The Billionth Fibonacci Number

The Billionth Fibonacci Number

Kazi Abid Azad

Contents

Acknowledgements

The author wish to acknowledge The Project Nayuki.
The “Fast Fibonacci” algorithm that has been used to generate this book has been taken from their website.
Readers can visit
https://www.nayuki.io/page/fast-fibonacci-algorithms
for more details.

I also thank the “Fibonacci Quarterly” – Official Publication of The Fibonacci Association for the invaluable information that they have given for free.
Visit:
https://www.fq.math.ca

Introduction

The Fibonacci series is the sequence of numbers (also called Fibonacci numbers), where every number is the sum of the preceding two numbers, such that the first two terms are '0' and '1'. In some older versions of the series, the term '0' might be omitted. A Fibonacci series can thus be given as:

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, . . .

It can thus be observed that every term can be calculated by adding the two terms before it.

Given the first term, F0 and second term, F1 as '0' and '1' respectively, the third term here can be given as, F2 = 0 + 1 = 1

Similarly,

F3 = 1 + 1 = 2
F4 = 2 + 1 = 3
F5 = 2 + 3 = 5
F6 = 3 + 5 = 8
F7 = 5 + 8 = 13
and so on
Therefore, to represent any (n+1)th term in this series, we can give the expression as,
$F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$.

Behold the 1,000,000,000th Fibonacci Number

7952317874554683467829385196197148189255542185234398913453039937343246686182519370050999626136556779332482035723222451226291714456275648259499530612111301255499879639516053459789018700
5674399468448430345998024199240437534019501148301072342650378414269803983873607842842319964573407827842007677609077770318318574465653625351150285171596335102399069923259547132267036550648243596658688604862715971691635144878852742743550811390916796390738039824284803398011027637054426428503274436478119845182546213052952963333981348310577137012811185112824713631141420
8318983802526907917787094802217750859685116363883374847428036737147882079956688807509158372249451437519320162582002000530798309887261257028201907509370554232931107084976854715833585623
9104506794491200115647629256491445095319046849844170025120865040207790125013561778741996050855583171909053951344689194433130268248133632341904943755992625530254665288381226394336004838
4953507064771198676927956854879685520768489774177178437585949642538435587910579974248787892165167311911996415879600276588573225413869237563169818398514214801670577820641494476034447886
2117070160427300328177252607456525801640743945573133103621151537673943118504623024256093154341460013679734214939668173626657848437999291690726571176531526205151095542532086502378625073
7986514625090285422327972661628196063889658962740432097213061716665662366594217241606679432873701601829040545596971731793109614571093891245365298366937493363712749142466752328217213489
7886224383304960781142680021978691931693663956168265505684199660359211530136467531909630146112358596308649278753571740022133794586813196093419960629396110209643461377497055729224616157
0113255191623339058698613381464089027710511198897200226021313385451463977569748986888512070396300143945719817333981026593921061101198891815489651155899659088424871628327594045011691600
7674279083224159688067825639365151535109516184402954135908932203904472954251522865448562413799874793179648616683818995770374940597136615378140526985808772352732197696777933037231837855
5622293618707141583409526554414772387241472681733226909913937345202314969036316931601068339306840969327603317168784622738241472630110175191591631597608278476946053757122010045264555430
6899122976065437792557515954017814557387452918731860118340806982501781879680061840027865914719509537451963358958524799779135980701230890525027945557464763262918041313163243661893807483
7029734292640383211600336469753385636896054657224812328214552118507447632348083950422362290404172387965376853065429476208213793401267416074635197884280702745486133493559519071163764573
9794113078500568084910868221198951357491183716472603775082690751621021424252023119552604600923228391363254638944990032647818368506666674848816208454581896859886212510233838752419604975
7856903289306092539987859372814481069372463488629130576303749895246366104630902376313434410291338278479976168547305513285960645665632302032454227138933809616865581010814929644462837410
4530667416627284244934371691624221052678326765840396016275120959900219064344923503097734347982842954019445313542766002882297328313879441276470595918664887276369398679309561324293397591
8377905207121136410882053145838336499015762827650104567500314392631337452195931572595687701327282692538301380786955310546750958020809697326036135521382049023231722642757996208990234061
8573705654606191203800389003216282410754042436472458370154761808714141063940994282643698438509505811328975067049420460608010030039104791720998780332311948303391436562328334247947327267
3132566641741281167902366728996774289562491486399650151306089935403651673841900989894002006005014784074254531225403357409600739215850034135511771796902120768827203026268283777220734097
5897513999185790232626056346328491499236440238950273942181430641202055953169147420264587626589113579042014968360763397524807841193789000999383877488638845965918806935903462647382866164
3075831882351863084286036957837833429000539023542116412005276827089906164303452697793733295503044212975942644703744944786351928077856092400562338647552118318746898989362299826012798240
4698399811934143178568635280556591911040956887525326246055380116001182701615796107904962914472865216620259591345192257004770875866293453967111555645531230200213995320706991655620226049
8363465913860357029150979177710638706558268246402116662755750966643561264982077568764698470419174549641267437841674663184537512526424924121170345312679688843955347086038959208066221536
7719917931763311368673749239694085939208253818634064851150967957180299113442644706297228303889801535516682036834543083592709922604641830716957173959755800325696864673426386779167355747
1754440764240613550265587489224428830106001225560422329894173026465339615016019042232623458158858561934851085229616941960650826550741209674293995912295849551954399747697220542048832797
6169959134670001055426717290636572172641446626615084789683400027758634864249846728820743978698431464417283757604904020249341704997297944761484426238080662615722429153635425316744930792
4967075849622339363833842926443183954580976436512002634528276790686561744606962285967329032356844919578201181209393024850758809292224386790185340387515881062560647076073825462417293918790838894019592058975346370306354136923923200754046515971032356584053643125133524170306827616
1348496924433604000140427083991160528746124835236865029424450645105097769312616988282104474114443240523249159195481328193053725980284851110288086046967396602690768235553541066686005086
9011382589445380762878606776786256275536830020246726414187921370826205683202792387095826091910681320985850401579605651548869333788124001810459897424860682279178081510215300433466137710
3884759730926448417849564309930012305137457683309614358947711735066619976354493426718512244489300996553290576876517271409026849988237133431963596217497536181056481515620012959111902519
0029151922377897777491635123358527741881826687884779929840426951819953785808671212523673221809292822843251568829540113162473383763383509697984445167274315105567221898482809242673222891
1201786134963931125828467890336467741806956554381549566040264764823119940810912541703379457899711989799909201461034568870133645855372826844660124699380901020449424154653815980640165057
1794581598810355982602193588371409125268320641829570305443434920828879541616610004560230087762696404227194019842635047946262257862737656508205503685464762952540392441357607403500359814
7055380246758276701942661113989805597153054151248400228897497986630524004504405013502325514662137900830560017371117358977623268957308136473457521459971246518304234908967692956775322610
5509840078079360843956226676708684696910972933903988953287747066729271618246005642234235299365958650527438015695275601298241146997688257667177280221805161774146630269734168470117980120
4103998524102388537132356558741581217971503499694910221181638264187809381796036947102226460

738405413090400024783266821556582619407210012047700889936307605742376067646549451922028559060987569362646482760647864851904671100473149129413161803367191371362220785748098101267106294967878792374083075363106369601247354433698448927168837043644948898222610102392344359328502912472341155570010066581186002029162602422174465964636380009583989110935873322267287462270801700653287585381247905354874111207823509267534885357223320716499838994611545269070629602299826795628785894102513012309183864427942712016078293342366374132849043648069294564337109623869259736910320142732669077979740806186941350354708675715521228228040813323529592361268099455196245401203736763020645046020204175282973442113089503150038409843586652891560413495367002447448248007704562258293642622254156306286956276872781165839558800287519272841542159260706395747412720147102337136997421468070875847599727213676584246042224016531121298335690503785207087276348738329772802706970644379985810146388992169367635830929322103734984162190733610954630078739678736630638021042556516038518303644210410406759445840802518671690283369233685667734894639751500773369107020489536758518382618444215786527624424947791512531776057655226668823824199102985376789012716577834278731415128567722632708534562620749959656495793375797229165492674146974084280078994629931959747069426600855012180442225365973549267128094797144553915448496786563810821408644203327088405195908404155849167858460120105086666418513154905686409042499926992400018366168678917755565841175874730411729661975138651733892775369517524192772531870122321241817761348540956857683735187550236860735904406757579781465626609538778727539683328016477506964631475741292634789645473861467136022298203167638597219510041475134645196511247820362264964656621835727714528568497155788253883120600900050434489763520943528292485876361084752754191942794365372247766089195125942454904697483006299217889476673123909863997550487568932985869021735422073332678428402834890237434382171511904686155236324986232106817158311776492257300518501063516204859177217477990642290362626477331533435137121769610136124762901208077943728220522194345219076096005999914701081164593425553729669233443838081839318084770258428036611749920091388865119529148472418020585691274050487424397744516476178753397096107205098614703278068392764135364943746709056818456358473289201219151210154661976485081468462727591973172019541356354819201985619978599713551540557096665196227248451372611281089695768341302660960205998062114983025469844962064610754952734818602057561650709755524791075318769969823658848907661349104407701523088707288534277473

