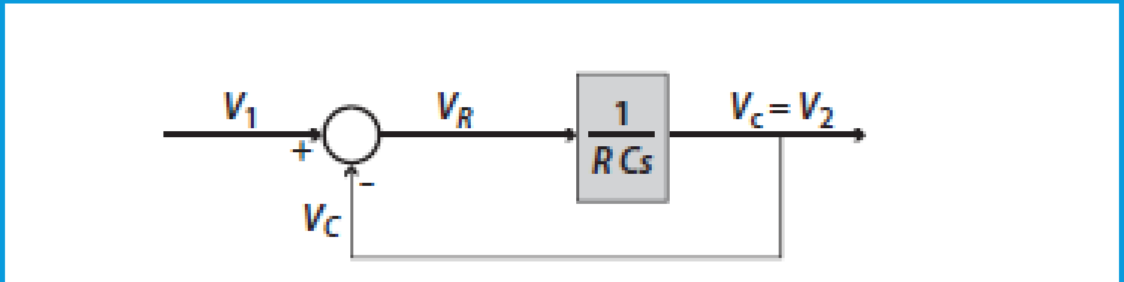
FIGURA 5.27 Diagrama de blocos igual ao da Figura 5.10.

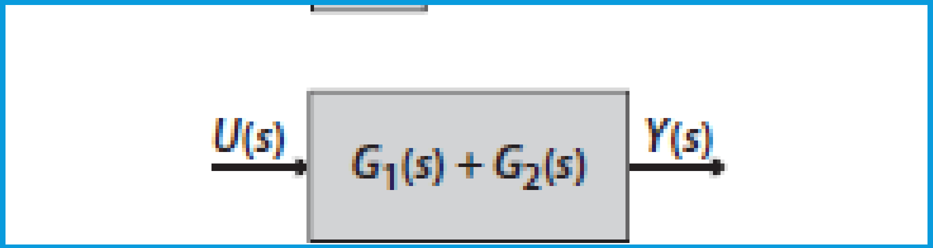


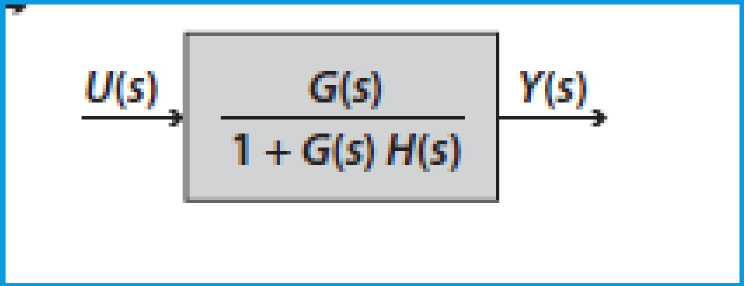
(a)



