

衝突・破壊をとりいれたN体計算の開発と 地球型惑星形成後期のシミュレーション

理論宇宙物理学研究室 (Ta研) 磯谷和秀
共同研究者 小林浩

目次

1. イントロダクション

- ・ 地球型惑星形成とデブリ円盤
- ・ 離心率上昇問題

2. 研究目的

3. 手法

- ・ N体計算と統計的手法のハイブリッドコード
- ・ 破壊の取り扱い方

4. テスト計算

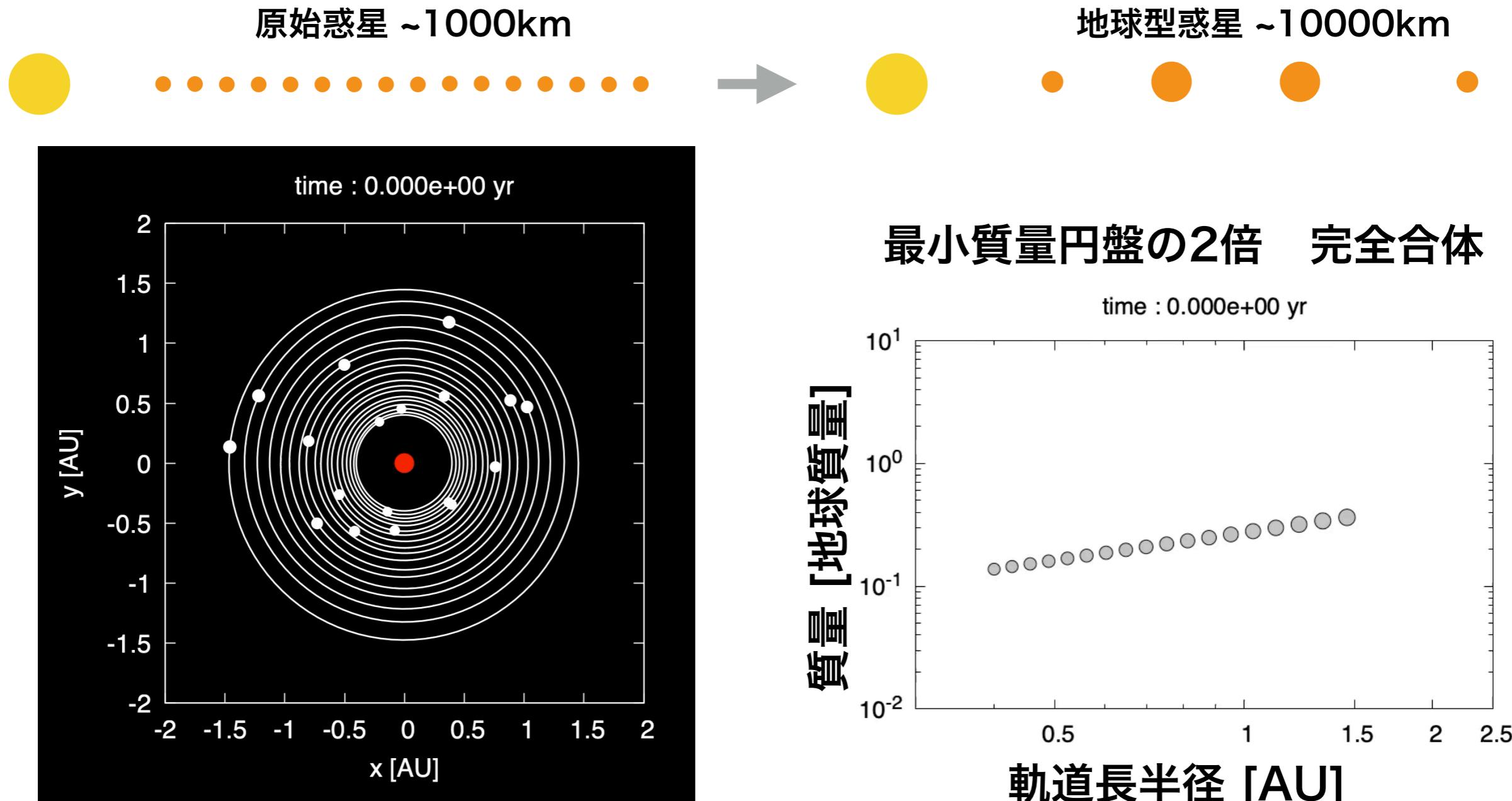
5. 結果

- ・ 地球型惑星と破片円盤の長期軌道計算
- ・ 破片円盤の明るさの進化

6. まとめ

地球型惑星形成の最終段階

巨大衝突ステージ：地球型惑星の軌道・質量を特徴付ける



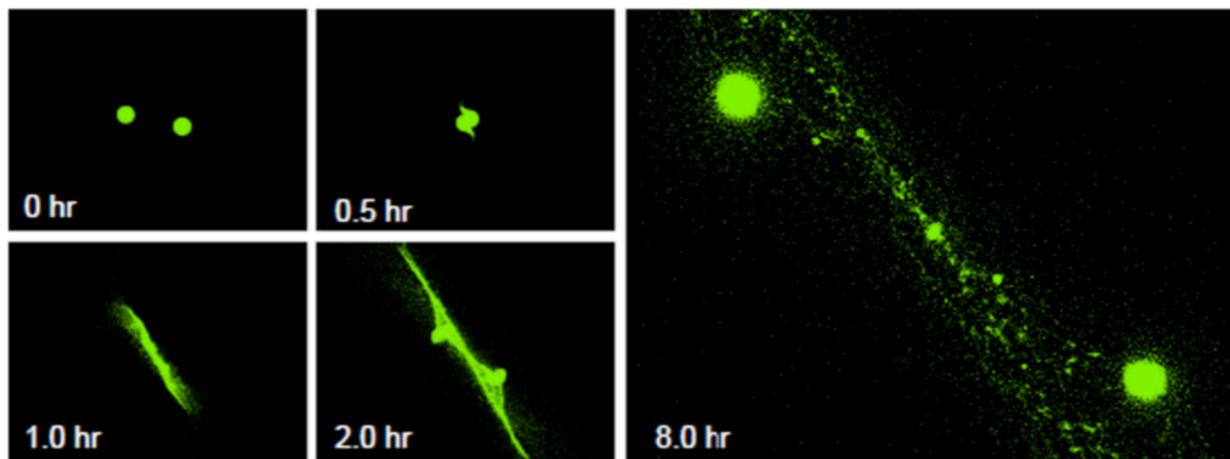
1億年程度でいくつかの地球サイズの惑星が形成される

(e.g., Chambers & Wetherill 1998; Agnor et al. 1999; Kominami & Ida 2002; Kokubo et al. 2006)

巨大衝突とデブリ円盤

- 衝突体質量の約10%は破片として放出

(Agnor & Asphaug, 2004; Genda et al., 2012)



(Genda et al., 2015)

- 放出破片はデブリ円盤を形成

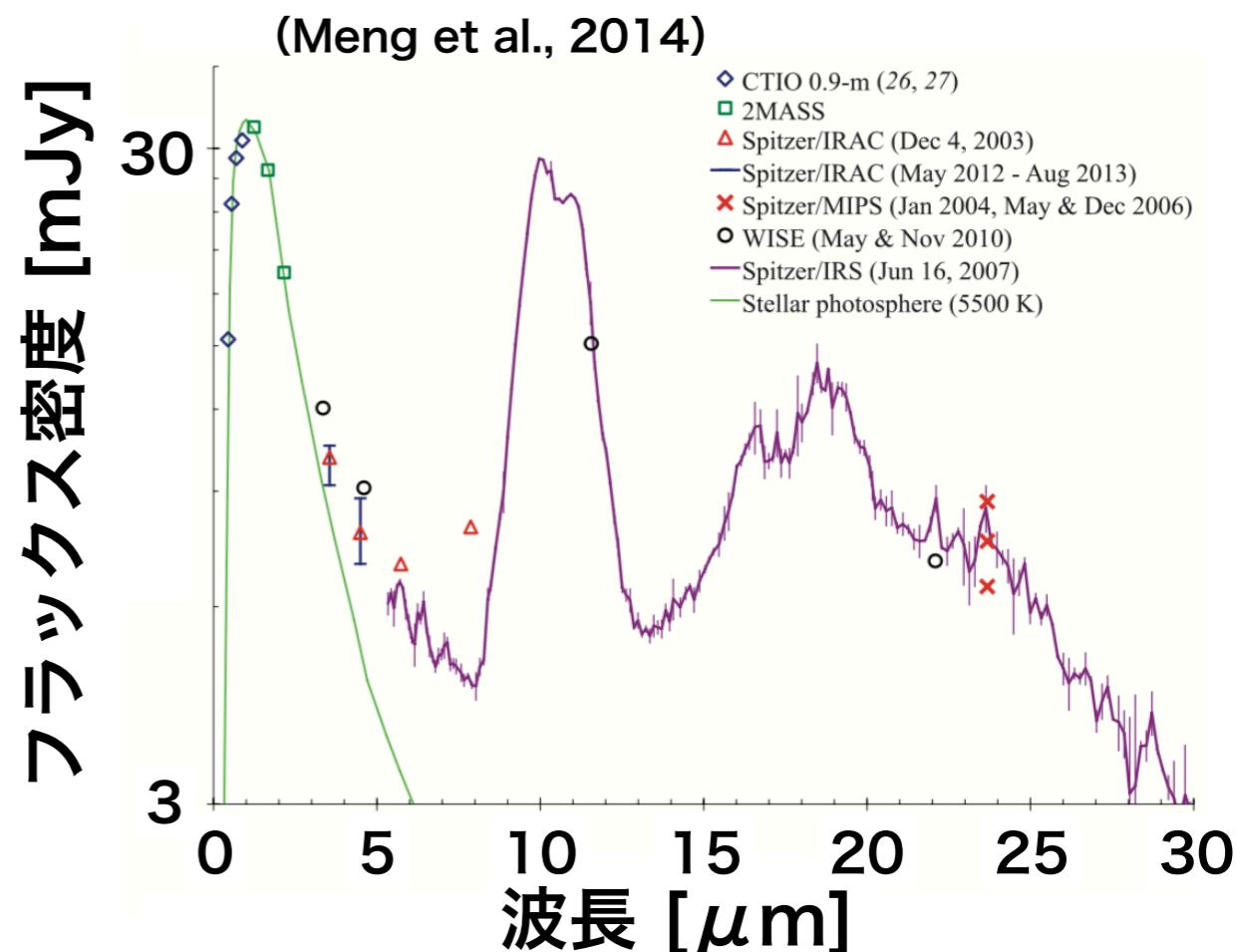
(Meng et al. 2014; Genda et al., 2015)

地球型惑星形成領域 ($> 300\text{K}$)

➡ 「暖かい」 デブリ円盤

太陽系外の巨大衝突ステージは暖かいデブリ円盤として観測されている

天体名：ID8 年齢： $\sim 35\text{Myr}$



暖かいデブリ円盤の明るさ進化

円盤の明るさに注目

増加：円盤総質量が増加

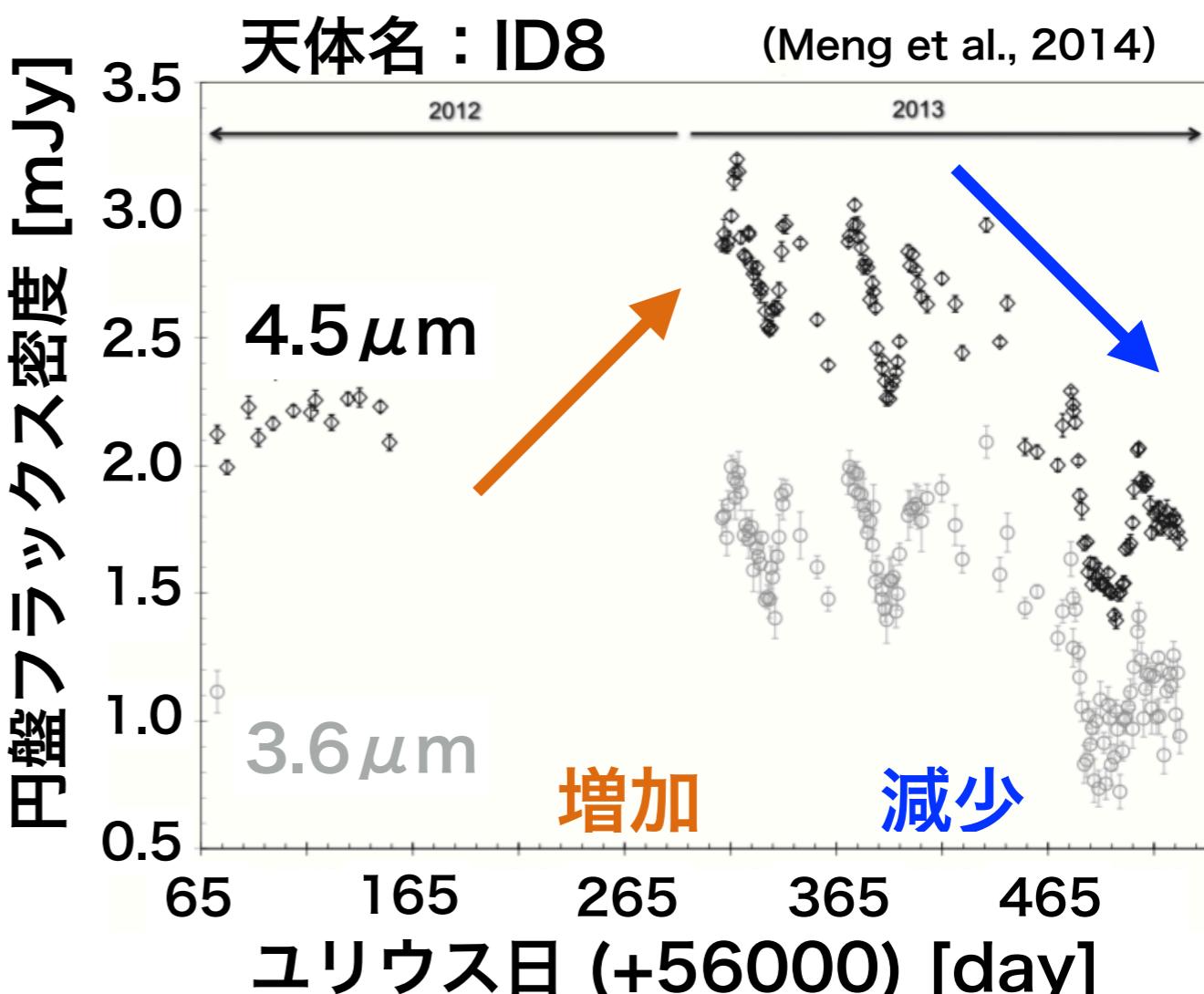
- ・ 破片の供給源が存在

➡ **原始惑星同士の巨大衝突**

減少：円盤総質量が減少

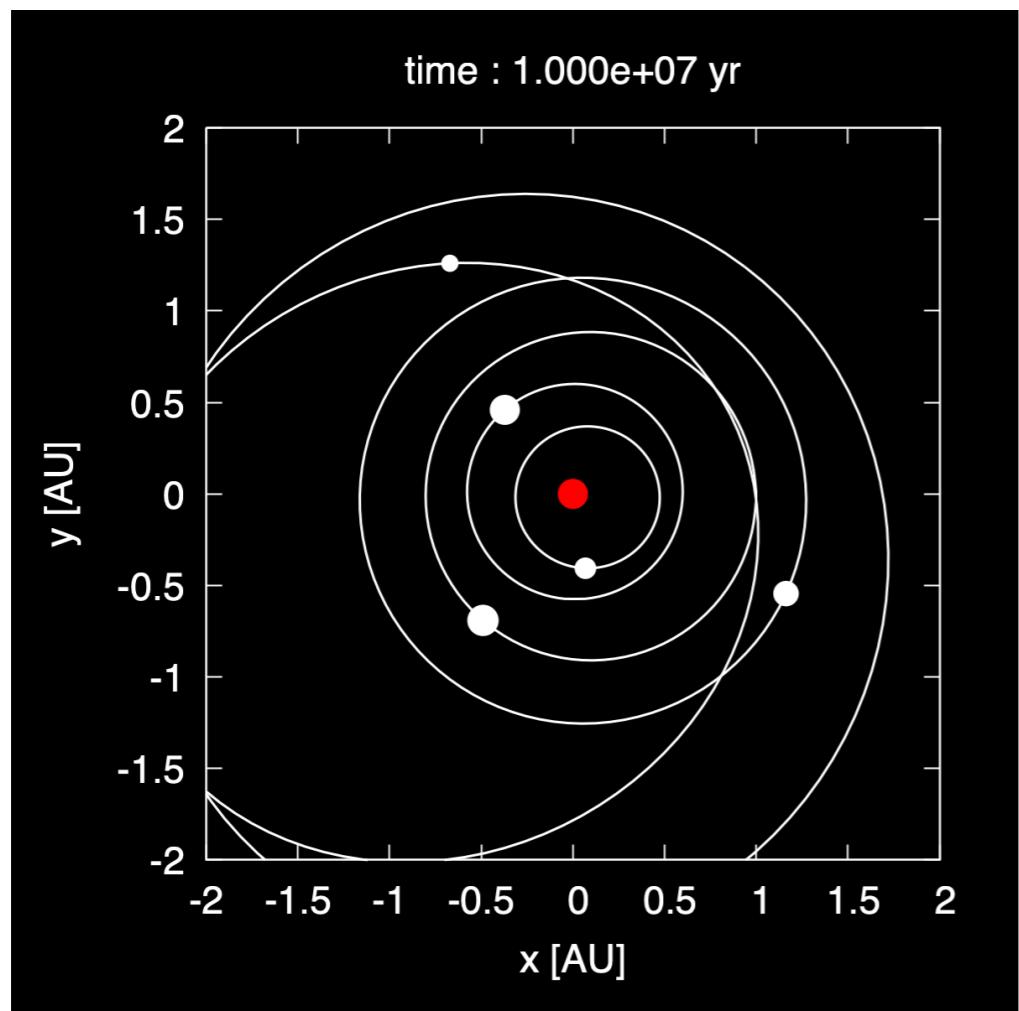
- ・ 破片同士は衝突をくりかえし小さくなる = 衝突力スケード
(e.g., Tanaka et al. 1996)
- ・ $1\mu\text{m}$ 以下の破片は輻射圧により系外へふきとばされる

➡ **供給源がない場合、デブリ円盤の総質量は減少する**

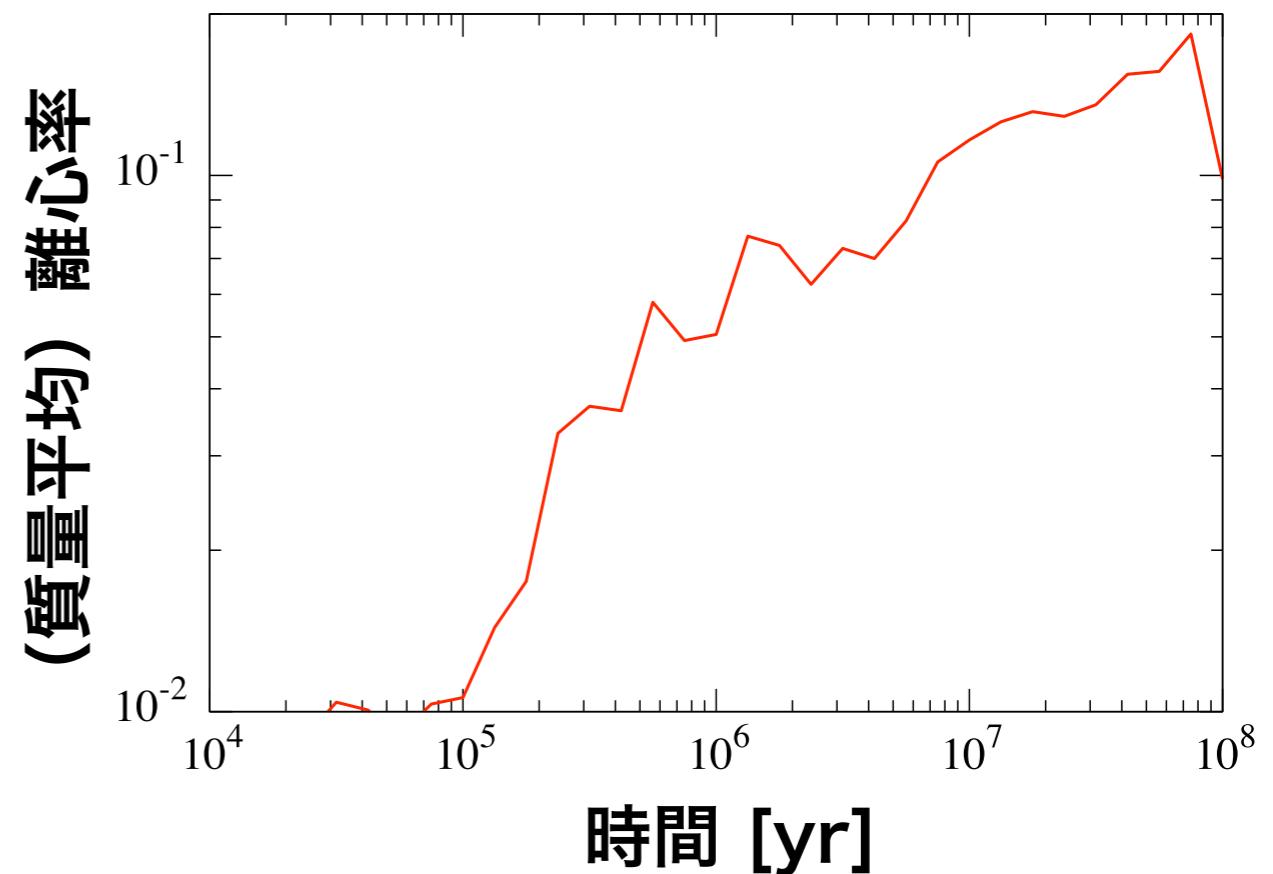


地球型惑星の離心率上昇

例：1000万年時の軌道



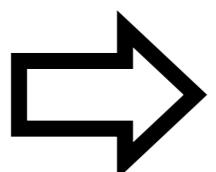
軌道不安定を起こし離心率が上昇



1億年後の離心率： ~ 0.1

>>

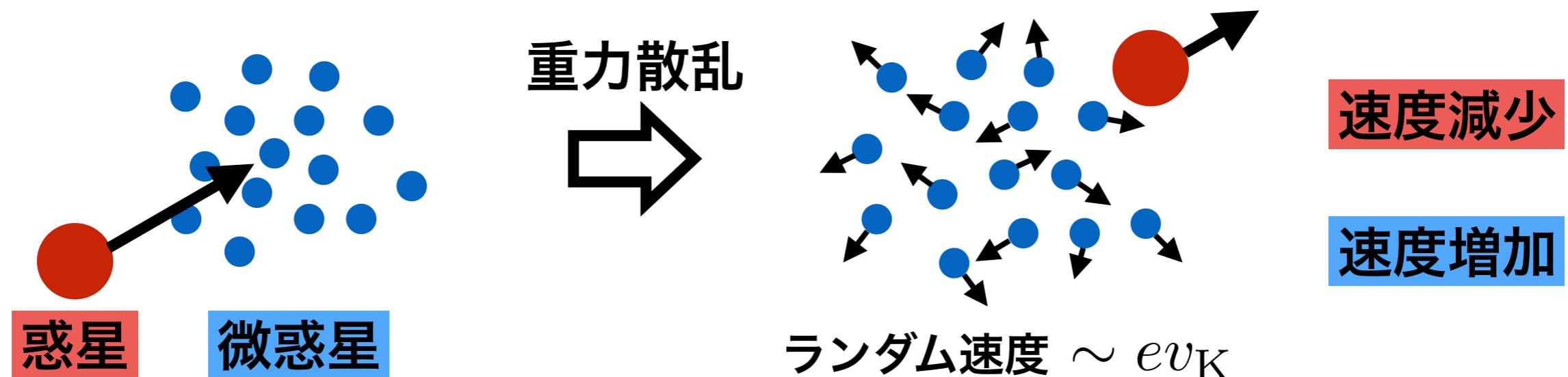
現在の地球の離心率：0.0167



離心率が大きくなりすぎてしまう
離心率を下げるメカニズムが必要

惑星離心率を下げるメカニズム

- 残存微惑星との力学的摩擦 (e.g., O'Brien et al. 2006; Morishima et al. 2010)



惑星-微惑星間でランダム運動のエネルギーを等分配

離心率が十分小さく ($e \ll 1$)、十分重い ($m_p > m_{\text{tot}}$) 微惑星円盤

➡ 地球型惑星の離心率は下がる

巨大衝突で放出される破片円盤（離心率が大きく軽い円盤）では？

研究目的

地球型惑星の離心率を下げるメカニズムを理解するには

- ・ 巨大衝突の際に放出される破片円盤の面密度進化
↔ 破片同士の衝突・破壊現象
- ・ 破片円盤と地球型惑星との力学的摩擦による離心率変化
↔ 無秩序な長期的軌道進化

どちらも考慮した数値計算法が必要である

本研究の目的

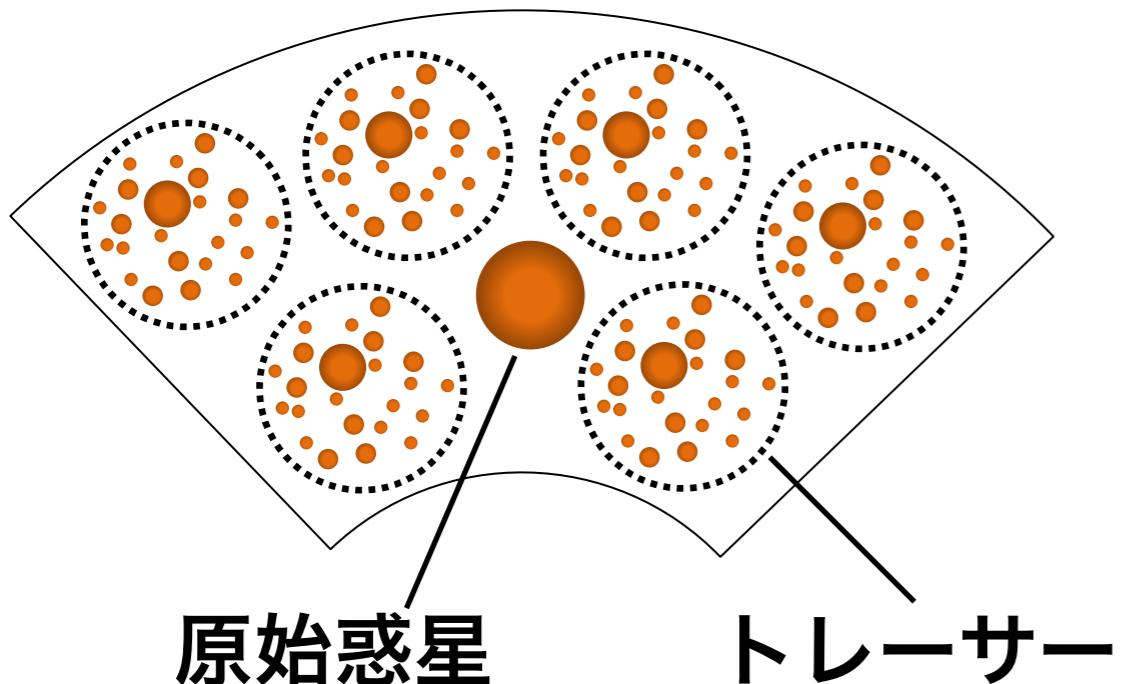
衝突・破壊を扱うことができるN体計算の手法を開発し
破片円盤の面密度進化や地球型惑星の離心率進化について
長時間シミュレーションを行い明らかにする

手法

ハイブリッドコード

- 純粹なN体計算 … 破壊の取り扱いは非常に困難！

(\because 破壊に伴う破片~ 10^{35} 個)

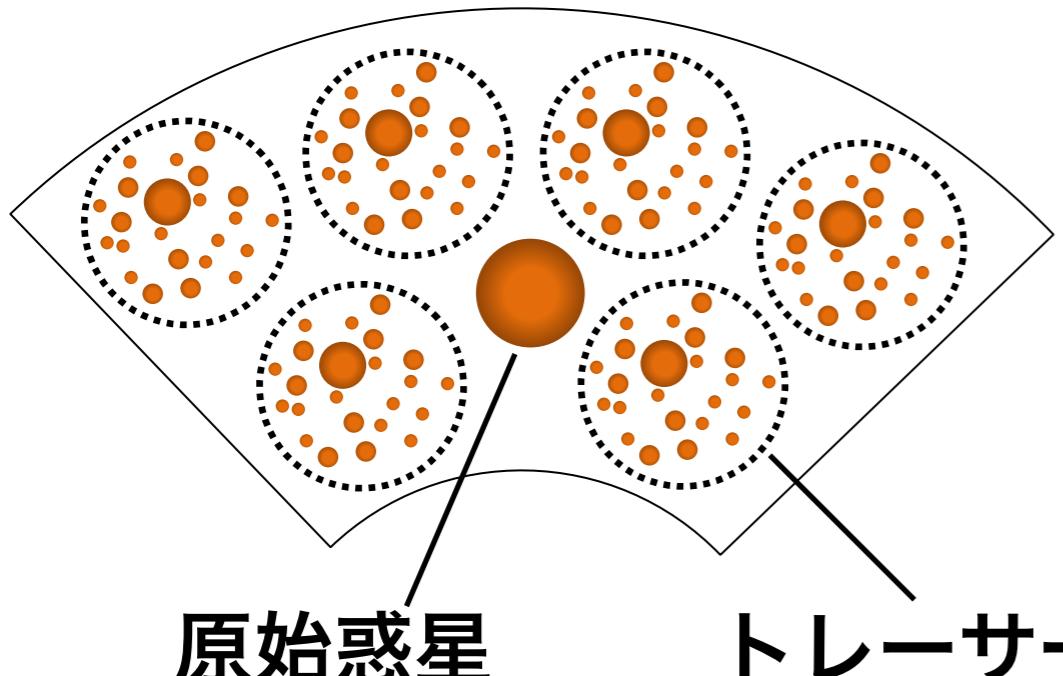


複数の微惑星を1つの粒子とみなす
(スーパー粒子近似)
➡ N体計算のコストを削減

ハイブリッドコード

- 純粹なN体計算 … 破壊の取り扱いは非常に困難！

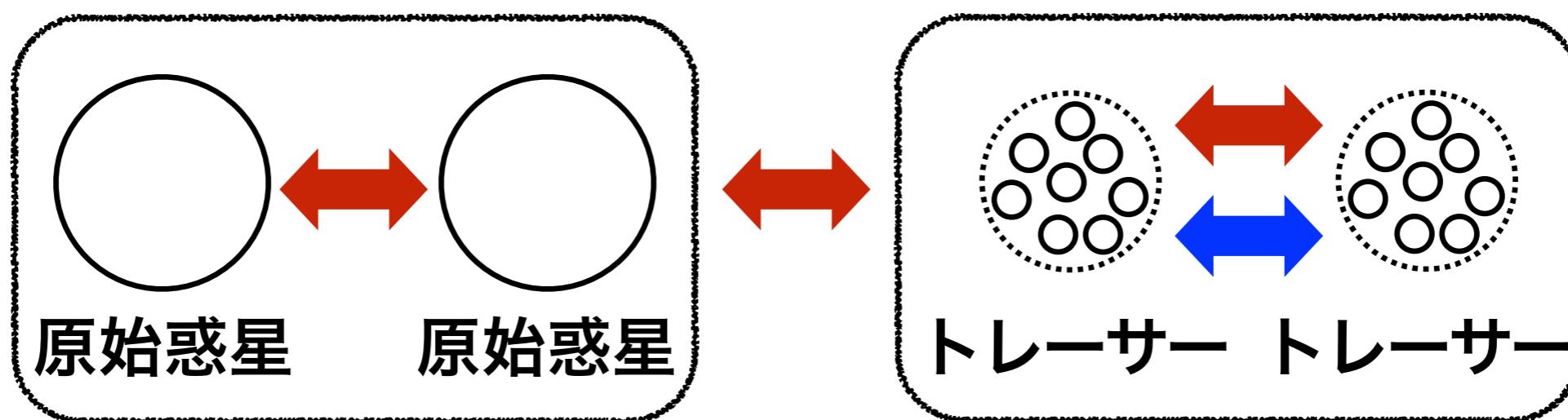
(\because 破壊に伴う破片~ 10^{35} 個)



N体計算 (4次のエルミート法)
重力相互作用を取り扱う

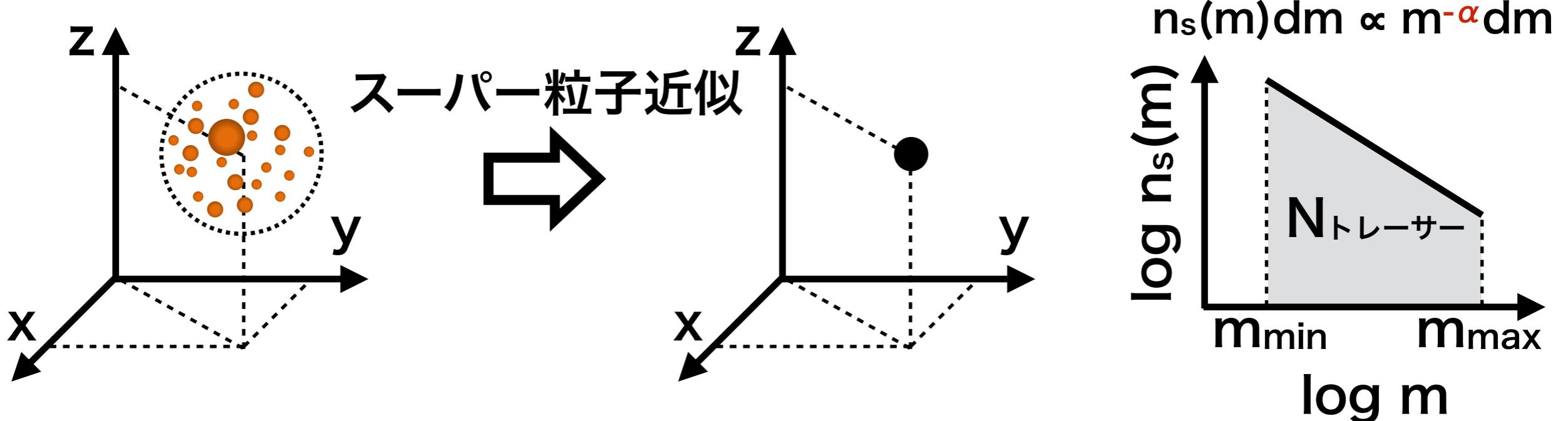
複数の微惑星を1つの粒子とみなす
(スーパー粒子近似)
➡ N体計算のコストを削減