74301876058402698962129501026389158448746912074456616189905751747881958756930830283465563100
23630644317133429210428832434552246729236013433906991876805478463169647428961349212008845011124
81830137149401995877989244581834055184984570385947622624383762226061161594454452603090563450
36392673069423922527283792497629338997484949896936906941783406543567648947485097956635420756
41843234501919890272493696131501296794628868691715771417583467431913182090420624531156456381 9
29920458955314621484290748213315069665596271638166071220091043030060101054809464463023551851
95796609252309061164006857440972241564814551591950407094338332763922506809047736770728815274
35157534753851015248551387980235770335398472002510287269411848320163358174287088001730897681
35129692538286239859430595918876920453444716331224493799212895545472123108608567222756635024
28987137174411363816446104480423566379542123515174518143802170036341751226106898477343534304
73148694072183755405011279654994432385970308683772933351448021981848710559276919140570747569
55089909147484931446532280973014525938117314336887031062044199852397564459077551797193983872
98203013707843706881765001771067914437886487707676185351699304229531129679744215548195559942
19141083039817235782464533737711896999465499789133090040071947576170104600346328466346502633 1
75081065482865224340437743005291614748123336451612945560281153647012735627288823922026785484
03067756042505732222879260212372231972656107528187338467094402804416309552047135613559369167 88
75924900265527324997996099327702558151296661100492901666796034473383698456257805323845679402
51235089657366228199093033365996680662884152630411185496411234120507509565923057931178263931
28585525852059197567263304643768312643059194021224295487858843124013525413546128941582807234
98733189164488096070702807977279427064970958156569014445192256230830435368159578041838486 37
75479571913100923185155212311829443504299915196030254668430439136791859335500061789153535191
34965280343934720004206006323177869252315273708914185273375977453758007106164895514976622159
09205780690478360405088517472005533049142240784587814324860409671040096513219473399136164367
14169369187063780939833937246646376277081356124775635923414841463021477429076521902736115779
28822138096602464275982451326117166541621218078980853105932894163968008221675529409541085116
74934671288342176322441022956813721253236540792916484123191142773386734143062506640481766654
55928829648414620747280978158600657369793248983898640175857742301544848089771670558786265805
14440829092081910753603818252493931897702826795712188663868193688756148294841701000042346785
91881243019994756048569765462014050664692793356467550175300262002014220285057150891948094718
08258999568333621820123633915702937986619685134963167535164558351916094428423640644886152790
37742868410162790653461354818325992646969320956764238571883396523499575258491435628673576624
11811639385012041300974273809213178423886809851597115082199080438887902786524335445446241613
72896328040550350108617635766793600989221256792412680762239623591724514094268416898019045531
12632734037046133695791118510457350686719363116682573560216697595678935749047850308521324847
14397499946017482243039043120588847554806102368307336501450884311681156251031521194953386174
16232099160464448224707005743335510191757950814247774056284413686941838276808106737268699485
97878349056716447157378313941180432610832059273767717554874911830059711608293064781378869458
04276756196726468257296387132328688107247463717264237780844009485888410552721981810327985492
87915582620461986238802704615581210423020177660716399707624747969204068633218587007023065413
15453550188743403376332843862582224180194943423169241978181641624981119080233558718949681952
58894047525771823544594206352696820428676665852609533261859173691702667113168176405002065272
87560549285091256070875323515676566060137087257924051975161435213853107932367506630908392284
29287954475397308996855152468246249200591933458898179977691276653210678451581040695157739745
99169669498768900539466906448556539327443653168056946206819677009572656458773433845996354944
76615159716059475635744261157601628499530821247741714620364668673845333327105972310015022193
92612984418750409350326286173696247340619710034451988661057727420267990835518210982837561440 9
50352849886907277759855000843170880419124306056124010246872834882456230127761551878067010403
45771370008771880034926991800209970611972190222015588044755034348564140675104544094513111581
00743145114563206339959414482976835250424501205508703676266827430797317102789084886074915052 5
99192275802235184251220242030515266807402631389820590291567162549549082500711596957943386210
00053329237146613448429180750446656381576971545062155613460965493956136606343104068188545563
82205362238848001474604057691445108927483126742711456251725713818614408112794684244528058147
84684573490254776882865582616452634932129822522570621850525483900128849443817943170103068478
18097285922658890203579940081355284188854965480115506968989996409970101421247140129130814403
28237339363305164300114279651168561105509723578818104939321767543191719252786449119174428579
47797055081263028810422063500329249325904726783029860988810632859039316495317020036900545411
50385352166658906521412385682929822142017041632538443262724935568141789870778562836568539698
66490397433432825508758287208728991647717185870017603206157909620568253567341103915261408730
69839785328563116830549413921906012626610108243052314759909688849187857582705776049116637214
18528526935048161680514295864640153788239247645195904618284533996331045330322600573954641074
65090584047423868074513415656433197218409306838224990516790727119669628393482771748966677126
02491861431229837139264205919204090910908085865482617045773527133529889444437551011013067644
90623523008845556178453762026562028515119219202697137095211948832921405129142328654161365
08060367684348540217742418620355056106202780674333727302999676370254917649426378701143038 0
60495929786857486042880936111528978104378118745310650032495834269420716620363485789908773610
14945668875429099057538515641707408565560021375651364448853487310058485652159225653503513 53
81668864700341562241771026611693321722110993606909716235136856841903303303475001385478993691
52748116144318459943730420005502440129105074597615025621910126708292921654605796347713387105
32512948743218207536561310648407545680987489363213873504167781479847060082765830137613243121
45164676761623030227011661253792092446610549766705736739549900137800789498722088931898458
81211686577647668009016330997449469616607498155929628410606830756325002629093326720133290441
63190335023476694880711687578583274874965973976936607262189872223801757378958055609633856001
14446905719334531404809286249256664230629135695136306988375382306914395323446060213819283781
31430173958523050148833116470011973669944722319424053705710751872907185479601028211345807285
20168202818088595970991662655124665853226987372924290410556731263489303098575153809573057074
38260326244855230201239177078624343524406071410438671129964561678356539591072008608585897377
36812359872743275326294113873810051277120541607505509382138199781109536316292473990216187589
73241634386250168683233069975075669031566222497779877914765946373468123354077425338494918051

747934070489871325411309716182564418560519510439396883338149209643472240618287893779719929394033746448822557896205665906552497890572952583427635589064079172455018323063572279061947664709994641386332264615791153948250624969475346966442199761296254266842176704966888936284200141807059541067940418721276308148808709436393096402617725116158956317166051698671256867591017480760693138131163195678408851792098981538374950941449639731018038436293219355706826278771000446407205773467009608338666629646262730758737225348618286139417971065452539677648584979025328337192156868243523790332287267054991935806925689917607062747213204509124577188997763599840667774611622930793076578770587667863586526407353403371510577751835013966477883346409362784475681183477972432762724659203288206159490468732786217169986555825214972336702353671516164198496394856016097557389964181142250517840073444603391219828914535708143752796018684082043142342194506728138891421819708655298645612740176657066078813198998397252119203198072519435354116080871500172614479358360605082390015129036473268228496667596775592481945573170496175138660188411650613828550689869012319473594806190130416685243369432080674012668362284159716678090482651287475325442041448463683301049557961190830087252775649778020323741964409315965911944419622824445961361108552509897492688613652176875689295978133876073865426703077526688212935338595936353955828988653405358143308543867784599321103759727165227734574903877953801178044794937111974285739749560188800048561558983787892478520751672832656339610373287690768301483750299593718216088329209645273834960134941073743807258913505883339520203155757777488900472247002079251659588952596218683610462300235484598148252994590726893139819227432073250108156987225067696917971633897488174569867006532630662938605300263330904928043630922471198733164188925403367972287725079252210343451231190597620715711760169184283954063892432758888157852999115405589984735496096997173673437564673420977531608500818839969499924341740202757675193445244375433666605312820526610659463106813914138125555031861116980772971934329476237124773518742365016944258966752846831402776859478545349639762173901290914438538660492746816917624851647662628411913571297805672805139831416619260392234894836726134380621010782985797020057232007883521735193514819121761737669553009885914639723417937267277942814814469975685877651852447221240652231566286772578267355890845564969648689049396356282909078615364707283297879065122264391710117420208746750822800886133521691181003654991774058412391703630215718373720423457136676707307996371312259652246862795695636547218418879718089498483803268832368700333426994352869086198255710317728530294852014897533807667326567475346741118799446617196940296733144258458794961964425898903479247204791269718879716023213400411414341936489295682958030501217395338952515945446522139111749640436808347345423706113041987051508698549472153594562855613508786056929001758951873568063577003461344287504377104070798915551061643389131980752275589428136092393186179826443422672031303029260030602752075602260755688919209381134993990369865752506208061851687524240158220624431804868842119121283953710307107956020905215850486714567977791384516743535322110427837928217482210611808578807705273561030557894512002826544336721321720789095288641550713042211379449906266100283403390459116364611900733009559622513771661232378199836130062235315998833386432888229575795396950989246807432436976156331778171003441862628532143435986822831692063229044815259569463739579195776638383258559922224901100553056475123637887792089419741382009785407246662042859866564679798521491899352632692793860975667242230719748357826939662017709421050652888327829267244511494168049715875457500845145777724811551173681635725638972522350939967930657872101239572416075013453844557431990310711342111242941359716821177129013470177032483907471703856157953478441791238609759858674816285768162447392101120042246195063207423142066773058189327840515084604107279212322596842512018731432727455883691362248902702211547785772414764432401400234455486705710762130024295391294912375333601531451351957282591633323956458009580585216558185407395807275930704001567936808586926007083097129092687548176411844078892706140777878673528485541240105815695057553505472532927062426676513556312846307315548640528440823192797790151838606258859356663186517804335084259387998095661329364250104859828157084321377747323163515058774347153348288558310126575803232962203583473758822392364856318990483449674369707969681680892788234764701062493559199068721243776404776022112306394748554320718863598924727391152907753471947814549850458131385041600311913678417741254072427425135890439484404560237699296520372609491696640689887405504986914404865651647002570938495454043442931959505578983587206391860333525810375399071432528622091038530693457132256270190622942158532715966169172155716225432487352850660052391755648336344298251348580776357705655952861129900611046973266204068226036055986359258831640606228260982197121101167838835779669443576821860884687092293052340549948967697702263229111839437207072248503608014368797323045043580212825643743750150593991375853662238521006296547721741035385152410149477197248989223201338142213272804021300236300104210049698935571473092848334906526258110338910637725680872405736212203626661944958637713876826660776461734067723075260989773919094079528051868488385233706647799234553151239883795472353782889680286223535973280817479964405875772010771910625341568969245770698293894698656919805199903946093163606469142819965662128436461882764125098358129876173859998165074746837888237431069956210617059326461833575596768835674935822587461648032166490210000049761147113142262919284213804283067531397215261161762435051704378293941409965073037033853625726378572711673051676841265386994108062744863198677741494680968689291217515127465460278933121707473078234209662262317058132071157729471769582954583194316943343986852766130818577547081101486262268351125000289239848329582025470862373479640036970480703936922575343179962417331451787341746403963055288921114619212441790912375134563128898657009949929537493044348434643030269069604906118956875216872226725049717715268539968702618155105088012894394868754782344521291975875846592477153447744566843404491193082362055906902751164758889435392387539944727470026409068810943427732947461096852623338485041825473068129741432501785544009256558344551101914273306434459148540653646507764227581324369454269448043803835042146630175372821794807211727102105538396510494831142621130579775859849640475146208293041384371659703068563117221801389524218234657100066550202954097466502714115160370276933797650197810253771005407561937383864612220496409015126890806664495863986204552690488394812862456740363016123028292230756017180765004743610667012585352526201205312186811449010395438450033374118022587300462417261340260598205839035100860876524894554794583294516974470243261364854365020540810730984777214552707018662216175314063686240250232345873896067779651430098518298628455974319897085300808863763621545555735514779730153678382795906904892139119540987592550069494142100606958683102443121648783380742067227095969712928667885976080786458116895626662562949484902800280The Billionth Fibonacci Number