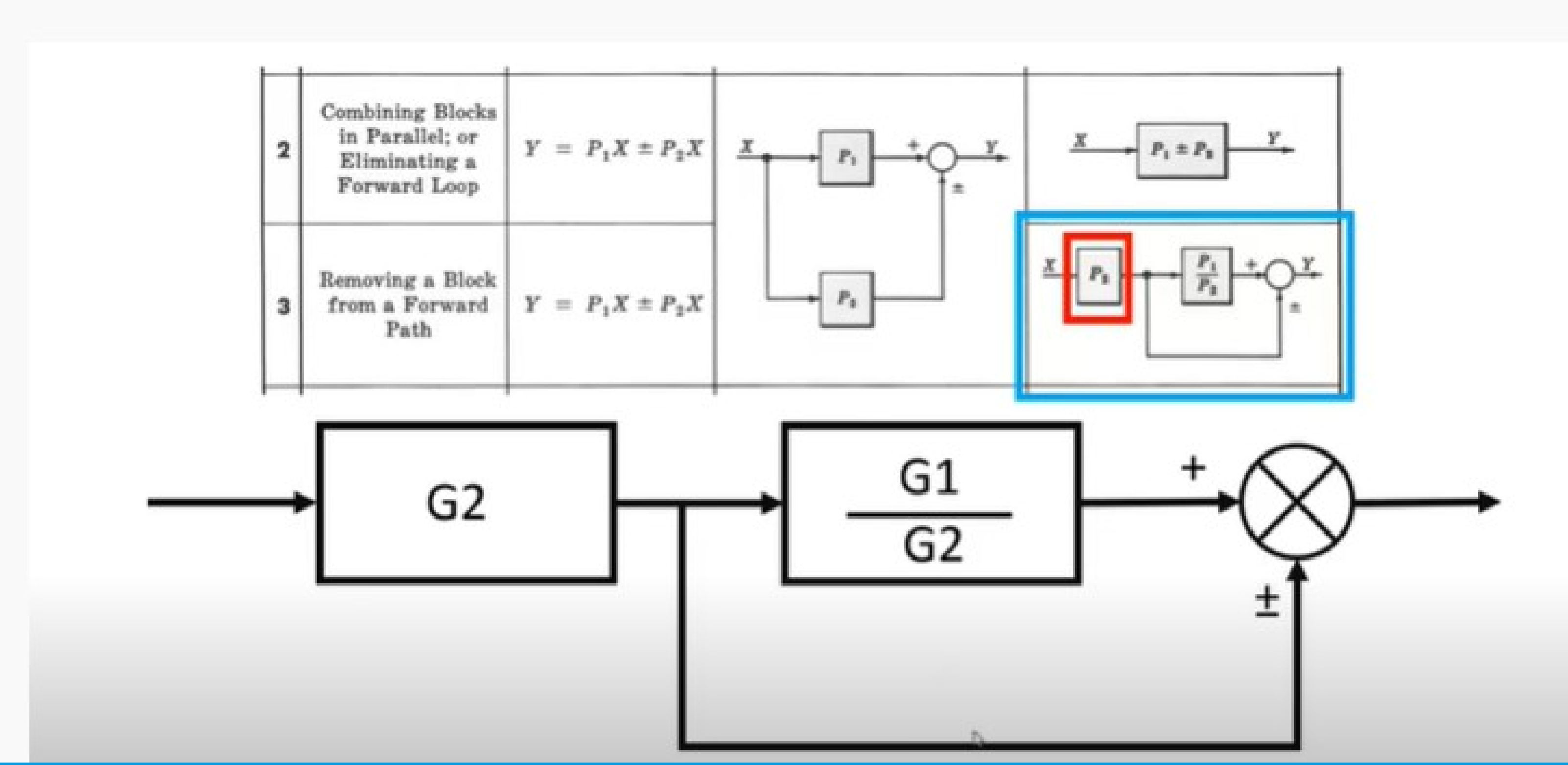
EXEMPLOS DE REDUÇÃO DE BLOCOS



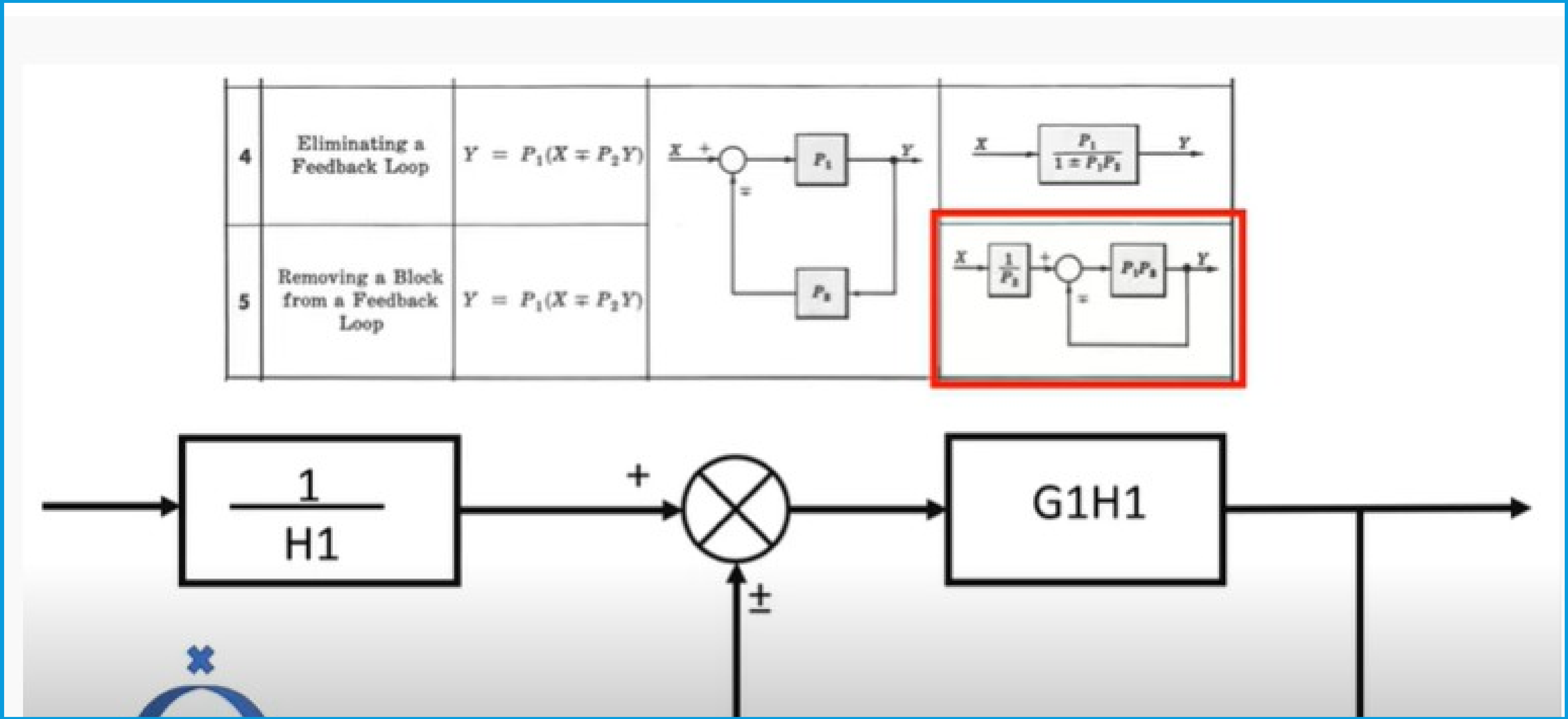




REGRAS DE REDUÇÃO

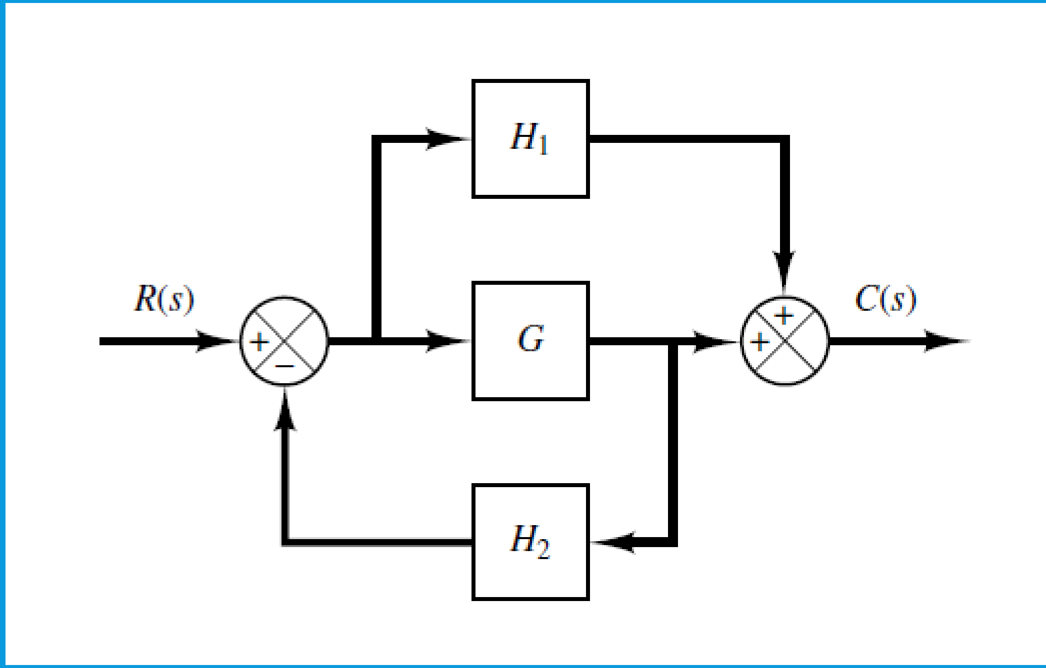


REGRAS DE REDUÇÃO



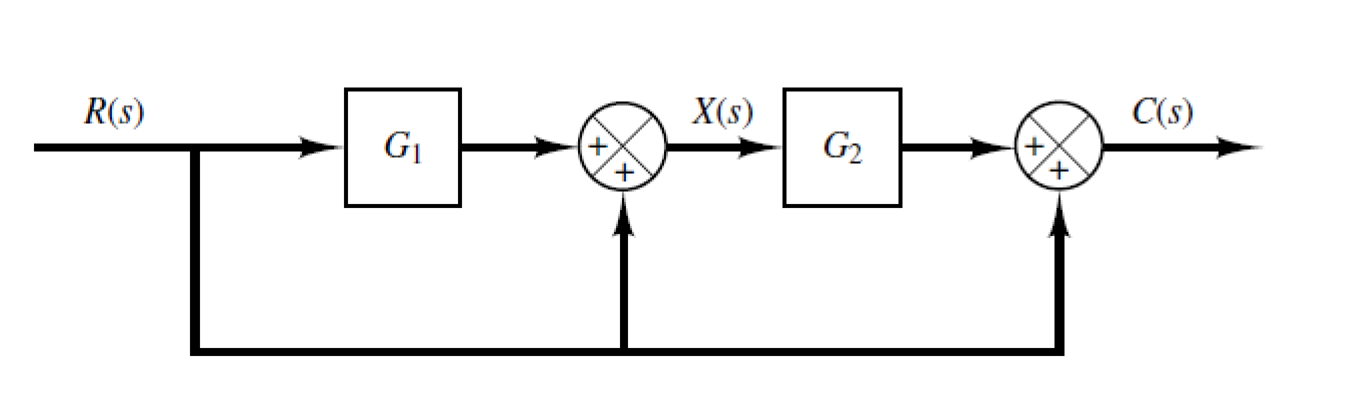
EXEMPLOS

Obter a função de transferência
Simplificar o diagrama de blocos

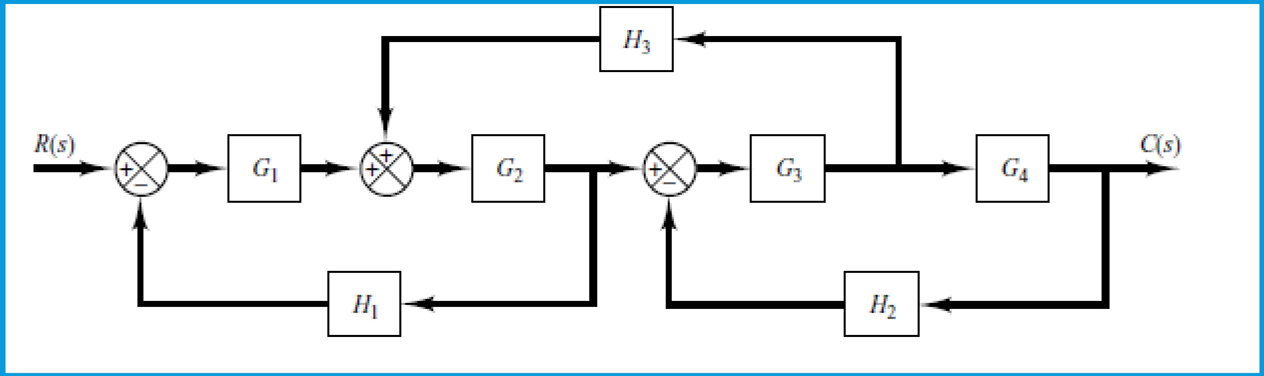


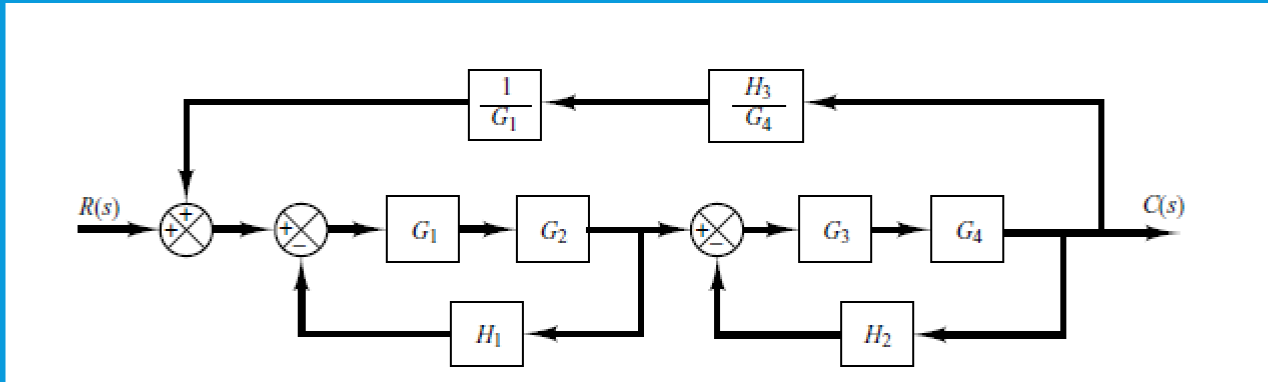
EXEMPLOS

Obter a função de transferência
Simplificar o diagrama de blocos



EXEMPLOS





(a)

MODELAGEM NO ESPAÇO DE ESTADOS

Estado: De um sistema dinâmico é o menor conjunto de variáveis, tais que o conhecimento dessas varáveis em t=t0 junto ao conhecimento de entrada t>=t0, determina completamente o comportamento do sistema para qualquer t >=t0

Variáveis de estado: x1,x2,x3,...xn

Vetor de estado: n variáveis de estado forman um vetor **x com n componentes**

Equações no espaço de estados: variáveis de entrada, variáveis de saída e variáveis de estado. Um sistema dinâmico deve ter elementos que memorizem (integradores) os valores de entrada para t>=t1.

MODELAGEM NO ESPAÇO DE ESTADOS

O número de integradores existentes no sistemas determina o número de variáveis que definem completamente a dinâmica do sistema.