+ 統計的計算
衝突・破壊を取り扱う



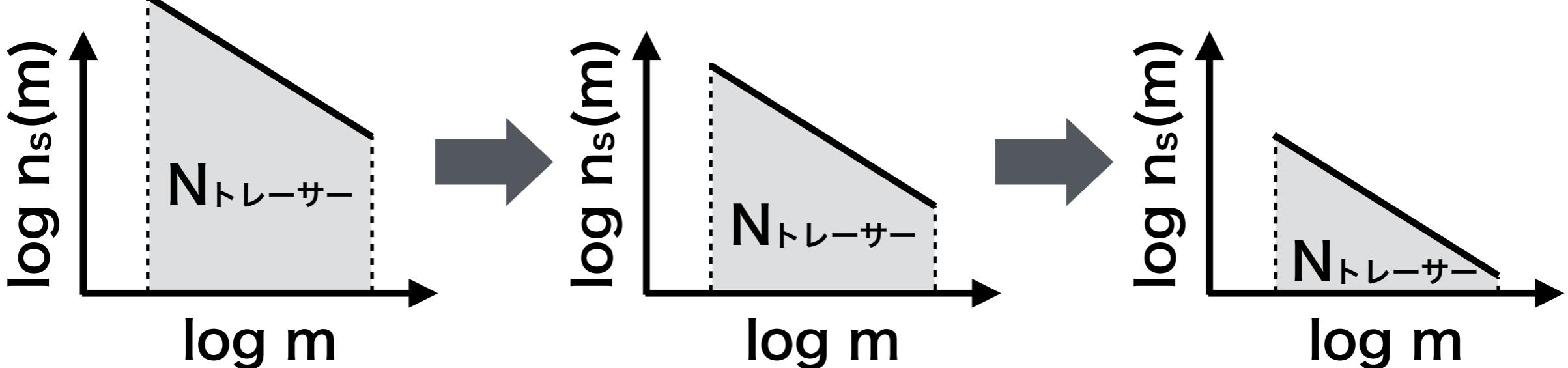
衝突・破壊を扱う粒子：トレーサー

- トレーサー … 計算上は質点、質量はべき分布（定常衝突力スケード）



- トレーサー内の微惑星の個数分布進化

(Kobayashi & Tanaka, 2010)



べき一定のまま $N_{\text{トレーサー}}$ が減少 = トレーサーの質量が減少

破壊の取り扱い方：統計的手法

- トレーサー内の微惑星の個数 $N_{\text{トレーサー}}$ の進化

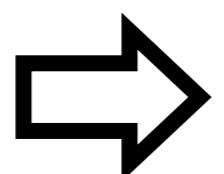
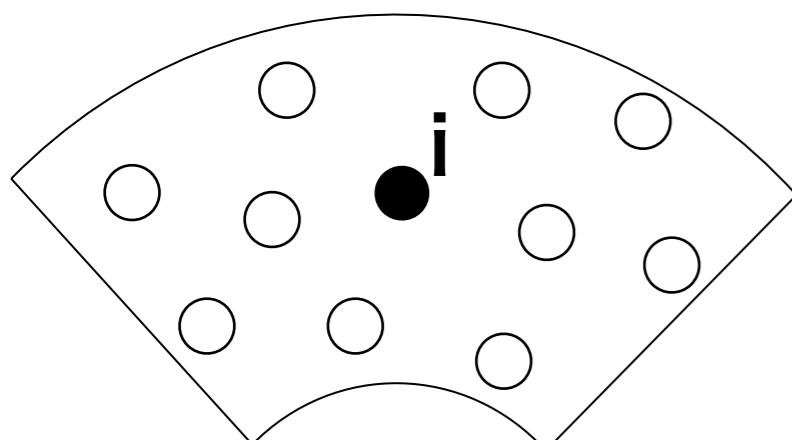
(Kobayashi & Tanaka, 2010)

$$\frac{dN_{\text{tracer},i}}{dt} = -C N_{\text{tracer},i} \left(\frac{\Sigma_i}{m_{\max}} \Omega_K \pi R_{\max}^2 \right) \left(\frac{v_i (m_{\max})^2}{2Q_D^*(m_{\max})} \right)^{\alpha-1}$$

定数軌道分布に依存低質量・高速度衝突

Σ_i m_{\max} $v_i (m_{\max})^2$

同士の衝突頻度



面密度 Σ_i 、衝突速度 v_i が重要

ハイブリッドコードでは軌道がわかるため、

近傍トレーサーの分布・相対速度から計算可能

テスト：重い円盤との力学的摩擦

解析解を適用可能な
重い微惑星円盤

初期条件

- ・ 質量 $1M_E$ の惑星3体
- ・ 総質量 $30M_E$ の微惑星
3000体
- ・ 幅 ~30相互ヒル半径
- ・ 破壊なし、集積あり

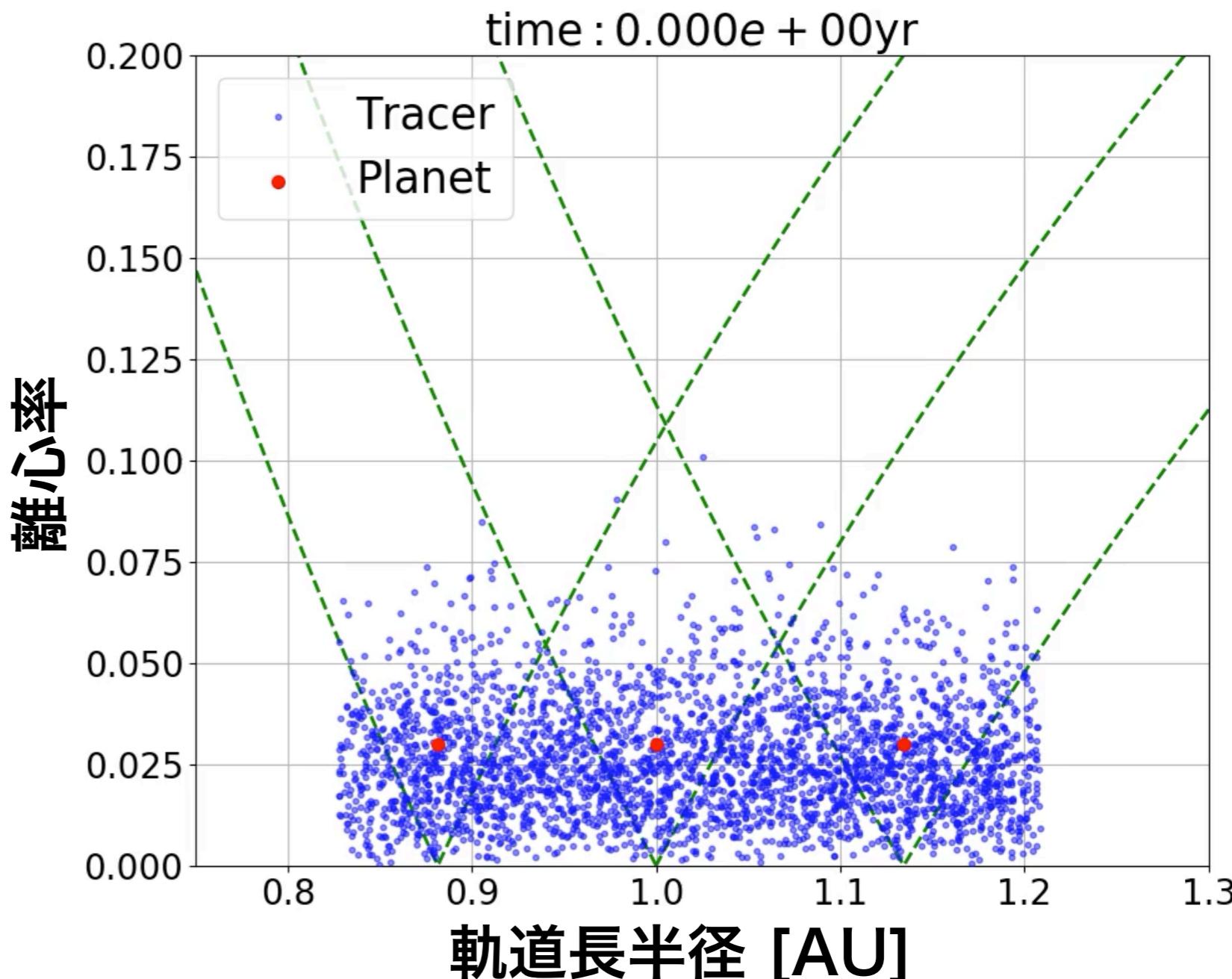
計算結果

- ・ 惑星の離心率は減少
- ・ 微惑星の離心率は上昇

$$\langle e_{\text{微惑星},0}^2 \rangle^{1/2} = e_{\text{惑星},0} = 0.03$$

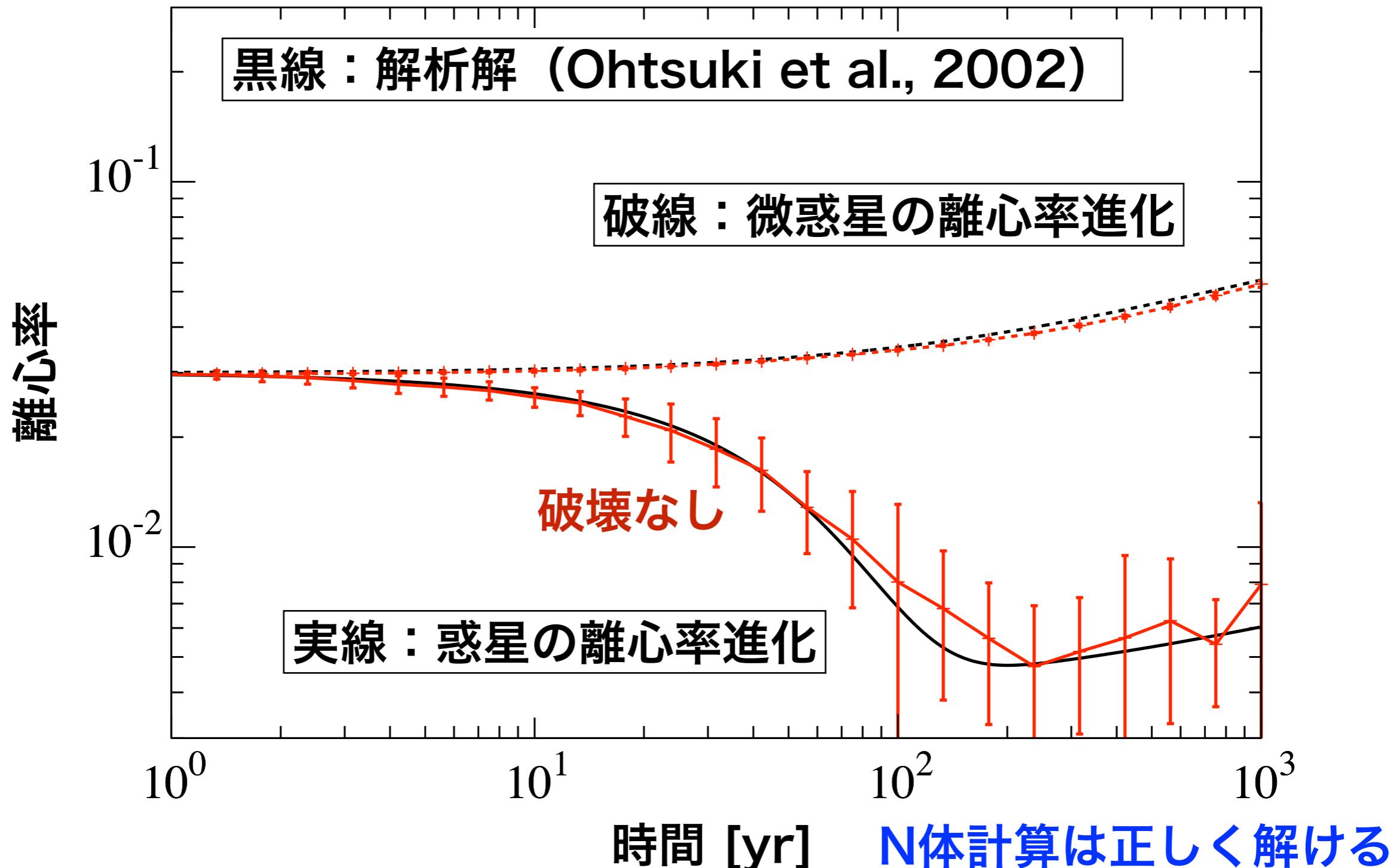
赤点：惑星 青点：微惑星

緑破線：等ヤコビエネルギー線



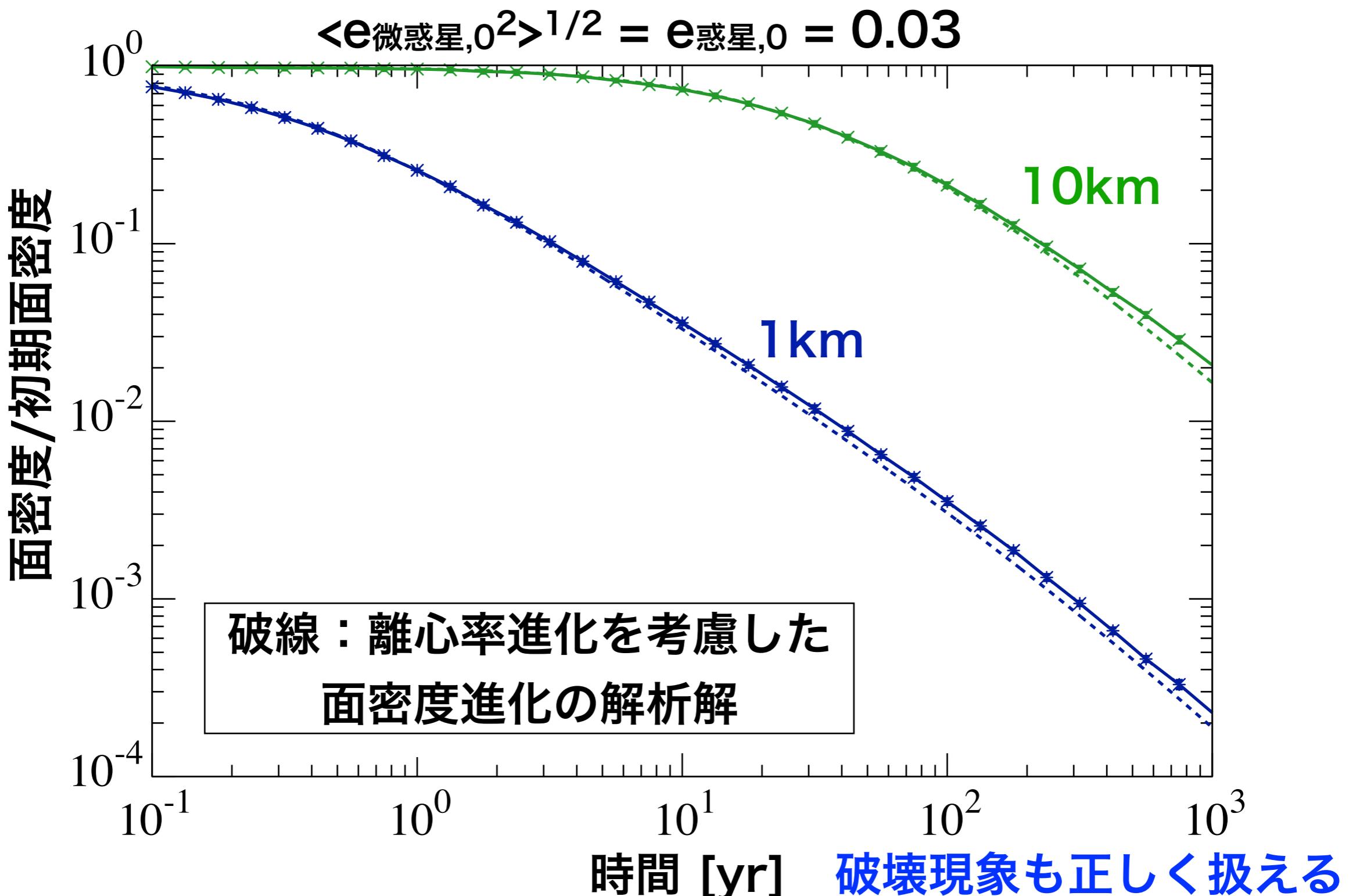
破壊がない場合の離心率進化

破壊なし、集積あり $\langle e_{\text{微惑星},0}^2 \rangle^{1/2} = e_{\text{惑星},0} = 0.03$



破壊による微惑星円盤の面密度進化

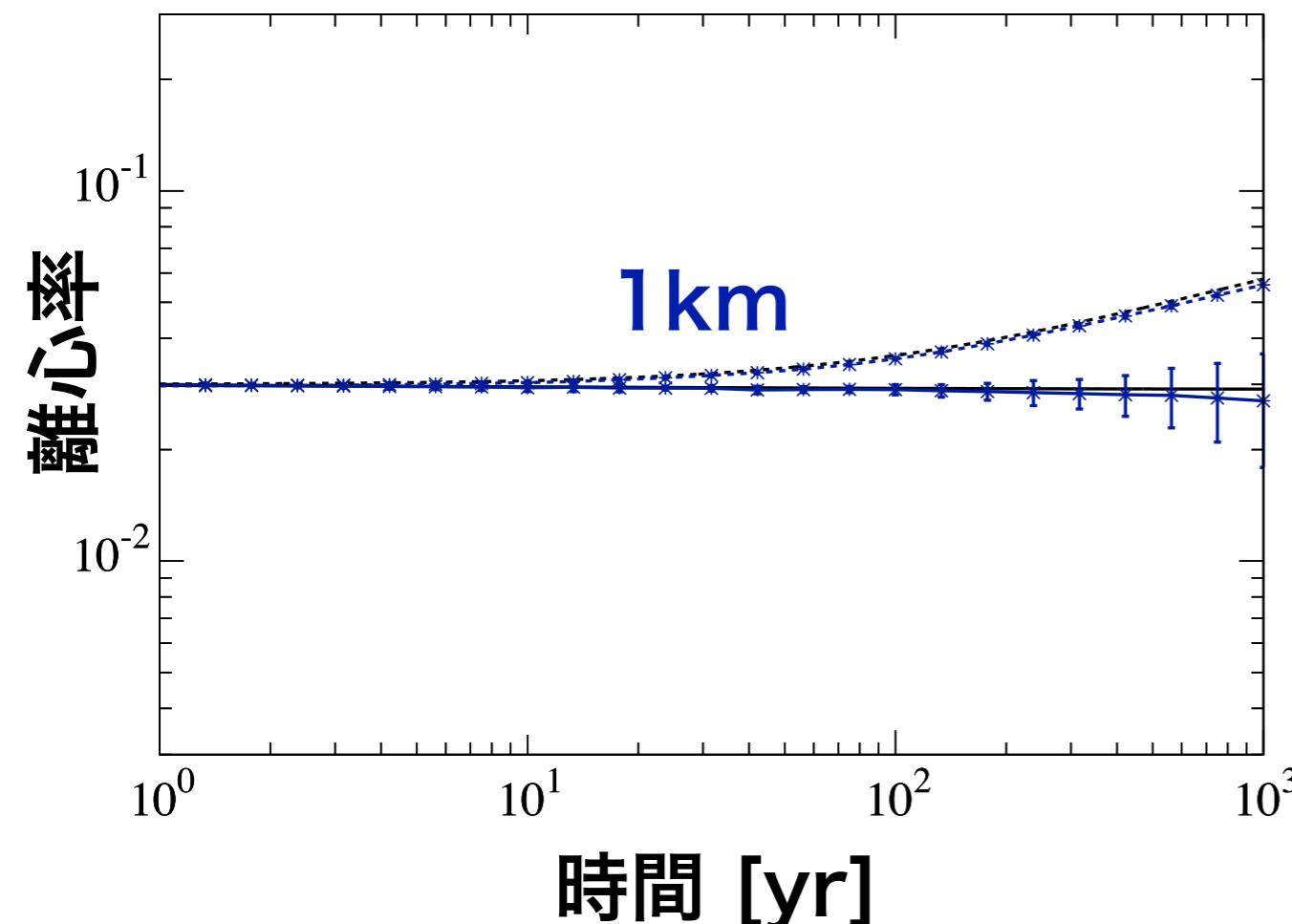
最大微惑星の質量 m_{\max} を $10^{16}g$ (~1km) と $10^{19}g$ (~10km) に設定