12787798435761013004877077494766593748060084058363225701875891350108234410046193221438109713
66799092443160380633657214346933260560142450373135758397633181790736599082131296213726958417
19093663531543888786821540329387524966133914219141740201470723843275311097514678485040483860
72972269371912717860817447304573444408417638236077304695954148749929870381073526399824674121
48776785669576698349787430173351776120765611757506288263744332927536410070959384951449490629
65896691319424782089281590658270880508847647077908111841730323658382746681484842118220752100
87943063995296155751648812646946449940237402959235657183202049619584656342693916656465791527
28730888634542750109972702299305707662364313166222355691029538002012311624211969945792454225
88011839546631911593334787001047601034514200364568411166983671160676728324418495185997002287
50425149935537477557287617113351833500622619834214587991254382553082994184102979455726723140
71018552236687755913955632263650211043748533380906811427425120728501587405309248502013854711
57311040301148516750001865568379220073131219984270777856449150744924930961802685824416192443
69723939565934063413669118077270193788603400568188208893902150982463148913762465639401021902
66060671649116529127908586869601532439542297793834692210712706926743193807859256932734404416
23121916771455661924818542392220183794717563927872482148114475271039323972063889680278728908
87382385050961952735347162534107447452747622009901336363691951728427908762497290103465745744
05900611461901761719460600998963892999492925578561040066460515852595320481648019077462979114
01447311360453065872090984115979264593022971212415669041143621588967735774759523695726974049
43396104518530793967931189712944112529408306664829457500541234164734383452821384286678114928
97201666209190590113594168814853511507746032061552253845902640644573994160308363558199959234
80662708462203486410250409478841501761808329253377616534814316574900913351685436906497592412
09574327246221128682296390651130395542322305966752031936330394067577149127426317433222040822
52383436495351215296375612833846717895387645534260405786356467622072955927800723469726128183
94580905885445495742735359583188571006651611489823267885372201581503722676335441041693325933
32326536133329312466446715265732046542913226698376422899767383117437959623842913120749417769
32021675847611134726810034019490541063812473579445317229896147678257728301093368973874707476
97870333121175916488351352673694969084515506639735102196306311487818070218965022656420734347
48704659522695702297632424005462266551982403601634847730003994994640548831412736900013673973
87524939442703060981377552221716950287142953121555524736874274498347454309153402564293717894
05175959673919410999754003656002877986217340208166000988587410993779170604163219587615582053
44298491016558259421128910551326844374595377304249811154385313971749521572508276623738916 41
05471218953584749740332070515783234615015726672202525517677927645805218144077660043470775699
15480401810080596919451760545336912168181445941829869944367661860914894547305212143458363749
21375828471468829142047534209193014970729281176419707533537048536885815100323965773159412642
76583362452331498667500109916545411036388085067780815986909752415218635901287836448132239234
85589326677559449447856196717636721216218312979921048887018074414722105556356713826828511749
90230038830841839150959224433260798930906864827199409954345125319929440579772841104044328340
28341287779096586484135904901046737286144979008140494220685573387160600865047888541707715701
46052051987697756261639191562379186660306538310143252269782475411112844365136746976248333261
41295673754304574080657839413752860804084633479493969553980201481172438230634308951120267888
02891396050150168583306496765197641783476095664294606150831951795192296116070249125478411613
22512045589773246575898217809262532325065709422417149574583814288473452291147334823413921469
78351477604063992905900899314754938871920586552690034961963364921630723373615951405801795263
01461562207322671042020606388899522575868826149142391040770000231444327608475345903486767873
81487053270924942480461243317817678798510641027556756624382662072576660127402046384887773044
33588150806785294818903809227871143033878936439061705436519009674399275958869602488389233380
15585180997108053905251853056683481375850578272916202312581056996087485513387301619421618945
83682145231762977419121859753373610583537685008187270254832185299219548829516849885954161880
32763793195085765462197947283869054205240435736959529074946198471282937101964839425335270774
15917408207838468628118134950363566976460983545972887487399317614411259555273461936298157577
18322799757010963477739519644518389999142042688888592664750418017139744885242898725409758754
47846968668081910823620703001409127819370873236473543383089326520418395726632034826179610093
91123244364773413984413032811418440239545304762979234530891388376544915054778076350062502864
26908333249949267058338208808402066664647522817604519822556302196083359572723029172141414493
58389922780663167260221874308673682657931547364872112072447696263046097799963417168528088746
24251995784536009788579005277941556863390986506358870744497588215438697926795041305449041791
97540855745184530370251448964974251143168970100274100999491114112031632819294649491146838796
75908543216282160024600828173466954687354768875574480102342075475798792771048590358383421921
58452624035538194390909120076037675001478017748792926271763077973749175207626236896536460190
70046963135260945766784373982910207191312049139223473895856551860455315103485531626522356330
04369222417105752130073118749728475491890049157817935504805171504637968237135076037560232608
00800937965736425451535069785567493758399463081469085051416926108045452623904044448849088524
13988519701821648050836434498697887918795028016658807214516729758146292145060357887630145183
94143265680285649017862295456022148974222655126418500065046927731957581762803964057689452674
63985090429727902971009552926079417996974566600082246872462131485158737333514278727393769242
19532474180661488647319968110777895552752566086104918128444364425368264861177797155104610365
16668980785507021578034625134009662829833586791347492238248941285384854758220236268133197109
87307063441227548005323527125941245053236093240670914280000298053687959324832827543938150509
64260211895627143513430313435915968911778272090732320096369461548517755241391774852858609246
52938746321945678291564236951191881573940061046604844452216612172925539556073310538065221063
41575815764999033894686735692292395261424082106383710146979245472021485023018764625299751819
16622150436627688874067853607704204106603398468541081798210283677650786559323340957678388227
36244253957048853602410670276939149820456675931470118078334977814402097409469005642933158195
60996958618768369838938581042029732078413420855011509711008276560549697587914705023738240689
28183321288724934649688201166951633544482191857444178074583065589509788337200601232242052726
50790101385835674307589830784461131077604682072069430268484980574739669390391927991424375836
96284693874992610039883806247357777239519511235380284242224266390240316302401377579725926131
60049244590943971735729585329445057028965422555766669114415742694051245437182726623105662078

89702615700517360672412402769561071348167056050391520140679911246590773925971171215473406187
15932675270261746352770644597759493125976326275555194687356098780714651340265850025787573017
19953542663361747719678774854963441964868712408078744104000365130881751790470074801678091452
93892559224006436499472850125547279990781190156620784586437705708130827094215849478880602110
88839231005129812826604717611239403848380711832879831042428411447319012666206965751963543962
59238838320761867382893995982128001189825827145290580375279709388607756755618116324739007194
75042942997770178181594967341250130948876521678306418360909901238157727511873633707923975580
58928893785339553515318515118075631014430411010226805992781442326994725935186655421350946636
80188510370098450418384289586280258025082654580740223347388341691043129874945525265472812859
64992787877485598866895143578549032383046863226050133228435308179069682693087695416150824242 4
33163805787323090266787768130895676102731339727081189484051191343153833091611310449283935852
03422740336931014875468310177540964913341475065773706038761881093586602635398156083466252868
52060786945530346786569867179584856119727260989088005233937049877265876843973439482579964532
95575887643138038766134895972789439162672752663948430316179936021009846145036831640076919640
11954281555903432029344696569443066794043573153952512197579060579789710994692229288698286219
10740187015627666618093177501894662720903870516270999353107594162901038745560428775577474306
09163106825127587165054836404345866999808619245649900886676619832467910960637807764150292971
78505135194443663423263096284554300116914869795573629336018038961073244114146697704477326831
54472035825221096334584102175022218449143257403594670009077000968490603320672627739684324530
14352505909591215516880992837407512738847903226646475891801573198325083661867388610208931763
46210014013556670008256528464861979794686132230180016840603865620868557078764878563858915866
19411420246327349922875394675246888782429667883275067785766307219183488256487895413319781553
89176023758929548160648739281179151027022436604895598802898497815295517614571870879837288 36
46117547340559890211878658214347545024408086642596466110324176869623715744341950805741164486
18885234649312255835947988494061222248551713096323766892336268398786643924184208922053044960
99900510910092238101933327726328351876862880082410868219832186801327160618284261697916656754
76240097525991816760071618780231871671510936346562600521371980057671297122791487346915014491
58224385080291697859506385346497747813602792167303948639566547381159140712049243968311267886
73011371988753812852499437386971757829920617558649102776440665788008519884965425440435875390
54121421331030849696624460781953493353659672907275051593152384786937384675671727852999550389
84428298410368466532125400626667034500007716488150379514628942752055276314146810033023292425
92851680080765322427192542041834285561552563697823178782548752447253684239524638124934271 1
03302415626003588361236867890198556037311144098956491609830844193611587187740250541708678 67
18446807522325661326805159755466347121269215656821325929981866303735652424051252524286888810
81079620059717607738880991775218640910587926370258467168714430157712293268396232042319388218
00335026219886423151361229068243004131521317976779948707712798866125989264555895041040806324
94831680977495320923617057327797099879477820744873476066095559310602203578926985763815215312
71410642019645283730991067230844517926204510332390659123947580129821754734952325248796138973
53122140038302224130861046254685099715967610127956907648047682116106126868064101256031279838
49031291255844339928220275293899139062221364744552735719881417790905530988054258477839770951
36934968606093781150219878989919793215776677497494163454929117845148068138636069007419683268
09335593259975294188743977560207726835093250999561332302915327876255847378969802345620769385
34412675528827590430374747160243770498771450283325485753587856136419556269671878053627393365
69573739244669900450564439190004723544953753385522836867311370510647027738574968905447594734
28929181498321087446945892516086955157478982292733763110490428500026459143936954247529984627
01408270130609588717733175361000872964170885548136464568661829372681077189306633770547736299
96060396059832492809234496286114328542376919140241678659309462707493388441411701450688277996
70155661520595667018460029667748607135199054886404074805374012847289502612939988132337297889
83841617589498656765298093380697375836731289892443843803627415813427374903099337042817792058
20147529689221325522233191670652250279945437445095964823007663627865969119415824515997037697
77454636900518057893382118453231143796835034241877361615249720083637664785801922437728306084
38611582929848698347707265629825882243450426150761116039581702306654497221707241201798041645
29783834009624270657526562188080740249629193416892811866518549218735983952570468333321476386
40420589486734894576965621300732030202176317288219242971107048933451833761255881820337603603
00329272447535629942429229349783878277562792756996677005905495207282497952420250787532768187
65768304916766362176525858873394164598787542621348520888246529436159788117537265885063628078
30736512435814532873736354939485259234520450547045156870908850967071315756492641493631364364
74196250947132374082379651482193880559456445407493468756654409773463437226849899339916985836
20040842130548763860389228885095600935547390512687862754744116859977202787268775777883238891
03503679947024815876375758377077834004344990073203857620903597101357321399608908737927424785
38886618555117171150599539883747677370400307345747784048059067527095083356947956717962921061
57510212568129733737892204497235160452255784368054039138299064203902752493639987175866011749
22115902479302464909528215660093681520821319878184771137889755228234743994961737156568265
65882327527602054532688704017831004371225606138533965544789017240624490353713772360836942009
68129294199163680769433219582833194544436186251120755644077338929249895788285683315053486058
89769885862362319345091591389267297198780602373199703469580928328414143740449614090460437564
31668206103750344562166045616069261688658705887666171677145552811345456469265573581161861165
22846939911345916842067708246239176900464393568233901836141374317440680567759937393111715949
04396980476003821786590422893500556309694386928100850852671472373043752283764326192276934916
40870838663192654249177494208752762422012413677811261632191743106971119128483000005559799609
27356192016006729493411286009639060593618621077260093149453553765898975307852742587612554527
53150439061551066955442512253988270487731839264625555809862797952155615378394820767497236805
10759744291240196334158219953285082877716492157099007337347379129141279204841044189219955410
98424852733179220798371735251729285807538867089577805861095438871075168178884507296541188226
25158275137359113680236989569291579148350667846685010961752122137644913280016865455759450746
02354710199562825592321453871446202888309656291536613253505229866302684073177645556454495 50
88199204270437677070041731193263811719618455874840309302276456994610281939418901052641268152
76644776443540999221647494363408250928868190370035144478893048361327315702529622804562095920