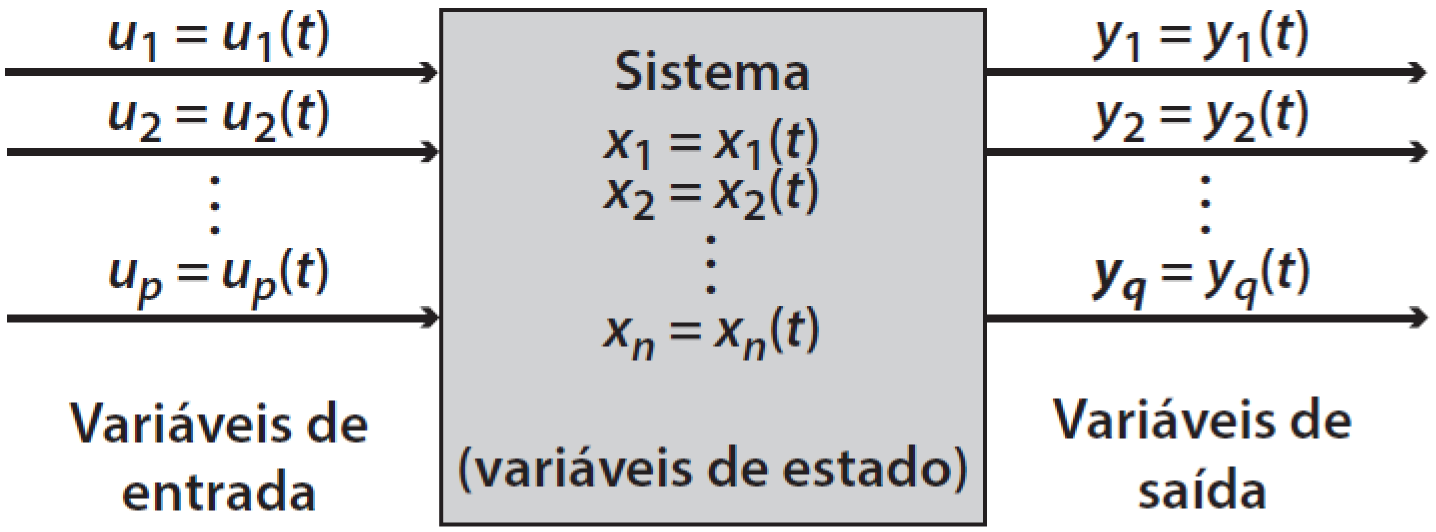


FIGURA 14.2 Sistema *LIT* dotado de *p* entradas e *q* saídas.

MODELAGEM NO ESPAÇO DE ESTADOS

$$\dot{x}_i = f_{\text{i}}\,[x_1(t), x_2(t), \ldots\, x_n(t);\, u_1(t), u_2(t), \ldots\, u_p(t)]$$

onde $\dot{x}_i = d(x_{\text{i}}(t)/dt)$;
e f_i representa uma função das variáveis indicadas, sendo $i = 1, 2, 3, \ldots\, n$.

$$y_j(t) = g_j[x_1(t), x_2(t), \ldots\, x_n(t);\, u_1(t), u_2(t), \ldots\, u_{\text{p}}(t)]$$

onde g_j representa uma função das variáveis indicadas, sendo $j = 1, 2, 3, \ldots\, q$.

Tais são as equações de saída.

As funções:

f_i com $i = 1, 2, \ldots\, n$ e g_j *com* $j = 1, 2, \ldots\, q$

MODELAGEM NO ESPAÇO DE ESTADOS

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) = \begin{bmatrix} f_1(x_1, x_2, \ldots, x_n; u_1, u_2, \ldots, u_r; t) \\ f_2(x_1, x_2, \ldots, x_n; u_1, u_2, \ldots, u_r; t) \\ \vdots \\ f_n(x_1, x_2, \ldots, x_n; u_1, u_2, \ldots, u_r; t) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{y}(t) = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ \vdots \\ y_m(t) \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) = \begin{bmatrix} g_1(x_1, x_2, \ldots, x_n; u_1, u_2, \ldots, u_r; t) \\ g_2(x_1, x_2, \ldots, x_n; u_1, u_2, \ldots, u_r; t) \\ \vdots \\ g_m(x_1, x_2, \ldots, x_n; u_1, u_2, \ldots, u_r; t) \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{u}(t) = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ \vdots \\ u_r(t) \end{bmatrix}$$