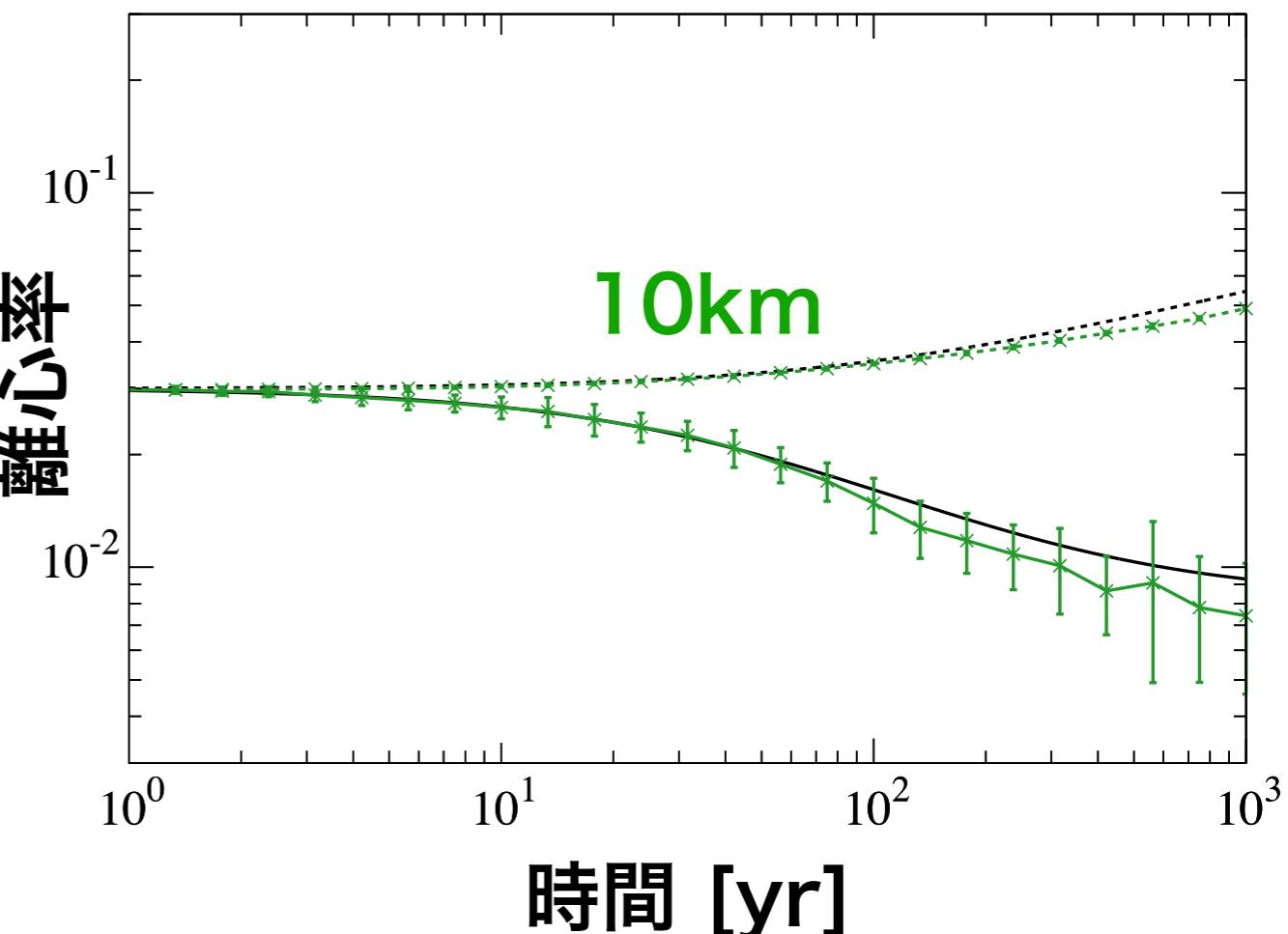
破壊を考慮した時の離心率進化

最大微惑星の質量 m_{\max} を $10^{16}g(\sim 1km)$ と $10^{19}g(\sim 10km)$ に設定

$$\langle e_{\text{微惑星},0}^2 \rangle^{1/2} = e_{\text{惑星},0} = 0.03$$



黒線：面密度進化を考慮した
離心率進化の解析解



衝突・破壊を考慮したN体計算も
正しく解ける

地球型惑星形成後期の シミュレーション

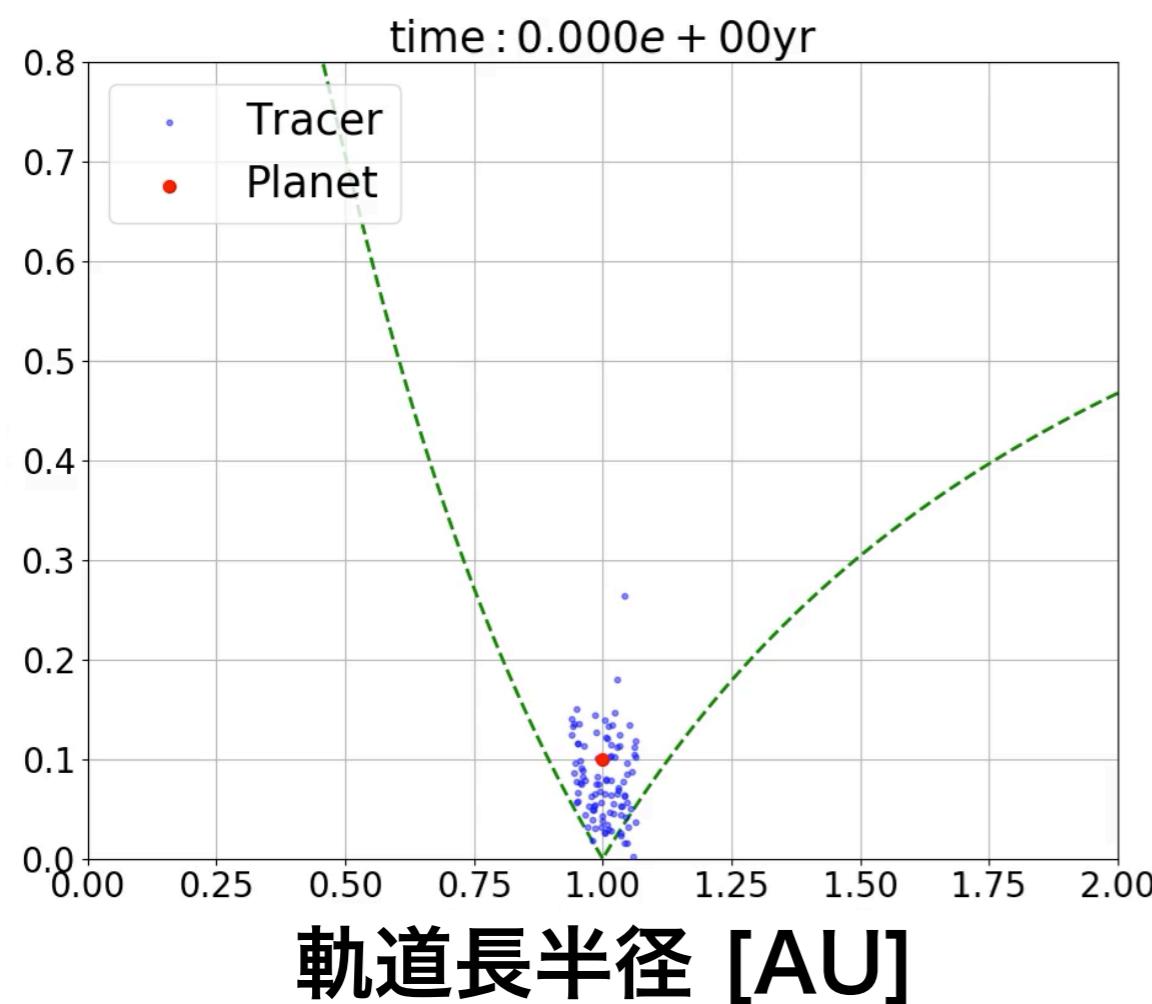
地球型惑星と軽い円盤の力学的摩擦

破片円盤のような軽い円盤

$$\langle e_{\text{微惑星},0}^2 \rangle^{1/2} = e_{\text{惑星},0} = 0.1$$

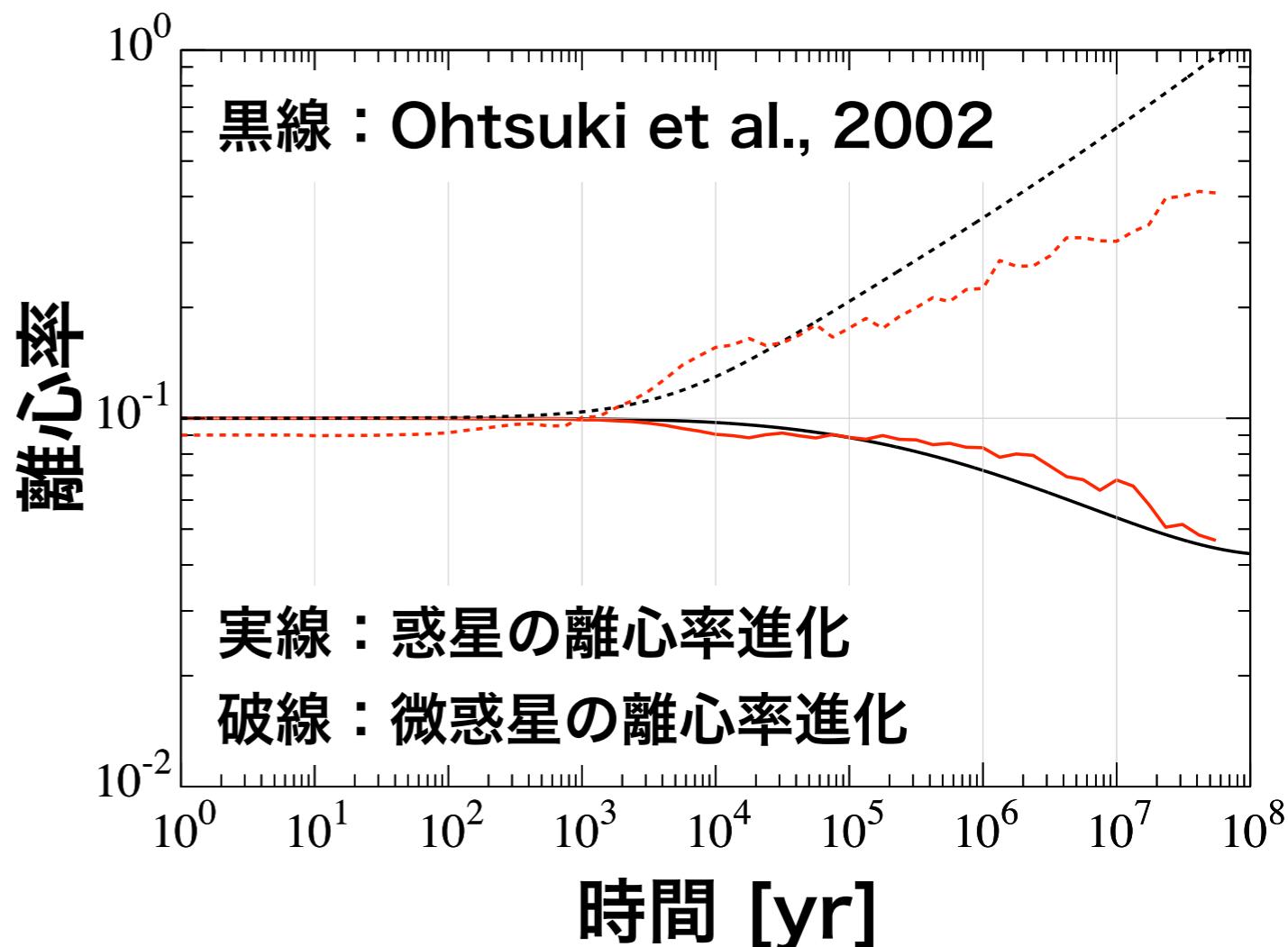
赤点：惑星 青点：微惑星

緑破線：等ヤコビエネルギー線



初期条件

- ・ 質量 $1M_E$ の惑星1体
- ・ 総質量 $0.1M_E$ の微惑星100体
- ・ 幅~10相互ヒル半径
- ・ 破壊なし、集積あり

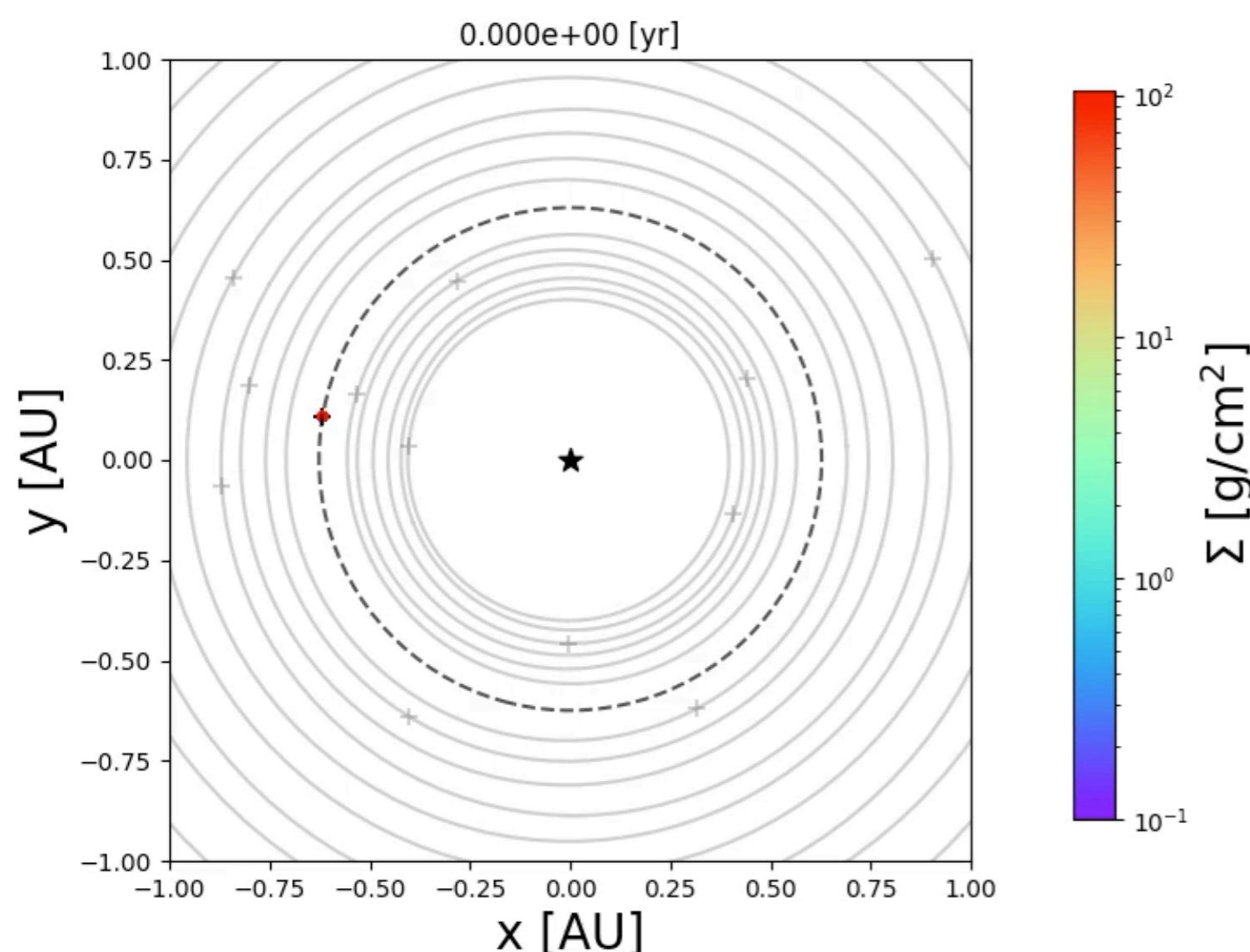


惑星の離心率は1億年程度で下がる

破片円盤の空間分布進化：最初の巨大衝突

「最初」の巨大衝突で放出される破片の面密度と軌道進化

破片総質量：衝突体質量の10%



10年 (~20ケプラー周期)
で非軸対称な模様は消える

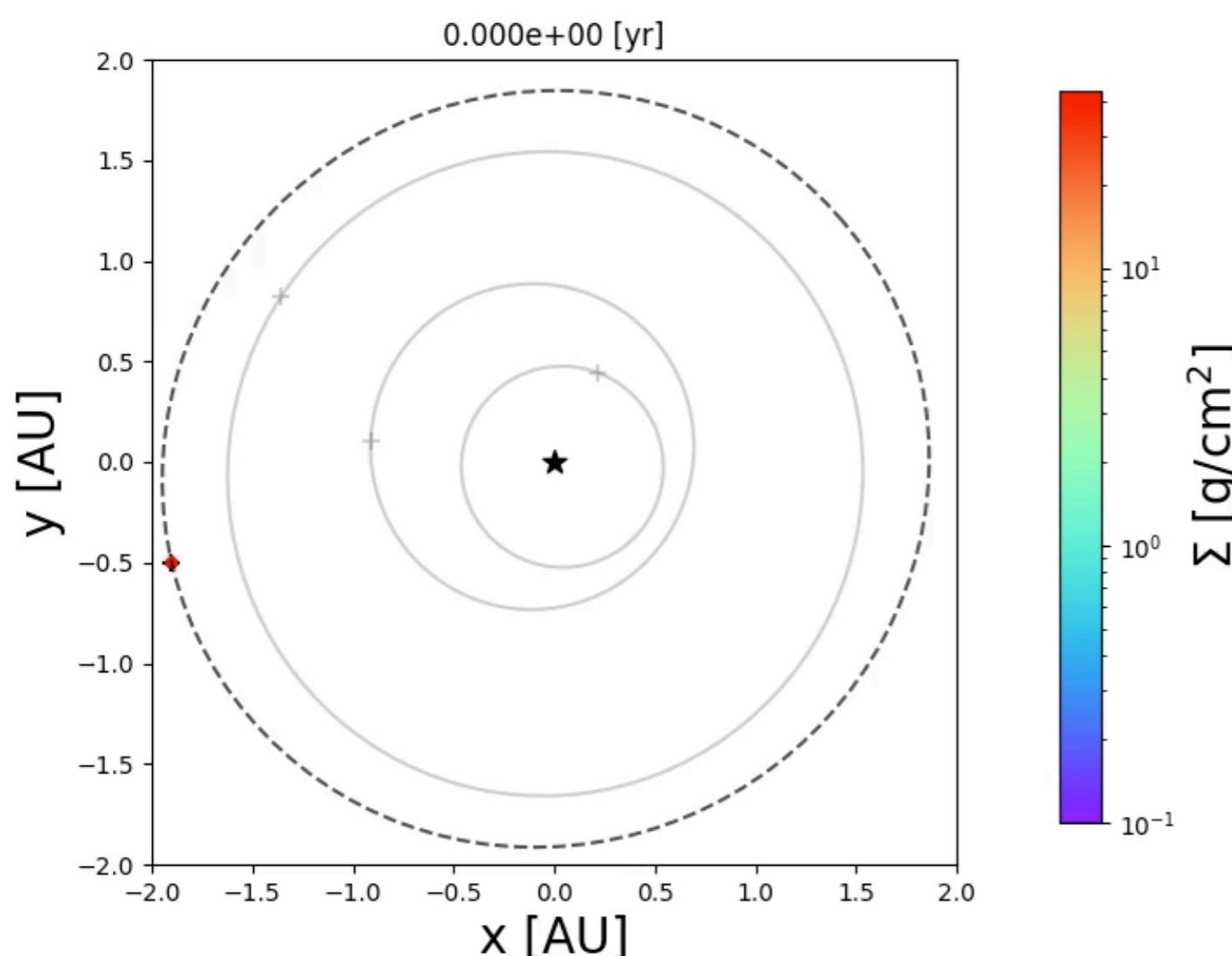
原始惑星の軌道間隔が**狭く**
破片円盤は**重力散乱**される

巨大衝突ステージ初期は
力学的摩擦が効きにくく
合体成長を邪魔しない

破片円盤の空間分布進化：最後の巨大衝突

「最後」の巨大衝突で放出される破片の面密度と軌道進化

破片総質量：衝突体質量の10%



50年 (~20ケプラー周期)
で非軸対称な模様は消える

原始惑星の軌道間隔が広く
破片円盤は維持されやすい

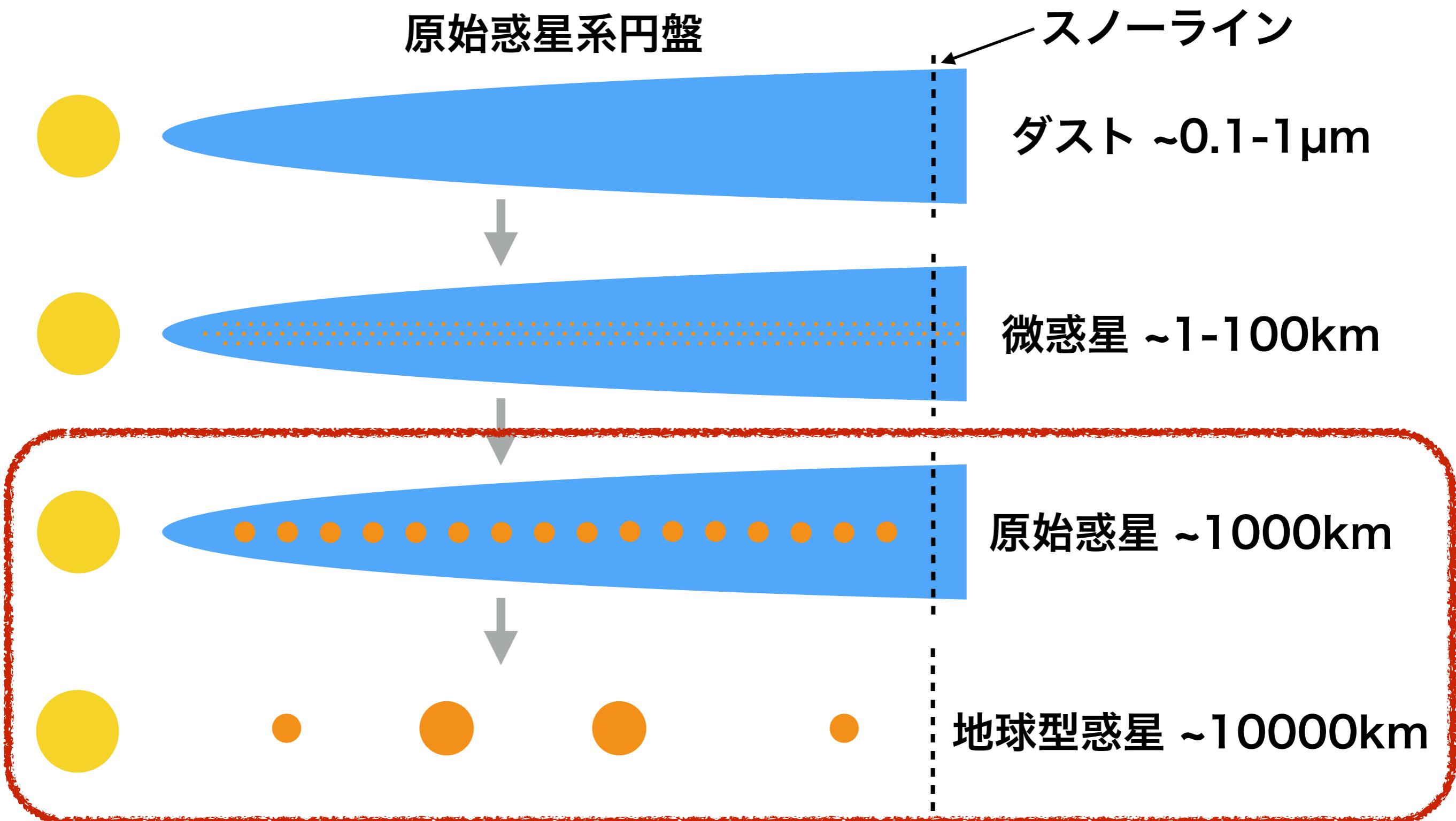
巨大衝突ステージの最後は
力学的摩擦が効きやすく
地球型惑星の離心率が下がる

まとめ

- ・巨大衝突の際に放出される破片はデブリ円盤を形成
➡ 破片同士の衝突・破壊による面密度減少
- ・地球型惑星の離心率を下げる候補：残存微惑星との力学的摩擦
➡ 軌道進化と面密度進化を同時に解く必要あり
➡ 衝突・破壊を考慮したN体計算を開発
- ・破片円盤のような軽い円盤でも長時間かけて惑星の離心率を下げる
- ・初期の巨大衝突の破片円盤は重力散乱され合体成長を邪魔しない
- ・最後の巨大衝突の破片円盤は維持され惑星の離心率を下げる

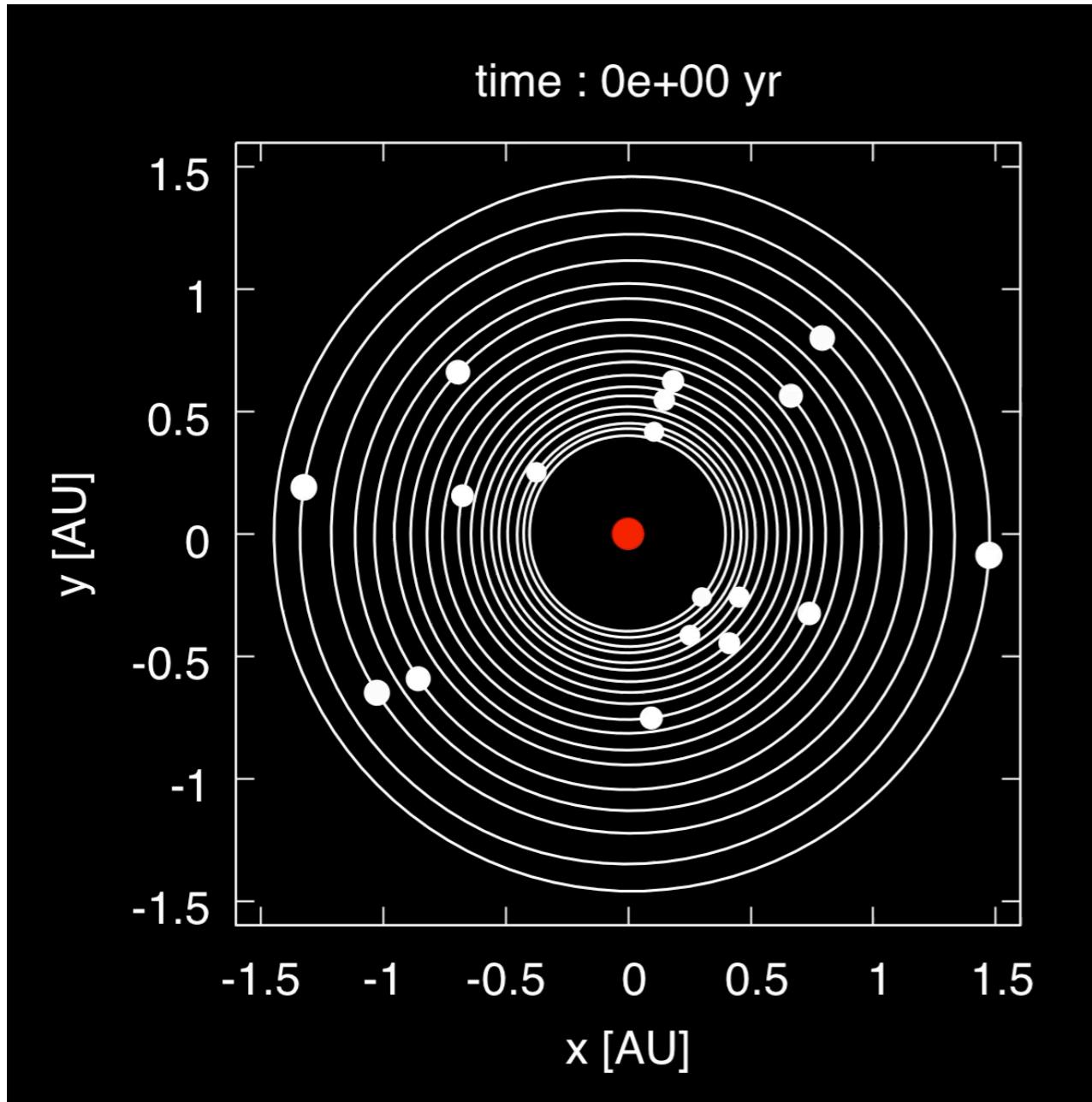
Appendix

地球型惑星形成（標準モデル）



巨大衝突ステージ：地球型惑星の軌道・質量を特徴付ける

N体計算による原始惑星の衝突成長



初期条件

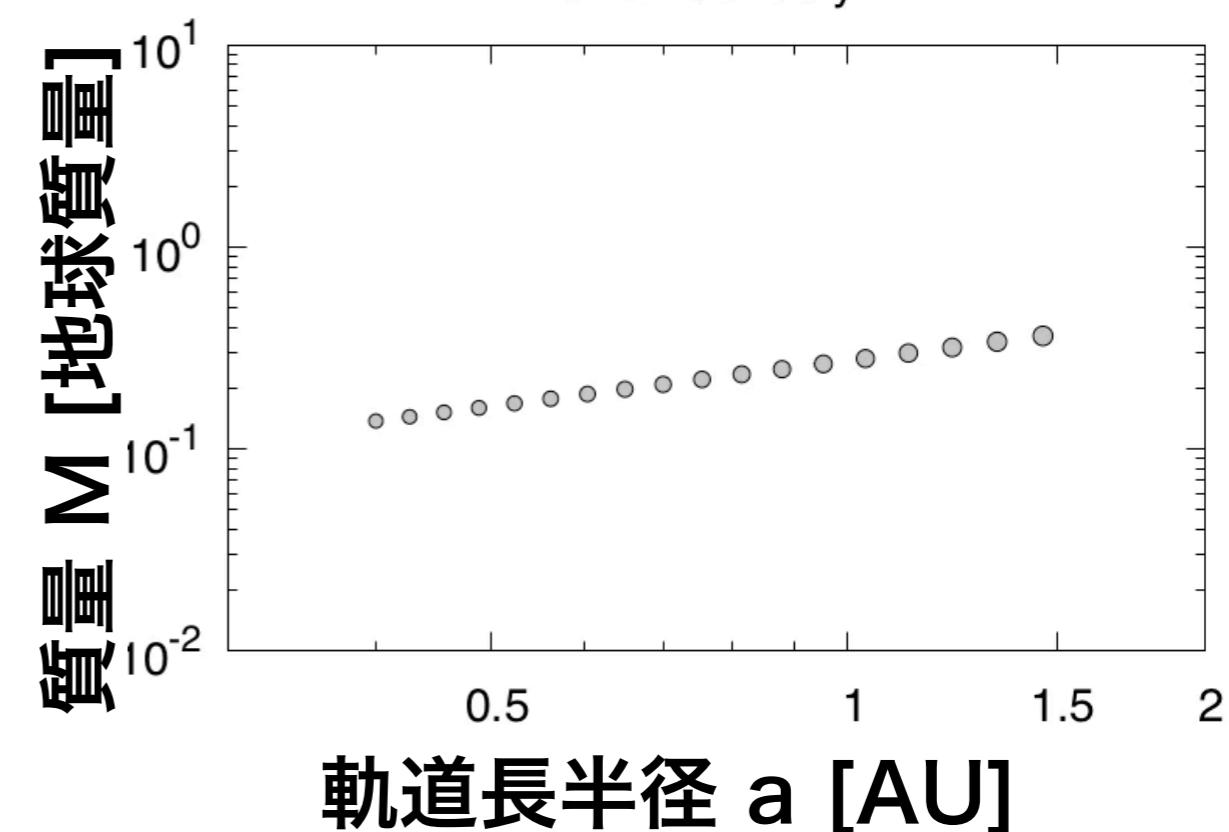
2MMSN

$e=0.01$

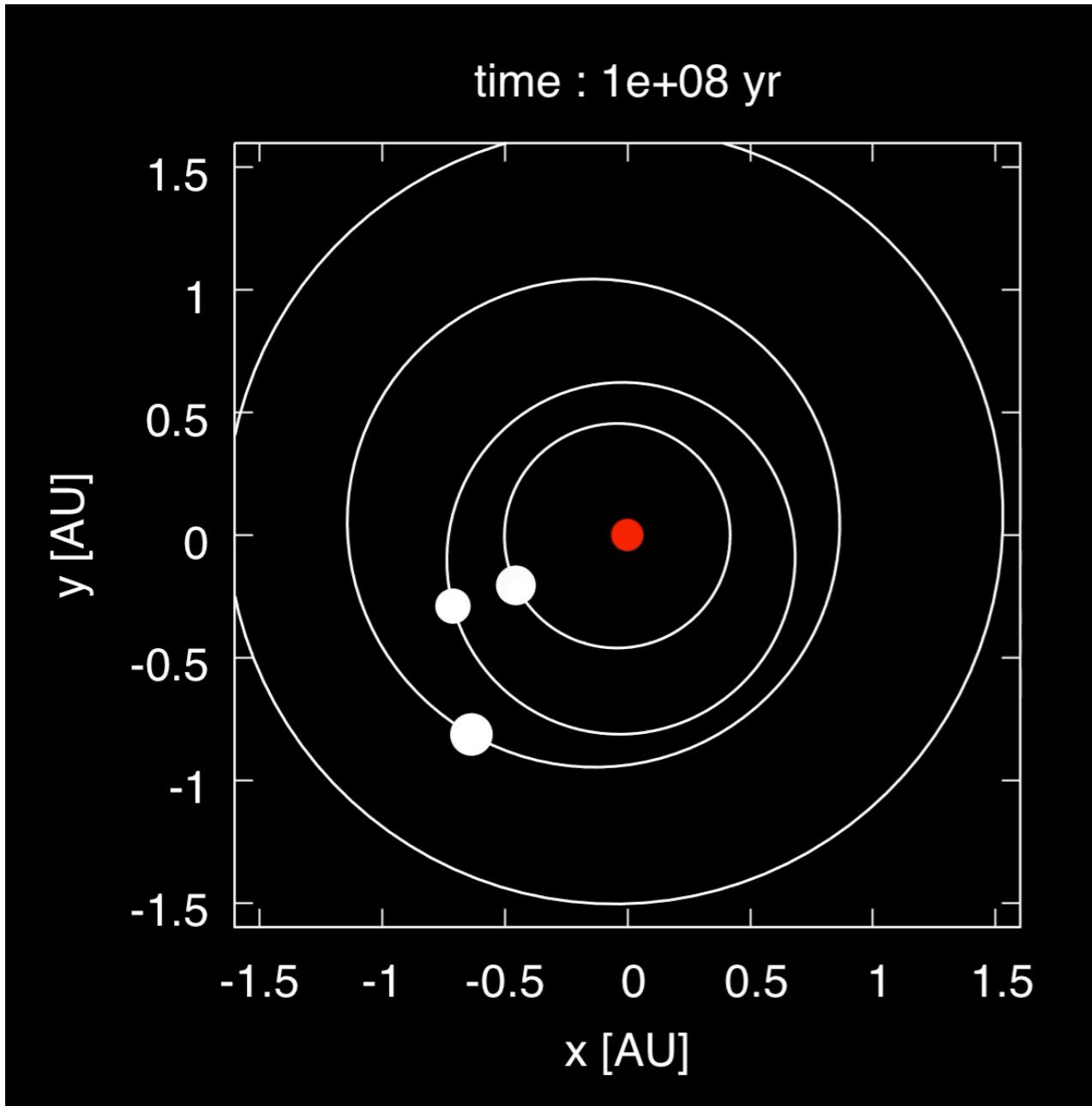
$a=0.4-1.5\text{AU}$

$i=0.005$

$\Delta a=10R_{H,M}$



N体計算による原始惑星の衝突成長



初期条件

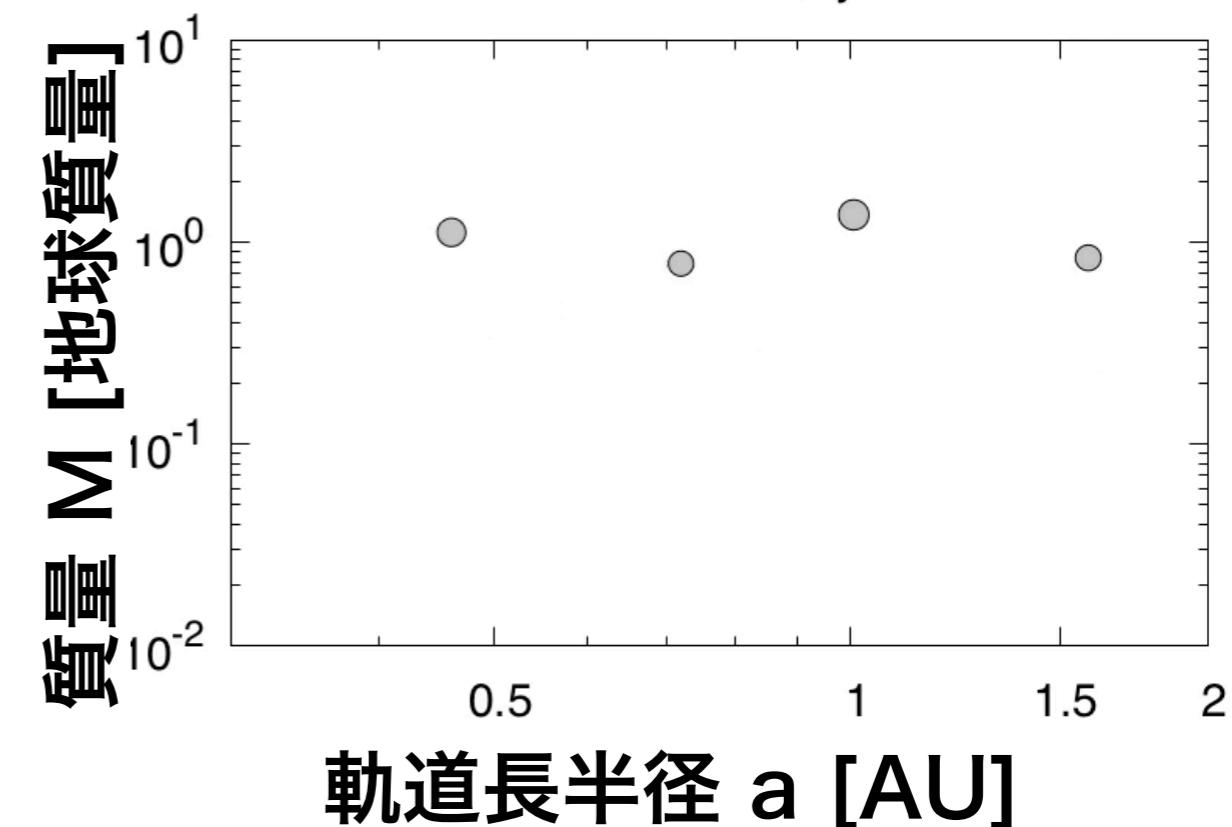
2MMSN

$e=0.01$

$a=0.4-1.5\text{AU}$

$i=0.005$

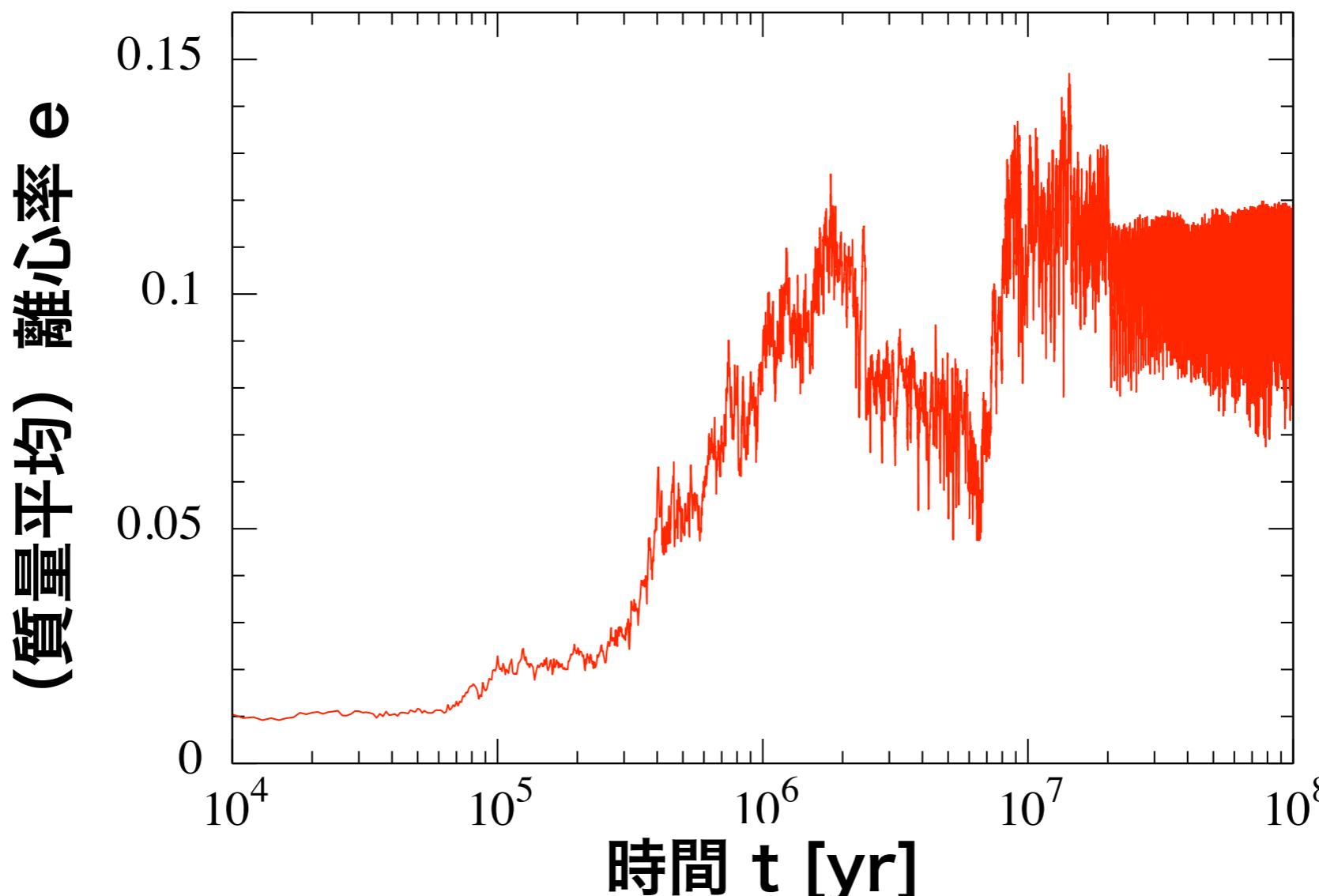
$\Delta a=10R_{H,M}$



1億年程度でいくつかの地球サイズの惑星が形成される

(e.g., Chambers & Wetherill 1998; Agnor et al. 1999;
Kominami & Ida 2002; Kokubo et al. 2006)

問題点：離心率上昇

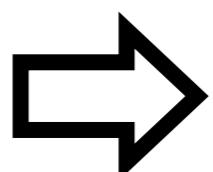


1億年後の離心率 : ~ 0.1

>>

現在の地球の離心率 : 0.0167

離心率が大きくなりすぎてしまう

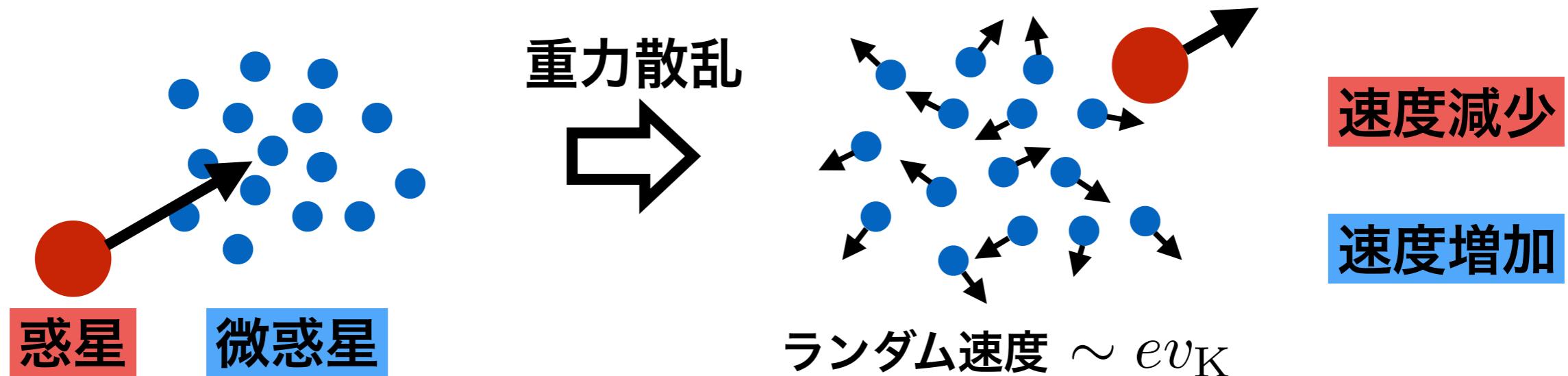


離心率を下げるメカニズムが必要

離心率を下げるメカニズム

- 残存微惑星との力学的摩擦

(e.g., O'Brien et al. 2006;
Morishima et al. 2010)



平均離心率の変化率の解析解 (e.g., Ohtsuki et al. 2002)

$$\left(\frac{d\langle e_{\text{惑}}^2 \rangle}{dt} \right)_{df} \propto - \sum_{\text{微}} \frac{(M \langle e_{\text{惑}}^2 \rangle - m \langle e_{\text{微}}^2 \rangle)}{\text{面密度 エネルギー等分配}}$$

