

DOI: 10.13288/j.11-2166/r.2014.16.001

学术探讨

五行公理系统的生克关系 ——五行理论体系的系统化（二）

陈瑞祥

（北京中医药大学中药学院，北京市朝阳区望京中环南路 6 号，100102）

【摘要】 如何定义五行生克、如何证明五行生克次序、五行生克次序是否具有唯一性及五行生克的单向双向等问题，自古至今都是模糊的。如何从简洁统一的规则出发，将上述问题一以贯之地解决？作为五行理论体系的系统化系列论文之二，按照公理化方案，从五行公理系统的圆周运动模型出发，首先用“有序偶”定义五行，然后用简洁明确的规则定义五行生克。在此基础上，给出五行生克关系在系统整体层面上的完整性和相容性规定，进而证明五行系统的生克次序及其唯一性成立。讨论了五行生克次序模型、五行生克制化回路、五行广义生克定义以及“水火既济”等问题。

【关键词】 五行公理；五行生克；有序偶

一般认为，五行相生是指五行之间存在着资生、助长和促进的关系，五行相克是指五行之间存在着克制及制约的关系，五行制化是指相生与相克共同作用来维护整个系统的平衡。五行相生的次序是：木生火，火生土，土生金，金生水，水生木。五行相克的次序是：水克火，火克金，金克木，木克土，土克水。《黄帝内经》时期已经完整确立的五行生克关系，符合人们的日常生活经验，与观察的自然现象和变化规律一致，因而得到了广泛的应用和发展。尽管后世一些医家进行了某些修改，但是由于与经旨不符，也与生活经验相悖，故都没有得到延续和发展^[1]。

然而如何论证五行生克关系却是个大问题，而且从古到今一直没有实质性的进展。论证五行生克关系的方式主要有如下几种：第一种方式是用五物特点进行说明。例如：通常的解释为“木可以燃烧，故木生火；木燃烧之后变成灰土，故火生土；土中有金属矿物，故土生金；金可溶化成为液体，故金生水；树木需要水才能生长，故水生木。”再例如“木得金而伐，火得水而灭，土得木而达，金得火而缺，水得土而绝。”^[2]这种论证方式在今天看来有些粗糙，存在一些解释难点，因此经常受到质疑。例如：金属所溶化的液体是否就是水，如

果是，这种水又怎么可以生木。木可以燃烧，可理解为木生火，是否也可以理解为火克木，如果可以，是否与金克木矛盾（实际上是唯一性问题）。水生木，土是否也可生木。凡此种种，不一而足。第二种方式是用自然气候和物候变化规律进行说明。例如：相生用季节转换次序来说明。对这种解释的直接质疑相对较少，而是转移到对五季的质疑，以及如何由此推导出五方、五物等其他的相生关系。再例如相克用如下方式来说明“风可胜湿，湿可胜寒，寒可胜热，热可胜燥，燥可胜风。”这种论证方式在今天看来仍然具有合理性，但是也存在解释难点。例如：风可胜湿，燥是否也可胜湿？湿可胜寒，热是否也可胜寒？这仍然是唯一性问题，需要给出选择的理由。第三种方式是按照五行的经典表述，或者是五行的运行规律，或者是气的五种运动方式进行说明。这种论证方式表面上具有一定的抽象性和概括性，但是对于论证难点并没有实质上的突破，而且有较大的意会性。

很多现代学者对五行生克理论进行了有益的探讨，有些在上述方式的基础上使论证更具有系统性与合理性，有些则提出了令人深入思考以及替代的问题，还有些从数学及系统论角度研究了五元素系统的一些特点和逻辑规则，但是都未给出五行基本概念的精确定义。

* 通讯方式: 13671050389@163.com

综上所述,上述论证方式都是从某一个具体角度出发,因此统一性不强,而且都存在解释难点。事实上,五行学说的根本问题在于基本概念的定义,不解决此问题就不会有根本性的突破。在《五行公理系统及其模型》^[3]一文中,我们已经给出了五行公理系统的定义及其圆周运动模型,如图1所示。本文要解决的问题是,在五行公理系统定义及其圆周运动模型的基础上,如何定义五行生克,如何证明五行生克次序,五行生克次序是否具有唯一性。

