



Univerzitet u Sarajevu
Elektrotehnički fakultet
Sarajevo



Osnove operacionih istraživanja Zadaća 4

Tema: Linearno programiranje – simpleks metoda

Student: Amina Kazazović, 19364

(VAŽNO: Ovo je zadaća generisana za vas sa slučajnim brojevima. ODMAH prepišite postavku na papir ili je sačuvajte na neki drugi način. Ovoj postavci možete pristupiti samo jednom (inače bi svaki put dobili drugačije brojeve). Ova postavka ostaje sačuvana pod vašim imenom i biti će korištena za pregled vaše zadaće)

Student želi organizirati zdravu prehranu konzumirajući dva jela: piletinu i salatu. Cilj mu je osigurati zdravu prehranu koja zadovoljava sljedeće uvjete: bar 422.3 jedinica proteina, najviše 2095 jedinica masti, i tačno 422.3 jedinica ugljikohidrata. Svaka porcija piletiline košta 3.5 KM i sadrži 5.8 jedinica proteina, 3.5 jedinica masti i 4.5 jedinica ugljikohidrata. Svaka porcija salate košta 5 KM i sadrži 3.5 jedinica proteina, 0.5 jedinica masti, 4.5 jedinica ugljikohidrata.

- a. Uz pomoć simpleks metode pronađite optimalan broj porcija piletiline i salate koje student treba konzumirati kako bi osigurao zdravu prehranu uz minimalne troškove. Broj porcija piletiline i salate može biti bilo koji realan pozitivan broj. Sve podatke koji se ne mogu tačno izraziti kao cijeli brojevi ili decimalni brojevi sa konačno mnogo i relativno malo decimala vodite u simpleks tabelama kao razlomke. Obavezno prodiskutirajte ne samo optimalan broj porcija obje vrste jela, već i koliko iznose "rezerve" i "viškovi", odnosno koliko je pri optimalnom broju porcija salate i piletiline premašena količina proteina u odnosu na minimalno propisanu vrijednost, te kolika je rezerva unosa masti u odnosu na maksimalno dozvoljenu količinu. Koristite Dantzigovo pravilo pivotiranja.
- b. Rješenje dobijeno pod a. provjerite uz pomoć odgovarajućih funkcija za rješavanje problema linearnog programiranja u Juliji (potrebno je navesti šta su bili ulazni podaci i šta je dobijeno kao izlaz).

Postavka problema:

$$\begin{array}{lll} b_1 = 422.3 & b_2 = 2095 & b_3 = 422.3 \\ c_1 = 3.5 & a_{11} = 5.8 & a_{12} = 3.5 \quad a_{13} = 4.5 \\ c_2 = 5 & a_{21} = 3.5 & a_{22} = 0.5 \quad a_{23} = 4.5 \end{array}$$

piletina
 x_1 - broj porcija
 x_2 - broj porcija
 salata

$$\arg \min Z = 3.5x_1 + 5x_2$$

p.o. $5.8x_1 + 3.5x_2 \geq 422.3 \rightarrow$ ovdje dodajemo dopunsku i jestuicu
 $3.5x_1 + 0.5x_2 \leq 2095 \rightarrow$ ovdje dopunsku $x_1, x_2 \geq 0$
 $4.5x_1 + 4.5x_2 = 422.3 \rightarrow$ ovdje jestuicu

Prošireni model:

$$\arg \min Z = 3.5x_1 + 5x_2 + 0(x_3 + x_4) + M(x_5 + x_6) \quad \begin{array}{l} \text{dopunske } (x_3, x_4) \\ \text{vjestuice } (x_5, x_6) \end{array}$$

$$5.8x_1 + 3.5x_2 - x_3 + x_5 = 422.3$$

$$3.5x_1 + 0.5x_2 + x_4 = 2095$$

$$x_1, \dots, x_6 \geq 0$$

$$4.5x_1 + 4.5x_2 + x_6 = 422.3$$

$$x_5 = 422.3 - 5.8x_1 - 3.5x_2 + x_3$$

$$x_6 = 422.3 - 4.5x_1 - 4.5x_2$$

početna baza $B = (x_5, x_4, x_6)$

$$Z = 3.5x_1 + 5x_2 + M(422.3 - 5.8x_1 - 3.5x_2 + x_3 + 422.3 - 4.5x_1 - 4.5x_2)$$

$$Z = 3.5x_1 + 5x_2 + M(844.6 - 10.3x_1 - 8x_2 + x_3)$$

$$Z = (3.5 - 10.3M)x_1 + (5 - 8M)x_2 + Mx_3 + 844.6M$$

$$\arg \max -Z = (10.3M - 3.5)x_1 + (8M - 5)x_2 - Mx_3 - 844.6M$$

p.o.