残存微惑星との力学的摩擦により 地球型惑星の離心率は下がる！

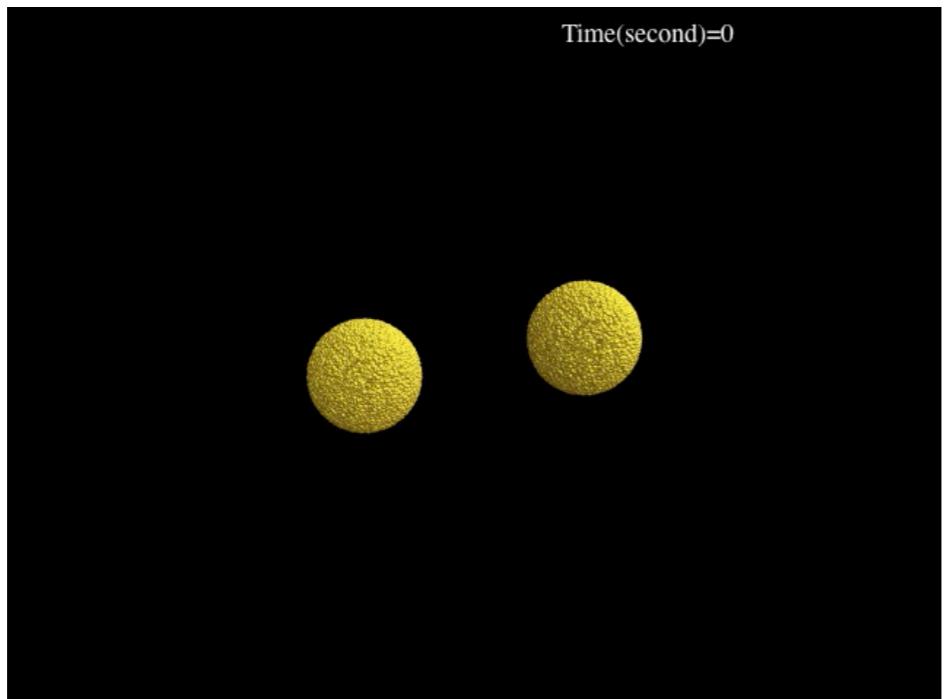
残存微惑星の面密度は変わらないのか？

微惑星同士の衝突・破壊

- 「衝突・破壊」 … 衝突した際に様々なサイズの破片を放出

- Catastrophic

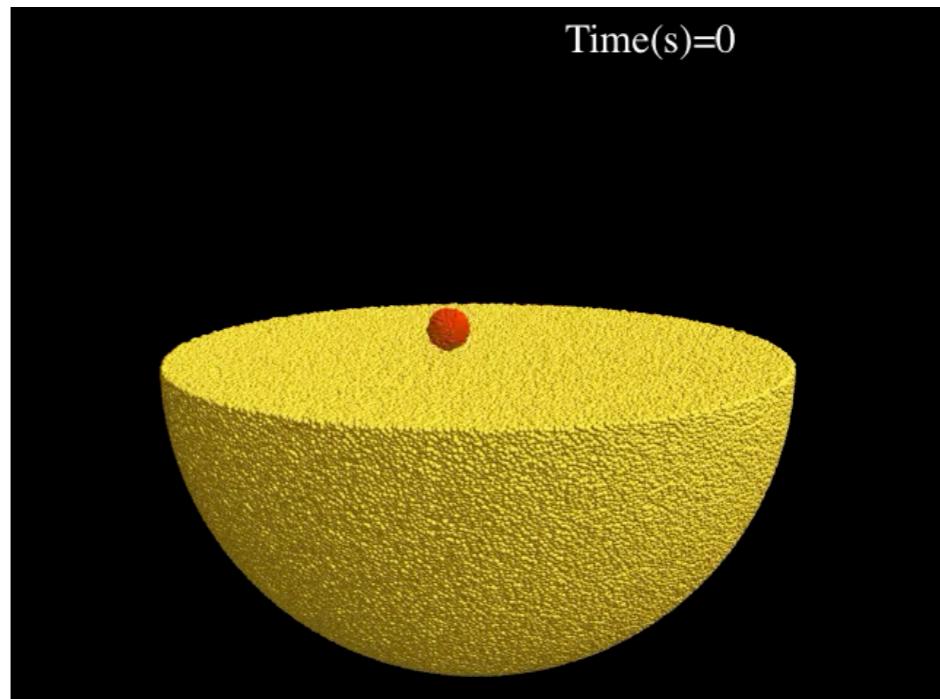
$$R = 50\text{km}, v = 0.3\text{km/s}$$



提供：杉浦（名大）

- Cratering

$$R = 5\text{km}, v = 10\text{km/s}$$



提供：伊藤（名大）

離心率~0.1をもつ10kmサイズの微惑星の場合

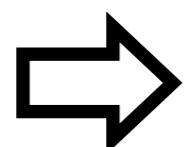
$$\frac{\text{衝突エネルギー}}{\text{破壊に必要なエネルギー}} \sim 300 \left(\frac{e}{0.1} \right)^2 \left(\frac{a}{1\text{AU}} \right)^{-1} \left(\frac{R}{10\text{km}} \right)^{-1.36} \left(\frac{\rho}{3\text{g/cm}^3} \right)^{-1}$$

破壊は当然起こる！

(Benz & Asphaug 1999)

衝突・破壊の効果：面密度減少

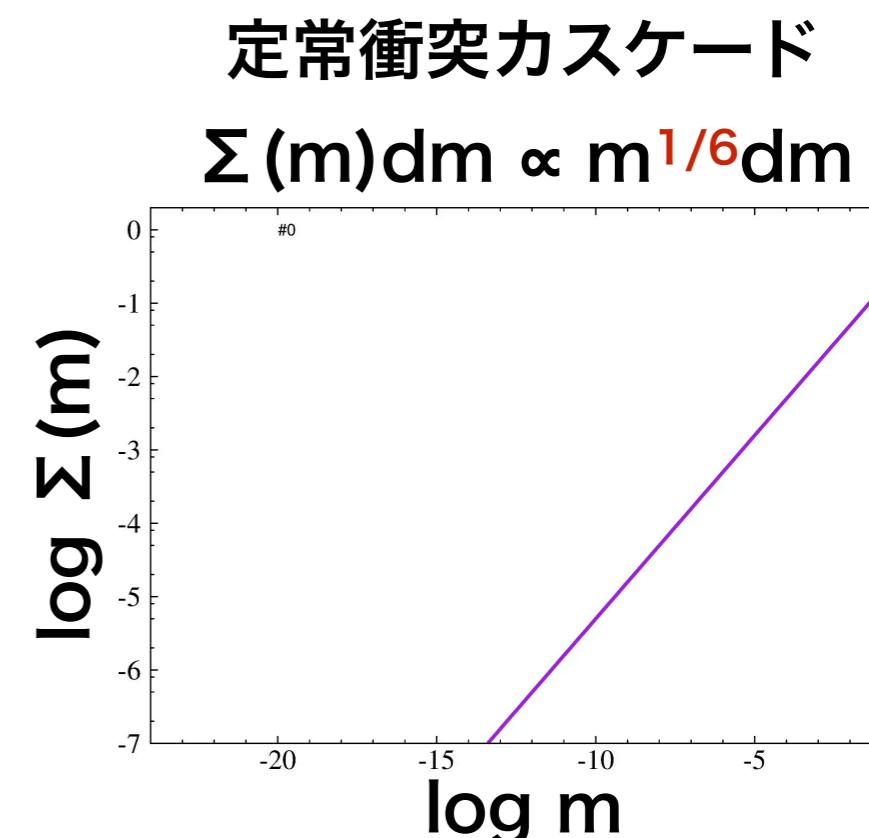
- 衝突・破壊にともなう微惑星円盤の進化
 - 破片同士は衝突をくりかえし小さくなる = 衝突力スケード
(e.g., Tanaka et al. 1996)
 - $1\mu\text{m}$ 以下の破片は輻射圧により系外へふきとばされる



微惑星円盤の面密度は減少する

- 面密度減少の解析解
(Kobayashi & Tanaka 2010)

- 破片の面密度はべき一定のまま減少
- 面密度減少のタイムスケール
 $\propto 1/\text{面密度}$



研究目的

先行研究（残存微惑星説）の問題点：微惑星の破壊を考慮していない

破壊を考慮すると…

微惑星円盤の面密度が減少 (KT10)

- ➡ 残存微惑星による力学的摩擦の効率低下
- ➡ 地球型惑星の離心率を下げられるか？

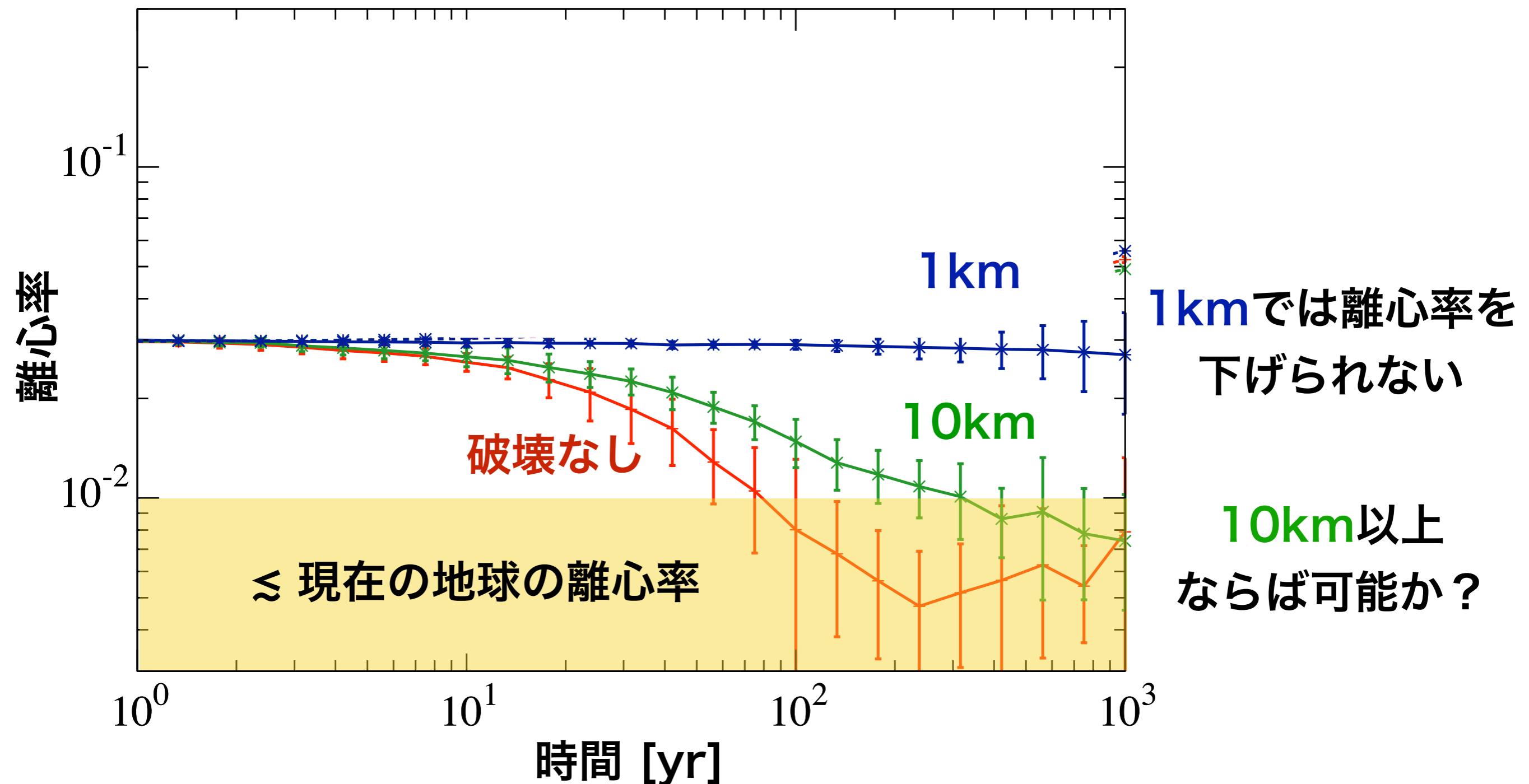
破壊が力学的摩擦に与える影響を調べるため

微惑星同士の衝突・破壊を考慮した
N体シミュレーションコードを開発する

破壊が力学的摩擦に与える影響

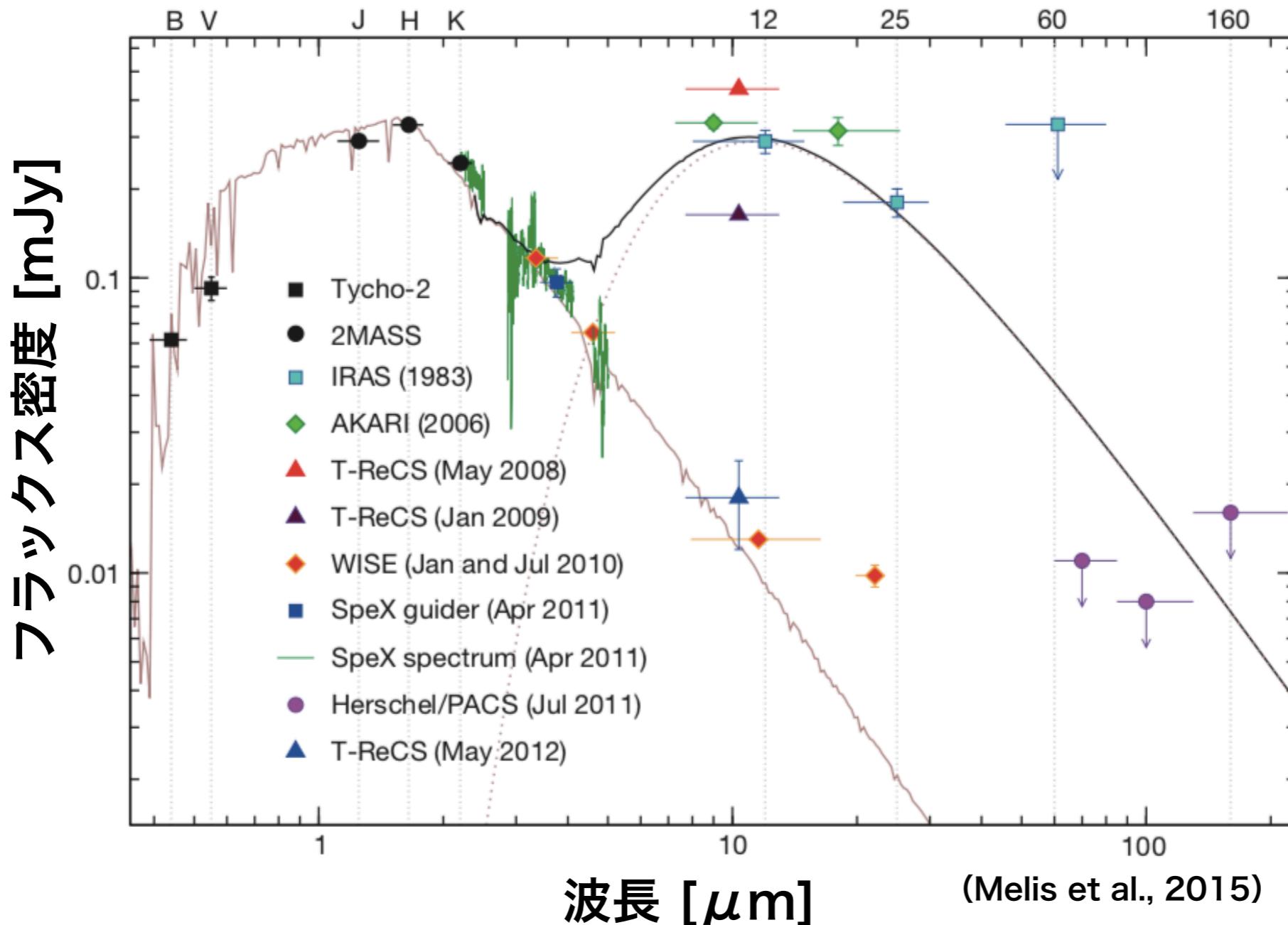
最大微惑星の質量 m_{\max} を $10^{16}g$ ($\sim 1\text{km}$) と $10^{19}g$ ($\sim 10\text{km}$) に設定

$$\langle e_{\text{微惑星},0}^2 \rangle^{1/2} = e_{\text{惑星},0} = 0.03$$



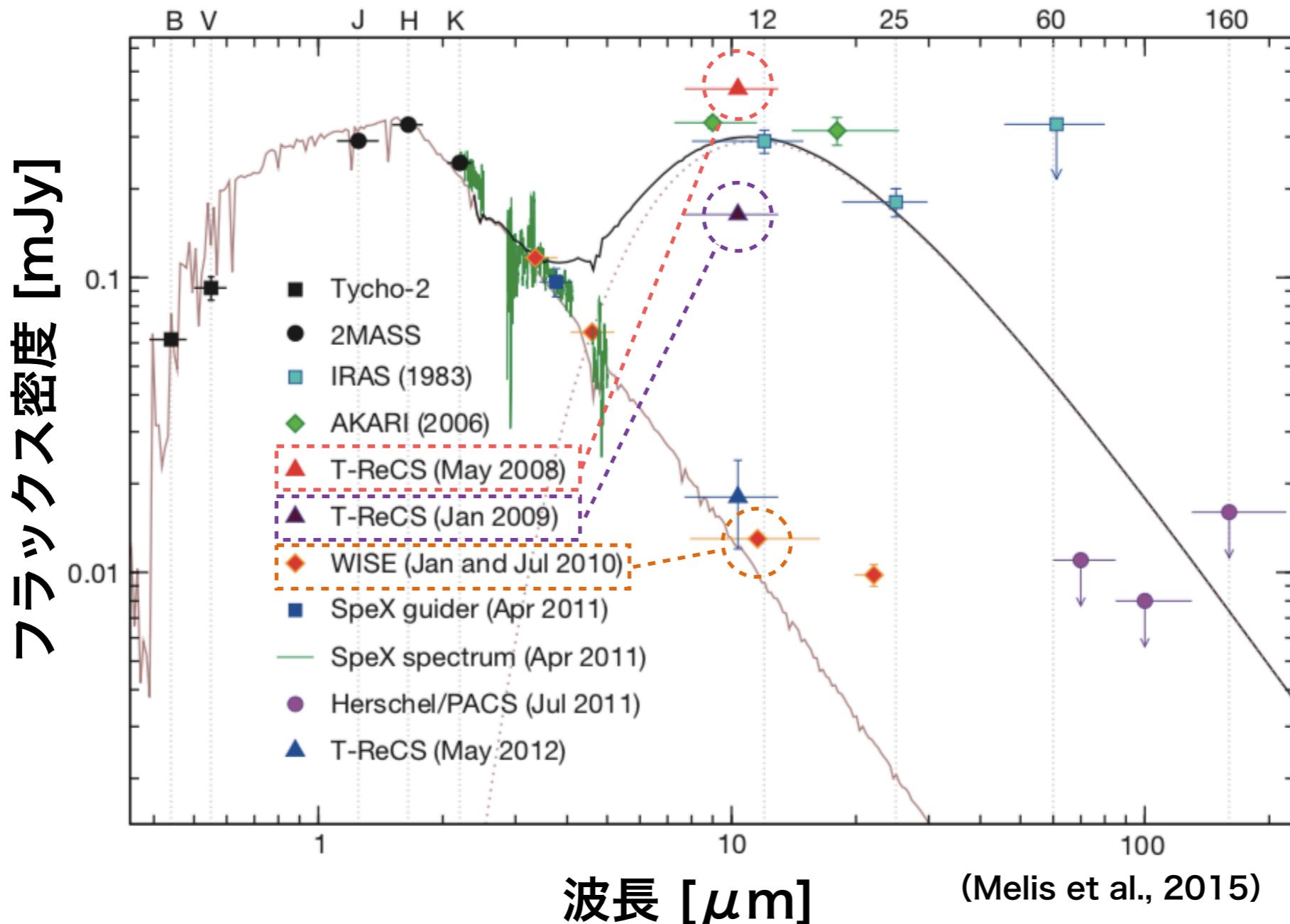
急激な明るさの変化をしたデブリ円盤

天体名：TYC 8241 2652 1 年齢： $\sim 10 \text{ Myr}$



急激な明るさの変化をしたデブリ円盤

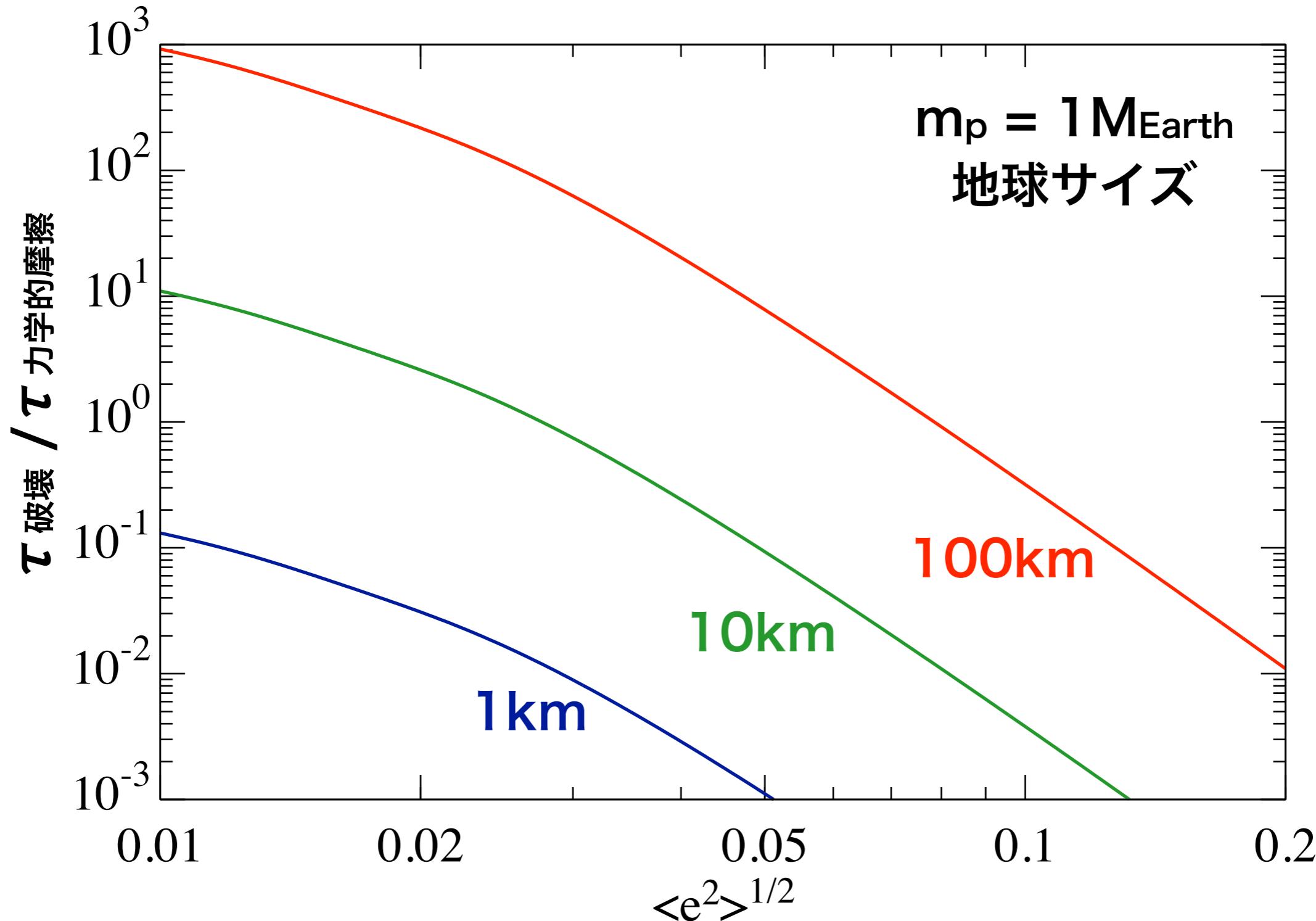
天体名：TYC 8241 2652 1 年齢： $\sim 10 \text{ Myr}$



2年間で明るさが1/10以下に変化 衝突・破壊のみでは説明できない

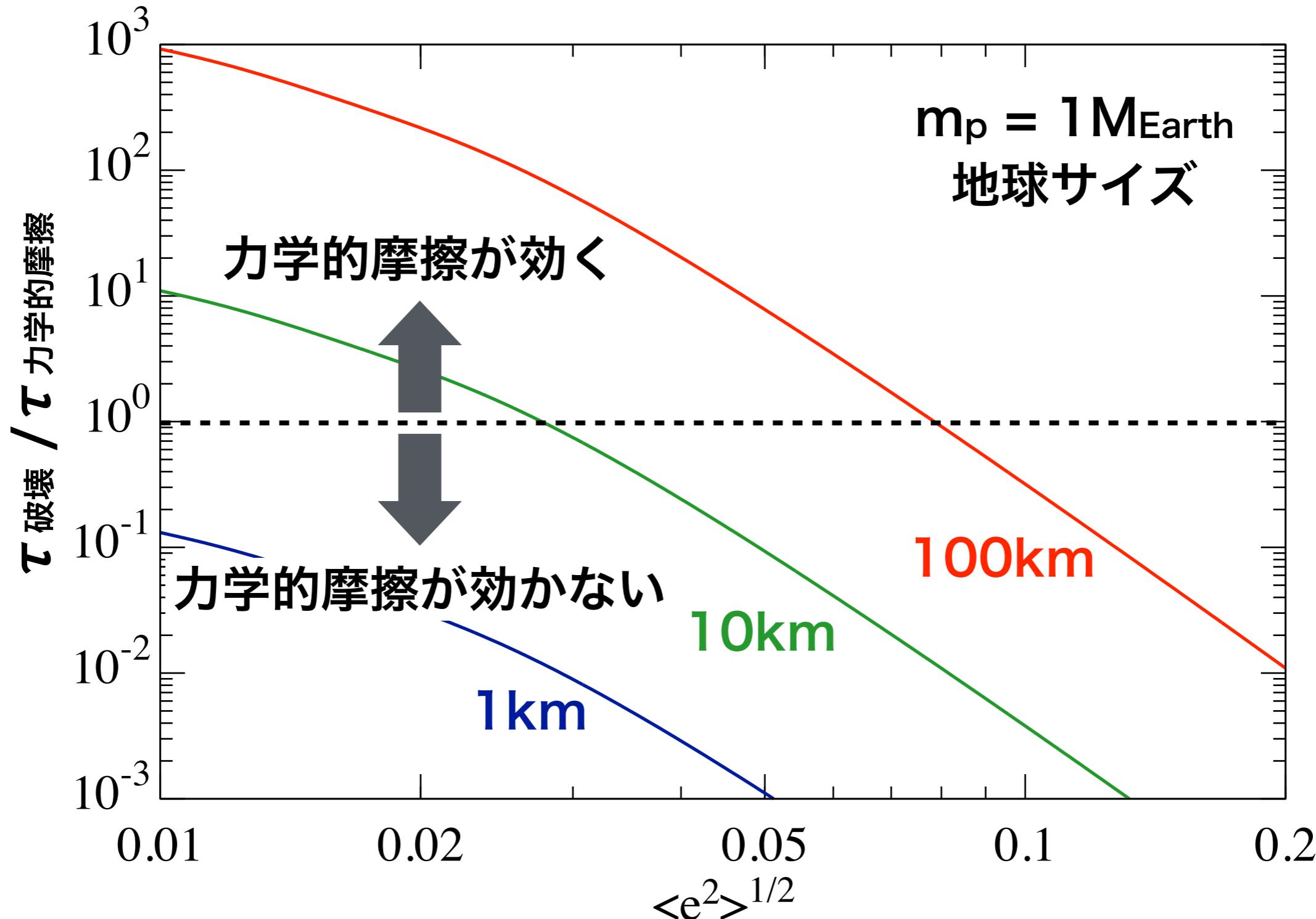
タイムスケールの比較

- $\tau_{\text{破壊}} / \tau_{\text{力学的摩擦}}$: 残存微惑星円盤の面密度に依存しない

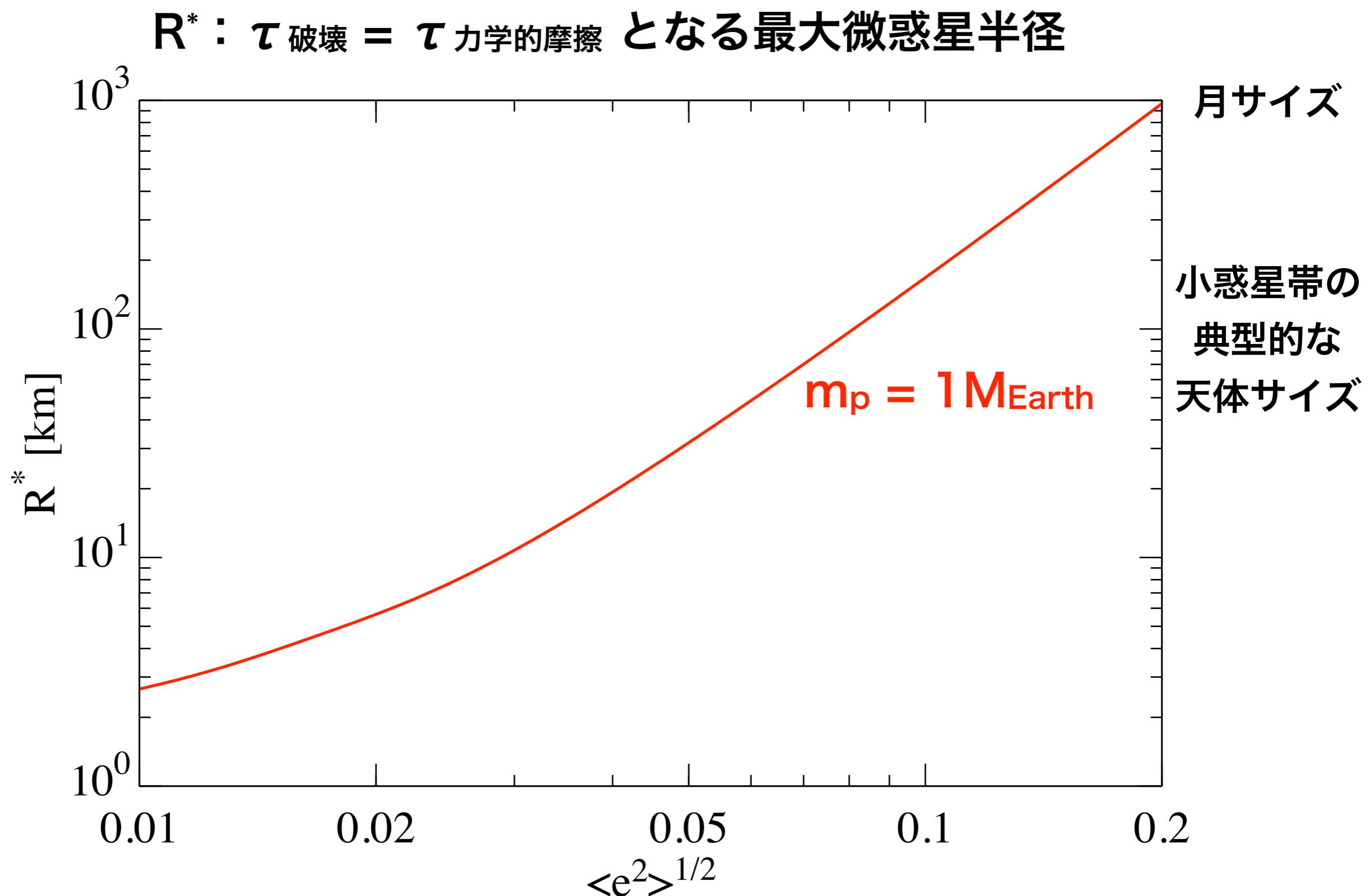


タイムスケールの比較

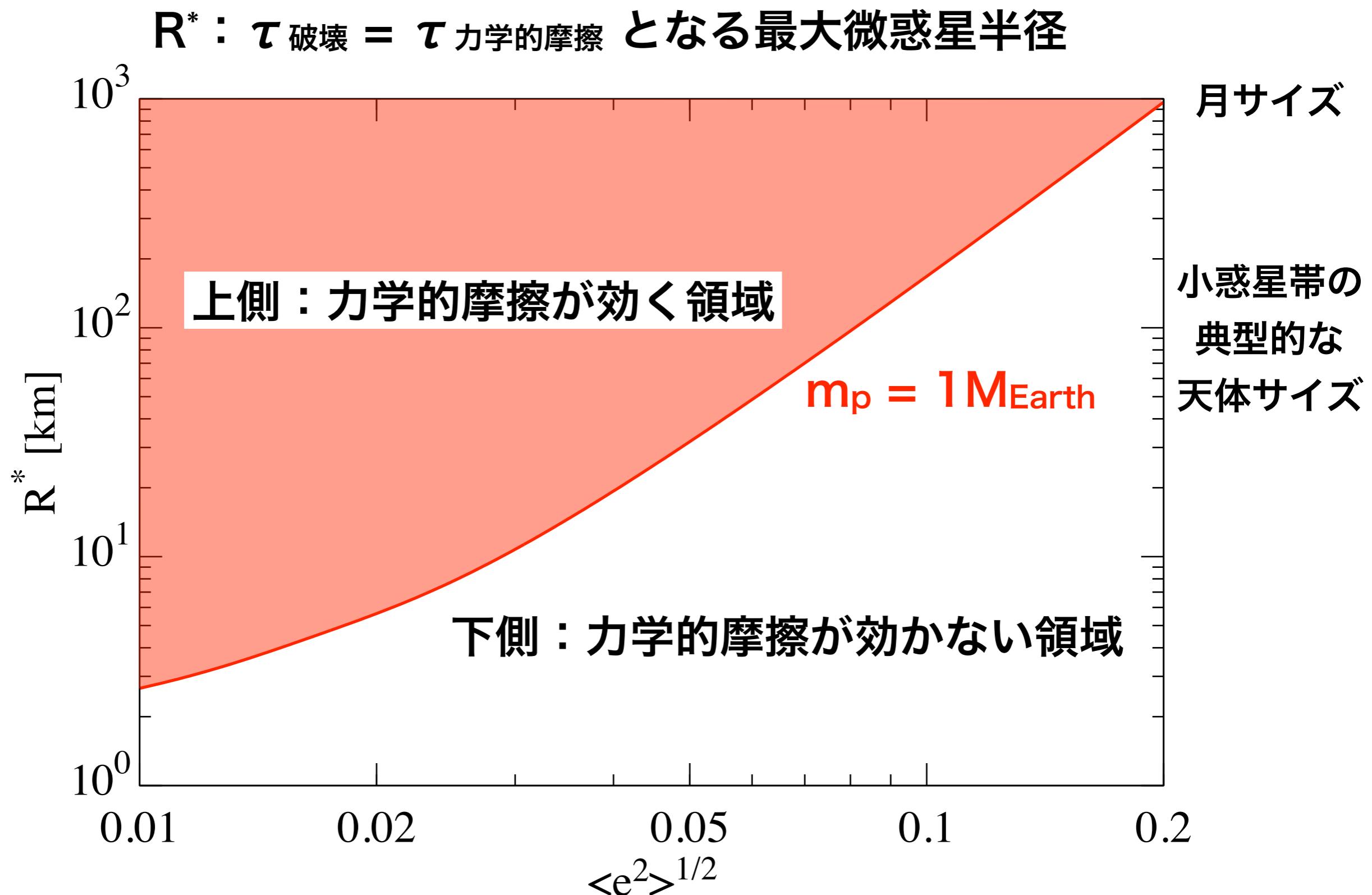
- $\tau_{\text{破壊}} / \tau_{\text{力学的摩擦}}$: 残存微惑星円盤の面密度に依存しない