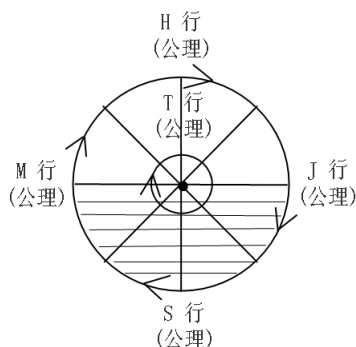


图1 五行公理系统圆周运动模型

仔细考察图1,如果按照“相续为生”的观点,易见J生S、S生M、M生H,难点在于H不生J却拐弯生T,然后似乎是为了形成回路才有T生J。与之同理,如果按照“相反为克”的观点,易见J与M相对,S与H相对,难点在于H克J、M克T、T克S,此外,还有单向相克与双向相克的问题。解决这些难点的通常办法是对于不同情况用不同的理由,缺点是理据来源太分散,使得理论像大杂烩,不符合公理化起点简单的要求。如何从简洁统一的规则出发,将上述问题一以贯之地解决?本文给出的结论是:根据图1所示的五行公理系统圆周运动模型,首先用“有序偶”定义五行,然后用两条简洁明确的规则定义五行生克。在此基础上给出五行生克关系在系统整体层面上的完整性和相容性规定,进而证明五行系统的生克次序及其唯一性成立。

1 用“有序偶”定义五行

“有序偶”是一个数学概念,简单来说它代表两个有次序的元素。本文用它代表两个有次序的潜显属性或升降属性。为讨论问题方便,我们用数字0表示潜,用数字1表示显;用正号+表示升,用负号-表示降。例如,有序偶(显,潜)=(1,0),有序偶(升,降)=(+,-)等等。根据五行公理系统的圆周运动模型,可用“潜显有序

偶”和“升降有序偶”定义五行。具体方法是首先将每一“行”看成由等分的两部分组成,然后按照旋转的先后次序写出潜显属性和升降属性。

M行是先潜后显并且是先升后升,因此,M行=M(潜,显)且M(升,升),或记为:M行=M(0,1)且M(+,+)。H行是先显后显并且是先升后降,因此,H行=H(显,显)且H(升,降),或记为:H行=H(1,1)且H(+,-)。J行是先显后潜并且是先降后降,因此,J行=J(显,潜)且J(降,降),或记为:J行=J(1,0)且J(-,-)。S行是先潜后潜并且是先降后升,因此,S行=S(潜,潜)且S(降,升),或记为:S行=S(0,0)且S(-,+)。T行是中央小圆周,分析潜显时分为左右两个半圆,先取右边再取左边,右边是先显后潜,左边是先潜后显,从而得到两个潜显有序偶为:T(显,潜)(潜,显),或记为:T(1,0)(0,1)。与之对称,分析升降时分为上下两个半圆,先取下半部再取上半部,下半部是先降后升,上半部是先升后降,从而得到两个升降有序偶为:T(降,升)(升,降),或记为:T(-,+)(+,-)。综合两种情况得到:T行=T(显,潜)(潜,显)且T(降,升)(升,降),或记为:T行=T(1,0)(0,1)且T(-,+)(+,-)。

2 五行相生相克关系的定义

2.1 两个有序偶相生关系的定义

考虑两个潜显或两个升降有序偶(a,b)与(c,d),如果前一个有序偶(a,b)的第二个属性与后一个有序偶(c,d)的第一个属性相同,那么称前一个有序偶生后一个有序偶。上述定义可以用文字语言简述为:相续为生,即两个有序偶的尾首部分相同为生。

2.2 任意两“行”相生关系的定义

如果“A行”的“潜显有序偶”和“升降有序偶”分别生“B行”的“潜显有序偶”和“升降有序偶”,那么称“A行”生“B行”。

例如,直接观察可知,M行=M(0,1)且M(+,+)生H行=H(1,1)且H(+,-)。为便于讨论,也可以先分别讨论两种有序偶,然后再取交集。具体来看,因为M(0,1)生H(1,1),又因为M(+,+)生H(+,-),综合可知,M生H。

T行相对复杂些,但规则不变,只要注意用相邻的有序偶进行比较即可。当T行在后面被生时,

要用到 T 行的前面有序偶。例如: $H(1,1)$ 生 $T(1,0)(0,1)$, $H(+,-)$ 生 $T(-,+)(+,-)$, 综合可知, H 生 T 。当 T 行在前面生其他“行”时,就要用到 T 行的后面有序偶。例如: $T(1,0)(0,1)$ 生 $J(1,0)$, $T(-,+)(+,-)$ 生 $J(-,-)$, 综合可知, T 生 J 。