69521870157567996887948476912864987284113801152618124416511088805973609121380535120385668842
52041567382782300694828125134867691215582351083483169198117318070926611503495787610345053489
51027471826356214581112436796019681825784793570180376956164701332543971572644178174978937230
95037345208504704903576009936695476449880718381078417195501483716687067551903238209664274328
13190087015940781499098867901691568506328500404115884954439122207993782568872037871817372 69
51333506266057670994838881514710649960273731332794899391533172785626211250355362453263937439
50802253864042393971998500792438143004830154332199422868123071259419083015960994256193051797
41849345881177071689115449017862836267689476018755931360330061841129662845263022303057099998
12722066356579831465674173406032873452163056777060193454173506861644188810462833626918524146
67539226864319385334758015154246322222861157835092807834012913196233065249403554955547100184
88922893412289736502654885469579885954380597792221737899303888858462774231517294662061810817
04992389057500711004328504276898655437723504575852587084368351981236265524774271922245 8560
77606934725929878547826981253532041906757324103723665184239277030214543963611419114439426650
03729396582978767668226695983240217444403007016337230527773952261196554087683016469438199753
67822712773499103335743600321626716554105880589502896569398343788742539649896992823793746068
28406882820301732582257068702095313985076883095332382182733758322492712497723257856153260633
91238209045634920172518461221730336009727173952502865157823395490364869398824437026694156752
90081734185278407596729811724489654597712159392086022884321410150300244357688081299603624673
71661719492882084898822170560701328684257038511034275282321881029231430501221461662985125616
89796289103988679628046224094171512020113380331940223601031367709766523115580373654565545830
49594392922557874614888488854220376350490350321573453314247666624577843612147703110452600190
61417612023234056835312218791846154216465758384537162687037534925624071660761725000031972316
23605719559305320341542783095536959987463716539282658740187497565226493331610849136701102891
72996224738513639102695365319109809020928960144859044595190178184624423849561465407449541071
50761000344533512275133255967835754620757937720631274753785409283025673844865122770511349495
62800591447597750614805604380446636636320148026162176042587551929813627432905133005502991396
61299674311610456804498393578663910935335404424376100340731394218389919099413722212113586482
35262186047038406920997378458792341259509845983761131188883556790648506162649202777128988699
16537303095237950064800796291809972498750526622688629016222872935962811588114639162160906526
61592761338942434720313428694402753811534592753820432296431604658432391466588827019350050482
26917786444773656648640193475599641164180887609882709971881782604792668291977655553805068256
04876388822418756438365885752562306595184853233958767668579215760017525921528539243784074662
28851146097533266696136156390327181820175951142355527701880860599031816934499014545769559133
66780226652531136376350570375326932630431140775348053155505207845088645675983057386028118208
88549323760984261419251923821254663680300465753626450151074864040459372232141524994361121141
31637738280886597470321936150274673076678782099319218257658237647141163989234165253611717083
05793492888357494251913619703495852844192625250859843363816327270758634737285968981213524036
80257396506162337384642406029924482064391207150226093381952801115045477242790891287758257106
14195604304461592659701076945447551376803731387650285800111184782054707236563129501805904161
58880408417232859595089032090402331520628094635943082436834095560853240453545516128752515562
69028600009241866475732774840462383324006301128624806649006527533142637658518936928393061264
74797687377766676615170012354116962336612135682251823011040807810867302470761587027908780550
02079882237149310197990151462578079185649534249333161359498496545852805438314948517306807912
64347701309095827251990175195669549809493239556439013498298257756848222858264851965115489187
01975595543428251986303992781316157275694687702698638380683628829848038971661754211182209850
11056083664053742953450937431566444401705999165536964016958394470567115102510238387624835 7
71893625373929799362762629568732281337872536316071135721322252821829823261619316653315052299
73338917755381871709848254035725889807070456025047686813249753010186601103916476788037714126
25105846147657844934897811315253553007378696065323823772328660565932469177128512813330193338
54319819076256617067479623380998802437670867340987258203075814751231097405289488644868841527
61637509856839330217452060569065799685691589873424479510320650116221278166294800235676002421
73983184594370913534109283497365802669406054180933653710614712568708294598738896814519200789
87489722895872915668994587351767391479171719479201824217573863649591784497124261332443239452
31836759654403009674597311070635567159489165057934132484813814547825046422195620514515273111
22499084816896602018022955297750310714634526999421486877206113318100205397200204736157617243
57902049035887566745602959719592246421908006122044548126639757962601742509590740286331119233
43073045995184787405556518947695513264779731839956965316278007157349494176922245102546032828
53489384334044848592231339146961247622842759236686213499468372240506953262730645324655564986
56088469747119658648843483258614373051593649262480553220701692696159484284702382637049430028
85954508872127800108587136790531175173725601546766234979163768999356899466283320619286359969
46291300528104216053614771632125427497950184174487740288610213592499910581723721382136192552
92527544388648392851938382310544752736549248478730017852353521579654692554193802861379889042
53489860501463687213239187615701707743962119992465619406585545660921734442168732701612924996
89632799648108641376646167879507856695258132693211853859472233493893030949993883895399249227
66388612562626725023930741396428118492959236678412659609840270375726214617500750370646733057
10560413079416030787690205557209859959277397631374648704070847295422400593500468232579898089
15300513969590371688172177657211233563324861037938947193562692329751587702532132171505573 49
95252728197565272922115753830214736403984627112097363761774570995445455981050445002228114282
13446517960118460288830545285267837628546193923306759170871725216033625360035636032744183392
69058837765824117659085484014098157105338794966793647299442829393168771793529111985023244 27
21666428617930652448269388068043643130060480491970380987408421536341898446092355212560178947
28337752653001490336580354486292548715686209792250979597027019581332698003138031640071501675
10666671611537657286368880507690371745004456777751729295028000848298833008768423489483168896
47369953392504312113232540662944243232418624744235336125058087611248540968369165335547516830
41478796679416219121881684432078201863673193258909171032758070643077094080304536047622973263
44705070465434258837130273074247965870290758955679579491363317113432849267985876223262545358
40663237200793886853396334281451802769112251406858366865930263819342797364689604645051685516
47161019763020242199992961118225554170265356708159833069614222063072315428359532604449132617

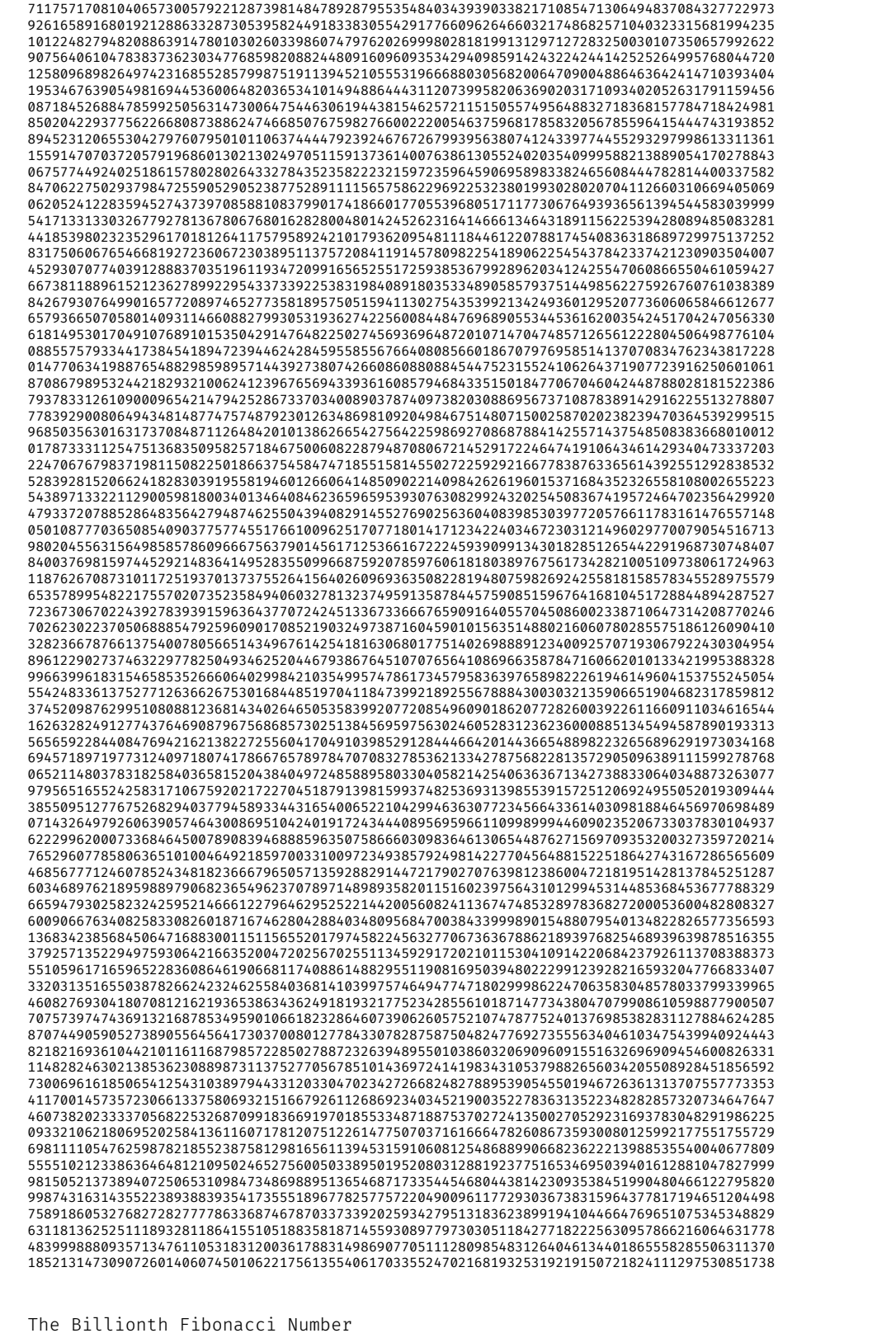
83553374901579138074555875966961442735688970693869466248200945376999327760655808660263732435
80053612244610286038672613329411487223612106670968308580319991197691940597891858557511767553
20282303888574183830911866347887881366955906972593165334395966628367986731850029156751370889
79755931104046913321072393791333430711916701700885066695091535119959599140834221825082277514
66706438337111474290170282612527356053370266842101636904575761307638878389492406094009536818
41620317125441523943992189066813772280560203465474890355136477502942336001401696119309766640
84984927780931362867363219213826968165840832683947592189395347667873838407686972615602403075
28346501184571211481155975954657633774726530665857492020281786172681343509519406483751462915
01038884745499150733148041776847614931420459109445088496496961030033939872086346838963457322
47345800155021203940871507211575268578254938694236098324055063318462717573614160501851142404
83791521544849044639818695681429770362970569590245929626300412293787982925904081636897320220
44467874554803385445173518849799663448043200272289090658355730855068733252934439564300711811
24658297959586837149351011441081521165774540789255741516717542406339743807335208876540410118
80174570537489443095131991980583207777165801707944660900169422826816615935385703211512975134
15213221931318507121125744930361951946595532566853765021945487845442632340822848863612068473
96281749373804584024100369717709312859402154382362367432650792917144499842258289343393323985
64023484020859595743803058781668153945119304437729143077315370991845870103451649001997485200
33935765914046445797427402543859380392562430767554707612326358385037096517369608830045790481
81808859457720836431278549286215896234778788909601267116715369431114442590454547791608614898
10427202011025490928094879494526797437527949438485248783109350493927999180736692257525187132
95525965660921404706507174229629681751771223167576745182885563131352827591890959036277289144
39556846475729083677771853253649008258760314389465827861916024191811876550224492303116538760
36646633179309633390486426201806260829560587936235133242494852842211138892206800834160737825
99415282767189645053176642985674476380695146982235448509470971965217211088166445256904179599
67324517070486603296482961585790474913475833021528008452814573486603516642445267227808478423
85236703853253542532761664244377695671597678247658735582084988427868279440864473452309661898
73236690464358808530114995583362539100476265886172677511669757621335740452432219549797989651
99005078974430964638915375462335054614201117197048998187136471855957868690945440468502079029
80638949577536176695176318003605772634576465542951208070596820578883717790735674297820852687
47275840149126005615314767881526184558709295585879759481740811428750207955115988539394747539
44572961725561008169408596084625343731760661374021186617820007140581882301666747884637103456
72725118818934874399513419552935773396350804591280877678669088072315977338199609235815245539
48555130211626326845698482094101141821684193591300759193883939661419028497068554163538690398
82194362830979800615574582960495215441071501068235716426109672909119796139089011332002600701
75545569128255956270627535231946458334691596196334963008305592779036876853922365172745992382
80864496440091132568634519995437914408576737842481430020640425335785121444267347361752864546
51598327228484062419075507015798302220761364959963173558979434854959156611365846519045454574
99168529071050208376389400481454871090124291632958763129660282735447035417336426731822948599
87976678366998266065431243861935816276899666365894247636096213878887828392487069673268521056
16085723783788248281479478581617818979938697350432957441935177676587008903798788320149776017
59185967347997580238316010399784865911349640279662764521810867825603222857477971947775070626
94369795389797048484525263559278415648458848865941779821426578098345874589710856200710521301
39661507345983051776304607842707572703048887445501200157409532020515700833604107241077623241
63944790342338639069287157835076711747497760292911746401214460477974376382614655614255699875
41246304399300646322585936394782239916476247010468190538406992310798597057884708243126798155
00974114289245326443304018473164397145884710690031946724280700521184703055879357875390123573
79765220563201536081849568085166836278305449456808621693098030735762707628165221539534685213
13991828825723774817682705804371935672387334602523919971535838985940034023956105189004553633
99477920672807658735421276520996855422530008626823771397493141975822921422184705279999751927
20618371186310761247755879943834494518834578028161065899735925810685960944627971101163551441
60909625494432282198718857700143365876005297971138720436062359807807397201114156540974489318
88068440854337893746336998244914562638834684622183306873165714466477410711376032862885215832
27090043733011654472839300265029770351811875882142789457816093240738668887261329763782807941
23068327941485855595378341054099560291921942885196790555738911603399152506989038556408791257
70550744544249273734803386845114930017987788360599960839292903401501627252161388985022325606
44633841220816219773991010649505095739434997414241190776759286750400456175612094884340152516
07214608443007041265749363618277324258607314995959177667487866127673657194196848053202237422
80350414739033851178543059278410828331482488591718553744274142179210277450005397185754380907
42663368041034220191335648357255560854204892491039188053079278916012511506925092193824613512
06319641243120271069693475218087969840736080214170002163153934185330333317324123585109713767
88037866300262358480888033526933368469591164196522453502652769043389606628985133652325697850
87179140376077891729178184629517288317728689383549447228924379197414698032408857886955111920
36823511396373841499336384560509690525216580024023308025121023034635014932215836865962974666
29285036165569450493960250188747833908243772248540729761133063365454848153233215547578931024
50887951169451622634856433653756518000841465413105653041633344136317033182908499959097985999
87353529516486756256488920180306631413775335994521009981915231348924930834032258560504081227
26508544968665351318488064140271415037782516982749311894261263132354422959780686707079357102
18171123041289765048117700947469736112307136428591087869471690224566170100622892680406574883
24188933980449161481437630485520039025623431386573402073082394935250927096234389409388227061
63363142635337806402116353240772909648303556515329864879279458689192746334451124868594909143
97890547240075224330633592433990927124302291178995798863039144090000146640088667813134149684
75387254159665001824207986685431635021054468543587716334044875612546617611144135360018681691
03820616219953681155642535210927979456489988935127447123380363097513859208733129279893988081
51383570483673669791262574622405114442246947562486146212398308758277942398559484233291523228
90586893256092287570738253711782042754467097815040795741018891172412262935342309497984812703
96554469240825403739204053854162837040480097690607232401379703003198173398192431475185204129
13198456055762666789658942649068554454830776120417579186558492974887877524122664538250389669
41203738792839170574546797030567997252836585360966390640265448214439233754052294801684304886