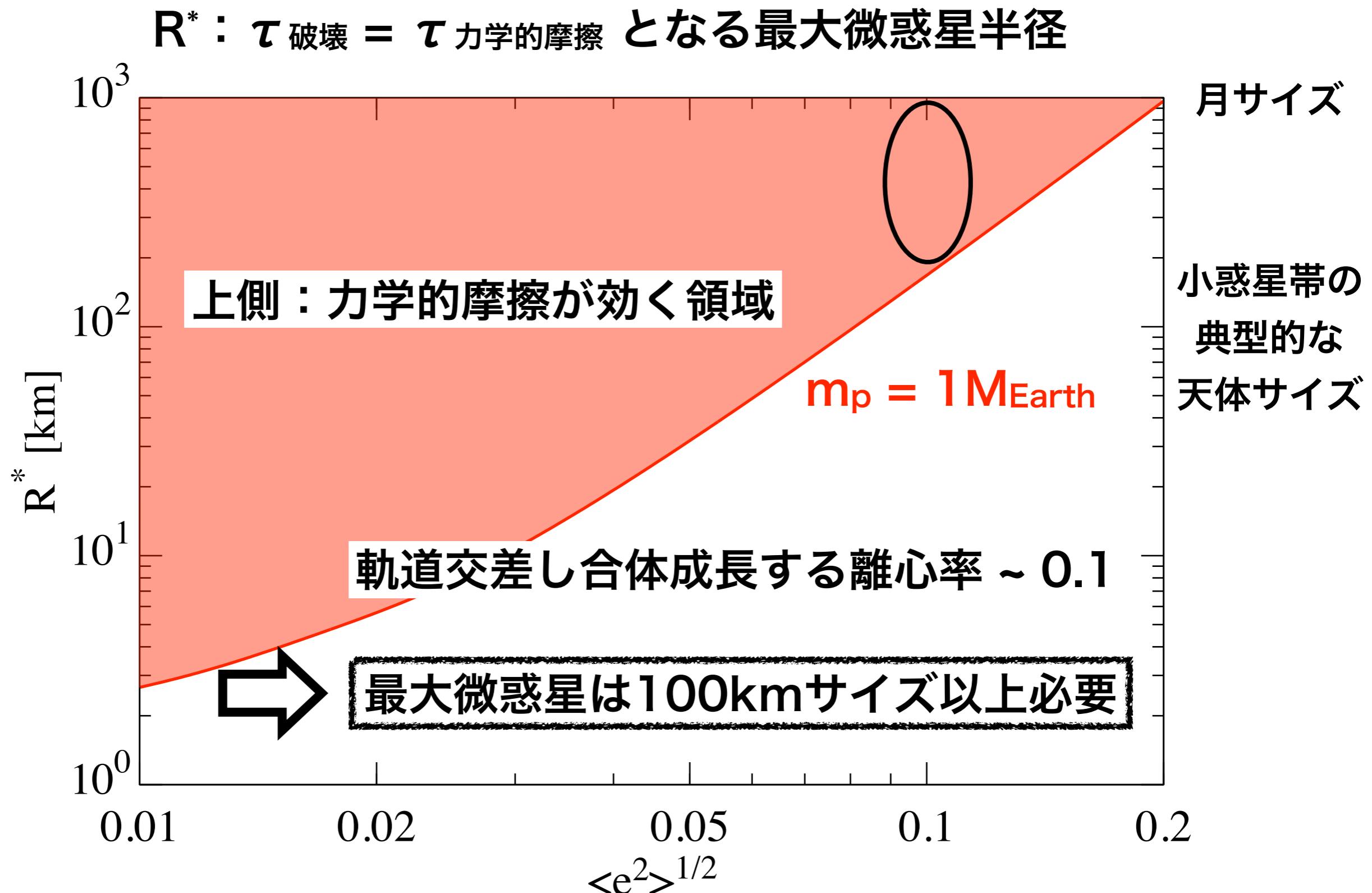
力学的摩擦が効く最大微惑星の大きさ

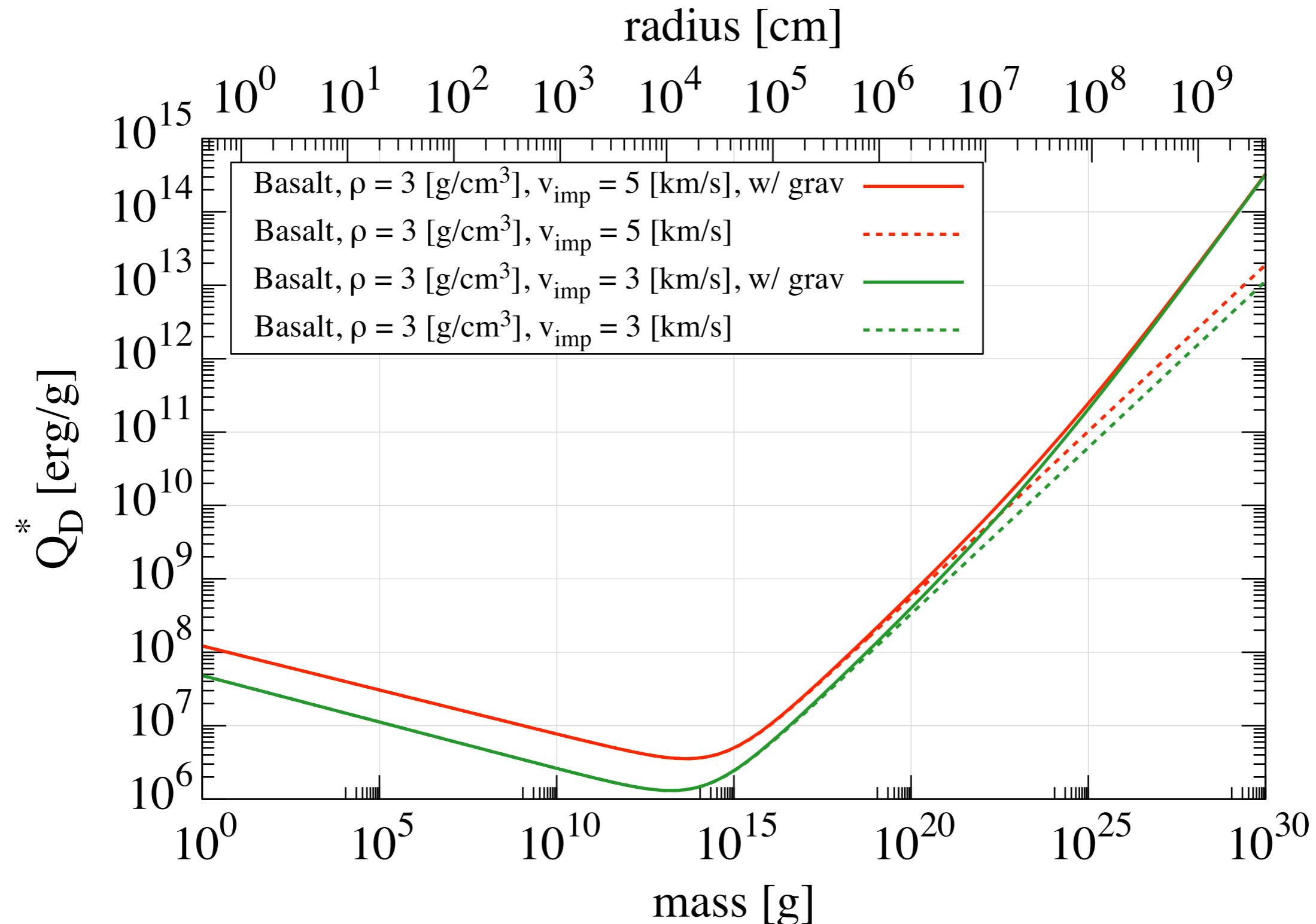


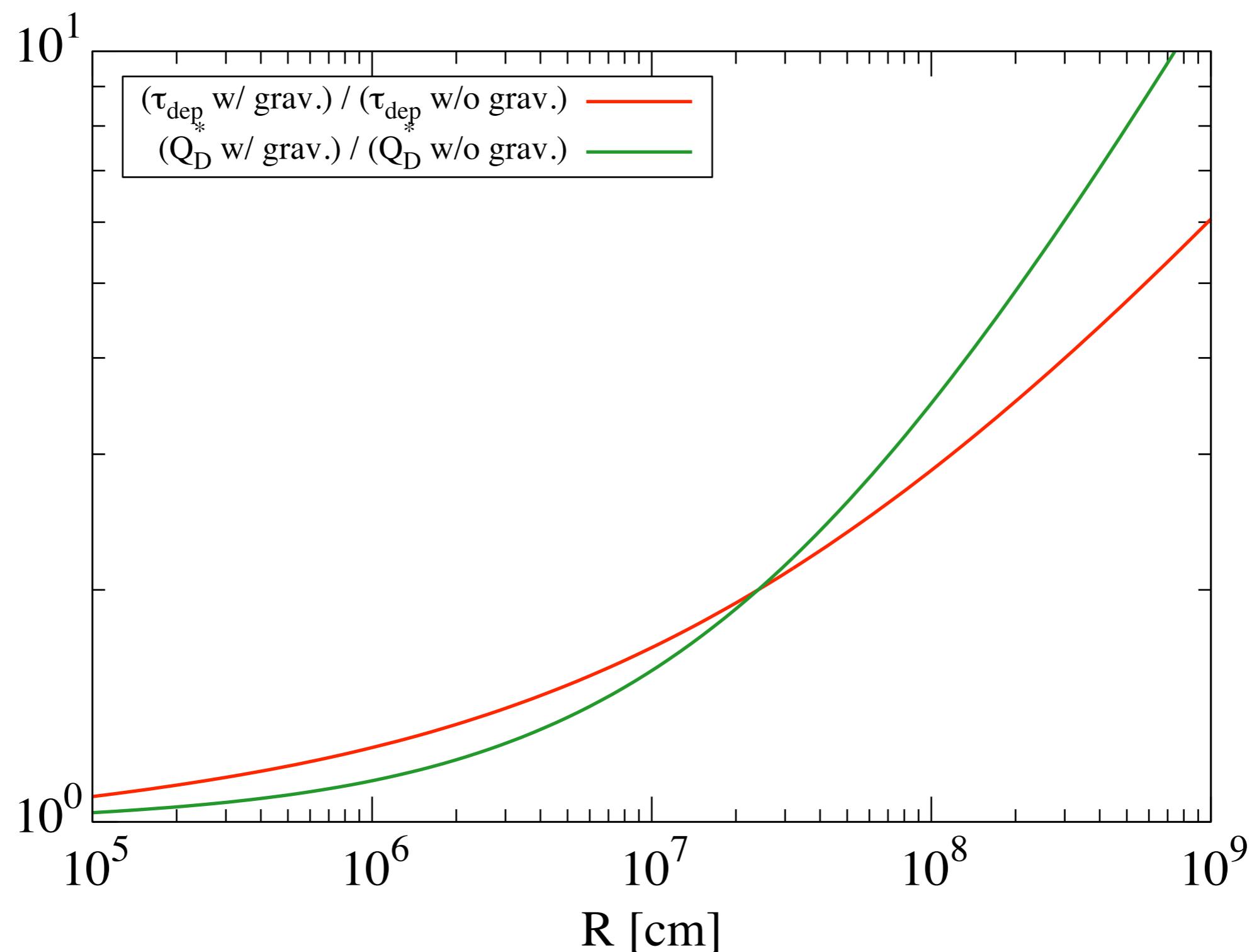
力学的摩擦が効く最大微惑星の大きさ



力学的摩擦が効く最大微惑星の大きさ

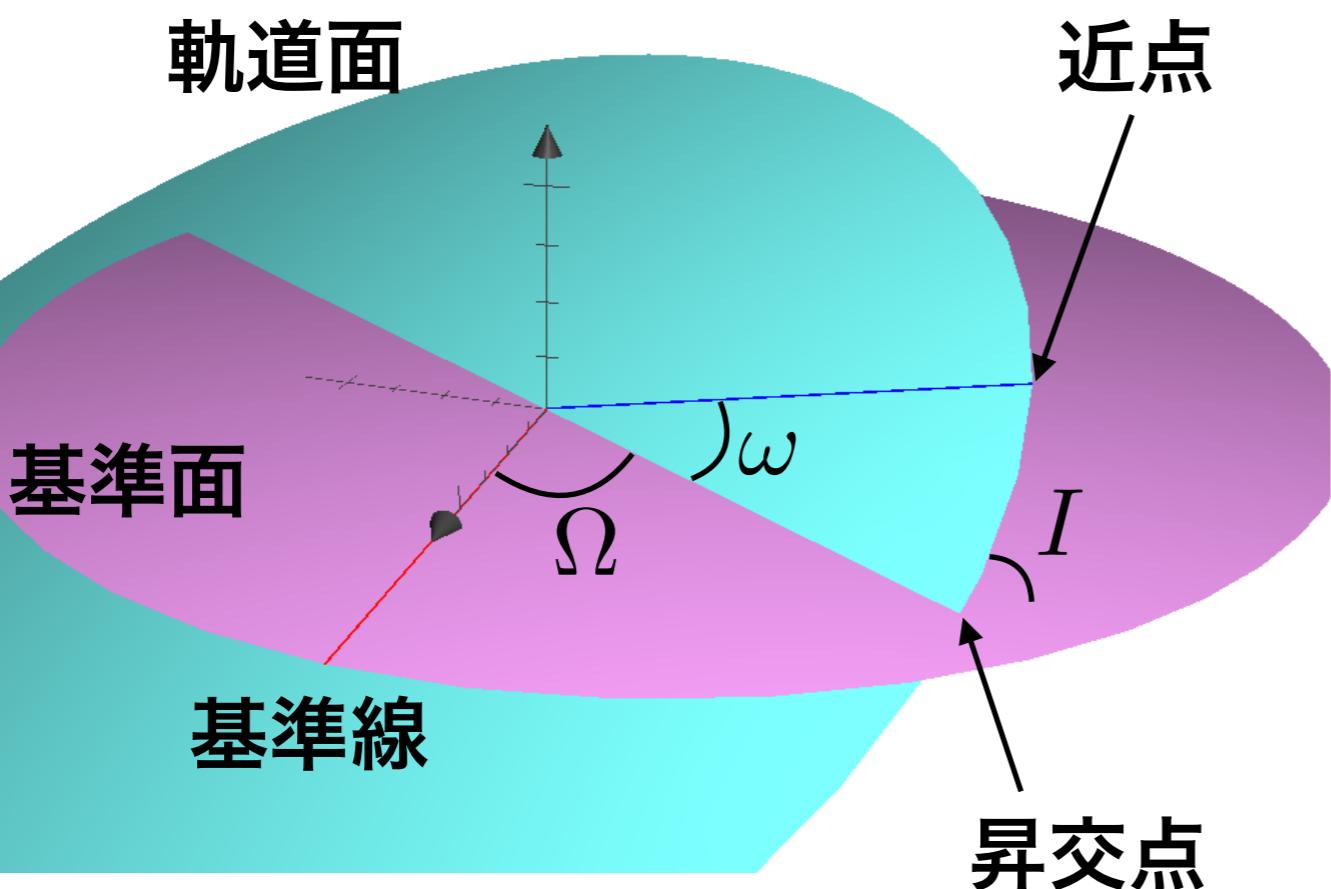






軌道要素

橢円軌道の場合



橢円の形を決定：

軌道長半径 a

離心率 e

軌道面の位置を決定：

昇交点経度 Ω

近点引数 ω

軌道傾斜角 I

位置と速度の6変数



軌道要素6つ

天体の位置を決定：

近点通過時刻 T

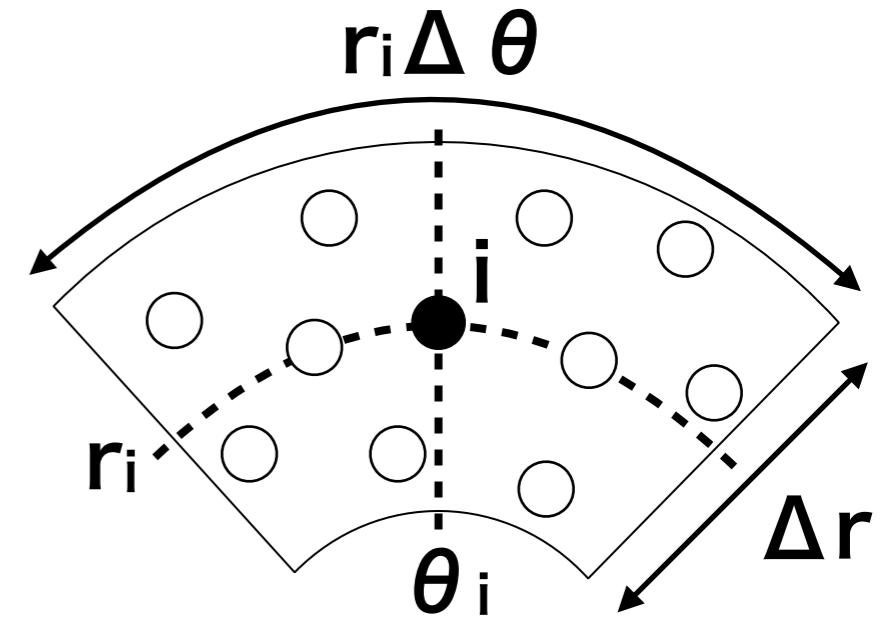
面密度と衝突速度

step1：トレーサー i のまわりに扇形領域 i を作る (Morishima 2015)

step2：この領域の面密度を
トレーサー i の面密度 Σ_i とする

$$\Sigma_i = \frac{m_i + \sum_j^N m_j}{r_i \Delta r \Delta \theta}$$

j ：領域 i 内の
トレーサー
 N ： j の総和



step3： i と j の相対速度をランダム速度で近似

$$\text{ランダム速度 } \sqrt{e_{i,j}^2 + i_{i,j}^2} v_{K,i}$$

$e_{i,j}$ ：相対離心率
 $i_{i,j}$ ：相対軌道傾斜角
 $v_{K,i}$ ： i のケプラー速度

step4：相対速度の2乗平均平方根を i の衝突速度 $v_{\text{imp},i}$ だとみなす

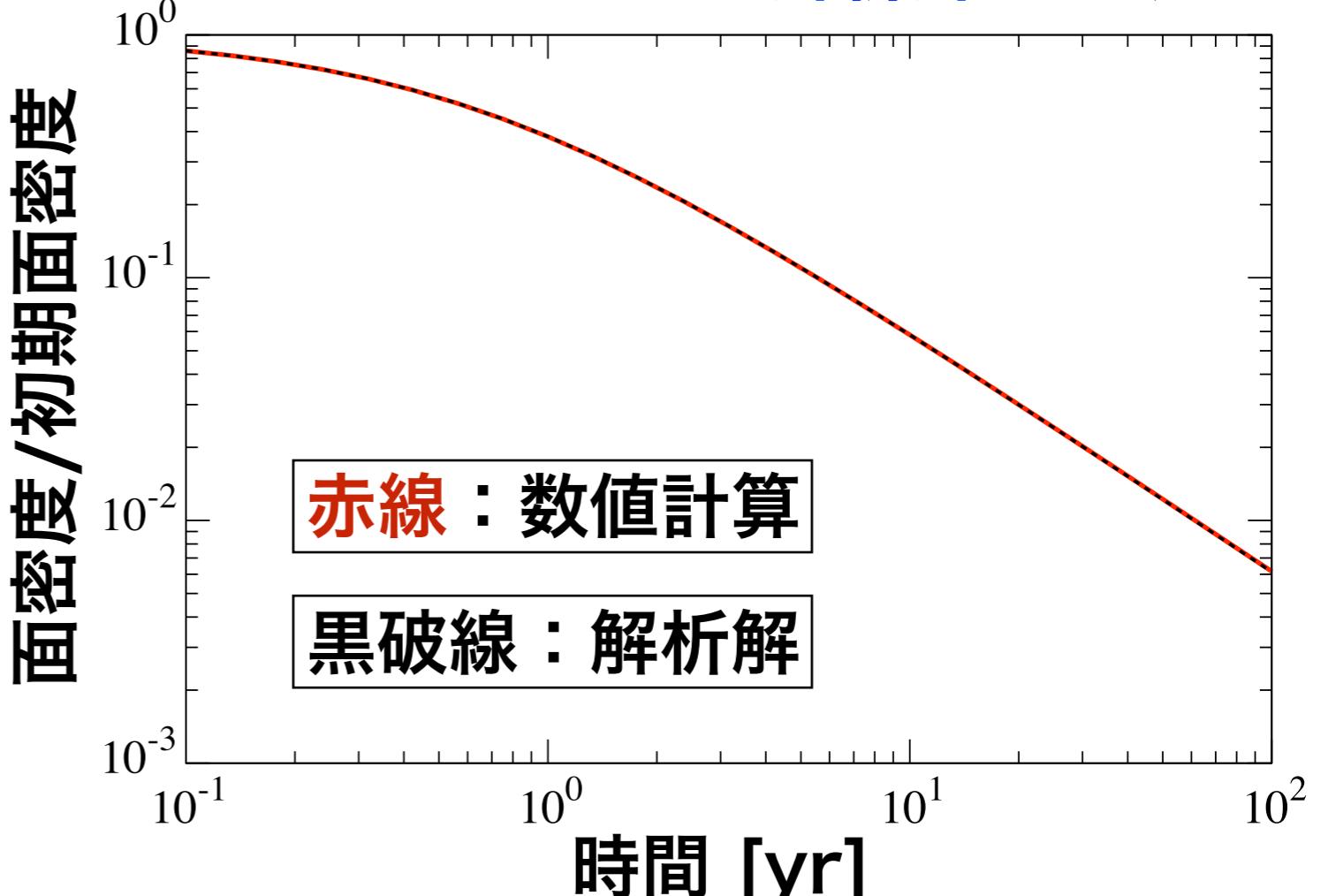
$$v_{\text{imp},i} = \sqrt{\frac{\sum_j^N (e_{i,j}^2 + i_{i,j}^2) v_{K,i}^2}{N}}$$

破壊計算のテスト

破壊による微惑星円盤の面密度減少をテスト

解析解と一致！

- ・ 微惑星2000体
- ・ $1 \pm 0.025 \text{AU}$
- ・ 総質量 = 10地球質量
- ・ 離心率 = 0.01
- ・ $m_{\max} = 10^{16} \text{ g}$
- ・ 重力相互作用なし



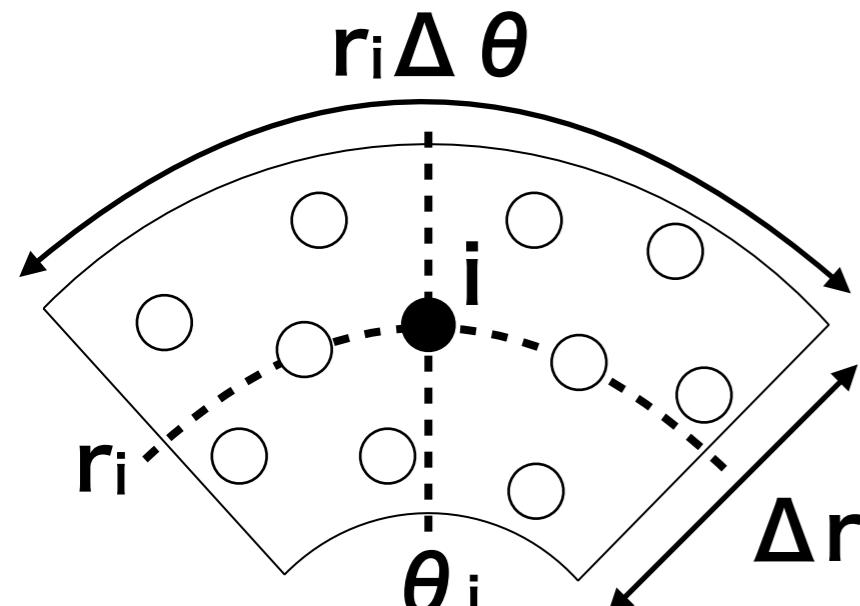
解析解 (KT10)

$$\frac{\Sigma(t)}{\Sigma_0} = \frac{1}{1 + t/\tau_{\text{dep}}}$$

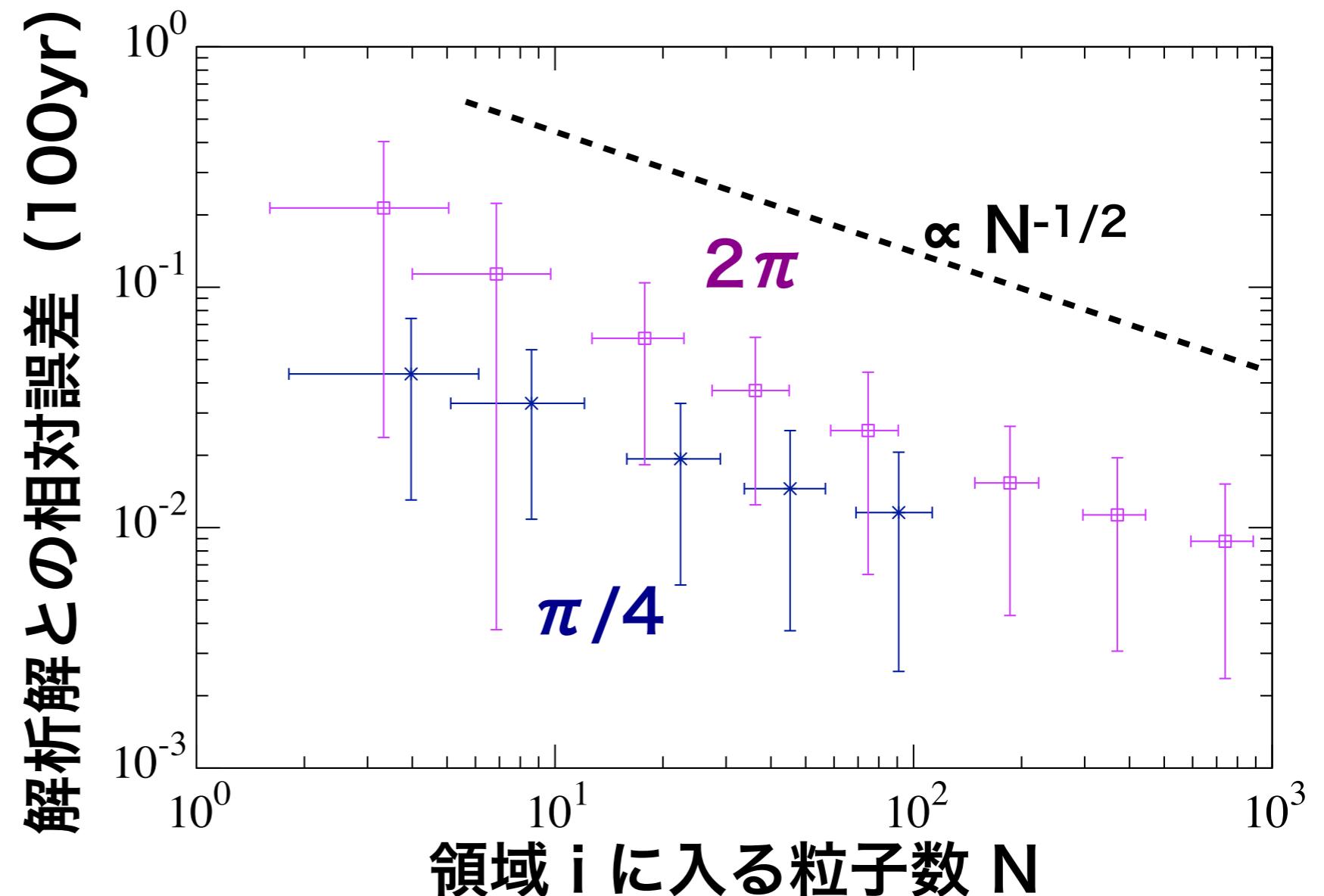
$$\begin{aligned} \tau_{\text{dep}} &= 0.617 \left(\frac{M_{\text{tot}}}{10M_{\oplus}} \right)^{-1} \left(\frac{m_{\max}}{10^{16} \text{g}} \right)^{0.641} \left(\frac{a}{1 \text{AU}} \right)^{4.18} \\ &\quad \times \left(\frac{\Delta a/a}{0.05} \right) \left(\frac{e}{0.01} \right)^{-1.36} \left(\frac{Q_0}{5.07 \times 10^6 \text{erg/g}} \right)^{0.679} \text{yr} \end{aligned}$$

破壊計算の精度と粒子数の関係

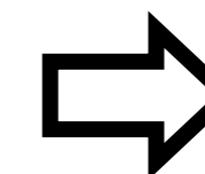
- 微惑星の個数：
 $\{10, 20, 50, 100, 200, 500, 1000, 2000\}$ 体
- $\Delta\theta = 2\pi, \pi/4$
- $\Delta r = 0.02\text{AU}$