有趣的是, T 行内部的两个有序偶也形成相生关系, 因此, 相生链条是可以穿过 T 行内部的。

2.3 两个有序偶相克关系的定义

考虑两个潜显有序偶 (a,b) 与 (c,d) , 如果前一个有序偶 (a,b) 的第二个属性与后一个有序偶 (c,d) 的第二个属性相反, 那么称前一个有序偶 (a,b) 克后一个有序偶 (c,d) 。

考虑两个升降有序偶 (a,b) 与 (c,d) , 如果前一个有序偶 (a,b) 的第一个属性与后一个有序偶 (c,d) 的第一个属性相反, 那么称前一个有序偶 (a,b) 克后一个有序偶 (c,d) 。

上述定义可以用文字语言简述为: 相反为克。即两个潜显有序偶的后半部相反为克, 两个升降有序偶的前半部相反为克。可以验证, 用潜显或升降有序偶进行讨论所得到的五行相克关系完全相同。

顺便指出, 如果用其它方式定义相克, 例如: 两个潜显有序偶的前半部相反为克, 两个升降有序偶的后半部相反为克, 或者都取前半部或都取后半部, 那么不能得到同时满足下面两条系统规定 (即完整性和相容性规定) 的相克关系。

2.4 任意两“行”相克关系的定义

如果“A行”的“潜显有序偶”和“升降有序偶”分别克“B行”的“潜显有序偶”和“升降有序偶”, 那么称“A行”克“B行”。

例如, $S(0,0)$ 克 $H(1,1)$, $S(-,+)$ 克 $H(+,-)$, 综合可知, S 克 H 。与讨论相生一样, T 行在讨论相克时也相对复杂些, 需要注意用相邻的有序偶进行比较。

显而易见, T 行内部的两个有序偶满足相克定义, 因此, 相克链条可以穿过 T 行内部。综合相生与相克两种情况可知, T 行内部的两个有序偶既相生又相克, 自身形成了完整的平衡关系, 这与五行公理系统中所说的 T 行具有“中和”的状态相符合, 也可以说是“中和”的一种数学表达。

3 两条系统规定

3.1 五行系统生克关系的完整性规定

在五行相生回路中, 每一行的相生情况 (“我生”和“被生”) 必须出现而且只能出现一次; 在

五行相克回路中, 每一行的相克情况 (“我克”和“被克”) 必须出现而且只能出现一次。此外, 每一“行”通过生克关系 (“我生”、“被生”、“我克”、“被克”) 与其他四“行”都有联系。

3.2 五行系统生克关系的相容性规定

在五行相生回路与五行相克回路中, 不允许出现生与克相互矛盾的情况。例如, 不能同时出现类似 M 生 H , M 克 H 的情况。

应当指出, 以上两条规定是非常宽泛的。也就是说, 在此规定下推出的结论具有很宽的适用范围。此外, 满足以上两条规定的五行生克次序是系统整体层面的生克关系, 可以称之为五行系统的生克关系。在下面的讨论中将证明, 整体层面上的五行生克次序是唯一的。

4 五行系统相生相克定理及其证明

4.1 五行系统相生定理及其证明

定理: J 生 S , S 生 M , M 生 H , H 生 T , T 生 J 。

证明: 根据五行相生关系的定义, 因为 $J(1,0)$ 生 $S(0,0)$, $J(-,-)$ 生 $S(-,+)$, 综合可知, J 生 S 。因为 $S(0,0)$ 生 $M(0,1)$, $S(-,+)$ 生 $M(+,+)$, 综合可知, S 生 M 。因为 $M(0,1)$ 生 $H(1,1)$, $M(+,+)$ 生 $H(+,-)$, 综合可知, M 生 H 。因为 $H(1,1)$ 生 $T(1,0)(0,1)$, $H(+,-)$ 生 $T(-,+)(+,-)$, 综合可知, H 生 T 。因为 $T(1,0)(0,1)$ 生 $J(1,0)$, $T(-,+)(+,-)$ 生 $J(-,-)$, 综合可知, T 生 J 。