0849172078417689160342349624707866907611174425407625225012234248010409862725992072517940941540929740425401021118124349988792338214253683944934668163769489094921744217748450553717558601098455770908034495253178961333490665814473822866192954692190295980074207693245316531204979581954572554120626633163748767041652593501630825771218668430318074463041235938428736018781953958624632506202488180389749257178326927187469935728688506260564249171304143455275366945128151892982044701472537582083362816972424402381140550262104600260821856938827747943425630530749878533762871511697701893752412368575033592805700630835165049870710290825656793524933437540878047738711704399848070500645533861139631905577578476769376649296723378715785327442442687293314258247761817011876777750186299319235552994308137784707524243256066360458402795412855403399128379437080969820990009661154956929979873175156380172816426443196216358329299695738450904467565461953621049052680769302106598434045819721437544001740040500782670044410744548773616094731776660194729637103926817431768618542825448405954880787935275084799279268520158168466898324703758952156104525770165881053859607030368277857905397598760208998150471478522148451027412685735487771082873743841138721132391228074150281985653083174043864100476262686140639043730447841246413321664582479919195604948372881829163799751046295561649891633389942651712422464988972029216849240473239753645345265286111290109474167953814543668530598142156675646632701161768583890409739052051122725657260097942691316758827327557139231415078900294691515413286037098268122805929838768484522099960250370873713878585517329014768815061005815836083653058542964046159757310612424367516666167192691765968495475704585392129171264586909848886378495746863772693975929586911484387132307705554567665865273480425017270417156260716714937725384381505805515992583949707656838291044223883482811762412575963691074731839373947420099057967859184082101751946252550043937199952720097300091892730665273406897981113088599794183439844440662698930297033065436321090928173314196370431580916457896024251291695143835962868205249684412051318270619525002940536373799992993661470126920310656938231976474911572618465661846295856418465616814548269866972674324769490278510995908558350732798442574731258198635284255883114063891972321400588688072425893927771731418146167604416692981983495443064096151757536011061138223355012718939385569130989594621328258327246144267086355635089075245740519177539417270951882274582817251593257547863735259128205730158230709268636449493815465260481236619555982724793275115498950185372920102256011681964504530879306968720960639646926893884766148069893116849789351751403386295795346021363145671027479386718333630749904423822237904827341330539002724582748287864741328770997008704420541463519873372948662208916637434968872629657109217797869174677094790384714106989476836985600762931222399517134225844754304386140458323334756089055913605781647509589771578583512811709946676871161603910882447832694995801600401990619772585688632908565170299228841572473740611176024944625673219297589212513167690511359403269528338604827731111527319696705351695935503278428503238425790944694061681549604040574412107251429938104718718824402571788377018238023354178465762237930007545544892553481814657782223472871456594508004274740133088765417091343711200343327854662406954931168350751412614624094030378790883307389368937186005129040273926567354700585166765254060293486982743893977627394020150183706124991005637038029074926907539584348142240186872726587791785351174035186705149876086227932795866119480333056961349033506496134204013004355132864386890004417074366759498490384164910401652590797697095818382582087668162718310464521386422092938260680385470272404152066188947956255643336114397045634123162279540982810606369641023752754875773669458174852741317294669504939168142341214624898797777865890184372917613796948945480979064226461762508233013150871056336426141774026511520412845075309593500335195961132095422112618475489790598374043700079175753937575818972664454294656980246938817179196551778680747281984451133033822828123005741125804438324742143356006427568771567771315329535515252235740130891232617598859715477133843977890837550127807696946337326719331698877809865175187675246141477094346164595869860705726308429578425940261737554686959456854538231797546786788554829914921889892602007118328814061587847192089234986208073920106075502656495427754623148268402926933732865061028585861015614797837797388162377377266963849366875650934013200939464558031289717668732295394759479939911877350165951469581528655373343033427089955082831945475231126755906773582939588676170844157932941031268337007285004168259827080074564599461155756234952756374770532462093998202030980096774482620517398095077434800337608093020861130843592897450991059940775890747201899635665958772264152478610369091432506158566678525037971221657152269701621558941865310537330667230193355124275692677230855595388367739876534677986801953939289222835225248393006335965986569825703607717091518006193441173645660230183295775330799544358276405078333356184906571342015409247955927785541340894599703593511197889133851716530235270571281876484203409098747095639117087085064043297705299928335384194584416824666572042918845362638526348366909476407129546001096407014573124488086900814409721360951089050389349894298550524327601151353462503702414831258913575659939961221949420045153347440464910459466959583908727443331207246209762098820349707731038959149065248120583455132688915316362906897410658936290687941005966494794402689756579385203644172074607508941111396293052336077300584805575980534960507421883268053199658448821880804483523166823720113656295262115261033222580874003942808053505641438058085932006497639679892080253946425224632998440469527559727462720469586169991983486120810440364963786220804538994630864665861304488962407190549470197357676290620310937836173011395969919553316304387022477815927532765747063814133620648573814015893535989123816948925090153795418700002844523680977050599353797962659046926257277473024425308916552013049092884005217441260315647287329835799462094023785899932608627620868040877049563031695536740142944086086229958411038708663815951047226765774311190941338502606850915346987807619330480629295000015494647442182057958039907753849290859260542740698983944354934907836953852676554033209024721828936302391729840667515740921638658470256590811150543219583471069476801515716151424482792795551073188073883759260267005371342146933159177615126595529096860205584680240662886685129111131804119018201

2901144885969879603331227200995200742704582881791962743636381678013739672939943516759498146732013730652072440638432667695217854173924082273475199899540816130435800281638513715270857772790177770517063794277317383317547796081188882913055340525546745389335811115659867708981728040507607472082470705417244490305728214121854616196437899592117697225057963951863948176110494762436873240014421123517464076746227708745700952520704151324200719545065551411562182371903401559606493632739489363236670391262988181861290111940595287440672124674024115232729118837322376339525249149318549250861370115643242276841005536974868992195629106102443362779482317032565966939057757812678333302942546458414685079092830844190115781994116878663244446249859836971253613693772984009814746999999244102221959940628727649854643936405714843609768701353128782621739474003746504433945950917411040757488684974393411890447439191897408898415988878425004078005040258044704115182790627964566998438592812884207738012643510511225898343003225896946109030979985584697403983209505348885092782726541102236502212724342491801011399803256274712701559604942351223125207272883767089989934023897853036080792879300646938192130698183278100931403273851183353221963156985565351367586901202183440303871075243348070111516721285026224369667504982110620261518376149242701118318778955960889996759113969082366946669549658789778440461787037668154955709822971068117845983874211312646994553599875274202053444852388678277873397253795218649478436425376756080838793084525866277377814897614626294845691400761438711099010747099230710511243777653455122737990596611445767162979840515943908105464612968151792760987902164689107655210778472707172026554863380856984999232120671579599508352282733192310147107920091789016285688791963665449317596762160192607004717107106667289523095409054941111136983562999642622876544111933558524888266348056801509484865893283271388365820324071358383488126346776927223728037175349318246856017664971249982169301937149364354554788478298140385550024720224779496146463780206844380566822910982254589082731394734286070697847454573152619961924083103987439715766387725675774562404393680880530589525586966208091757948732017629405015571582088642700291674050458106253169740072874903223649044385423713098621697647840561662754617767359746966602495722396069383818987060324424519176490345287860679802754700159443897838218203553160708809497276100162286206299649807186999812491381996815225461035425658336608608704944013020503775349554673304819224108963543220009978279418359880294532933163470498214479100704580807141868092711496799676809285099262145970607890667520290945880122187694453765037003240344265574680175879706476472755557240811711971932138123815726943636609181922362328944373947642408095240417090083911822722646795798767995940143127554572895234124761342804462418837784757888791859497898508436263171548181430873937512506936107958436844716525552037733792373092459481703712620960612533379230700711685946741448745127285450851122756052516797899027302265630896467678428869109560252374439021476927999681503437147393124704140247726224886221128894268130554495629547411204755249527084192604071528934428498877973119515545533261165752097375003714689606009524162989779575171002226786954968772613673778601848590309736019358094797404168043353091637469098031582278924720457846054101967730636993409666762749202637073283613192560215872847006659563492456973176055381104281541806304272755872988085479209041750239497438521058833738299457898399657724172197058277730425683336532705797456967131239775731799315430475555024768683129456814728622829107337142606247490156235739961985386338465271885251826747355418556077988441592954785297388279155665379833396722966572285927608044558111900893171722546570733207482760931095041324457239808813964308269702740287083738127726525766725166291285893412585266714450367276621409865002538054678823111153986646219628311794581365878966605819364900648882702187079280034556352728368441916845820329615787462368379096174433135025568693543947885749008183649450444538607523368332907167085373450220537332174790332786445052687329695544190642374922957865906705269370180510087375021968277672581631830771220381899599797338444286431500583040702456643218206570830060401858358311943376097773972656934914848253976548125061930044696681222818720915358405226443762259028967971845964839959620398562997018002259630025904901503136332002448163514635061225307841280188700701846737654089604384699244542948157284550167536910499731780344372636029544098899454449666271084453717962348641475382921566880769755295455930226868534047293239070132362305818447039232163637354793688576529976322347690888361540205967694664920941482075519846083236811114548022268969028528508845184319991373122330791224612033043571925540742899446034623412206465020392534929332906203109799465457782542425417291695668473993042717883899692984034875394609313360159347894078484232545664299734275712274276710888642940564660537853764580672624317766779873101921966995565970406213917169294094950265744056883922727139454317835328667251286748942796142038385512939742064644448175951804565339336040563153800645227433510938682073455440675209219130200820062356130759895118633036186926370910197933566091615401809789904098416107670090502192408760449149262994768670069801092033644264762900925265831114510293210277700465641212405629928784959891425930389017446856367425528059852865721680114829381101377603482524740463926025798347539485046417093264973324197628005784573752268902297509311188509985265760377733548286665788349033224658240254039601360591915392549744322274707096219929921809543456429668398313554202030016443972738588117367852851279498809644500843128612156070166199658600784502831924864407619529194818200398650784511298939192251408100645462159105384286995136519506486230226222593357752174936521483717606233705442703665268900917151786700828402982230326341388509247777812997533308406041972519153279762353239988453633906782237038071097091501488143603168579602838132349863111750841622132713405943386704290511921382502678432971096637853001395140147487195873970427765111411799453291554324912115950676227139798741747746340588646627775876349875791140736200695622416529436036803761253240696500658373790372663409656420443549977930183151906532587849765543077993159138025785928365470843535062726259486926428546210286439359355216231572950859212714073617492295411317766646155798970896531495208191536765699575142945713878488503290607833404628313905209286551895401069081175371292619665662580849206653845204475312428217374268296326279137899385808989794976426221606513863713459186929185757239523540486449834164040777145611450974494898331141236720510232184389688624790774043061634823300332154749906159630132384303044994212939216991764079449308371759434879368236326537429717539599936595162504949874754022584841022222285231323360131452882010380734756662697207735859414340575457558504509119538350178834416462799884071900346627910067796188878894131736971766785435365970589121785250574071362287381076691636923936002163782073816462304026447034483512684297079560768118582580344745319285443905927737345116648050301276213689073866354456409083865653939254825620760196578407177967030511571The Billionth Fibonacci Number