$\pi/4$ は時間経過で粒子が入れ替わるため、
 2π に比べ約8倍の粒子平均が取れている

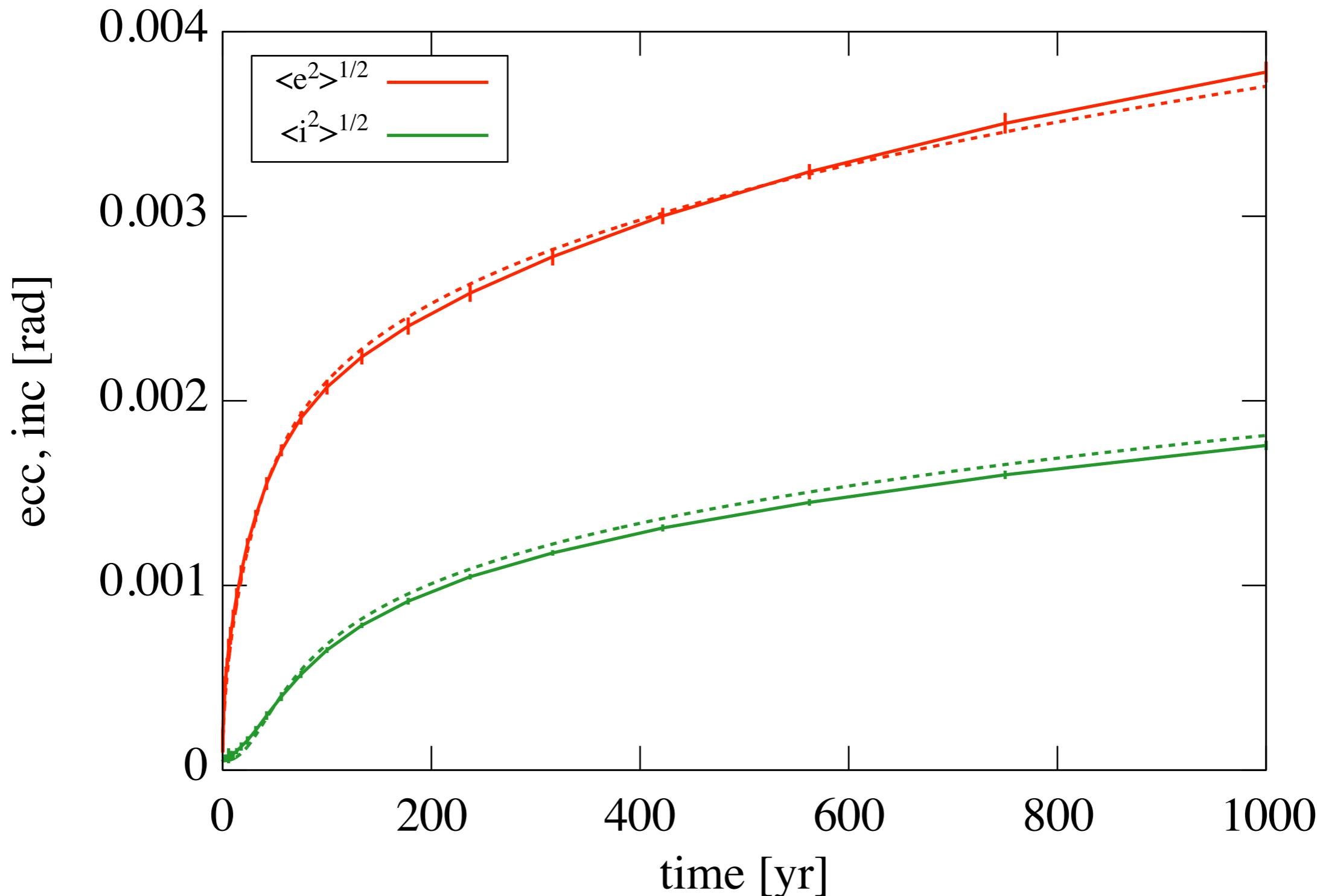


領域 i に入る粒子数 N

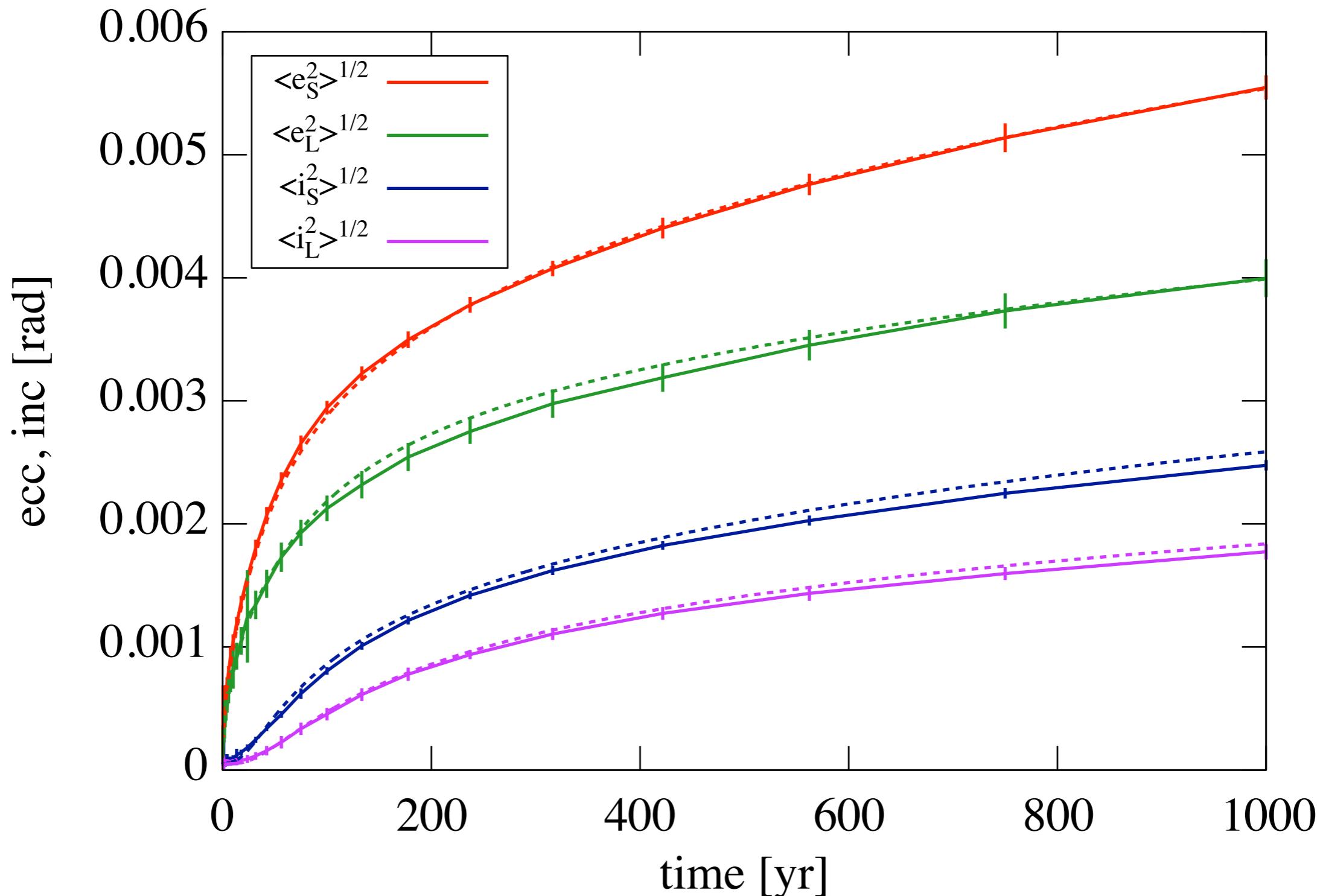


約8倍誤差が小さい

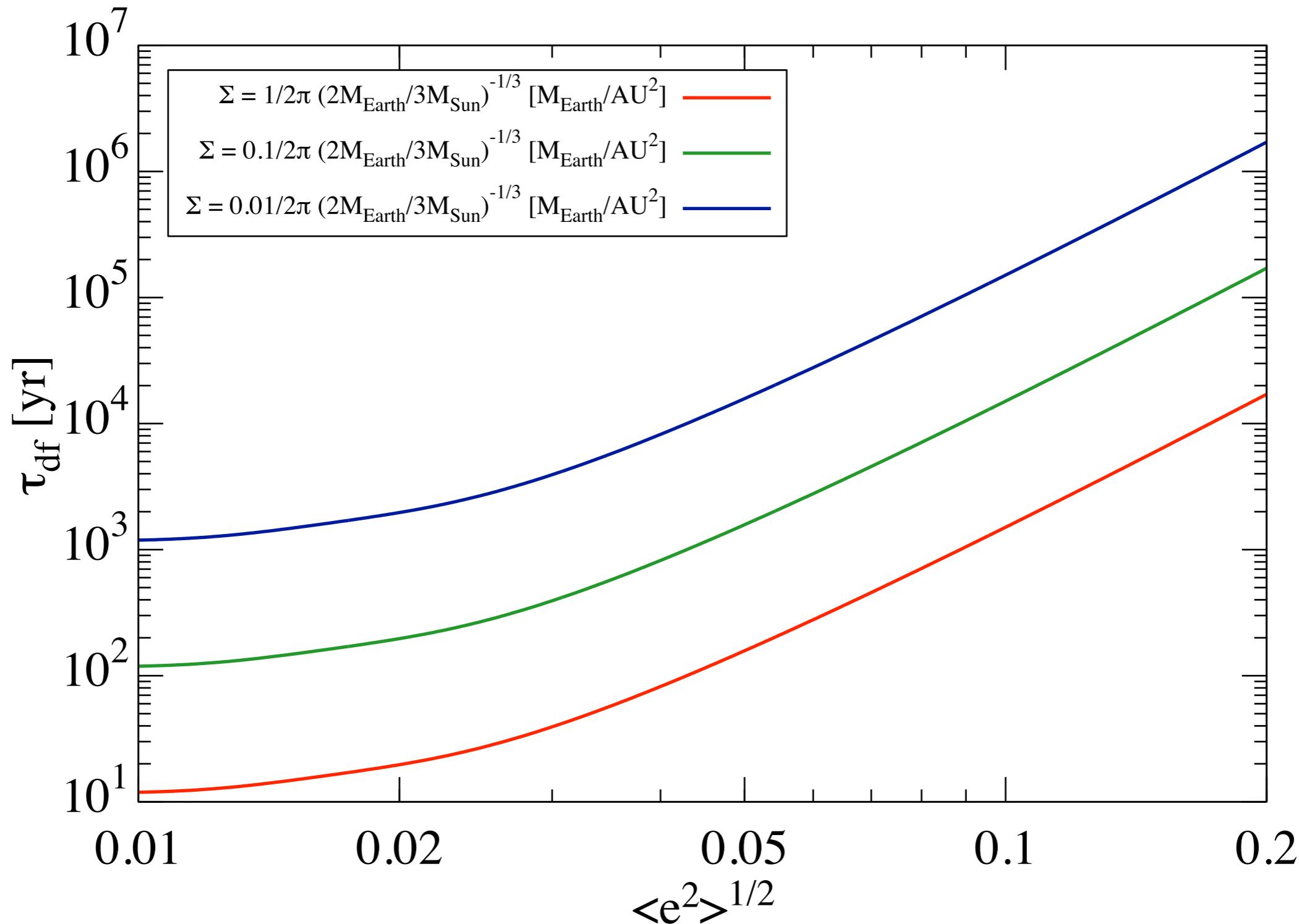
N体計算のテスト



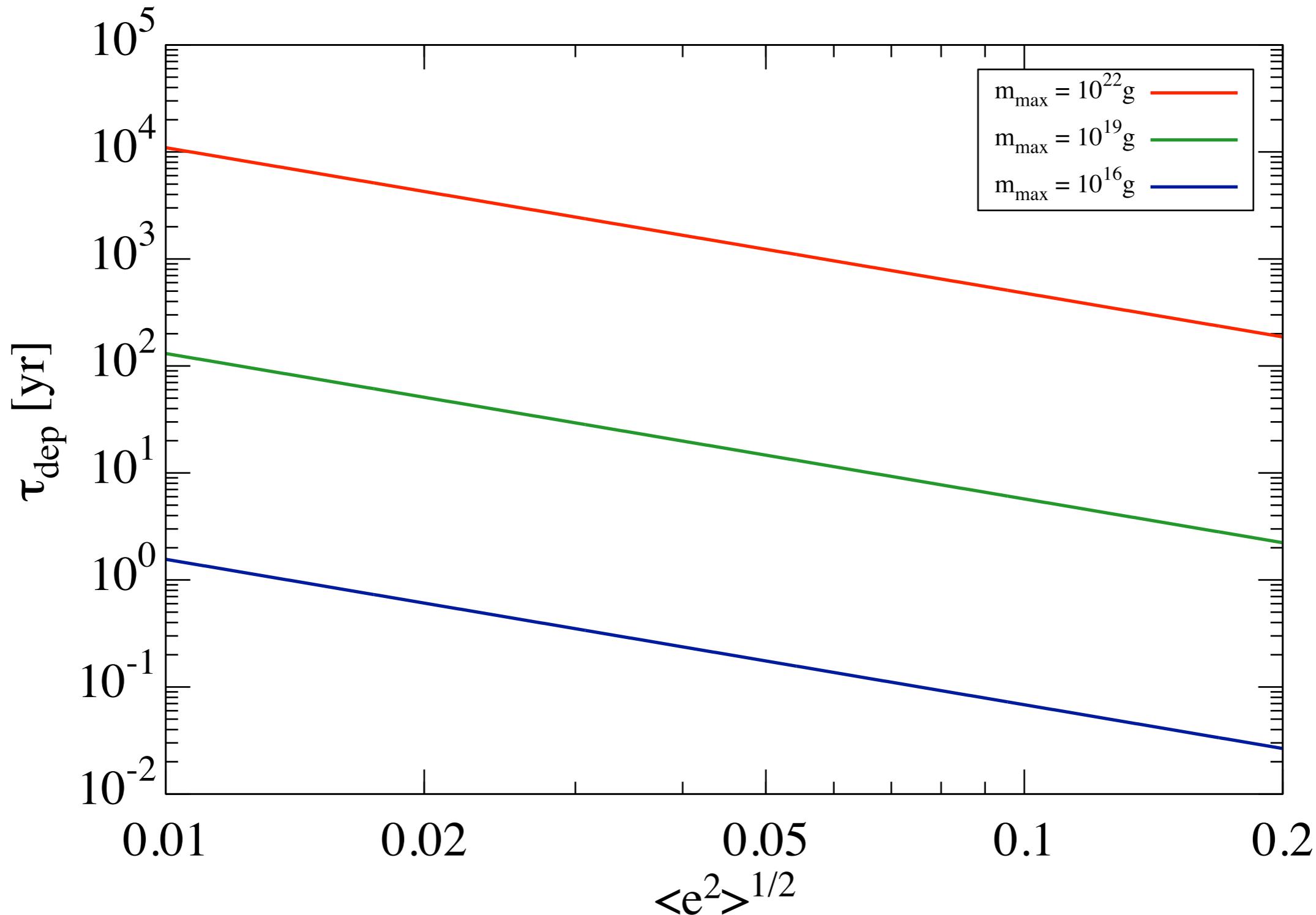
N体計算のテスト



力学的摩擦のタイムスケール



破壊のタイムスケール



巨大衝突ステージの先行研究

1. Chambers & Wetherill, 1998, Icarus, 136, 304

- ・ N体シミュレーション & 衝突・合体
- ・ ガス円盤無し、破壊無し、原始惑星から惑星まで

2. Morishima et al., 2010, Icarus, 207, 517

- ・ N体シミュレーション & 衝突・合体
- ・ ガス円盤有り、破壊無し、微惑星から惑星まで

3. Kobayashi & Tanaka, 2010, Icarus, 206, 735

- ・ 統計的シミュレーション & 衝突・破壊
- ・ 微惑星間の衝突・破壊による面密度の減少

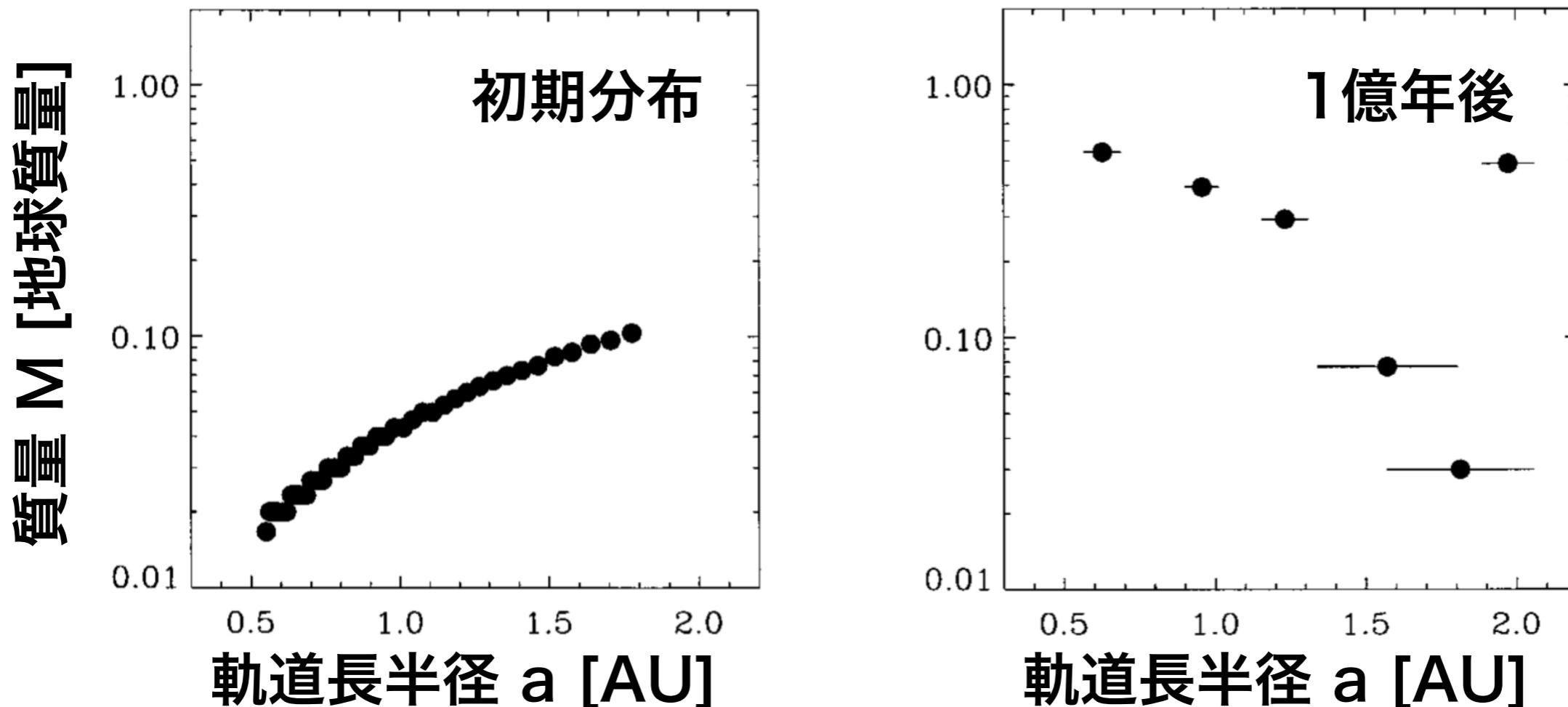
先行研究1：原始惑星のN体計算による衝突成長

Chambers & Wetherill (1998)

初期条件

固体面密度 : 6 [g/cm²] @1AU, 軌道長半径に反比例

原始惑星の間隔 : 相互ヒル半径の7倍

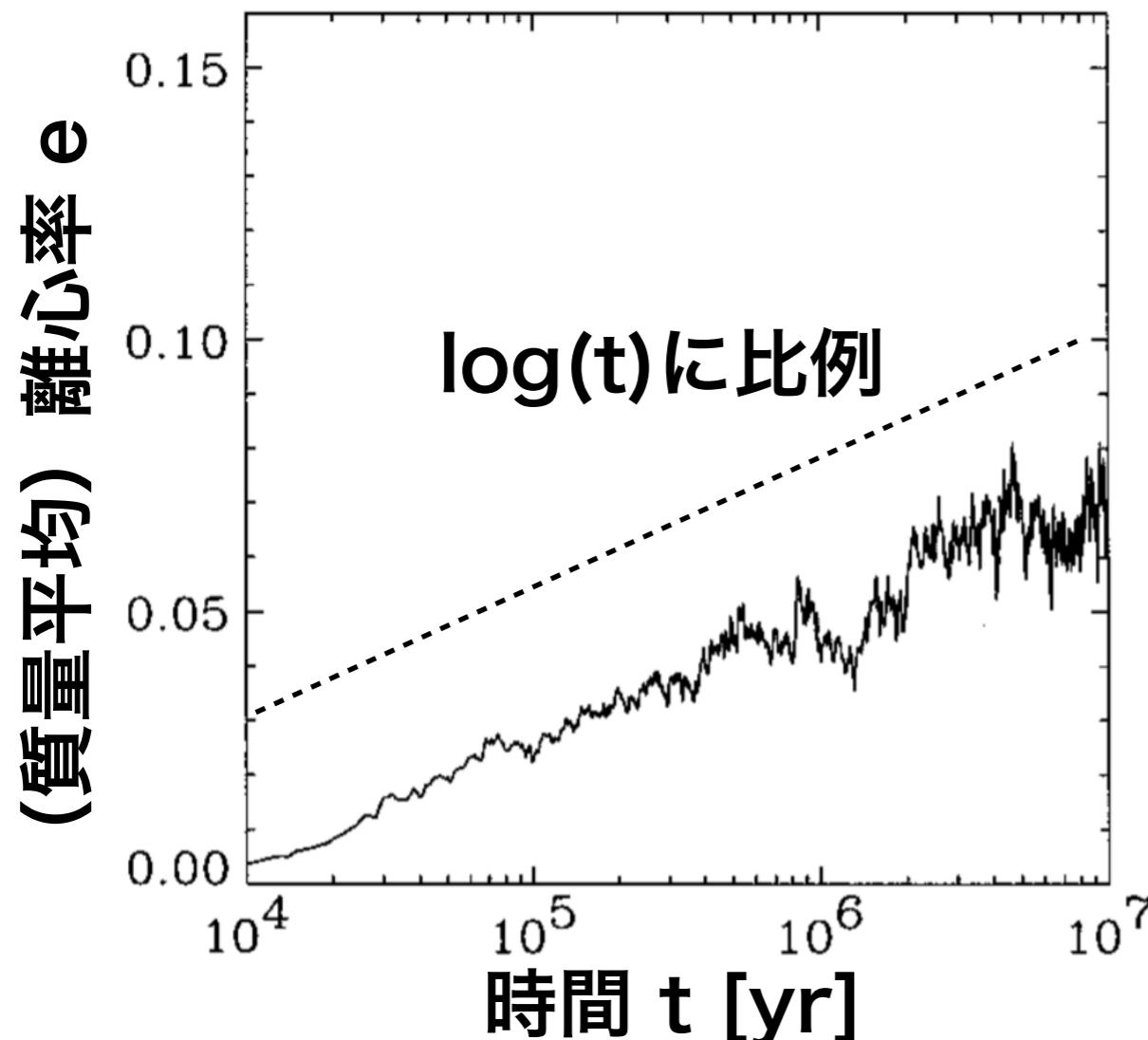


1億年程度でいくつかの地球サイズの惑星が形成される

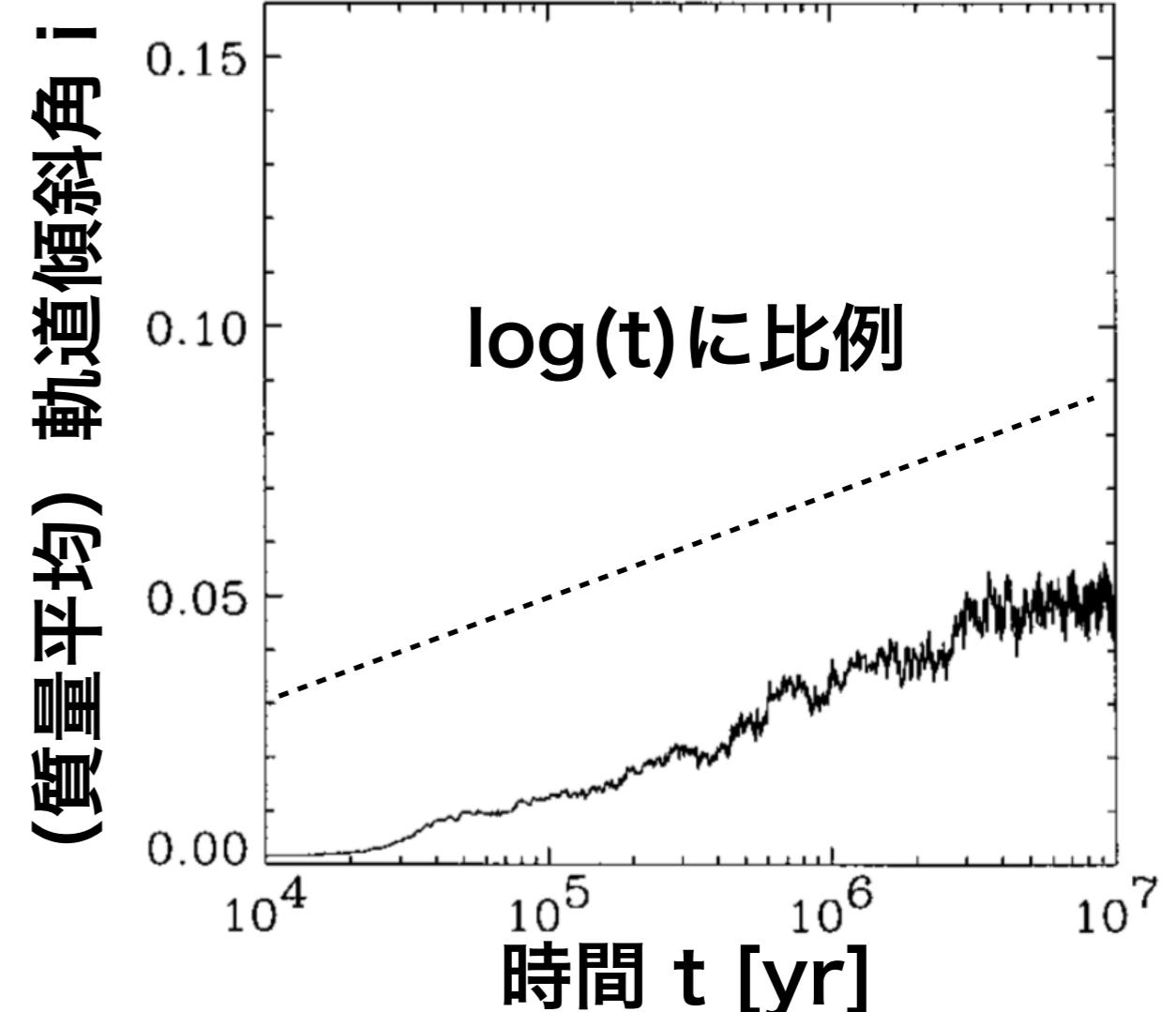
(e.g., Agnor et al. 1999; Kominami & Ida 2002;
Kokubo et al. 2006)

先行研究1の問題点：離心率上昇

Chambers & Wetherill (1998)



衝突に伴い離心率が上昇



1億年後の離心率 : ~ 0.1

>>

現在の地球の離心率 : 0.0167

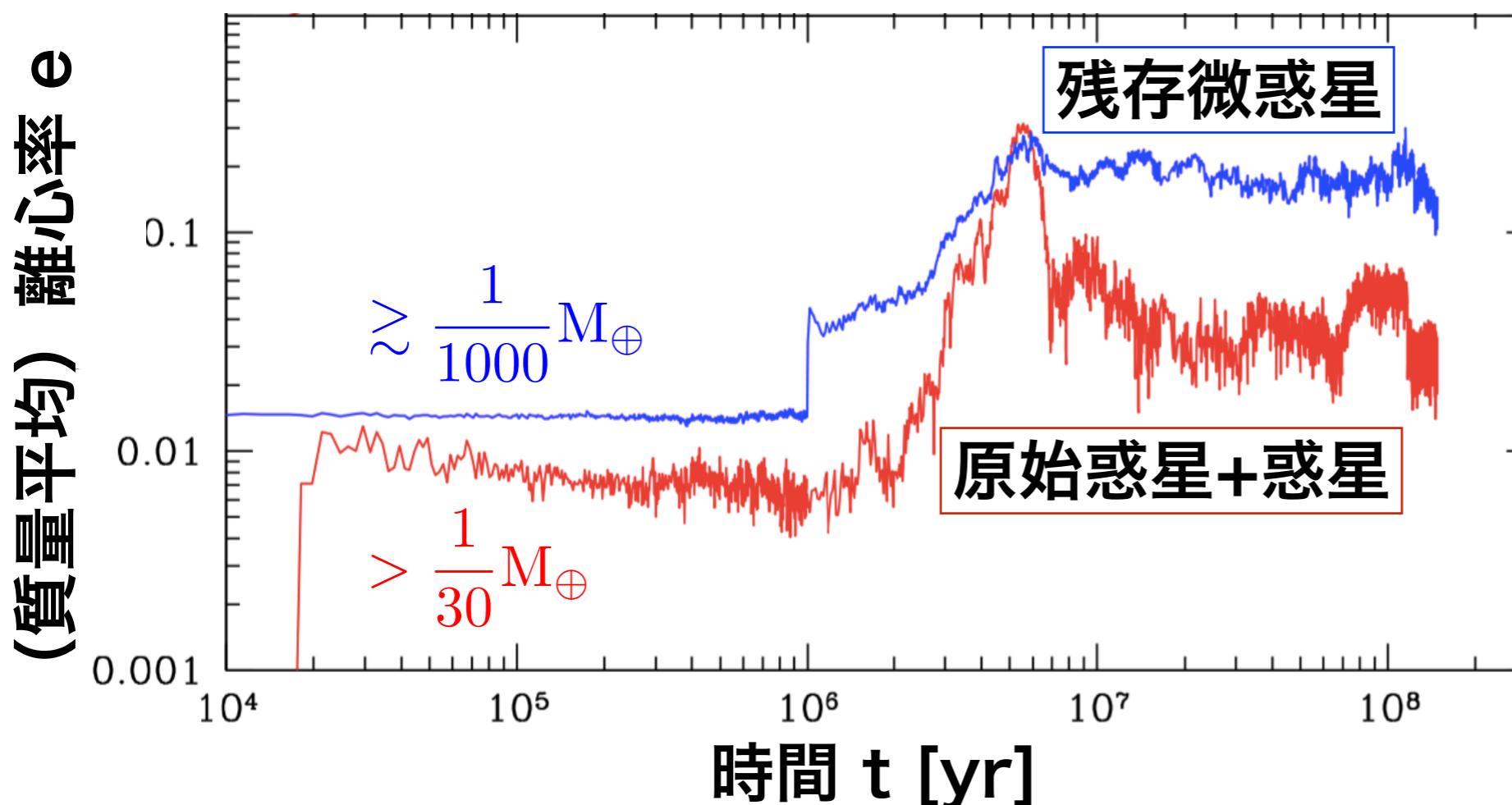
離心率が大きくなりすぎてしまう

先行研究2：微惑星円盤と原始惑星成長

Morishima et al. (2010)

微惑星 ($\sim 10^{25}$ [g]) のN体計算

原始惑星形成・成長を一貫してシミュレーション

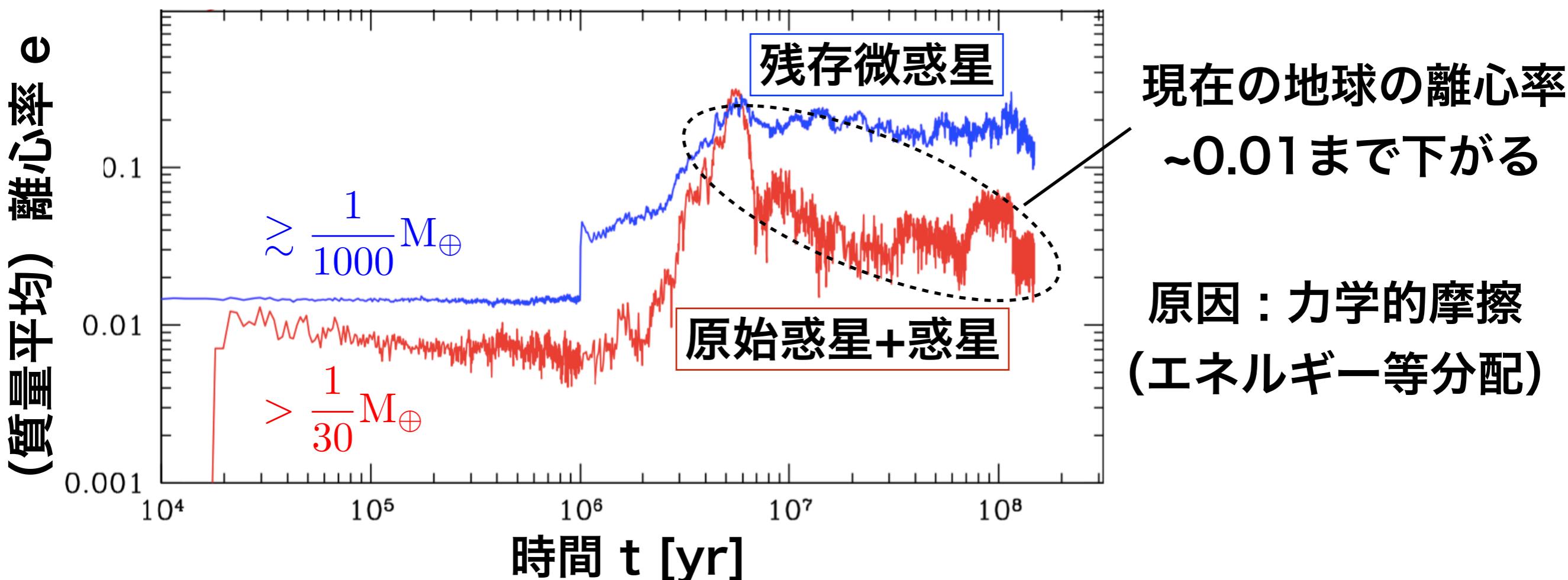


先行研究2：微惑星円盤と原始惑星成長

Morishima et al. (2010)

微惑星 ($\sim 10^{25}$ [g]) のN体計算

原始惑星形成・成長を一貫してシミュレーション

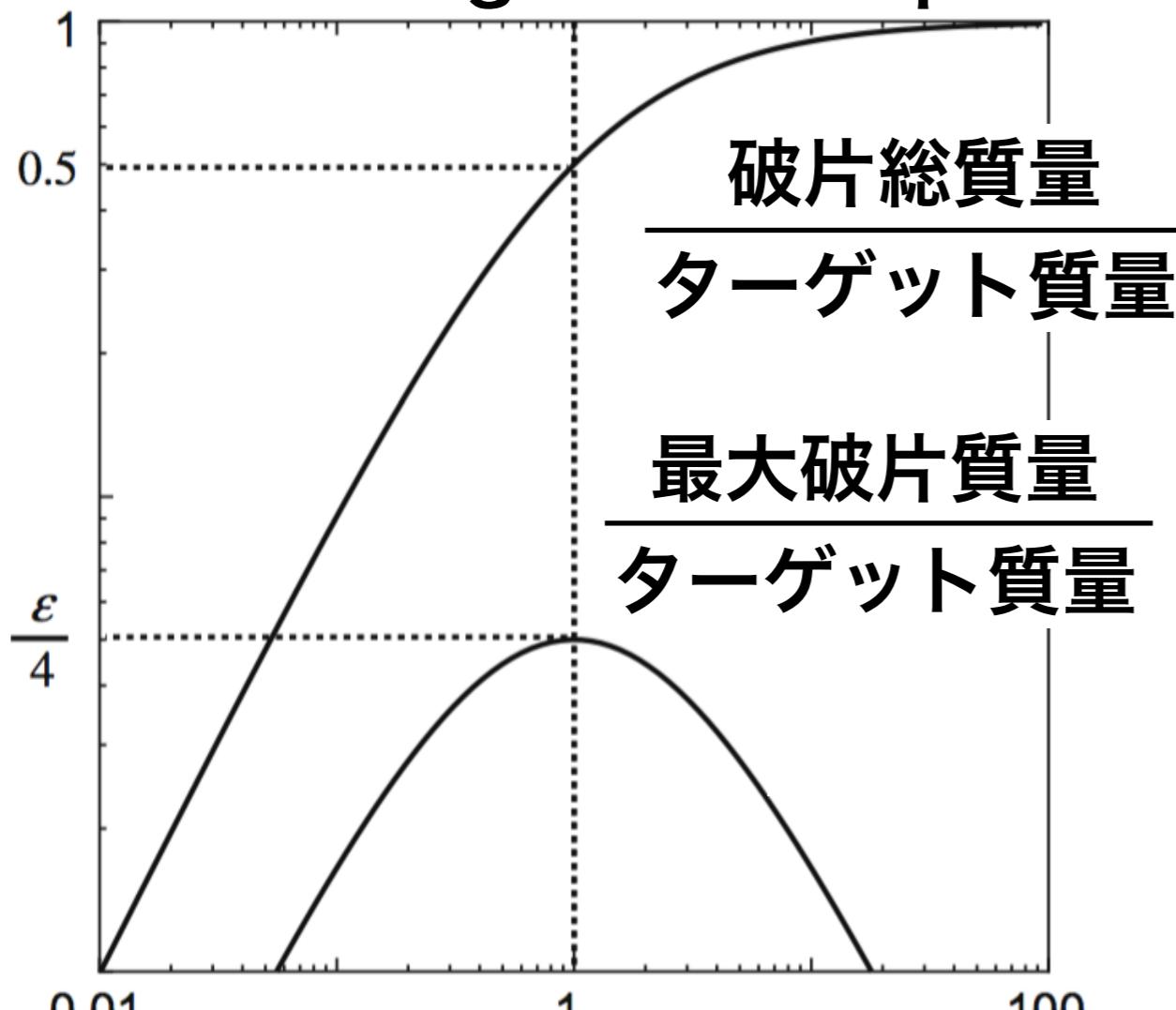


残存微惑星による力学的摩擦により原始惑星の離心率を下げる
しかし離心率~0.1の微惑星衝突(~3km/s)により破壊が起きる

先行研究3：衝突・破壊のモデル

Kobayashi & Tanaka 2010

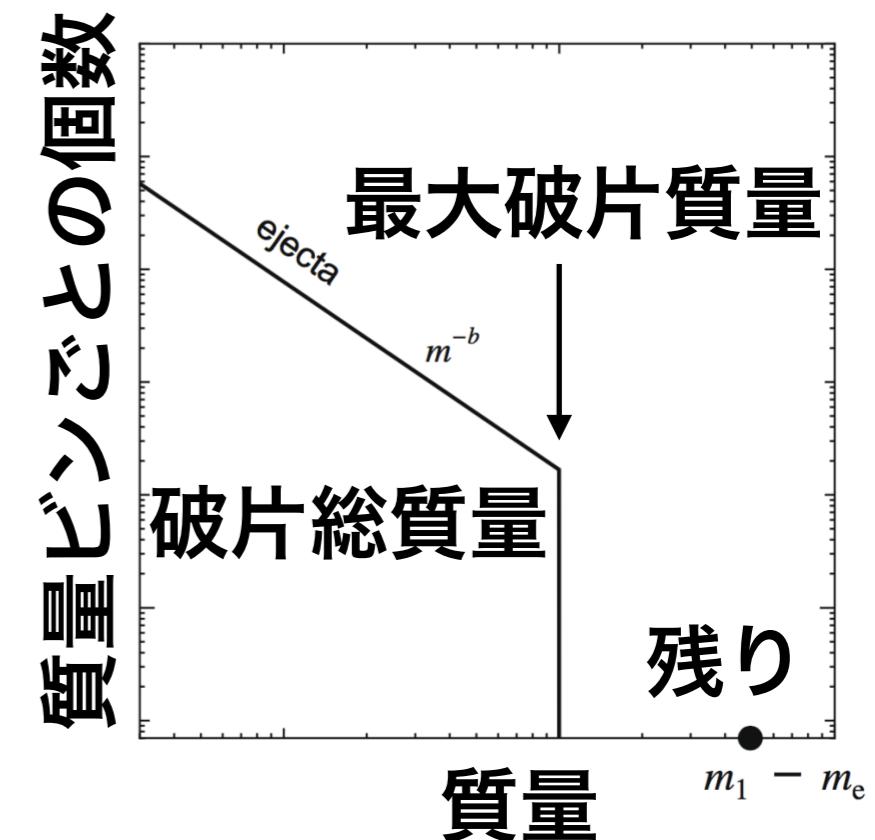
cratering catastrophic



$$\frac{\text{衝突エネルギー}}{\text{破壊に必要なエネルギー}} = \phi$$

$$\frac{\text{破片総質量}}{\text{ターゲット質量}} = \frac{\phi}{1 + \phi}$$

$$\frac{\text{最大破片質量}}{\text{ターゲット質量}} = \frac{\varepsilon\phi}{(1 + \phi)^2}$$



$\phi=1$ のときターゲット
質量の半分が吹き飛ぶ

Q_D^* の定義

破壊を起こす衝突速度

$$\frac{v_{\text{esc}}^2}{Q_{\text{D}}^*} = 1.23 \times 10^{-2} \left(\frac{\rho}{3\text{g}/\text{cm}^3} \right)^{-0.213} \left(\frac{m}{10^{19}\text{g}} \right)^{0.213}$$