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)$$

MODELAGEM NO ESPAÇO DE ESTADOS

- Sistema linear variante no tempo

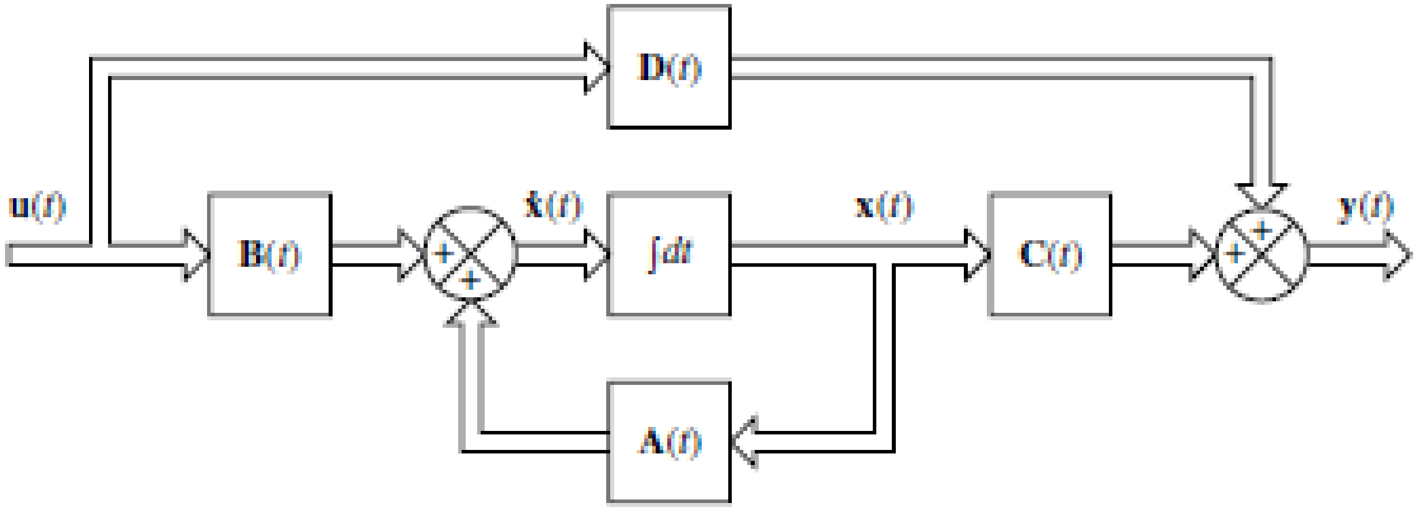
$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(t)\mathbf{u}(t)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}(t)\mathbf{u}(t)$$

- A (t) matriz de estado
- B (t) matriz de entrada
- C (t) matriz de saída
- D (t) matriz de transmissão direta

MODELAGEM NO ESPAÇO DE ESTADOS

- Representação do diagrama de blocos das equações de estado para um sistema linear variante no tempo



A (t) matriz de estado
B (t) matriz de entrada
C (t) matriz de saída
D (t) matriz de transmissão direta

MODELAGEM NO ESPAÇO DE ESTADOS

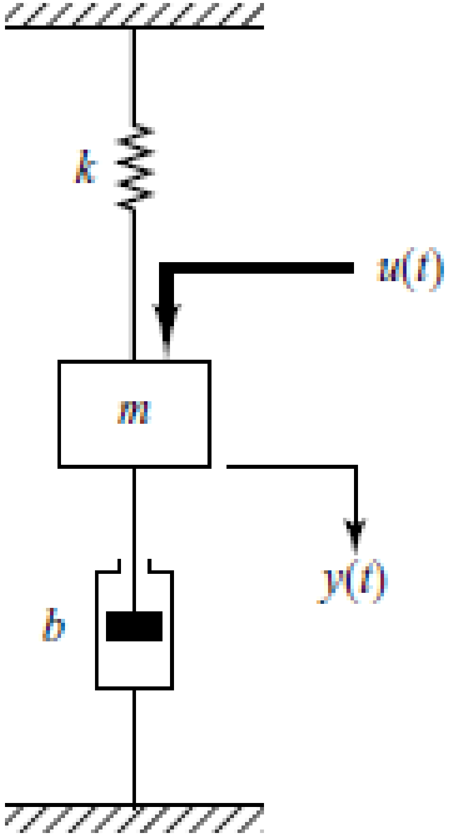


Figure 2–15
Mechanical system.

- Exemplo: Considere um sistema mecânico indicado na Fig.2.15. Admitimos que o sistema seja linear. A força externa u(t) é a entrada do sistema, e o deslocamento y(t) da massa é a saída. O deslocamento y(t) é medido a partir da posição de equilíbrio, na ausência da força externa. Este é um sistema de entrada e saída únicas.