20546010466982385960125960772917167250386418929161479461379756876372429234527005266286881896
80849623830317706087061863251273013337452158406719124844179152020505006125041002969906865148
47780065299023530202890529223125282615279009227190117495291979349544502804537529566565722135
56933097076275330387202695903614896021246178188009907830431284350629244700524534841489250283
91117429522446320182257485558145852737662549977652516916666599657521752805571654696572539218
35035157927770058670065711379419167896214734006253204408436522760964630326684510150596261702
15066198426946357400149020516277836911368643334132223232319742273908892648945874621635704176
24899964373188497802566040956980639046974725275411973877036907758883002019413584339761244227
71514380524172032681331678459479297289801642779331883662006157396367839226753834622295643203
99350316488546617521463205999363897095577723679093589896051189153404794515978903339917711737
47204829435359954274529563238319678792603356992343240071262860311952469342156337801000280102
78057237611145564920823960684122103676601647882346397962576217254373166281409126725930006802
24764645435860089952427146953453448304833556703311660815430939296338097109735391807550567837
17426970830644807208180107602742752282057656104916247428007077151682532605226162866049346433
24504117101685782308175940902953926313341409538540520135422605663899374203881038444691263399
38843259594279258802181262879425676611847884488328007790427024903575996843010032232397623504
05599030927215527617330701736007874556120297951750607751544892944685372247129849416752605792
33753037656867932455515066280407394731550034465309169695190272045985628656380844633945000180 2
67614509139918216281746117918954779749415334583771773855943100070636013625987413339486257917
61672211263905853442069718357220757249772406418629568783259217364696626254389460245511096670
99766387167611427004263263790552827522867539201379770631643632338719310344272492793761584602
92761236260102618761265181322354293537681104283279715727828153517092514188658743420054477185
61653152508942907975635007826335840360285531952493080440694418798726765232372786840783253368
41607050834580334567520782634692243267473846807760187452789404095554145102286842265413843649
34342184361132733023759184732156044228227518898803178325402761431229895549772809330457762656
83615699026151343574268380997165748888561166115946543398913943266535606811495673957843139894
34179111426628679692890024041189712679872727386437212142580291036099041572924442155467862077
64074597475275947759606749581458376702258400140846309500530266030290500505616192397224224682 1
52679790472199442183358333906010412387110528119336300193411374926706771750090072250660012035
86458218616144514279836055197451553517219685906489759807974274863601487602218203222849614794
86685665098150808829098310925123283252938160578177555352879869098242433287402519889061013126
53694932511465201403033717326321539255246086669942806572232127752885179725403716718311552527
70141699084347200762680367015458083030059294141561705333883186098303280839462713226892120275
13181541351350691661808942136245047711143093018036054831091204180367360100891117481118230050
64649740752347433089049334281523414822704626019157385540086257678213820260772537405427537821
87294634062242351300523524514571730908895291249727098746930928515666772700362309258006960684
74487461400372847560787267372824502494495545401466732200072958209369578378329308963257907419
40141342499040383615873447584454097639615340456067812800879113250831583726305084344710159085
94657433116606250910745406208280892941836992413943270385001422214284234355306600383042787271
13739583432527996108596161558575425665196752246403891423179986534119749406494356905061811514
90311349790848641263340064892214213593057335341918679549073769270312944495577632345039846871
26851565293158110127373950235149022866766320602082060556861473069740755723498913454623361857
28521176776784671046014529151915664909933368582240479605165470858720230398485772299034638758
41947874543421482311314890846422878213472073126718843189300241619838415159398091666107652882
95719479829773025465298466994048089348655471836785164502059732522533625799254868652529141838
19201526011153317354880386090838276992574882328997710926072930370784142397253443227400008899
12981510235700212099884651284836488299744770244915409773602832466771186095574455519207601 08
38856454071593858857426830366716050645597554115762754187434170215453012346793425176480797166
91594333088102121029348722146091389698456564000335540226644876799107437252840181211050591489
42603155731287162647306381635044001691434015864964527697378725498033389253299469717605558534
21534532207714853334762981032154675121825211094800197787733890415215621264886249405841743581
21065119893044885066749191898520466241966394274806596138049608924335900287020668555478754103
63936083629181775865888857731070884075399068862865280304559125969670915716819885780877916072
38115808170031063588559663903187498876528922465330364478908991392346046647392828701324927 2
82766320229503111753105750139279202489217568049603390001884739276438955585556520330664191935
95898561257740048863173216611001073687818336235424883983250849450009836768346722316137109183
04906650902883721854268752600262875896974389227715550396064161381702276693552111310046086023
32115922806387600990111880995469206305941148796237937634008950342759336789168470821211423487
88197965943567668023369522490637083350334501227584816655275743762810029311607514971698689 24
32776226044092895916966641870619228353837858968648825155995713641598482964122123011419428 71
64104564023327576671730811991521429255106872960202420282878027295555729737420004327622708520
75564980437378877735323973020701708194566829846582903249473099893473080315490900796161856760
28710990656551487799599535342659162098665412340233498470883009792863332863475467586795195846
87081924829697475707557793898781881163964673160928875266694144452327683591074386454533648112
02980664650911907487151780442513442410907781533517658802581882308847481349909006570799745745
98489787051317866952518005206765130611916871908093708157104668444003955202263483942588929429
28190118976451498297096882950107494869596815219252433259715702970979989644558410555098889715
58556495052838072182312892418459349093026070057431069335075101400340482247641722695211652974
84140927864591397846494308922203465857968884252596461735905253517244759097059839473703091580
74977465945994523741618637669394062151878644881171468978135320589465722463505536784294297019
02257229928649610631785888937071975026689736210553213410071446239011092715372947064977800584
84863867352556739887271296721214800172036006401027142278674714561869911737612258103390196354
91126198891482966303867767876526060993754542817680625824996320312384087976435331385757534333
10471370685597126662964914629868163677621453774870493932772434944922685072977635075174688268
75091020996733188445616508739983026137686427357471742386685295704227463742069162892631963295
09115600380362670518949333348533554083362031040333563884593504466809362939256187416809069477
33297775835728268880079441874805902714010171456334655516068289093136628873914206741549797033
57810415427061046945929686576211608281170082662630525446345431142845042770369508585752627071

086216776918452113238542073536781097669938595181114453124230465366441705284800829680397724263766732138777909588308064433551516377405749740160376913720496114594380900206098625359667792076379439499796192267407129684732822621236579109723642992484348467726180100096001382850203296502254577083840114158700037848629324307054371307551493153903841827991620318387393637091559204753509345229263561575079454471780731927054860627373485619424125743615891329127744266553277813724179135868495602295396290627609697845726323489853348460251177585809678006387365235423277914372730221476258507777022897894062788400781249068812537622176654424503345393891272566879887052214160369776000447783155742147679498730223203124504254751430074972895681457342899834726817799360752707526405084829769003969375203845045425969559449951840424561060302272301673034469868733737895396901362577341542499316953348841963293516541276567609888876618973081335886742657293552311014335279500032645120804070358223144598318038543160592572402771213830939629110968379045575773865400548862304088684567806700836904530718919850845174745026063816420728588443346658095844107500253052474930834610871727944889274022694166162273425946606653333022217313125193511105832828302265610822691509330960741478888192579276313605621875612553474521076955880868539918719107094327321184039698706826647475709088189976629194635536696843501026683794535750785993512663504951032842628874050819506866291428135152939907323560964278625499323560943285534899379964757567091239026431616513105207791139605135299058956074052047694590776177604805033964710753628903674272933879657355465485082610389656996186510013093927401602354639870296456050036469260943399426839819965239603514150164317396587687815825727225545272614563704886014326574062050610022490786573676996002075213445186242434353742520104058073047257907223233316603047423085610032103785367035739152867488610399743192743255520168350597399145334922275516280740698253434838040005520489621553340461722300667605764456642156787826738339520790259520109465709759936928063311151072304184061391757370442269594424077050104133625825215848622168977099856073272276181677086936301833177217227263237579437851017691834628666545366146925867756134761611604053464113121865249751025504277429078701647497202649094945603573165733094334628267937192280398384012170288777356989664184506182450325241184753274492984408182054776280827435543125738202324920403426542773176358800853341524117719917553098143933567354256669623157968723476516307681670077450196708581137251967909422962870682079597695580234530091352961388932918335722033198366459344849623177990547661786408461750028755678492746718867157277783000612175352775813289979114311877662971632557116685711320138353427985564988607994738837497434583818135342401544738682710014676722074042861265750835539344099109192270471218906965691439534448560346987990920544211271493455202270860786088274982107568792554491292845270915904976238433637735225923529873919300958061434827230137308357209783792127779082945443806505441253137413512335515443945516118637862236487239014352974014607044765078556156089206818399896715438110089499560739261619932231733493374096054425144575578584920038773519515079025573371369257752721181051927947103259886775529206156248974651279655067809407142029732864577774043550509341587952859993218320499443937252953591662528792218340985752899838455426157738160536098809685898549888215501856066629402221225224238324552526118872558326983738158655472632024450592990974137696687050197913391168673490939867265736409344294294913747333992429847528408947851622058094818478528440366374101185197699658454890622014461202918918435587324911628501972915463234338031694845770447519635944031472777801875276022182306691720865137809909650785556339431114988979960628170722614357523984250495335496804793097556802783434805264921096582559695915852738469395006336936646786038316889388693772432023836272147833456833295054523571324650911844064962343159754343709781470352752438995275279575461494539498702694243121700438378177566010873373240558700912602791023381418804781155313885495009210831642424080775961620931312620140579384369651141581074094090115446489119041475670807830698848349412327502855470983382140272927984520453001880559312931842940914998703111635944248842601113932392276325986353908447716193498796812329999908548717141962290093594602994230021263807343396880419556881011052454196699514218476816128283832983222872628274834329249784054081833255726825760450221787780838728780474529215591168394186740033693510002275888703754720934820923954357931895433524611808944535173228555285941827376422794782585071281853093703008227227694573253183552337429065655581433274476605615522174130167727458031404603119660940087529716765549507088855409234659316933168798502032756126064139823381166402354000849851453550635157651839214157171311780530309398843828845833417128305025483154254344906648811574245660671079151816480205063122623382098282091185225022974681277943326755784966417466823367825826621803844404576833021098266980861557887518408589235859720518330871384210727689704703968135811102142117420468273322462386169649990688467432555769819944803361404385999146751279217193125481957670250743635288025098672557275802233545261817910195916869358906296558849905540237578142368204733145699561582876171999276685958714712687974121085072196790932287837213974841679305008355776021873481286650410299450572785117228828553089667957293025891556671869013233797769816693502846839452562506068572790113892237578637084127025423644973077266423075392415028857171577279722476439858387246326479918300804810591824639506246310264503890930809351308890447050634012510120261052355434148527172152974415146436360560018593975316737979455462405318389535630900461174843736938599796383364713622081027799462332510149317054669900021335518286034189291117737558447634794212952052336279334710842265619240464073208756535665174207776142389276238977429460954017080830105332598793259501696798738140247617289393611328890759164380619952229360896116083995035399569591227146765804795496216249698482133422598807127849483830169933149756361679747908739728711613712889031661428960677382916565580638601072107703819721419074619856202161079850198026068411381057675163401166842948914646528460841132941439690412421195004334492080701068766361086321494642886593902081192670318091024858034571915048766606497248936506625546370743360036131584857388253815464922322002662072962778528773129761048791135310173156460532732384218495504179761460067373515518054872056034667654430396628498288386833209606316597916887217660394408481796537781591445404830985306610783908969270115979905977940374589107174311386863397116523819501065775370868557629180070865183998132391007036546467442930381677932971386637101606903182044825457133083948095968273341256547236110105573643467404671591929248299659030962885131214665252890501839249377496153069908814245423325036007533257105313517244866060986330768309809021683647001986170716464469738592718728986909980272405816657481573155120931845004345948012169427810909894324616874487811020760443100531217990102156388038741929907068099612050302625086168049541878391986979500343573360778272470860460507123372810320004730293046015521540497553526940899440 The Billionth Fibonacci Number