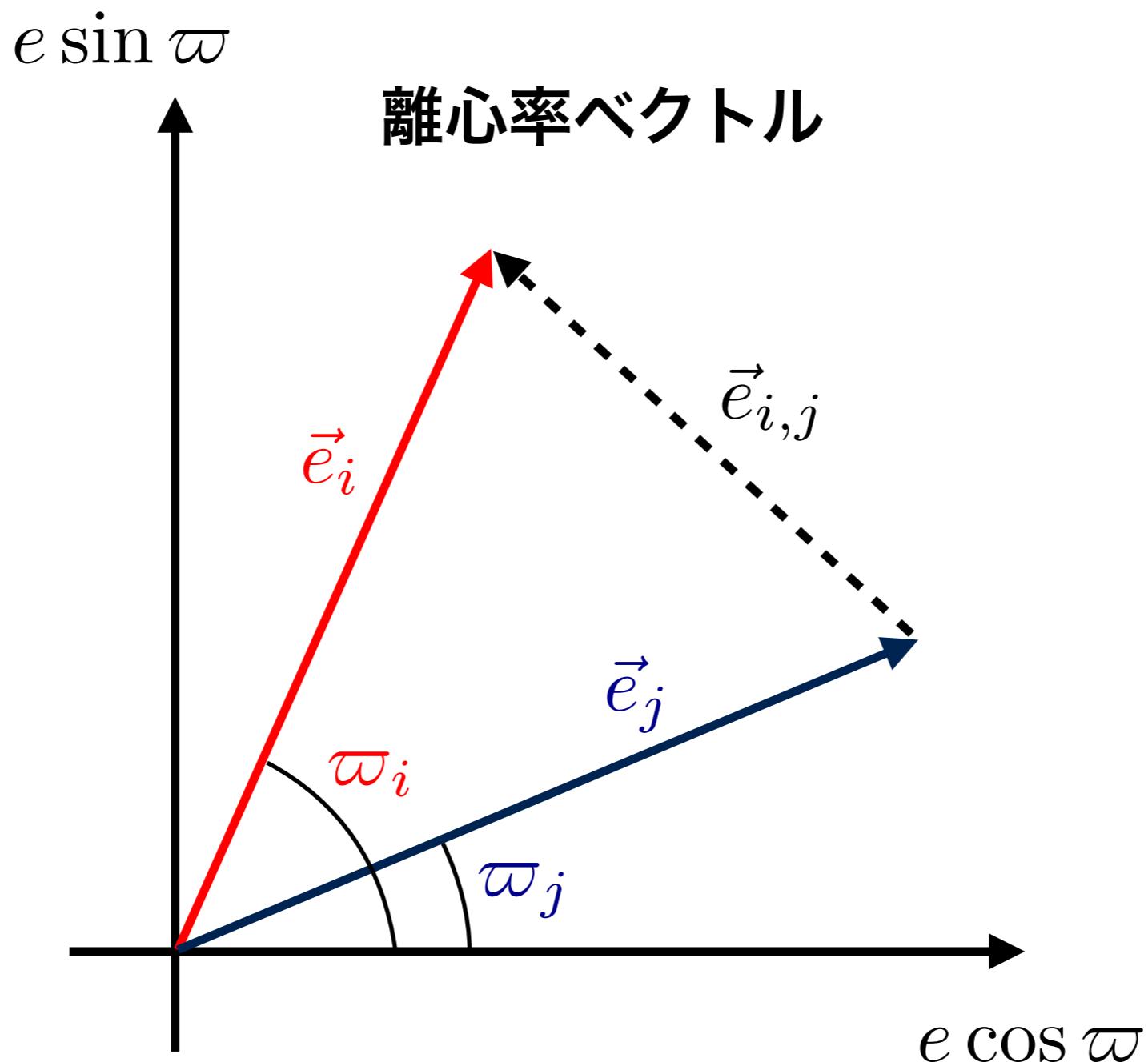
脱出速度の約10倍で衝突すれば破壊が起こる

$$\frac{(e^2 + i^2)v_{\text{K}}^2}{Q_{\text{D}}^*} = 948 \left(\frac{e}{0.1} \right)^2 \left(\frac{a}{1\text{AU}} \right)^{-1} \left(\frac{\rho}{3\text{g}/\text{cm}^3} \right)^{-0.547} \left(\frac{m}{10^{19}\text{g}} \right)^{-0.453} \left(\frac{M_*}{\text{M}_\odot} \right)$$

離心率が0.1のときには破壊に必要なエネルギーの1000倍で衝突する

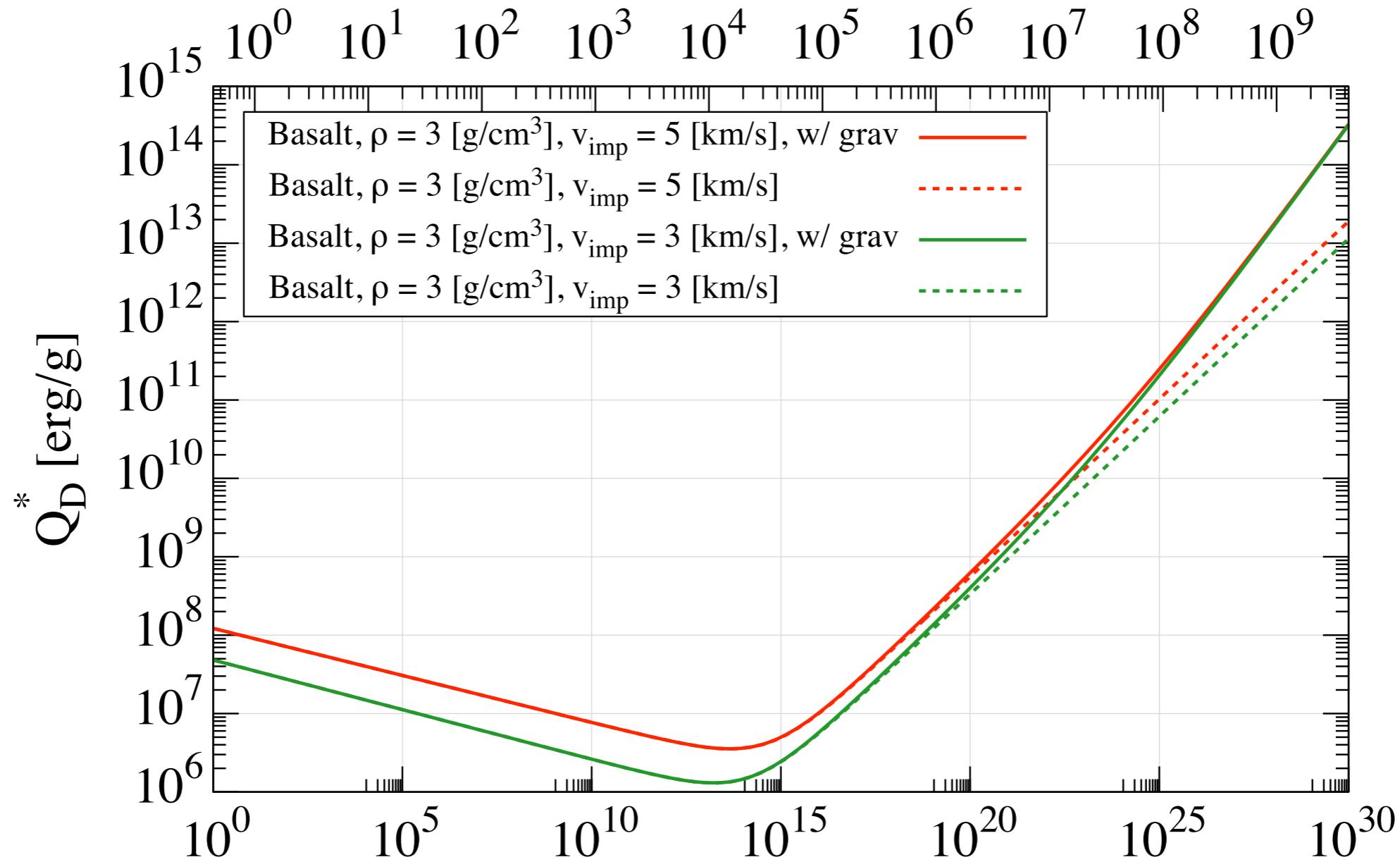
相対離心率

$$e_{i,j}^2 = e_i^2 + e_j^2 - 2e_i e_j \cos(\varpi_i - \varpi_j) \quad \varpi : \text{近点経度}$$



Benz & Asphaug 1999

radius [cm]



Basalt, 3km/s

$$Q_D^* \simeq 1.16 \times 10^8 \left(\frac{\rho}{3\text{g}/\text{cm}^3} \right)^{0.547} \left(\frac{m}{10^{19}\text{g}} \right)^{0.453} \text{erg/g}$$

N体計算の手法

4次のエルミート法

Makino & Aarseth 1992

step1：加速度と加速度の1階微分を用いて予測子を計算（2次精度）

step2：予測子を用いて加速度の2,3階微分を補完

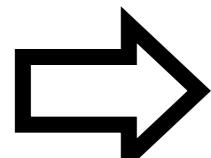
step3：加速度と加速度の1,2,3階微分を用いて修正子を計算（4次精度）

&

独立タイムステップ

粒子は別々の時間とタイムステップを持つ

加速度 大 → タイムステップ 小



近接遭遇を精度よく効率的に解くことができる

物理半径を用いた衝突合体（惑星への集積）も取り扱っている

離心率の平均値の変化率（解析解）

質量 M_1 の粒子集団1と質量 M_2 の粒子集団2の重力相互作用を考える

(Ida 1990; Ohtsuki et al. 1993; Stewart & Ida 2000)

$$\frac{de_1^2}{dt} \simeq \left(\frac{M_2}{M_1 + M_2} \right)^2 \frac{e^2}{t_{g,12}} + \frac{M_2}{M_1 + M_2} \frac{M_2 e_2^2 - M_1 e_1^2}{M_1 + M_2} \frac{1}{t_{g,12}}$$

Viscous Stirring

ランダム速度上昇の効果

ヤコビエネルギーの保存より
 $|a_2 - a_1|$ が増えると e, i が増える

Dynamical Friction

エネルギー等分配の効果

粒子あたりのエネルギー
 $\propto M_j e_j^2$ を一定にする働き

$$t_{g,12} = \left(\frac{1}{e^2} \frac{de^2}{dt} \right)^{-1}$$

：相対離心率が変化する
典型的なタイムスケール

$$e^2 = e_1^2 + e_2^2$$

：相対離心率の平均

de_j^2/dt を積分すれば
解析解が求まる！

力学的摩擦の特徴

力学的摩擦の項 $\left(\frac{de_1^2}{dt} \right)_{\text{df}} = \frac{M_2}{M_1 + M_2} \frac{M_2 e_2^2 - M_1 e_1^2}{M_1 + M_2} \frac{1}{t_{g,12}}$

M_1 と M_2 それぞれにエネルギーが等分配されるとき

$$M_2 e_2^2 - M_1 e_1^2 \approx 0 \quad \rightarrow \quad e_{1,\text{eq}} \approx \sqrt{\frac{M_2}{M_1}} e_{2,\text{eq}}$$

最終的な平衡状態の離心率は M_1 と M_2 の質量比、つまりN体計算では粒子数に大きく依存する

一方、力学的摩擦のタイムスケールは、 $M_1 \gg M_2$ かつ $e_1 \sim e_2$ とすると

$$\tau_{\text{df}} \simeq 16 \left(\frac{a}{1\text{AU}} \right)^{3/2} \left(\frac{\Delta a/a}{0.126} \right) \left(\frac{e}{0.01} \right)^4 \left(\frac{\ln \Lambda}{5} \right)^{-1} \left(\frac{M_1}{M_\oplus} \right)^{-1} \left(\frac{M_{\text{tot},2}}{10M_\oplus} \right)^{-1} \left(\frac{M_*}{M_\odot} \right)^{3/2} \text{yr}$$

それぞれの M_2 に依存せず、集団2の総質量 $M_{\text{tot},2}$ が重要

軌道長半径の時間進化

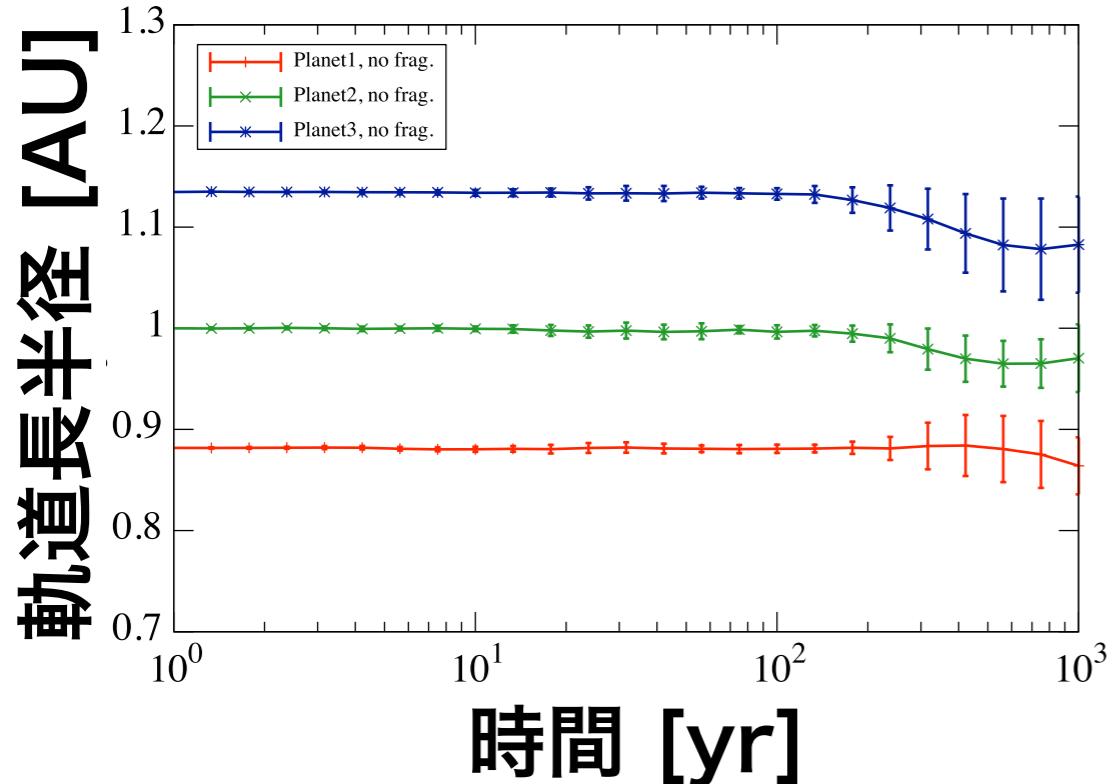
赤：内側の惑星

緑：真ん中の惑星

青：外側の惑星

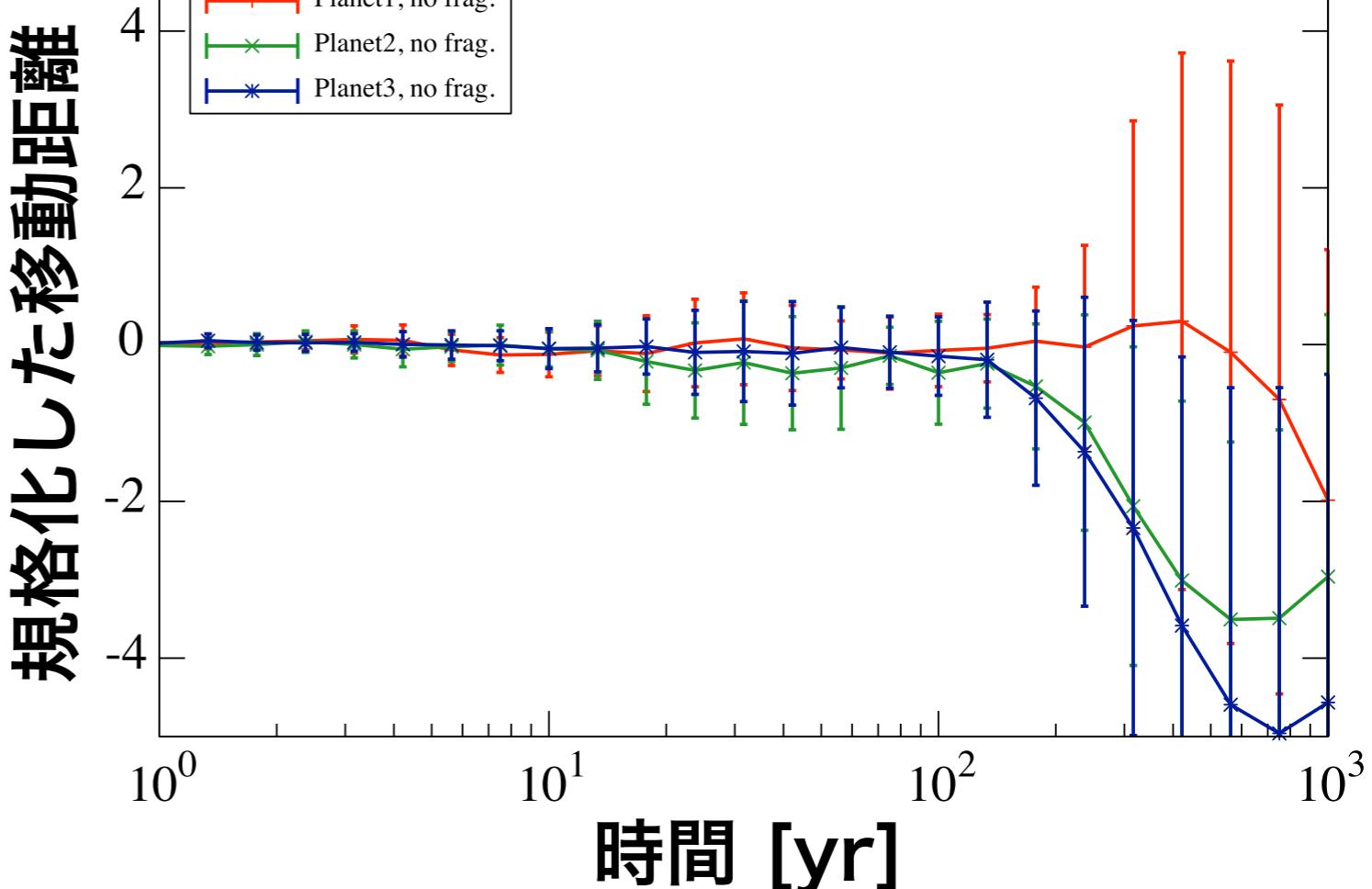
破壊なし、集積なし

$$\langle e_{\text{微惑星},0}^2 \rangle^{1/2} = e_{\text{惑星},0} = 0.01$$



点：平均値

エラーバー：13runの標準偏差 σ



真ん中の惑星は軌道長半径の移動が少ない

真ん中の惑星の離心率に注目する

軌道長半径の時間進化

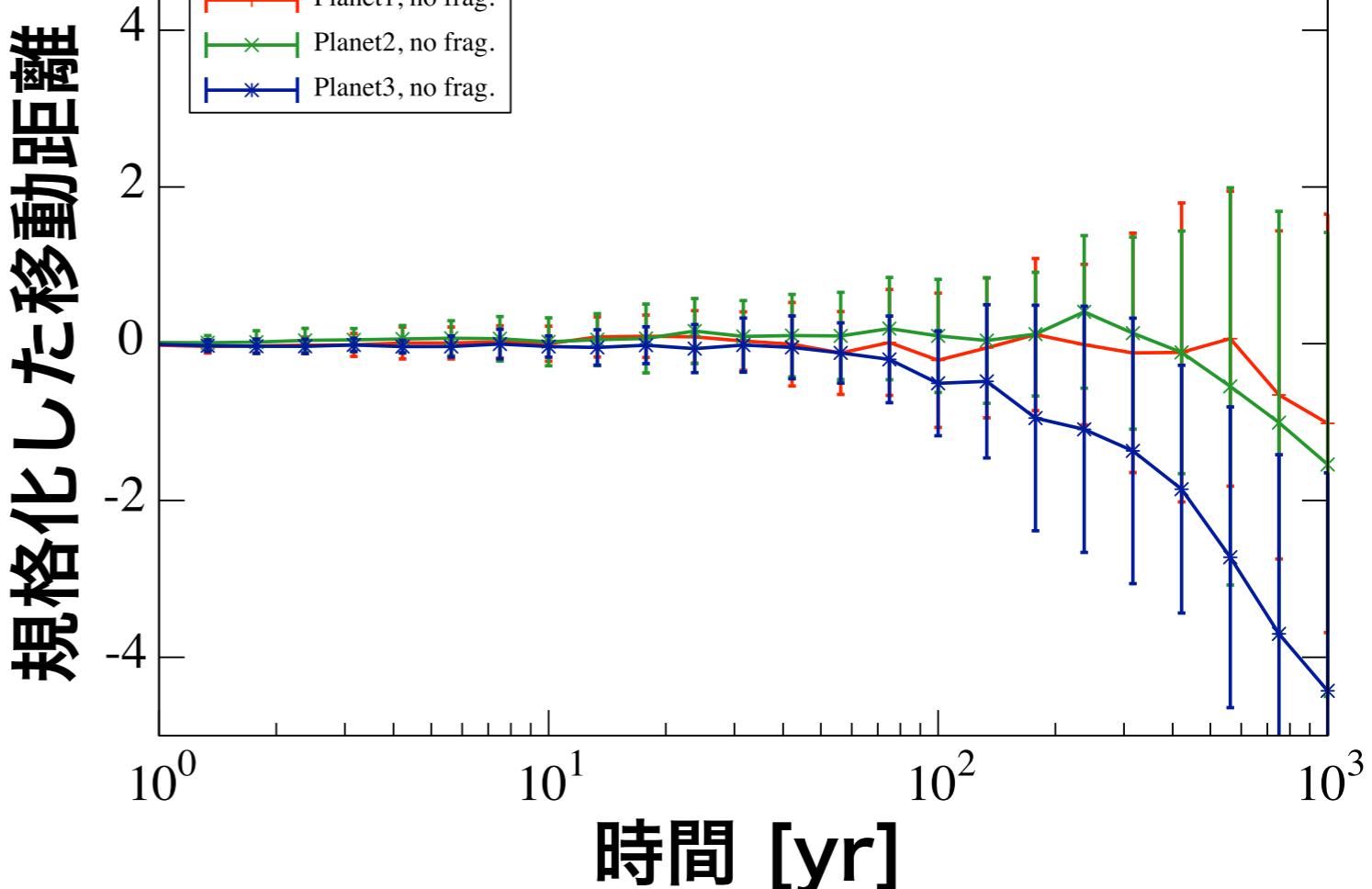
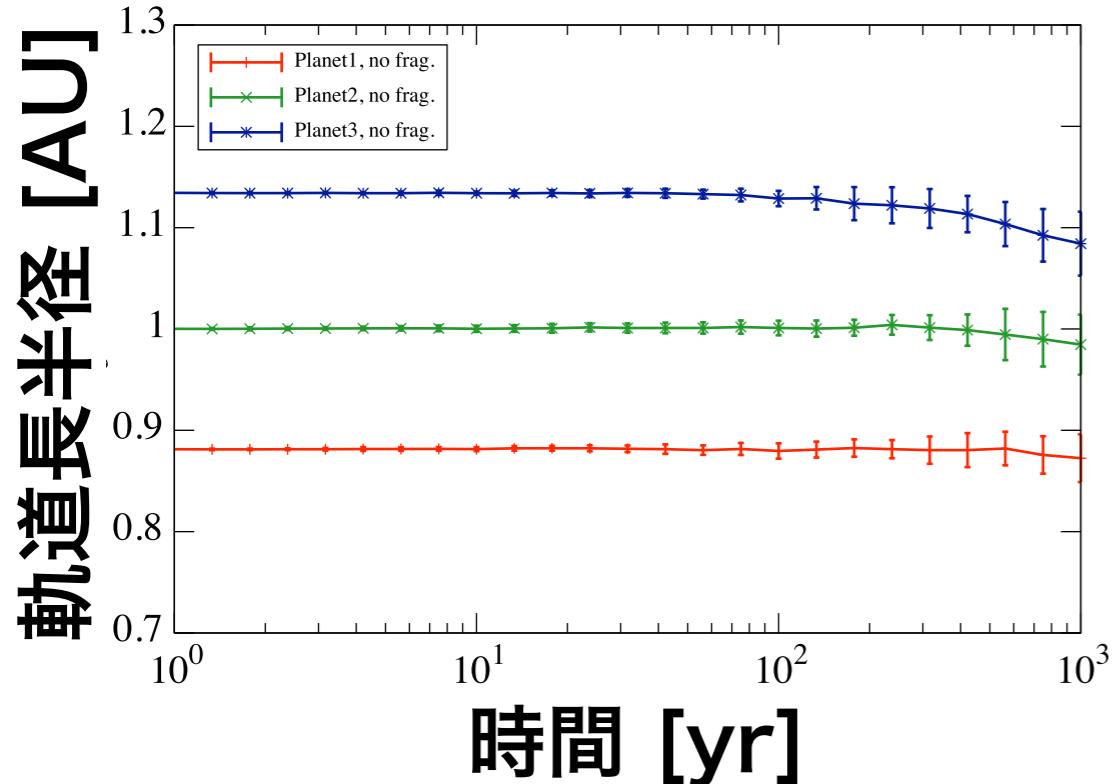
赤：内側の惑星

緑：真ん中の惑星

青：外側の惑星

破壊なし、集積なし

$$\langle e_{\text{微惑星},0}^2 \rangle^{1/2} = e_{\text{惑星},0} = 0.03$$



点：平均値

エラーバー：13runの標準偏差 σ

真ん中の惑星は軌道長半径の移動が少ない

真ん中の惑星の離心率に注目する

軌道長半径の時間進化

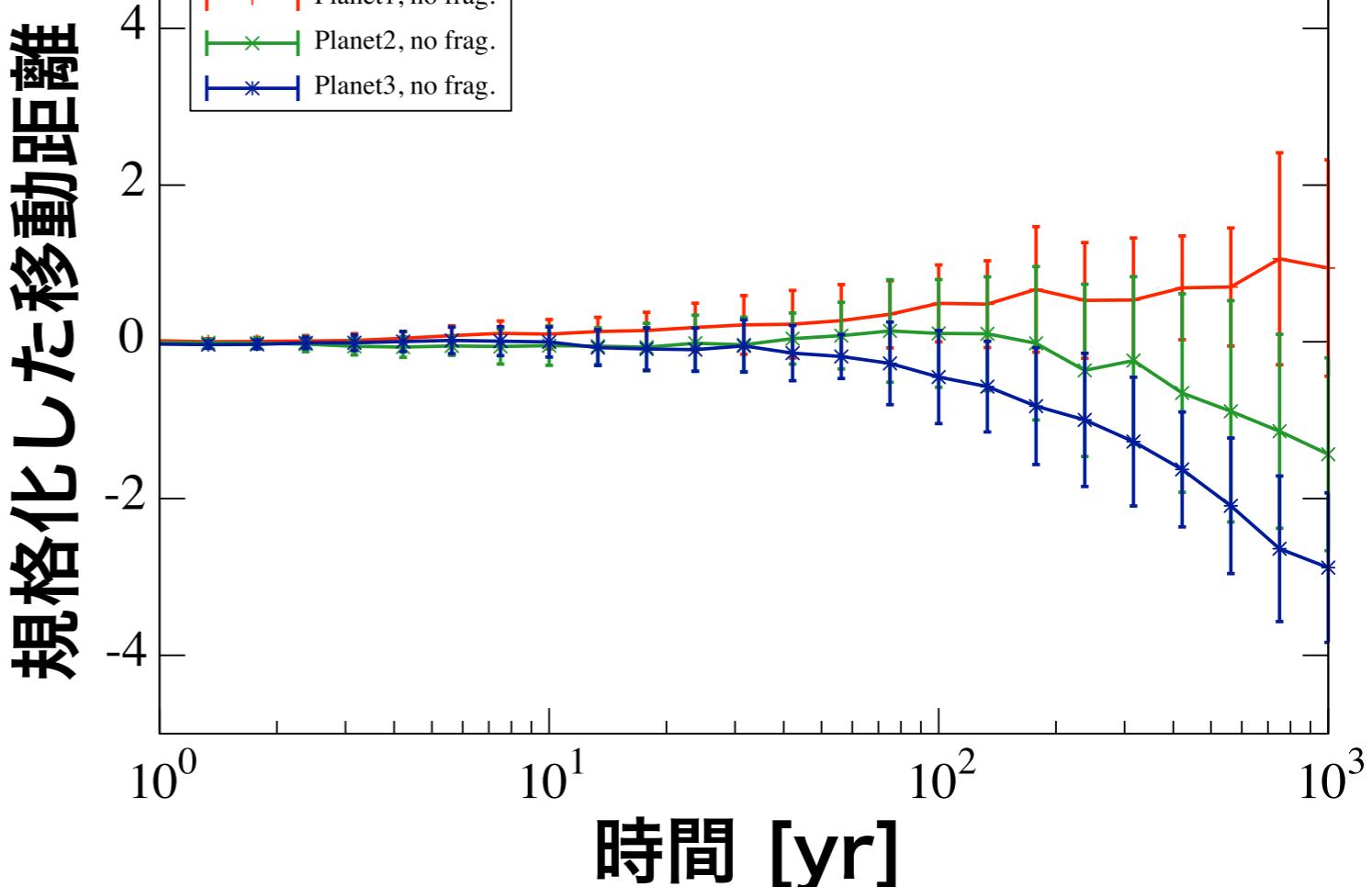
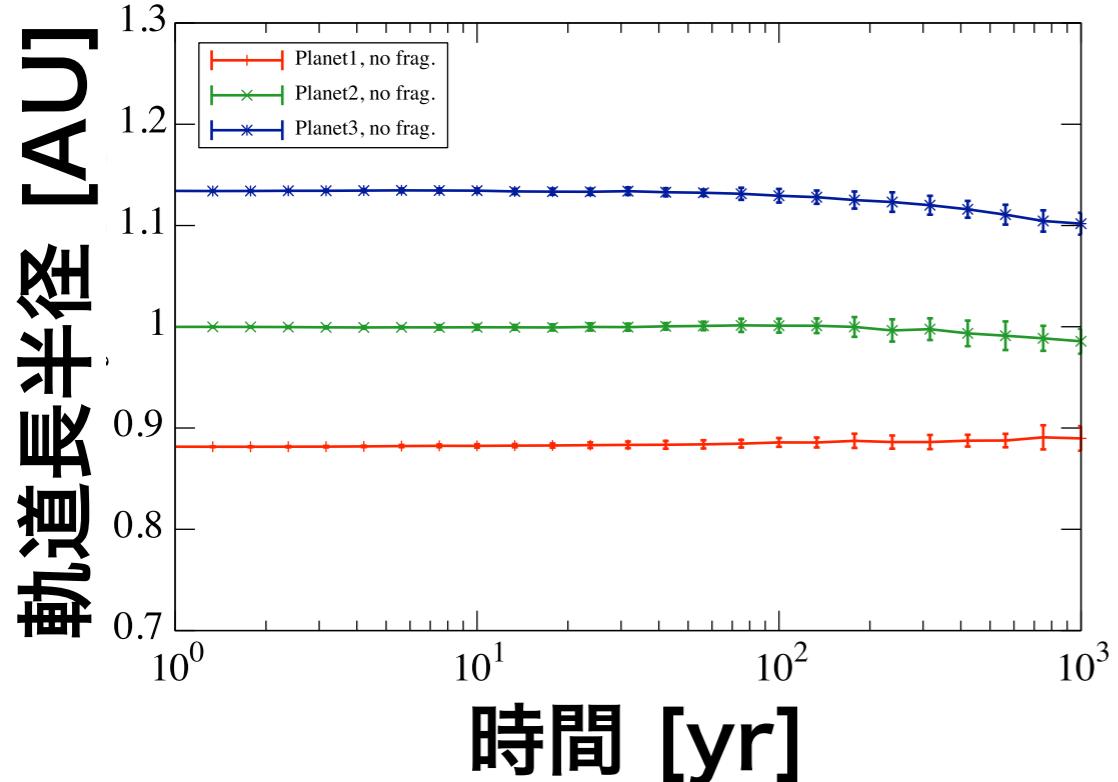
赤：内側の惑星