$$ma = \sum F$$

MODELAGEM NO ESPAÇO DE ESTADOS

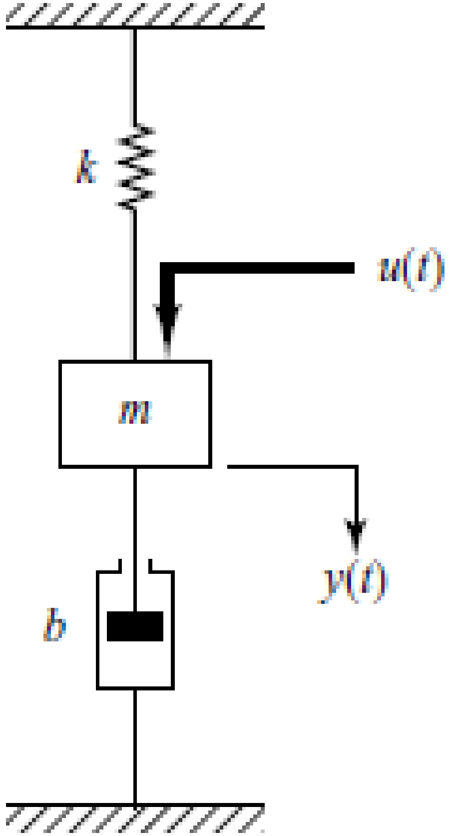


Figure 2–15
Mechanical system.

- As variáveis para descrever o movimento de translação são: aceleração, velocidade e deslocamento.

$$f(t) = Ma(t) = M\frac{d^2y(t)}{dt^2} = M\frac{dv(t)}{dt}$$

- A equação que descreve a fig. 2.15 é:

$$m\ddot{y} + b\dot{y} + ky = u$$

MODELAGEM NO ESPAÇO DE ESTADOS

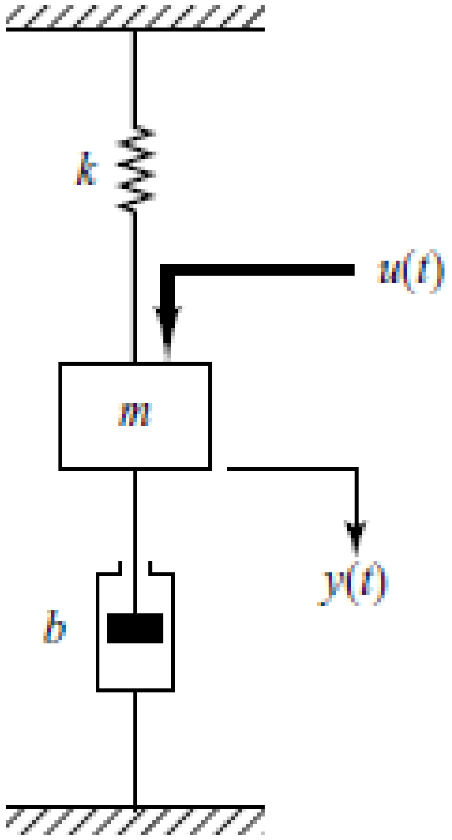


Figure 2–15
Mechanical system.

- Força na mola para uma deformação pequena

$$f(t) = Ky(t)$$

- Fricção viscosa: Força de fricção

$$f(t) = B\frac{dy(t)}{dt}$$

MODELAGEM NO ESPAÇO DE ESTADOS

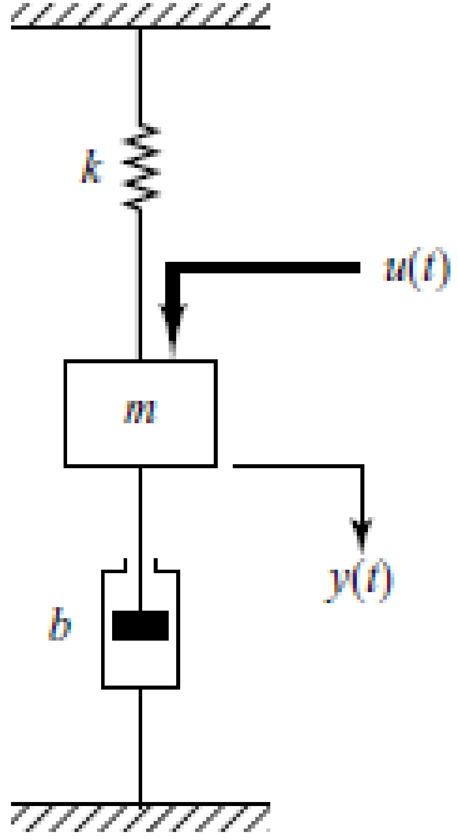


Figure 2–15
Mechanical system.

$$ma = \sum F$$

- Reorganizando:

$$m\ddot{y} + b\dot{y} + ky = u$$

equation.

EXAMPLE 2–2 Consider the mechanical system shown in Figure 2–15. We assume that the system is linear. The external force $u(t)$ is the input to the system, and the displacement $y(t)$ of the mass is the output. The displacement $y(t)$ is measured from the equilibrium position in the absence of the external force. This system is a single-input, single-output system.