4.2 五行系统相克定理及其证明

定理: S 克 H , H 克 J , J 克 M , M 克 T , T 克 S 。

证明: 根据五行相克关系的定义, 因为 $S(0,0)$ 克 $H(1,1)$, $S(-,+)$ 克 $H(+,-)$, 综合可知, S 克 H 。因为 $H(1,1)$ 克 $J(1,0)$, $H(+,-)$ 克 $J(-,-)$, 综合可知, H 克 J 。因为 $J(1,0)$ 克 $M(0,1)$, $J(-,-)$ 克 $M(+,+)$, 综合可知, J 克 M 。因为 $M(0,1)$ 克 $T(1,0)(0,1)$, $M(+,+)$ 克 $T(-,+)(+,-)$, 综合可知, M 克 T 。因为 $T(1,0)(0,1)$ 克 $S(0,0)$, $T(-,+)(+,-)$ 克 $S(-,+)$, 综合可知, T 克 S 。

5 五行系统相生相克次序的唯一性证明

5.1 五行系统相生次序的唯一性证明

定理: 满足两条系统规定的五行相生次序 (即五行系统相生次序) 只有一种形式: J 生 S , S 生 M , M 生 H , H 生 T , T 生 J 。

证明: 按照上面相生定义, 可以得到如下 6 种相生关系: M 生 H, H 生 T, H 生 J, T 生 J, J 生 S, S 生 M。由此可以组合出两种相生回路: ① M 生 H, H 生 T, T 生 J, J 生 S, S 生 M; ② M 生 H, H 生 J, J 生 S, S 生 M。由于第二种回路只含有四个元素 (不含 T), 不符合五行系统生克关系的完整性规定, 因此, 五行系统相生次序只有一种形式: J 生 S, S 生 M, M 生 H, H 生 T, T 生 J。

5.2 五行系统相克次序的唯一性证明

定理: 满足两条系统规定的五行相克次序 (即五行系统相克次序) 只有一种形式: S 克 H, H 克 J, J 克 M, M 克 T, T 克 S。

证明: 按照上面相克定义, 可以得到如下 12 种相克关系: S 克 H, S 克 M, H 克 J, H 克 S, H 克 T, J 克 M, J 克 H, M 克 T, M 克 J, M 克 S, T 克 S, T 克 J。由此可以组合出很多种相克回路。然而, 如果加上两条系统规定 (完整性及相容性规定), 那么五行系统相克次序只有一种形式。为简单起见, 首先根据相容性规定, 通过与上面已经证明的唯一相生次序比较, 舍去三个不相容关系, 从而将 12 种相克关系减少为如下 9 种: S 克 H, H 克 J, H 克 S, J 克 M, J 克 H, M 克 T, M 克 J, M 克 S, T 克 S。(注: 另一种证明方法是, 首先列出各种相克回路, 然后将不满足完整性和相容性规定的回路舍去, 从而证明出唯一性。这种方法相对麻烦些。)

下面以 S 行作为起点进行证明, 其余情况类同。如图 2 示 (注: 根据五行系统的完整性规定, 当某一“行”在相克链条中出现两次时便终止。此时已经形成回路)。

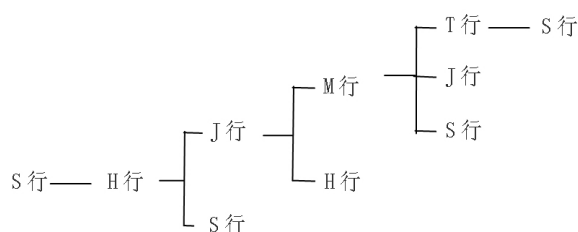


图2 五行系统相克次序的唯一性证明

由图2可知, 满足完整性规定的相克次序只有一种形式: S 克 H, H 克 J, J 克 M, M 克 T, T 克 S。可以验证, 以其他“行”作为起点得到的结果完全相同。因此, 五行系统的相克次序只有一种形式。

