BERNSTEINOVI POLINOMI IN WEIERSTRASSOV APROKSIMACIJSKI IZREK

IZAK JENKO

Povzetek. V tem članku bomo spoznali enega izmed prvih konstruktivnih dokazov *Weierstrassovega aproksimacijskega izreka*, ki pravi da lahko vsako zvezno funkcijo na zaprtem intervalu poljubno dobro enakomerno aproksimiramo s polinomom. Definirali bomo posebno vrsto polinomov t. i. *Bernsteinove polinome*, si ogledali njihove lastnosti in z njimi dokazali Weierstrassov izrek.

1. Uvod

Preden se lotimo definicije Bernsteinovih polinomov in dokazovanja Weierstrassovega izreka, povejmo nekaj besed o prosotru, ki ga bomo obranavali ter normi, ki bo določila metriko na tem prostoru. Iz razlogov, ki jih bomo razjasnili pozneje, se bomo osredotočili na prostor $\mathcal{C}([0,1],\mathbb{R})$ in supremum normo $\|f\|_\infty = \sup\{|f(x)| \mid x \in [0,1]\}$ na njem. Vemo že, da ta norma porodi supremum metriko $d_\infty(f,g) = sup\{|f(x) - g(x)| \mid x \in [0,1]\}$, za katero velja, da na kompaktnem intervalu $[0,1]$ zaporedje zveznih funkcij $(f_n)_{n\in\mathbb{N}} \subset \mathcal{C}([0,1],\mathbb{R})$ enakomerno konvergira k neki zvezni funkciji $f \in \mathcal{C}([0,1],\mathbb{R})$ natanko tedaj ko to zaporedje $(f_n)_{n\in\mathbb{N}}$ konvergira proti f v metriki d_∞. Natanko to dejstvo bomo uporabili pri dokazu Weierstrassovega izreka.

Definicija 1.1 (Brokoli)**.** To je definicija

Lema 1.1. *To je lema*

Izrek 1.2. *Drugi izrek*

Izrek 1.3 (**Weierstrassov izrek**)**.** *Prvi izrek*

Lema 1.4. *Druga lema*

Izrek 1.5. *Tretji izrek*

Zgled. $1 + 1 = 0$, če $\mathrm{char}(K) = 2$

Posledica 1.6. p

j