

10月8日(金) 21時(294号)

2. x についての二次方程式 $\sqrt{5}x - 2\sqrt{3} = 0$ の解が, A を定数とする

x についての二次方程式 $\sqrt{5}x^2 + Ax + 4\sqrt{5} = 0$ の1つの解であるとする。

このとき, もう一方の解を β とし, $t = \frac{1}{x} + \frac{1}{\beta}$ の, A, β の値を求めよ。

Ans.) まずは, 二次方程式の解, x の値を出す。

$$\sqrt{5}x - 2\sqrt{3} = 0$$

$$\sqrt{5}x = 2\sqrt{3}$$

$$x = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$$

有理化(分母)

$$x = \frac{2\sqrt{45}}{15}$$

$$= \frac{2 \times 3\sqrt{5}}{15}$$

$$= \frac{6\sqrt{5}}{15}$$

$$x = \frac{2\sqrt{5}}{5} \quad \div 3$$

・ x の値を二次式に代入し, 計算する。

$$\sqrt{5}x^2 + Ax + 4\sqrt{5} = 0$$

$$\sqrt{5} \times \left(\frac{2\sqrt{5}}{5}\right)^2 + A \times \frac{2\sqrt{5}}{5} + 4\sqrt{5} = 0$$

$$= \sqrt{5} \times \frac{20}{25} + \frac{2A\sqrt{5}}{5} + 4\sqrt{5} = 0$$

$$= \frac{4\sqrt{5}}{5} + \frac{2A\sqrt{5}}{5} + 4\sqrt{5} = 0$$

$$= \frac{4\sqrt{5}}{5} + 4\sqrt{5} = -\frac{2A\sqrt{5}}{5}$$

$$= 4\sqrt{5} + 20\sqrt{5} = -2A\sqrt{5}$$

$$= 24\sqrt{5} = -2A\sqrt{5}$$

$$\therefore A = -12$$

求めたい値を持つものを

右辺に

$\times 5$ (両辺)

○ A が出たら = 方程式に代入し、根を δ と計算して β を出す。

$$\sqrt{5}x^2 - 12x + 4\sqrt{5} = 0$$

○ 今回は " $ax^2 + bx + c = 0$ の b が偶数" ではない場合に
使える、もう一つの解の公式⁴ を使って解く。

○ 公式が、($2 \times b' = b$ とする)

$$x = \frac{-b' \pm \sqrt{b'^2 - ac}}{a} \quad \text{である。}$$

○ これを用いて計算すると、

$$A = (2 \times -6) \leftarrow +6 \pm \sqrt{36 - 20} \rightarrow (\sqrt{5} \times \sqrt{5} \times 4)$$
$$x = \frac{6 \pm \sqrt{16}}{\sqrt{5}}$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{16}}{\sqrt{5}}$$

$$= \frac{6 \pm 4}{\sqrt{5}}$$

有理化 (分母)

$$= \frac{6 \pm 4\sqrt{5}}{5}$$

$$x = \frac{10\sqrt{5}}{5}, \quad \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

○ うち、 $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ は既出である為、 β は

$$\frac{10\sqrt{5}}{5}$$

$$= 2\sqrt{5} \quad \text{となる。}$$

○ 解は、 $(A, \beta) = (-12, 2\sqrt{5})$ //