The Billionth Fibonacci Number

171964238003768952291174509562054203146383901130170890580993439337837258001466344234642412791632189641326677219103671336207589221417389842096440234033950035830214014972359513992825124072721758061462094900652685830540709015415949887225238386093976342219869638935782437772470599525301066526100362987555713272830712629730661921125214716140661972749176542554550082057435210941988276721998829294084304971837054627110849521743476578457253655330799085429937108618529947391009984128372576970626625786225920595973481851732083445638065000369556996334541697151600832157697131525396715910858386699030911612876621172236280034189546035519013543392659811956464356857358926277925706371625413280895954122138012958441383333561087351758162233116542207171094113288056213645208760838197115437844157394756849043184562169770227779663014088603360266606812527231308062250709219912608439087036915400213665968681601936568487143566064965640880476432321639849286523274414025726060175404717059189112305685455754397476391925584907047833116751212247456207741045704942588961356996496210509014238204683085289471523880033968643647916108616460074403448381976343064488417817751413871268710883893469115158986958662880783615459269840452527633770770298087371500401432804381084885181225514821748048363298083455581063041150211149429682502938499422514818078840169302880694622394657148028808743682022308857556917589396591869301131738604884984182544943982272269230689576770476301598666985628547671320800316826533787611649154433993167130139512353731754831619415044666484137218508281193024107529053030814515281897121953898887234640150251787986310229703688343719481691408394048379097940833871214471561161947961232948355380596920724711749912422201574664114363170530948165016042828771147940843316305492537914315729219775504254522027548392391157792075417173553130406481896991101883491301461642182172601532859215774724082274423085362221820979113559642304210162288171137250205787090651853452289188146143972053281606118074195315726650838698111119403091514728723028259745413610048556502662661831239765854574452657851415061521394617182331670966288885258547499289004001772621909243155775735937768449903158892064637950320917559658669760270369751808692218361778047220946934940712180098723530887762395863213413153888515988678704785671994710624005175198742241907124930246737248478627487937144613737598267741128892505692325912337637664120689854131583635756107105658819834425792437760350148288132822318669504865111604017534670107642397244101161941241460544660877143427794119505173291491718643079989262553500921255302850229483937945304401020318447627497175791305652287085921732775916172297200120113242204403715916406720341131765730778063498052441817315194374178984700038010166069535811613077011975169688731251480864546449985675486186895688559990564436725087831318041685439370774156470120190622742775233176532066773391234229333735540856541285472521852866202892715928720515000135520757297969954578847192305966149420531349397641778702770239424040680653147841751612923282418580441909946262606862778646506790532586445399350043979137858752130667608525709832676514034932775682548571803400995163743298289925902519544958987887752805765642470672433346737677173911224823001631625122300907681956286846171822912924854598610853508558176763718923717010167911005553135209043889957696510529451496151384026957297142531471199562626156011448901290749652034972121808443694077235567142584378399036750911021267183627544129729594056797066823076933651826973773088600442558163622522740199248344657798840727381718852389153695995446925939768713348325982457796166842890569642778001137993706878873975359584845876938883663001533635059864080586654436668476252459338229174471939904526569700552780077082529521155292432509738483251079457917013229533885954579002249144713136531493364107442399800992027237686244513074021292432078325001655775290995099144380817951115054429912101416283086640449219826584367696058514083518357393980030789897517036692573198613085335357055139650122454640721897514491203596714997512961429744942732340966404954928668585953957700330553024118696074398713528449237225835305097810302928496447885869388008484761501198577621859318026584045527353581523628064470226582522784072492555513617079213378913206224794349759232132389489017549384124190856098584210977527688688268683258546565684377107404505972346860603453933921401158832413062483373084407167217426300762776356545482166452782927137059092221593395822132810322996038643016792193100901005169048963554044917061413199951963157931870202341800079013090872407160740473719565081474217366343312697944192998340005666839894585674091673279964419356614242148786302056406824743311082585675355184126279638952405471685080631368881717556216792769581971371424746461394229065737200718057602348754153402081299488054419559450946477865923306072182769717451730145683070244300137508975579532458418269653470662315316928917586451498600337527011670095052636191365051463663041867177237156195536228413385774105646088862519986199169030263317512872375113633771095599209448211237666168587417247282200789427148964264899351481306293559027081131692546363126456907722138315462299069963714414334924937672465967739277448059460489837884141801701060486997569527146728675928710428987180657806822140692773179186513628599238021336186160737003046426275960867836046204927876051006724196158021101221493632155075278731568149055996809858792465712596937880052756458215081863218173545936782386623136019995576826832738341820864791908885853391141827492995745157761964480219137334503670952242456132565123798659109929481945638640496065777503923587 7

The Billionth Fibonacci Number

6817705291289736035742010384941455039976602980061896620371981334976528341163675497609374781 4
5891144899986712573745275935826756213143436791043133730857825499378317950800800657982769773 4
4098665423876900053161383973294967097981898864835679600323658025604680808216474145143058516 4
3284515491688789935272279459356932550287260525292501016904703169132816422645261497702560974 0
6906251335509941618120388761097899191582850735842113153512983591945985487349652531952315217 6
8549594843967570565036745895673005205172555102313405038998541944041121486640697439967643484 7
3916321009238900654904044910322592618491154650931116451606001977632720671015226854025702397 1
8443351186540976377119194670305737261990957152925338215998498954647921622567878304634233453 8
9269503635215629003367903113448123110545726542840916103274354001564632522345507502090169799 2
5356104351407312770317960684269585618172042656642883571015887149847625788993069009528608703 1
4424626764535675849844788569959706810402505604429844087536183778537121761708258349097596893 2
8144326456108412822877702481358840199931481010433140265531389953032566662702895913433356179 8
6744055835984625411186794923402229098601323242795631309940268401834849920323545656684411455 1
2068735187768877494141385126252150577035396093294214490120143809594045548312579736129415556 4
3693849850387364783989626450389418809394542902570423360964114190455899553385437281560946794 8
4091839616910784618270568489528349773309157685762472228542593663337629210947837044379008179 6
4989766129703174414843183291523449653395359586381045900996617969166844079256781787226025017 5
8346827214938403942442221880655779807388098240986538508015505409070462711963544916836322302 8
6945913747762394303202290356998456297999375155960990508365793983290936498007607780046955841 5
2646033249100915424109970390832625659964178802490109574238734999606683920623507555140673784
0583513349601430660372176679016714459873431294168324410903827177337184061325842617401726449 3
6520053803506452749885882934764377888902266401571268340963872782948721392904319723550080509 9
5307815565732993206605374985568077429126634558180357111616751909372057448879708181904491712 2
9633921017148240359536074391076087388343175630204812444294516937792077359979122846357850990 1
2970095947380591065570826352163678146500832327366341097435751353805330096938461594159461799 8
9625634893304441177243702072250256209624459410086757074840617211095509642965634243354533204 1
2871345461001059208961831864863026962982125500406714584905338483018922476144782216087289413 8
2761367697446228250180732600228175966569082889187341753448353680075100941135329788763295315 3
1358423651537613183706154730097887921816580286861211971106314512137321741054296355884239292 9
6628337126326897178528374236849566517790934457050927234269352574597431848068576362891523212 2
6047774518442051262205291640810381638189107834428717754211495224471648634361149662979731853 9
2675880809470470742463520489617456868611042698877748261132493308670612972139247981401281967 0
7195837605158639866880240054004544231584355454501511099271922717234482723453576630519189256 1
6155575566077830670148242091052653110614125399384935702703673695540290647782876883715224822 5
5599302116587925921932967533402258635276212075080228434932878473495955052658467158952306838 9
3262040714540595433412991318356563237154611595122820904828041802905320307231670671973943563 1
6083340957066218573760478373528176932677153526741646055900953341392311830760962296676969734 5
3123445790919333940397479162843284536167958643160491746434792185390183483874773530067838649 6
4073793933688761018036463955252754971825653741974863299313483736029998197776426329682500400 7
7816242574611245433508330552400357290404393443185218486818098032129253085477104519568107060 5
9039267563566975035623777309589443312796583834704453006624643137818803373962365645289391867 8
8880537574990480913622932160210035947331920706197185592949177311831683357162186865577804020 5
2757723410959944915229489552431104498335690094407946372863187011318223372331193811703004508 6
3651441887483870207690100724637147591949781083852439886895971831344303722659337196210558314 7
5229426173269159486137229579000140384443685321714861673186960911693792811842409138857022695 6
1170792101864325597228795674110059990333268217896618229361881597418253297604847954364908417 8
4807122054542740309661389824661231433954553592957836921447776781743769359289939045124616692 7
2659335125349134338837282801597383866861432012440827793679278837457477474346843852613489582 2
3817103722649602875165263265572861648330605835503489746253755699529153145514047775423924436
1194681594460343909811876662471635061667347147317844970008966140033067241501361085024198653 3
4130165012733440133060370116924967923208414431678335428084728129682433255963238358584214165 6
7257069437674737557045243882259970329063445765590055257635496501591301117766972832341457966 3
5473012611549634185804408982755365162597034097743566145699630151102552123526772308496164366 1
3677262795057408214316319199225675462579726072381319342595793334769126281719579149100052292 1
8834685964314185001533985561642700367825778813712730672057976068277301762283120401918175431 4
0953671692557490415316719812965107172497357985049785646873466002158884618745616016483519219 4
3645147178417647745196048136977307282843457763906566059269280566860324152185723041273270899 4
9945548229298389000544156513281283087581063677784746523088353244688744757687373229642941912 1
7001549272813789100390775275038121543508231757142439496586065520856387611675630207614677812 1
7863211621991726754831393827715319270066457901058859084999478809515399742304256749067034060 0
5779762814058104429729523624843735517550537136132092531011997101027448921371521569117708061 3
8617136007005495129958379334652675170233259792192803570235379419790885302629804505371826060 8
8412118976783190185249082395375028101637492689771570527880738521961202535982305177831855008 3
8119306291454766297917104097657991739635278245643300603999548281921982577730838708707885914 4
3269738540855100239919391102228773657522440335060731054879962440630695990966150880826074986 6
0660039200969285802608030935085844625888935549347523479816679710706469383831897824081343073 7
2637929862529100813756029302838747769927429007856168880487579586201740414731237958345662287 2
3938035168293695386310494964699844854457697415464779754800144480545881854747615995874984240 1
6903780282828531218455971982738697784663757841208943337851967692057594486521041038079696694 0
2886528881597935608567543078545459817727103953252343734312264345440251423114378680699718585 1
5310252526307804488485558812385965363073008453655752789197765225423939903067888498648419294 8
7735977226187966474990318457516002304432550051706967989786385800253850706592081091761956510 6
7767827857200661518669114028368276143127970667526852578967291225636208561860286734947071044 8
9985244172133929973477601075477640816760844771101642424936827948884495981866954159538492095 2
6933216505237124573854026267765504453949828199165968322244287911561199234977399810873834414 5
2781696119703346414825249515007918667699435619344431834081340047499028798238665235697154883 1
0405033651376080147138873449110989540120135095935871974343629056959160814872405172723011789 1
3519973172400519311508078310139379708831097791536514489411620866401770404216706922637191374 6