$$5.8x_1 + 3.5x_2 - x_3 + x_5 = 422.3$$

$$3.5x_1 + 0.5x_2 + x_4 = 2095$$

$$4.5x_1 + 4.5x_2 + x_6 = 422.3$$

$$x_1, \dots, x_6 \geq 0$$

SIMPEKS TABELA

baza	b _i	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	x ₆	
x ₅	$\frac{4223}{10}$	$\frac{29}{5}$	$\frac{7}{2}$	-1	0	1	0	$\frac{4223}{58} \approx 72.81$
x ₄	2095	$\frac{7}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	1	0	0	$\frac{4190}{7} \approx 598.6$
x ₆	$\frac{4223}{10}$	$\frac{9}{2}$	$\frac{9}{2}$	0	0	0	1	$\frac{4223}{45} \approx 93.84$
M	$\frac{4223}{5}$	$\frac{103}{10}$	8	-1	0	0	0	
Z	0	$-\frac{7}{2}$	-5	0	0	0	0	

$$t_{\max} = \min \left\{ \frac{4223}{58}, \frac{4190}{7}, \frac{4223}{45} \right\} = \frac{4223}{58} \quad \text{pivot} = \frac{29}{5}$$

Iz baze izlazi x₅, a ulazi x₁

Obma možemo obrisati kolonu od x₅ jer je y₅ tačka i kad jednom izade ne vraća se u bazu.

baza	b _i	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₆	
x ₁	$\frac{4223}{58}$	1	$\frac{35}{58}$	$-\frac{5}{29}$	0	0	$\frac{4223}{35} \approx 120.657$
x ₄	$\frac{213459}{116}$	0	$-\frac{187}{116}$	$\frac{35}{58}$	1	0	
x ₆	$\frac{54899}{580}$	0	$\frac{207}{116}$	$\frac{45}{58}$	0	1	$\frac{54899}{1035} \approx 53.04$
M	$\frac{54899}{580}$	0	$\frac{207}{116}$	$\frac{45}{58}$	0	0	
Z	$\frac{29561}{116}$	0	$-\frac{335}{116}$	$-\frac{35}{58}$	0	0	

$$t_{\max} = \min \left\{ \frac{4223}{35}, \frac{54899}{1035} \right\} = \frac{54899}{1035}$$

Iz baze izlazi x₆, a ulazi x₂. Ponovo prišemo kolonu x₆ iz tabele.

baza	b_i	x_1	x_2	x_3	x_4
x_1	$\frac{8446}{207}$	1	0	$-\frac{10}{23}$	0
x_4	$\frac{3986141}{2070}$	0	0	$\frac{30}{23}$	1
x_2	$\frac{54899}{1035}$	0	1	$\frac{10}{23}$	0
M	0	0	0	0	0
Z	$\frac{84460}{207}$	0	0	$\frac{15}{23}$	0

$$\frac{3986141}{2700} \approx 1476.348$$

$$\frac{54899}{450} \approx 121.997$$

$$t_{\max} = \min\{t_1, t_2\} = \frac{54899}{450}$$

- Iz baze izlazi x_2 , a ulazi x_3 . Možemo izbaci red M s obzirom da nema više ještackih.

baza	b_i	x_1	x_2	x_3	x_4
x_1	$\frac{4223}{45}$	1	1	0	0
x_4	$\frac{158989}{90}$	0	-3	0	1
x_3	$\frac{54899}{450}$	0	$\frac{23}{10}$	1	0
Z	$\frac{29561}{90}$	0	$-\frac{3}{2}$	0	0

algoritam terminira

$$Z = \frac{29561}{90} \approx 328,4556$$

$$x_1 = \frac{4223}{45} \approx 93,83...$$

$$x_2 = 0$$

$$x_3 = \frac{54899}{450} \approx 121,997$$

$$x_4 = \frac{158989}{90} = 1766,544$$

$$x_5 = 0$$

$$x_6 = 0$$

- Optimalan broj paraya prve vrste je $x_1 \approx 93.83$, a druge $x_2 = 0$.
- Rezerve su $x_3 \approx 121.997$ i $x_4 \approx 1766.544$.
- Viškovi su $x_5 = 0$ i $x_6 = 0$.


```

222 model=Model(HiGHS.Optimizer)
223 @variable(model,x1>=0)
224 @variable(model,x2>=0)
225 @objective(model,Min,3.5x1+5x2)
226 @constraint(model,c1,5.8x1+3.5x2>=422.3)
227 @constraint(model,c2,3.5x1+0.5x2<=2095)
228 @constraint(model,c3,4.5x1+4.5x2==422.3)
229 print(model)
230
231 optimize!(model)
232 termination_status(model)
233 primal_status(model)
234 println("Z = ",objective_value(model))
235 println("x1 = ",value(x1))
236 println("x2 = ",value(x2))
237 println("x3 = ",-(422.3-value(c1)))
238 println("x4 = ",2095-value(c2)) | ✓

```

PROBLEMS OUTPUT DEBUG CONSOLE TERMINAL PORTS COMMENT

```

Solving the original LP from the solution after postsolve
Model status      : Optimal
Objective value    : 3.2845555555555556e+02
HiGHS run time     : 0.02
Z = 328.45555555555556
x1 = 93.844444444444445
x2 = 0.0
x3 = 121.99777777777778
x4 = 1766.5444444444445

```

Tumačenje rezultata:

Imam x1 porcija prve vrste i x2 porcija druge vrste.

X3 mi predstavlja višak proteina u odnosu na minimalne zahtjeve. Tjst 121.997 više nego što je neophodno.

X4 mi predstavlja da imam toliko neiskorištenih masti.

X5 I X6 su vještačke koje su nula.