From the diagram, the system equation is

$$m\ddot{y} + b\dot{y} + ky = u \tag{2–16}$$

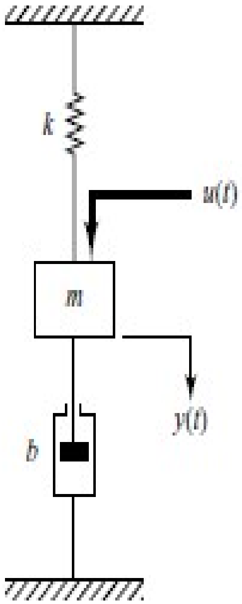


Figure 2–15 Mechanical system.

This system is of second order. This means that the system involves two integrators. Let us define state variables $x_1(t)$ and $x_2(t)$ as

$$x_1(t) = y(t)$$

$$x_2(t) = \dot{y}(t)$$

Then we obtain

$$ma = \sum F$$

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = \frac{1}{m}\left(-ky - b\dot{y}\right) + \frac{1}{m}u$$

or

$$\dot{x}_1 = x_2 \tag{2–17}$$

$$\dot{x}_2 = -\frac{k}{m}x_1 - \frac{b}{m}x_2 + \frac{1}{m}u \tag{2–18}$$

The output equation is

$$y = x_1 \tag{2–19}$$

Obtemos que:

$$\dot{x}_2(t) = \ddot{y}(t)$$

$$x_1(t) = y(t)$$
$$x_2(t) = \dot{y}(t)$$

Colocando em evidência :

$$\dot{x}_2 = \frac{1}{m}(-ky - b\dot{y}) + \frac{1}{m}u$$

or

$$\dot{x}_1 = x_2 \tag{2–17}$$

$$\dot{x}_2 = -\frac{k}{m}x_1 - \frac{b}{m}x_2 + \frac{1}{m}u \tag{2–18}$$

The output equation is

$$y = x_1 \tag{2–19}$$

In a vector-matrix form, Equations (2–17) and (2–18) can be written as

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\dfrac{k}{m} & -\dfrac{b}{m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{1}{m} \end{bmatrix} u \tag{2–20}$$

The output equation, Equation (2–19), can be written as

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \tag{2–21}$$

Equation (2–20) is a state equation and Equation (2–21) is an output equation for the system. They are in the standard form:

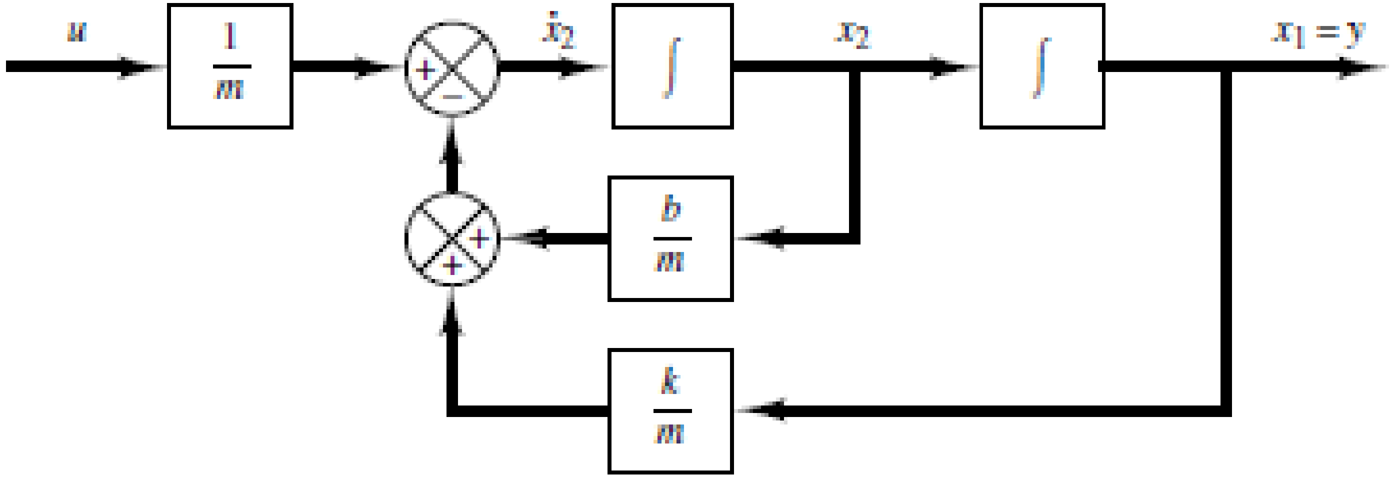
$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u$$

$$y = \mathbf{C}\mathbf{x} + Du$$

where

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\dfrac{k}{m} & -\dfrac{b}{m} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{1}{m} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad D = 0$$

Figure 2–16 is a block diagram for the system. Notice that the outputs of the integrators are state variables.



$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u$$
$$y = \mathbf{C}\mathbf{x} + Du$$

where

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k}{m} & -\frac{b}{m} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = [1 \quad 0], \quad D = 0$$