67262335987994405121882366216928941700595044616426651916495836073966401097433269081818294147
68619055764953247658955931797107942901146018356521437763464868688718027856681840131697626260
28469723188984484871424422371570848674343033636051597848818868989339535365777147970529140179 9
18541533081499745838220167332723382779329776692489903370449672607772809607377445426994362234
07451468801943053989021534954862080128203289961672267382131040497798388724274873278824032293
44126798402680272204627794089312325100551213149102143022827571732275380462884106683246667333
67598835295167596315992571506531935884846782804053826257727892757795579867905564754929894305
27425698887525754581731618459349368645807624300097595983292244265414888319986025964033574765
63723081001177088867455421757435009654052286265293310121871030852254605382264427882230972710
05514459493419525459787523085921638299875696158758276233288150622116093764724802002122596243
89301887603027659797449482521305288620675049366589866185927964376922852878997565371748342294
48272245381285761492594187618771260328863035109377077485402761915810743975724424949362759407
05631487672432515522467557216193873545529509848539105660023860197137403821648262262663063740
87928287187297191639849651468964694457691675045723698216446924245710524452577922175020501165
22778439488457550607614325332478124502793164921637975944094164391566145863031937681088129989
90088997926302117675245552152405274588913600482713457493419092296963463881421796793358830010
85672947574002131309282789880937806914182860337111365279341245384654585920774091695271671959
72773688235778530912917564748935145476448335119115032961626105897297131648007239062151008591
61059042531459935338240675264816568492055977668262800911050623326758540724012194751799457821
35351617988158477326676802862070820539701188356185719849860538591270489384558476884667830136
28710282871217697899959156881096367579920978908587754553734409295313238656823356909261235294
74940305739316444012001080840220047168241046872423668380501811545907337634138588331221275981
89688995717033445746735330713201478913526801203719554194889376472541678579100602236093598196
95149895818018732372689612231255963971760977486619823508501136497892951096953956541106624921
83517453636693482216223354656882635484480235036493345837992321433966898871065567841443935896
24272384820208941759049033561211115137155446102025870533384452160423299240293495337933669615
10753539037615388533672616841272497725530335311581242288736832122265928435440244601937251137
37114288269201838579202780182718701427586683179651219128303247542496370134306776474488359028
97703258606716571076869506421148201464826284435675593066384168137261381133193009716118064287
98648865423512021366164927430228189450776395207606459462173362282857313950239769064853479040
64927974057560306594363746207152656859754449321792248349047720416613836005705799739015062865
73528819720100011752064476576575537610659153540441436314833156648427611303615244254462709722
22633713107990242214705218972695438606497107408066411836510969692674023503141869885864820349
21731745676388388581338756169702083295665178629144405713578126471207369636846808051418024722
71445899195008986130299633432019518601235807492411551563056008112336390163769424206504327283
21123360353033233884061572000063729362370355648436109543185209691329631581844766984446125918
90229025146549097269311027489537491537570090014967208772087182970104923961736854683088931214
36210319026068879879428032647520268829279180751657735034996914658759951018546683034061266828
18247442251733979073696281014799689203628272809068043073446999243635336803683530400812609396
24625664977017563617719570411110916353949998881651830699649848099718025898091349793393655290
75663567054840200981315386216625150090152761167141155465559607365246605611981794418774403514
93947990408836463786221581181140893750518154539828494786244356667644937475632699028885356135
35250886291557383887378251865390023566740573157533366882245890479878672520204002291856794469
64906086336922676397626783669485316090566856425406924535822999252738579178051815705354312 64
30432931994983913000017571619956789877738432571982645042676485114191251616762402404930044470
02820930706232597159021972595213336117219937744816840939317003455266248340712565898932472864
51880332070672075737995325544506751221579179111773424791406996166814897751673730105000489673
49484685318226464738735854399375215896408472895290974288020464333542304237601774728876755976
20944516546811963035005124813706058333615657740938002228796956772507238498193654177652189037
99673716804044609394537751543513674901335516024963405948154205602539201536740634774563951560
25302243040288785160893482134893373527773717416477411174394833087067294268922390508773948903
51999336313932888190196839686554140938799722010963016941429072349228086059679194818417665061
23070987825255166082961712507857047698787166482333001132319580382207763075295810871676656340
35296435697991459571199092612349234508027550001292133838489388487890951102838556876318326774
86657830026623297848987916233614887011970316328878629430029921545363012111054741329528929554
70686245791040913870684833560600827129564539122859345579434345013314174269236771107856142608
24647665463996083679668004767487295247376895860330039548656573094449854970376158833632150077
36108083005691089241945178240967669060630475722551041998780917006687706222109021360327664381
27482489689404022680685154706155503409043372740201072971447577622891115736842388366529601980
65405663062722151320774272919725377761615607573971652373130376572397163673440639104950694242
92839299112251059176623917610135859111674606686435611536946967988884975620257373168313006311
29501123243475962228623637912041381221812728077959387430815163828654868842306369748920680593
07451377509193778731064132214140952167096906931948868213446192386062108117252767566324313769
03263205543569345325810335480328112988674116619750177682961989829020733199525594257031723269
81560546875

Source Code

```java
import java.io.File;
import java.io.IOException;
import java.io.OutputStream;
import java.math.BigInteger;
import java.nio.ByteBuffer;
import java.nio.channels.FileChannel;
import java.nio.file.StandardOpenOption;
import java.util.concurrent.atomic.AtomicBoolean;


/**
 * @author Kazi Abid
 */
public final class Fibonacci {
    private final int        N;
    private BigInteger       result;
    private String           stringReasult;
    private AtomicBoolean    calculated = new AtomicBoolean(false);

    // Requirement: CUTOFF ≥ 64, or else there will be infinite recursion.
    private static final int CUTOFF     = 1536;


    /**
     * @param n
     *
     * @throws IllegalArgumentException
     */
    public Fibonacci(int n)
            throws IllegalArgumentException {
        if (n < 0)
            throw new IllegalArgumentException("Value should be positive integer only!");


        N = n;
    }


    private void checkAndCalculate() {
        if (!calculated.get()) {
            fastFibonacciDoubling();
            calculated.set(true);
        }
    }


    /**
     *
     * https://www.nayuki.io/page/fast-fibonacci-algorithms <br>
     */
    private void fastFibonacciDoubling() {
        BigInteger a = BigInteger.ZERO;
        BigInteger b = BigInteger.ONE;
        int m = 0;
        for (int bit = Integer.highestOneBit(N); bit != 0; bit >>>= 1) {
            // Double it
            BigInteger d = multiply(a, b.shiftLeft(1).subtract(a));
            BigInteger e = multiply(a, a).add(multiply(b, b));
            a = d;
            b = e;
            m *= 2;
            // Advance by one conditionally
            if ((N & bit) != 0) {
                BigInteger c = a.add(b);
                a = b;
                b = c;
                m++;
            }
        }
        this.result = a;
        this.stringReasult = a.toString();
    }
```

```
private BigInteger multiply(BigInteger x, BigInteger y) {
    return multiplyKaratsuba(x, y);
}


/**
 *
 * Returns {@code x * y}, the product of the specified integers. This gives the
 * same result as {@code x.multiply(y)} but should be faster.
 * @param x a multiplicand
 * @param y a multiplicand
 * @return {@code x} times {@code} y
 * @throws NullPointerException if {@code x} or {@code y} is {@code null}
 */
private BigInteger multiplyKaratsuba(BigInteger x, BigInteger y) {
    if (x.bitLength() ⩽ CUTOFF || y.bitLength() ⩽ CUTOFF) {  // Base case
        return x.multiply(y);
    } else {
        int n = Math.max(x.bitLength(), y.bitLength());
        int half = (n + 32) / 64 * 32;  // Number of bits to use for the low part
        BigInteger mask = BigInteger.ONE.shiftLeft(half).subtract(BigInteger.ONE);
        BigInteger xlow = x.and(mask);
        BigInteger ylow = y.and(mask);
        BigInteger xhigh = x.shiftRight(half);
        BigInteger yhigh = y.shiftRight(half);


        BigInteger a = multiply(xhigh, yhigh);
        BigInteger b = multiply(xlow.add(xhigh), ylow.add(yhigh));
        BigInteger c = multiply(xlow, ylow);
        BigInteger d = b.subtract(a).subtract(c);
        return a.shiftLeft(half).add(d).shiftLeft(half).add(c);
    }
}


public BigInteger val() {
    checkAndCalculate();
    return this.result;
}


public String valString() {
    checkAndCalculate();
    return this.stringReasult;
}


@Override
public String toString() {
    checkAndCalculate();
    return valString();
}


/**
 * Writes - overwrites if present
 * @param file
 * @throws IOException
 */
public void write(File file) throws IOException {
    checkAndCalculate();
    if (!file.exists())
        file.createNewFile();
    try (FileChannel channel =
             FileChannel.open(file.toPath(), StandardOpenOption.WRITE)) {
        ByteBuffer buffer = ByteBuffer.allocate(stringReasult.length());
        buffer.put(stringReasult.getBytes());
        buffer.flip();
        channel.write(buffer);
    }


}


public static void main(String[] args) throws IOException {
```

```
        int N = 1000000000; // 1 billion
        Fibonacci fibonacci = new Fibonacci(N);
        long start = System.currentTimeMillis();
        fibonacci.val();
        long end = System.currentTimeMillis();
        long total = end - start;
        System.out
                .println(String
                        .format("Time taken to compute %sth fibonacci number: %s ms. or %s
                                        s.", N, total, (total / 1000)));
        fibonacci.write(new File(String.format("Fib-%s.txt", N)));
    }
}
```

References:

Kazi Abid Azad | Github

LinkedIn - Kazi Abid Azad

Fibonacci Sequence – Wikipedia

Fast Fibonacci Algorithm – Nayuki

Karatsuma Multiplication – Nayuki

The Fibonacci Quarterly

Fibonacci Calculator

All the knowledge in this World is free. Use the internet wisely!