6 五行系统生克次序模型及生克制化回路

图3是最常见的五行系统生克次序模型。图中

实线为生、虚线为克。应当说明的是, 该模型主要是表现五行生克次序, 并没有给出五行的定义, 也没有给出五行生克的定义, 因此它不能作为五行及其生克理论的起点。

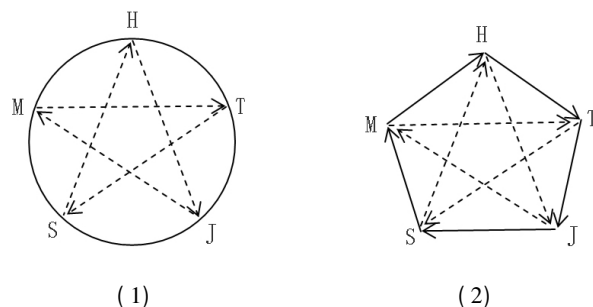


图3 五行系统生克次序模型之一

下面讨论不同的生克制化回路, 参见图3 (2)。在所有三角形中, 三条边要么两实一虚, 要么两虚一实, 而且两条实 (虚) 线的箭头接力向前, 另一条虚 (实) 线的箭头将三角形封闭, 每个三角形都构成生克制化回路。同样, 在所有四边形中, 每个四边形也构成生克制化回路。最后, 在五边形和五角星中, 由任意一“行”出发, 沿实线箭头或虚线箭头转一周都会回到自身, 在整体上形成相生或相克回路。此外, 也可以将外周改为相克, 内接五角星改为相生, 从而得到图4。由图3和图4可见, 相生与相克具有互相隔位特点, 具有这个特点的最小系统是五元素系统。

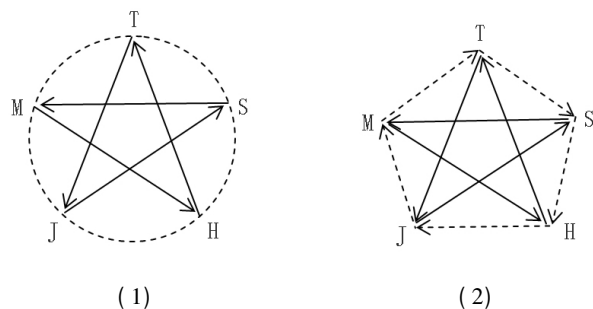


图4 五行系统生克次序模型之二

7 五行系统生克次序的其他模型

本文作者曾经提出过另外的五行生克次序模型, 如图5 (1) 所示。提出此图的依据是, 它与人体侧视图 (向左) 的五脏位置大致相同。最靠后背是 JS 子系统 (气液系统), 上有肺下有肾 (各有一对, 完全对称), 中间是 MH 子系统 (气血系统), 上有心下有肝 (分属左右, 也呈对称), 前面是 T 系统 (运化系统), 包括脾胃。显而易见, 五行系统与三个子系统是五元素系统和三元素系统的关系, 两者可分可合。

为了便于与图 3 比较,将图 5 (1) 加上外接圆并且让每一“行”都在圆周上,如图 5 (2) 所示,之后向右转九十度,得到图 5 (3)。容易看出图 5 (3) 和图 3 的区别是 H 行与 T 行换了位置。与图 3 一样,图 5 每个三角形都形成生克制化回路。

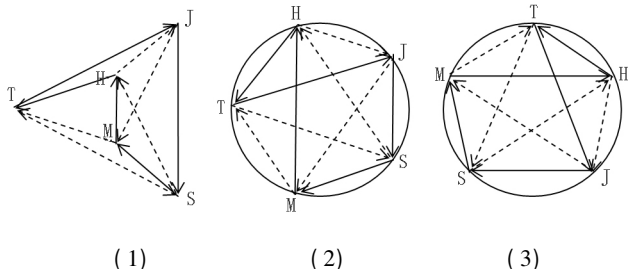


图 5 五行系统生克次序模型之三

以上讨论都是将五行放在圆周上,也可以将五行的每一“行”分别放在中心,从而显示出与其他四行的关系(我生、生我、我克、克我),如图 6 所示(只画了两种情况,其余类同)。

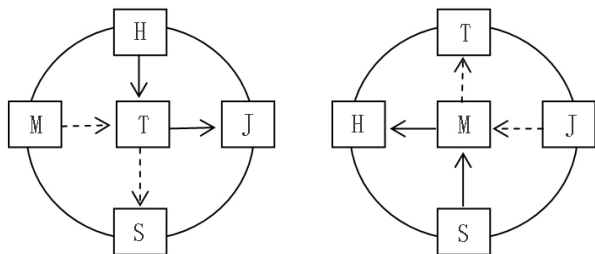
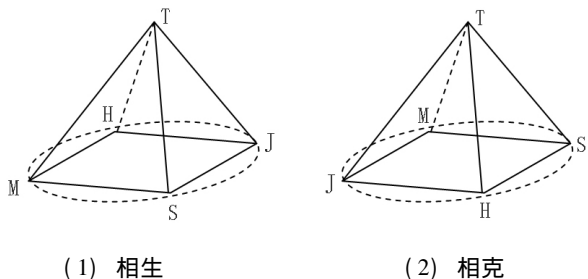


图 6 五行系统生克次序模型之四

图 3、4、5、6 可以用立体模型图 7 统一表示。将图 7 (1) 作侧投影,把顶点投影到 H 与 J 之间可以得到图 3,把顶点投影到 M 与 H 之间可以得到图 5 (2) (3)。将图 7 (1) 的顶点分别放置每一“行”并且作正投影,可以得到图 6。将图 7 (2) 作侧投影,把顶点投影到 M 与 S 之间可以得到图 4。



(1) 相生 (2) 相克

图 7 五行生克立体模型

8 其他一些讨论

8.1 五行有序偶定义的另外写法

以上讨论用数字 0 表示潜,用数字 1 表示显;用正号 + 表示升,用负号 - 表示降。例如: M 行 = $M(0, 1)$ 且 $M(+, +)$ 。另一种表示法是统一

用数字 0 表示潜和降,用数字 1 表示显和升,但是需要用不同的括号来区分显潜和升降。例如: M 行 = $M(0, 1)$ 且 $M < 1, 1 >$ 。

8.2 与有关概念的相容性

显而易见,本文给出的相克定义与有关证明对于五行胜复与五行乘侮等概念没有任何影响,因此它们之间是相容的。

8.3 五行广义生克关系

众所周知,中医临床有“心肾相交”或“水火既济”之说,这似乎与“S 克 H”不相符合。类似的情况还有许多,很多人因此认为五行系统生克关系不够全面或不够科学。以前难以说清此问题的原因是,文字语言对于生克只能作模糊的表述,难以作精确的区分,容易造成逻辑混乱。然而由五行的有序偶定义可以清晰地看到各种区别,可以进行更为细致的研究。具体来说,虽然“S 克 H”满足五行相克定义,但是 S 与 H 之间有一对有序偶(即升降有序偶)满足互生关系,即 $S(-, +)$ 生 $H(+, -)$, $H(+, -)$ 生 $S(-, +)$ 。我们不妨称其为广义相生关系,可称为“S 广义生 H”,“H 广义生 S”。一般来说,五行广义相生(克)可以定义为只要有一对有序偶之间的某个对应部分的属性相同(反)即可。可以验证,按照五行广义生克定义可以得到完全的生克关系共计 40 种,此时任意两“行”之间都互生互克,由此说明五行公理系统模型是信息完备的理论模型。有了五行广义生克关系,五行生克的“两面性”、“双向性”,以及历史上的“五行颠倒”、“五行逆行”等问题都可以得到解决。五行不同层次(级)的生克关系如图 8 所示。

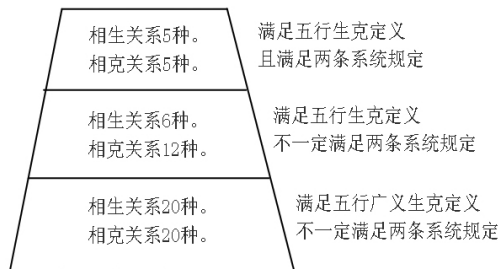


图 8 不同层次(级)的五行生克关系

综上所述,五行系统生克次序具有单向性、完整性、相容性和唯一性,属于系统整体性质。与不同的生克次序也可以存在,但是不属于系统整体性质,或者说属于系统较低层次(级)的性质。一般来说,在系统整体或高层,通常具有特异性强、有序性高、以及不可逆性和非对称性等特点。相比较而

言,在系统的局部或低层,通常具有特异性弱、有序性低、以及可逆性和对称性等特点。实际上,生克概念更适合描述系统整体的性质,一旦生克进入局部低层(即变为广义生克),便会出现有序性降低的情况,此时所得到的结论缺少特异性,从而降低了应用价值。此外,五行系统生克关系在中医领域的生命力取决于临床,由于它的整体观和简洁的规律性,使得它经常被首先想到和用到。当它不适用时,更准确地说,当仅考虑系统整体不能很好地解决问题时,或者说,当考虑更微观和更细致才能更好地解决问题时,中医师也会作更微观和更细致的分析。这是两个不同层次(级)的问题,两者是互补关系,不能相互替代。就层次而言,中医的“证”也属于系统整体层次,也会遇到类似的问题。

8.4 T 行的不同定义对应新的五行系统生克关系

利用五行有序偶定义不仅可以推导出已有的结论,还可以推导出新的内容。在前面的讨论中,T 行根据五行公理系统模型的中央小圆周进行定义,规则是分析潜显时先右后左,分析升降时先下后上,两者都是由属于“阴”的半圆开始。然而,如果用相反的规则定义 T 行,即分析潜显时先左后右,分析升降时先上后下,两者都是由属于“阳”的半圆开始,那么 T 行 = $T(0, 1)(1, 0)$ 且 $T(+, -)(-, +)$ 。可以验证,在其他定义及规定都不变的情况下,存在如下新的唯一的系统生克次序: M 生 H, H 生 J, J 生 S, S 生 T, T 生 M; H 克 S, S 克 M, M 克 J, J 克 T, T 克 H。如图 9 所示。图 9 与图 3 唯一的区别是, T 的位置改变了。图 3 中 T 位于 H 与 J 之间,属于西南方。图 9 中 T 位于 S 与 M 之间,属于东北方。有趣的是,在后天八卦中,西南方(坤)与东北方(艮)都属于“土”。此外,将立体图 7(1)作侧投影,把顶点 T 投影到 S 与 M 之间,便得到图 9。对于上

述新的生克次序所代表的实际意义需要进一步讨论。顺便指出,我们也可以用其他组合方式定义 T 行(例如:分析潜显时先左后右、分析升降时先下后上,等等),但是都不能得到满足两条系统规定(即完整性和相容性规定)的五行生克关系。

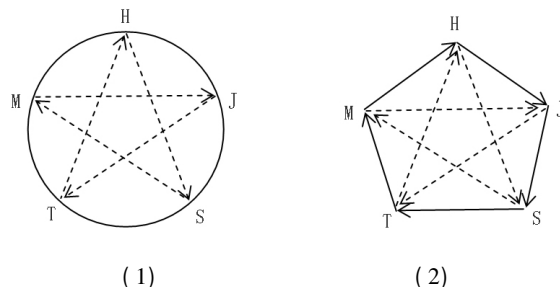


图 9 T 行的不同定义对应新的五行系统生克次序

9 结论

综上所述,由五行公理系统的定义及其模型可以推导出五行生克关系,因此五行生克关系可以有严格的理论基础,而且内容丰富,具有层次性和多样性,深入研究这些内容可以为临床提供更多的参考和帮助。此外,本文表面上用数学有序偶的概念研究五行系统的生克关系,然而实际上是五行系统生克关系为数学及系统论提供了新的研究内容,两者是相互促进的关系。应当强调指出,对于五行学说,重要的是找出基本概念的定义或本质内涵,并且对重要的命题进行严格的论证,从而可以明确它的理论边界和适用范围。五行系统生克关系作为系统整体的性质有其存在的价值和地位。

参考文献

- [1]童瑶. 中医基础理论[M]. 北京: 中国中医药出版社, 1999: 80-81.
- [2]黄帝内经素问[M]. 北京: 人民卫生出版社. 1994: 160.
- [3]陈瑞祥. 五行公理系统及其模型[J]. 中医杂志 2014, 55(9): 721-727.

Engendering and Restraining of Five Phases Axiom: Systematization of Five Phases Theory

CHEN Ruixiang

(Schools of Chinese Materia Medica, Beijing University of Chinese Medicine, Beijing 100102)

ABSTRACT The concept of five phases, order of five phases engendering and restraining, whether the order is unique and the unidirection or bidirection of five phases engendering and restraining are uncertain. According to the axiomatic program and circular motion model, five phases and five phases engendering and restraining were defined. The order of five phases engendering and restraining and its uniqueness were proved. The order model, circuits and relationship of five phases engendering and restraining were discussed as well.

Keywords five phases axiom; five phases engendering and restraining; ordered pair

(收稿日期: 2014-06-18; 修回日期: 2014-07-20)

[编辑: 黄健]