緑：真ん中の惑星

青：外側の惑星

破壊なし、集積なし

$$\langle e_{\text{微惑星},0}^2 \rangle^{1/2} = e_{\text{惑星},0} = 0.05$$



点：平均値

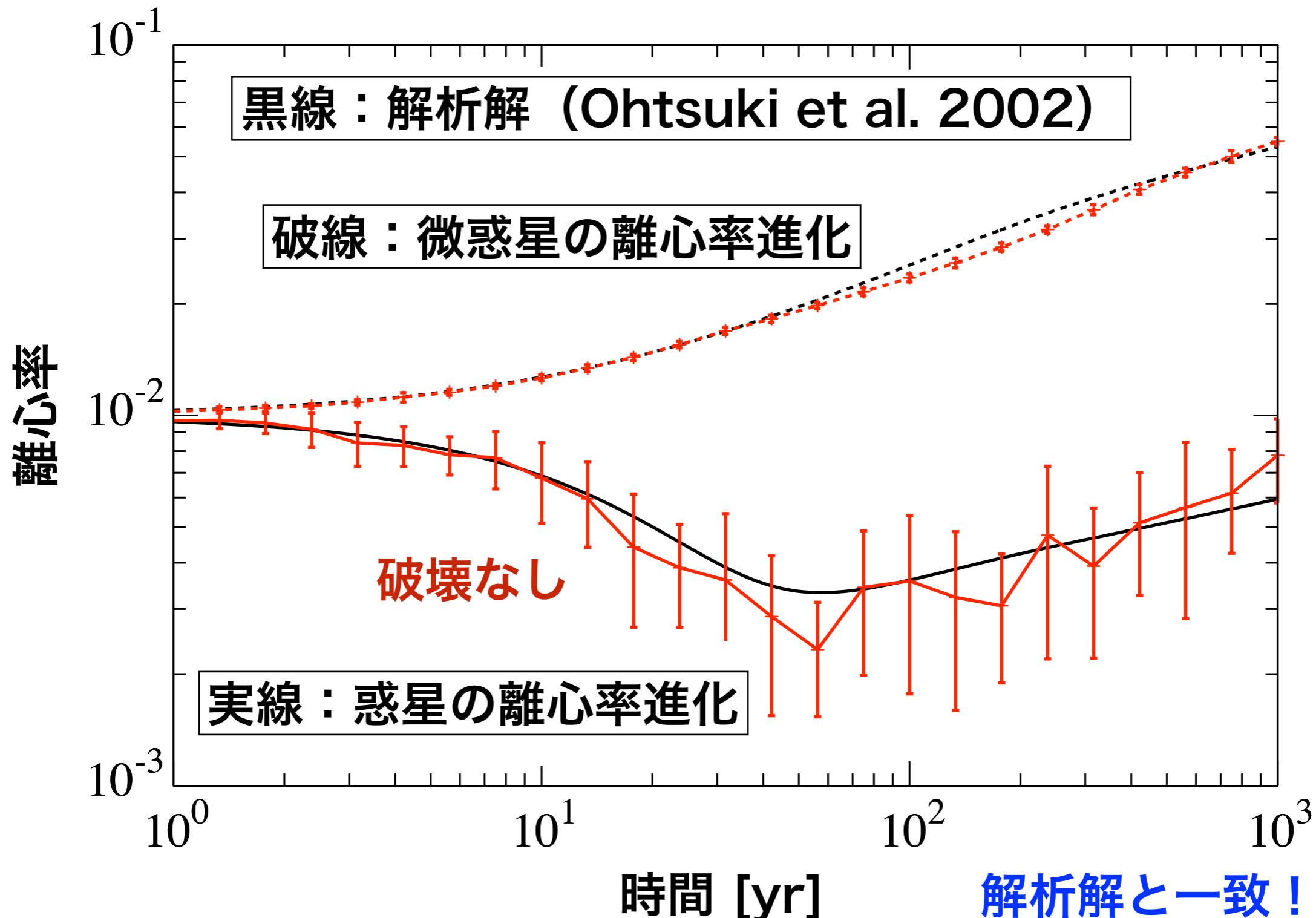
エラーバー：13runの標準偏差 σ

真ん中の惑星は軌道長半径の移動が少ない

真ん中の惑星の離心率に注目する

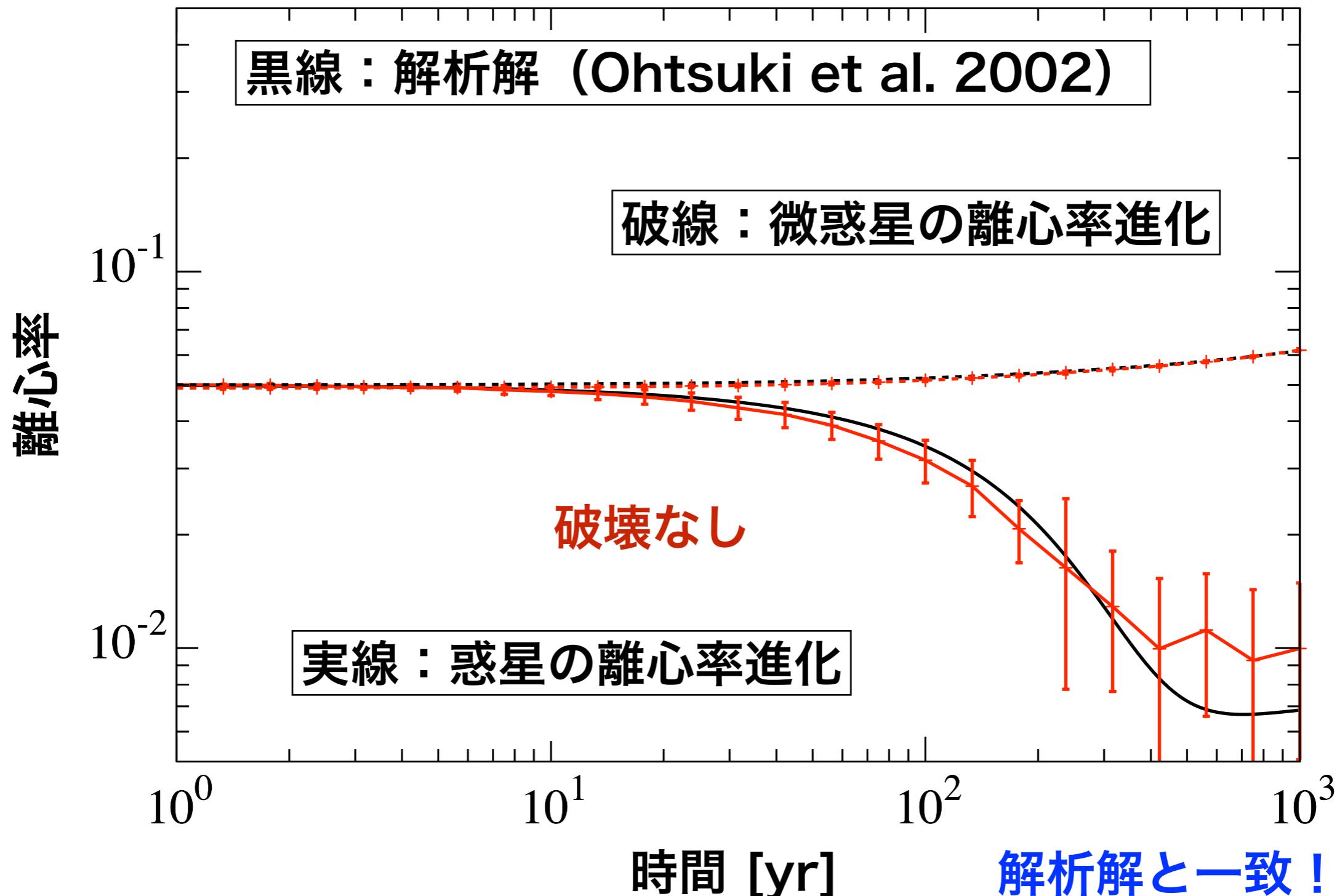
破壊がない場合の離心率進化

破壊なし、集積あり $\langle e_{\text{微惑星},0}^2 \rangle^{1/2} = e_{\text{惑星},0} = 0.01$



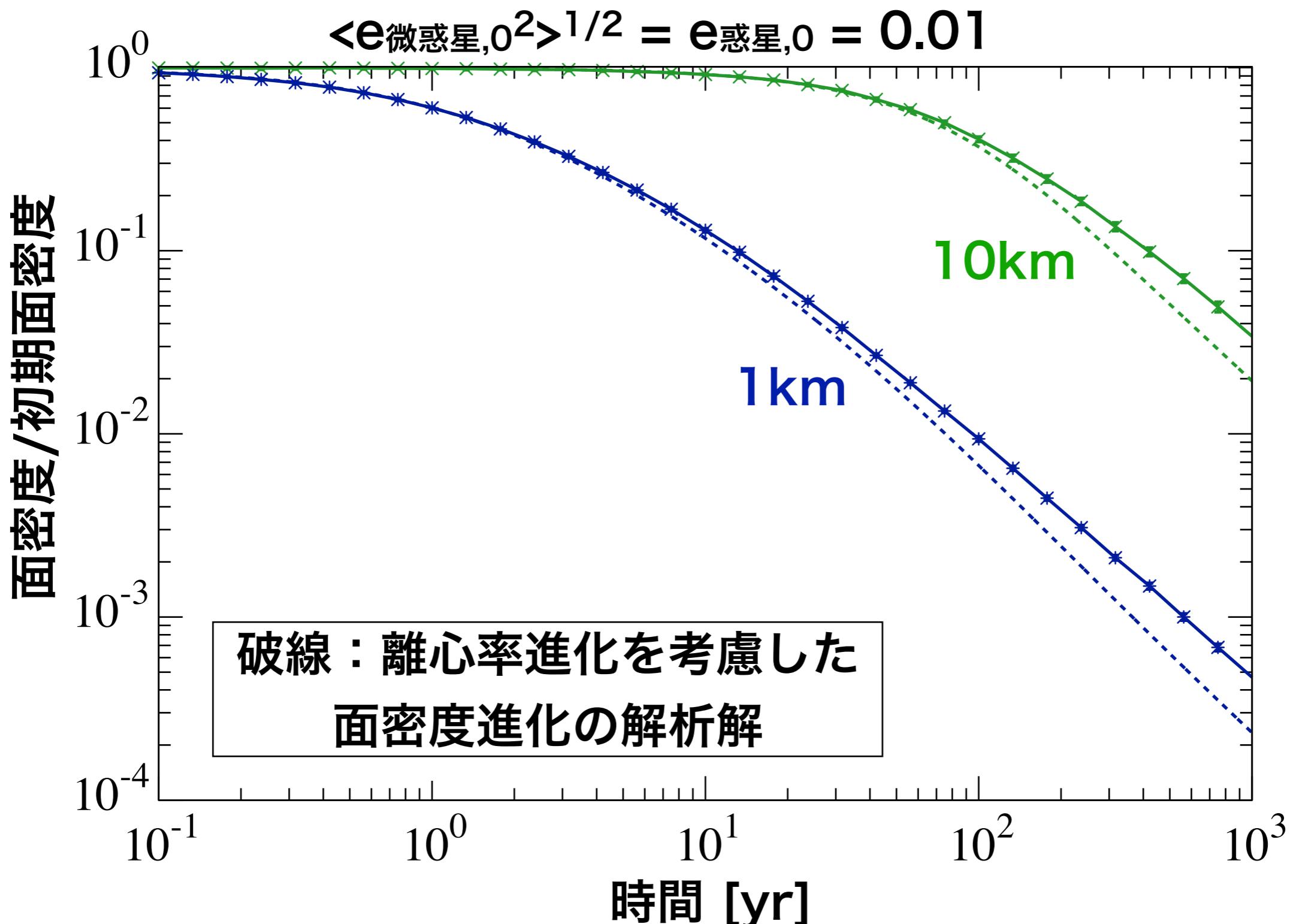
破壊がない場合の離心率進化

破壊なし、集積あり $\langle e_{\text{微惑星},0}^2 \rangle^{1/2} = e_{\text{惑星},0} = 0.05$



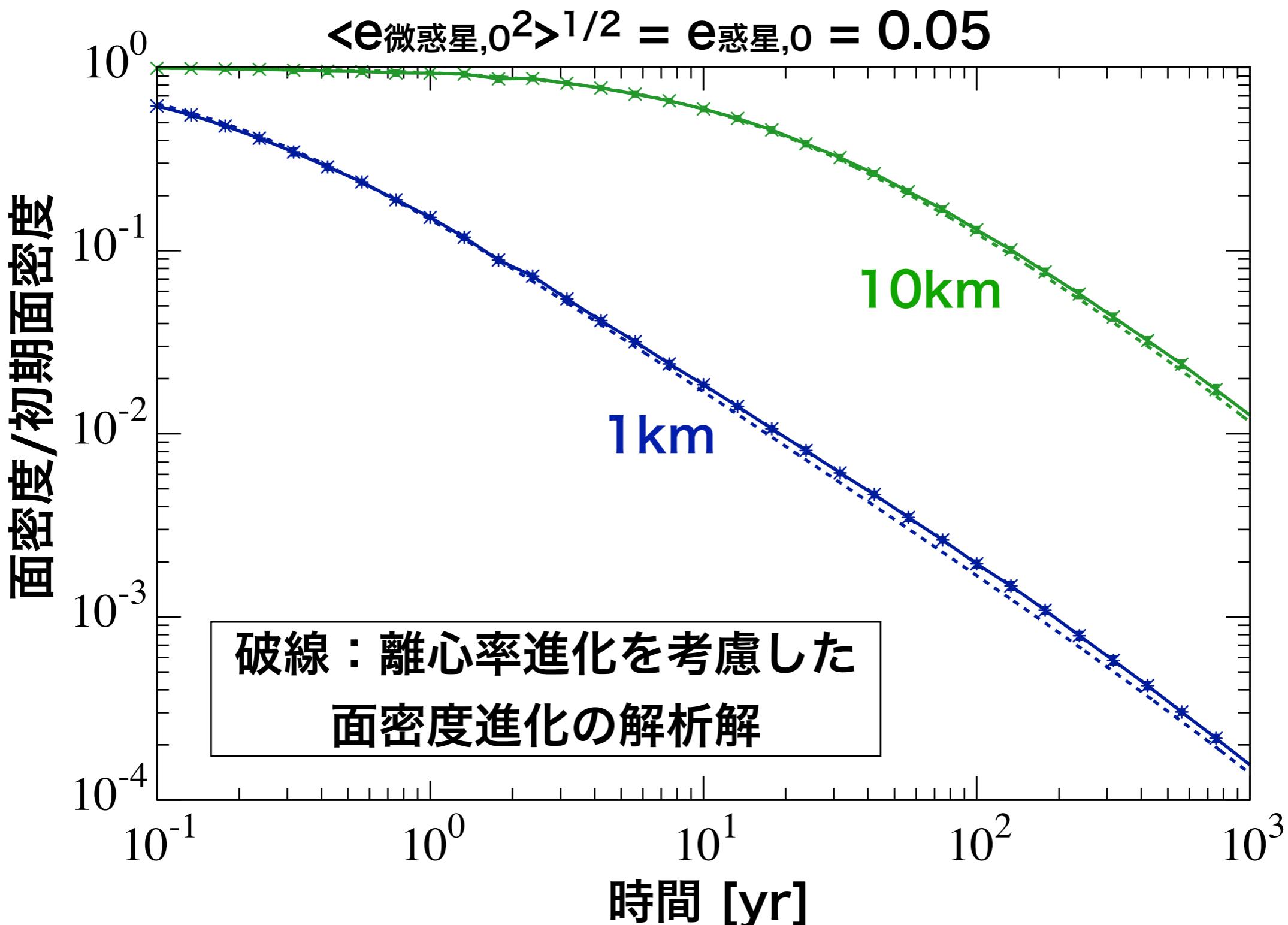
破壊による微惑星円盤の面密度進化

最大微惑星の質量 m_{\max} を $10^{16}g$ (~1km) と $10^{19}g$ (~10km) に設定



破壊による微惑星円盤の面密度進化

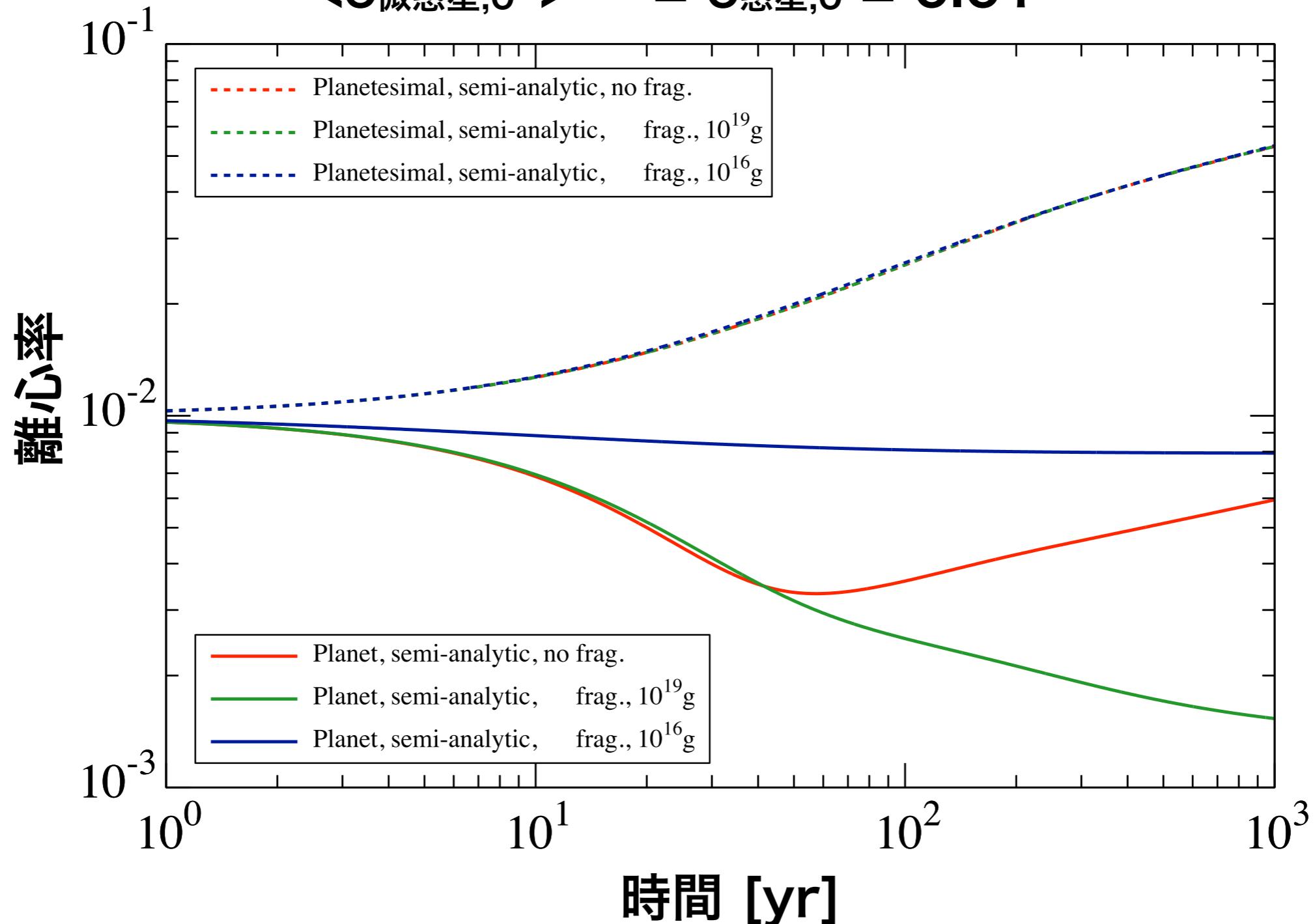
最大微惑星の質量 m_{\max} を $10^{16}g$ (~1km) と $10^{19}g$ (~10km) に設定



破壊を考慮した時の離心率進化 解析解

m_{\max} を $10^{16}g$ (~1km) と $10^{19}g$ (~10km) に設定

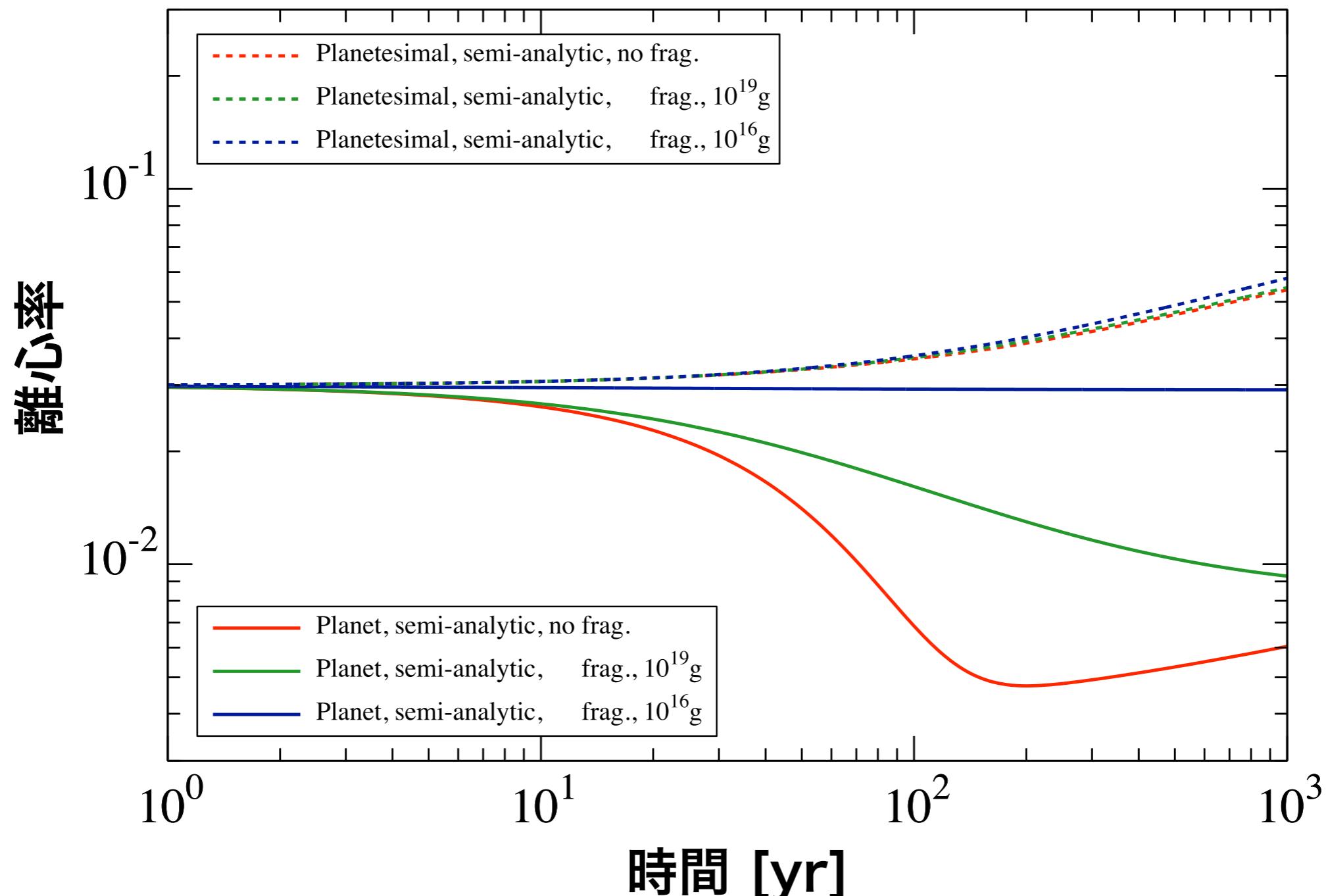
$$\langle e_{\text{微惑星},0}^2 \rangle^{1/2} = e_{\text{惑星},0} = 0.01$$



破壊を考慮した時の離心率進化 解析解

m_{\max} を $10^{16}g$ (~1km) と $10^{19}g$ (~10km) に設定

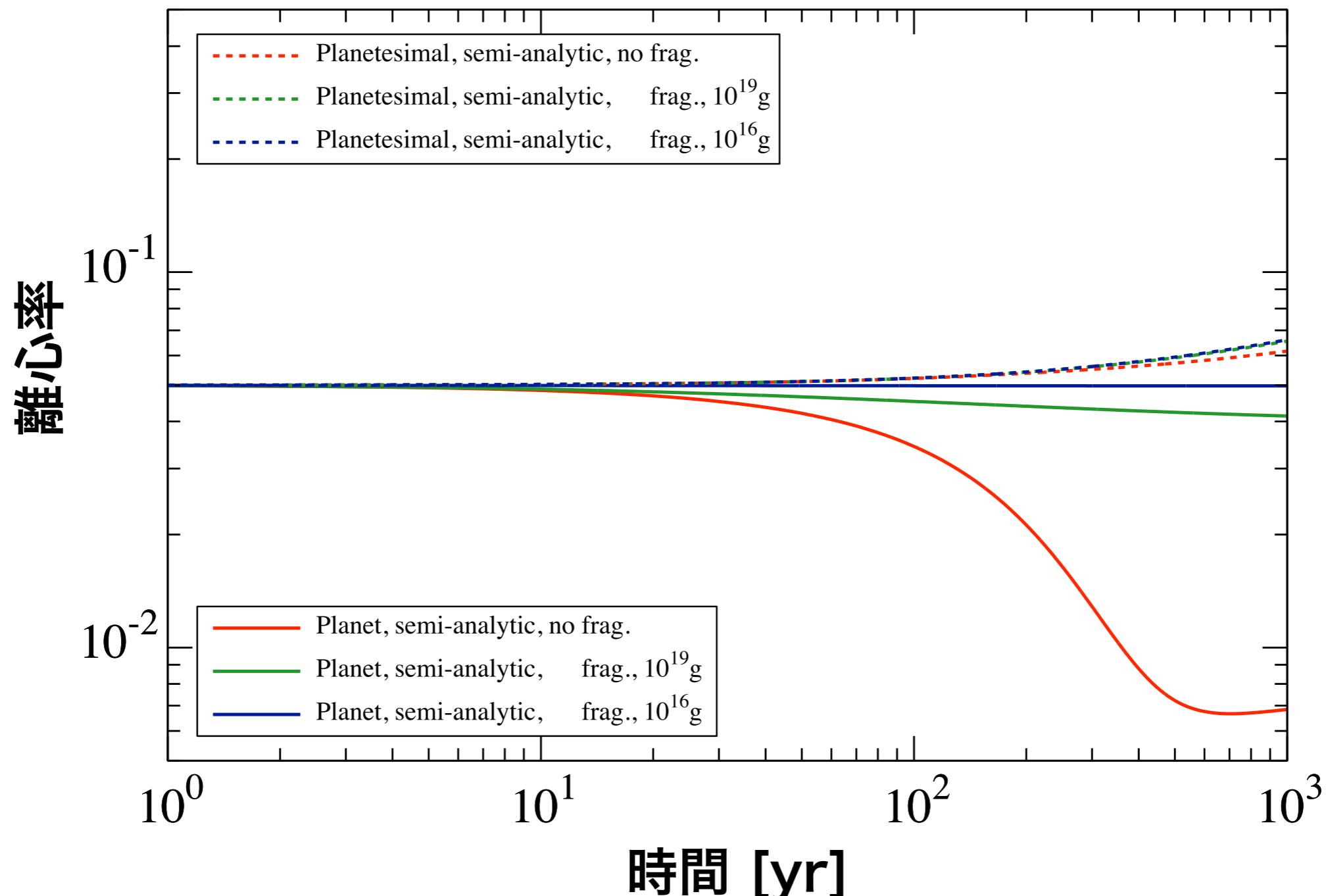
$$\langle e_{\text{微惑星},0}^2 \rangle^{1/2} = e_{\text{惑星},0} = 0.03$$



破壊を考慮した時の離心率進化 解析解

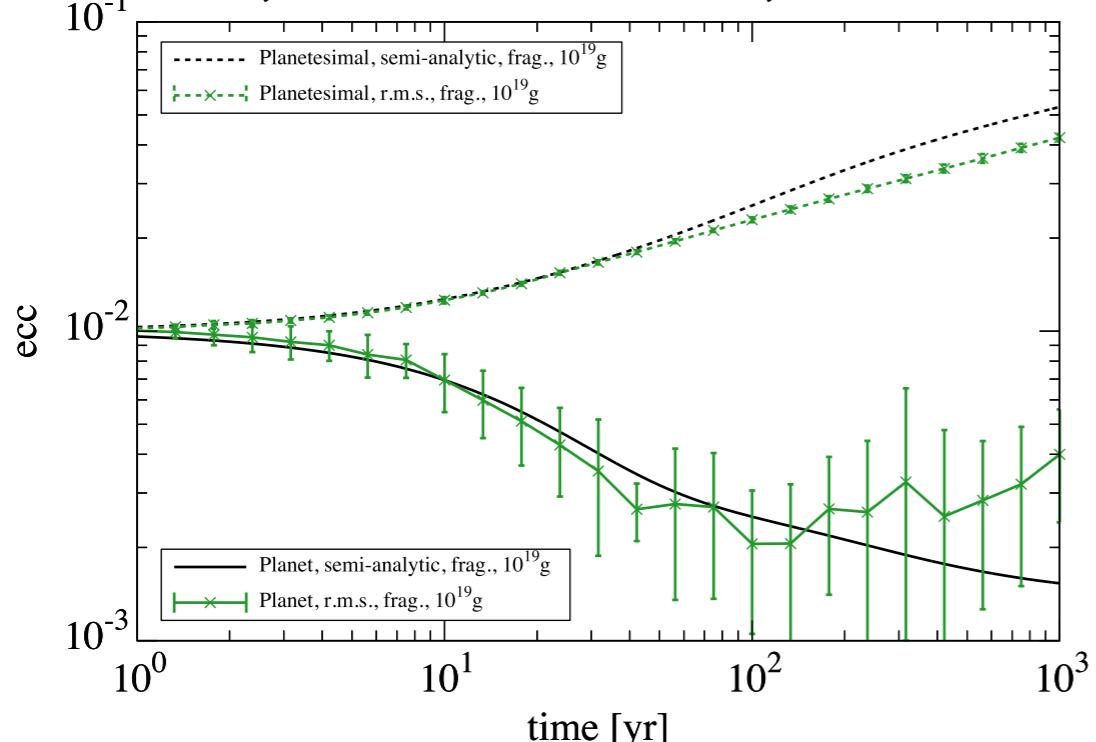
m_{\max} を $10^{16}g$ (~1km) と $10^{19}g$ (~10km) に設定

$$\langle e_{\text{微惑星},0}^2 \rangle^{1/2} = e_{\text{惑星},0} = 0.05$$

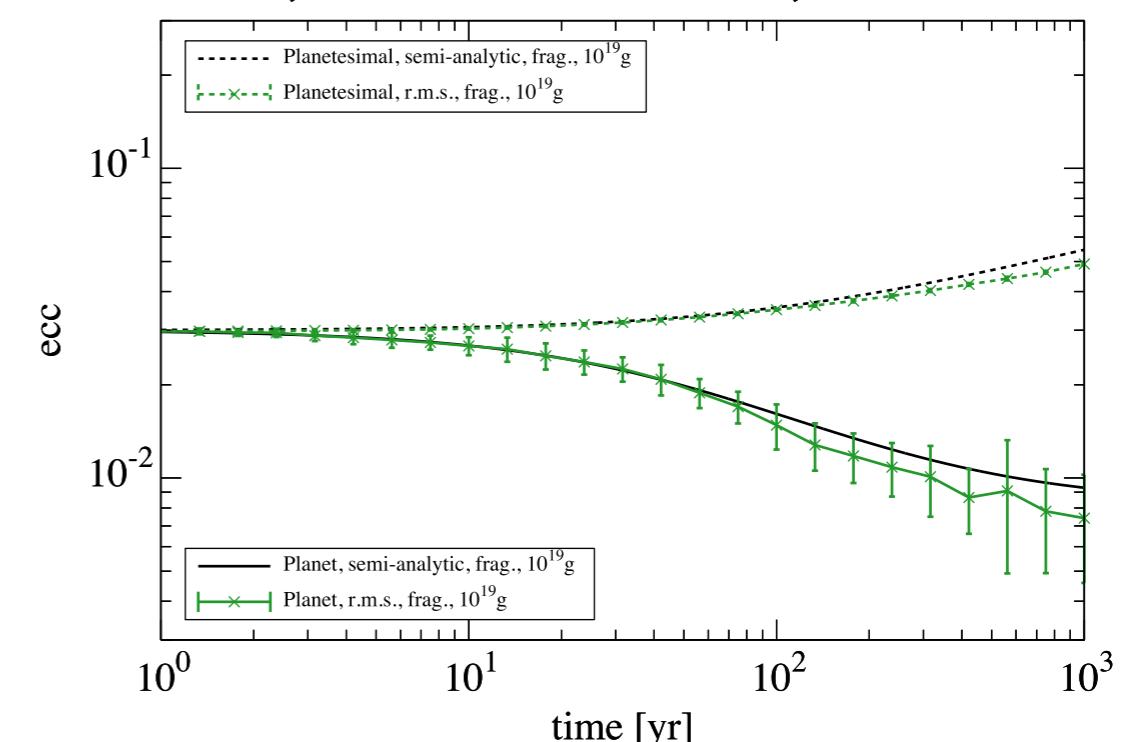


解析解と数値計算の比較 $10^{19}\text{g}(\sim 10\text{km})$

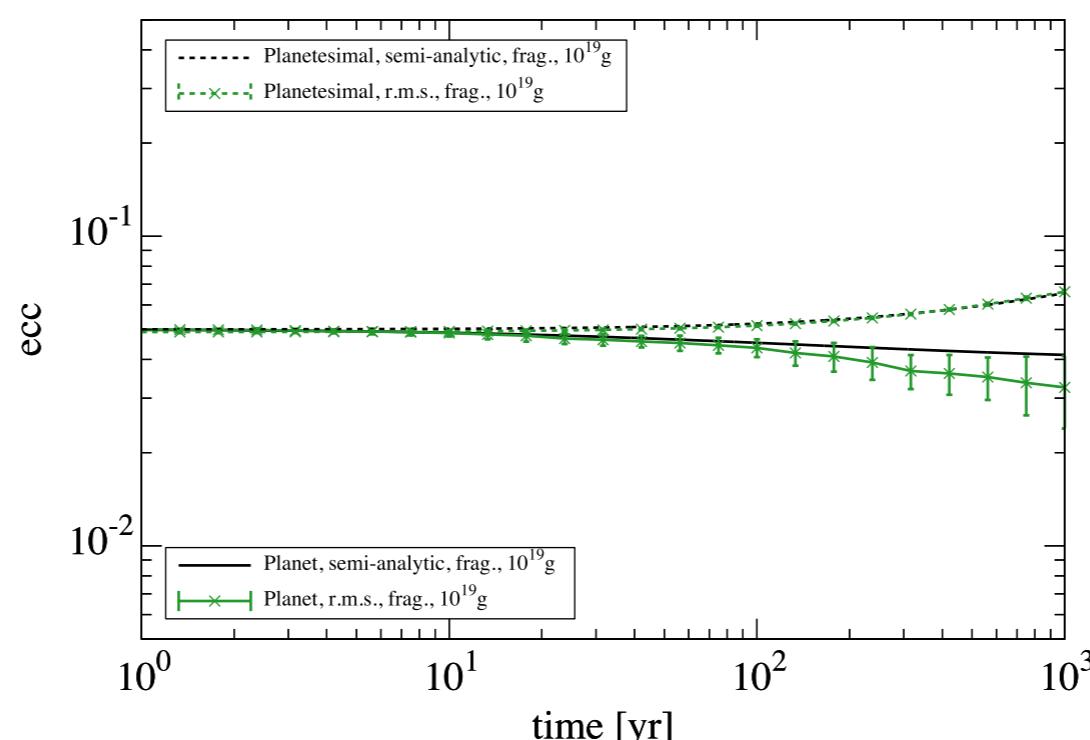
$$\langle e_{\text{微惑星},0}^2 \rangle^{1/2} = e_{\text{惑星},0} = 0.01$$



$$\langle e_{\text{微惑星},0}^2 \rangle^{1/2} = e_{\text{惑星},0} = 0.03$$

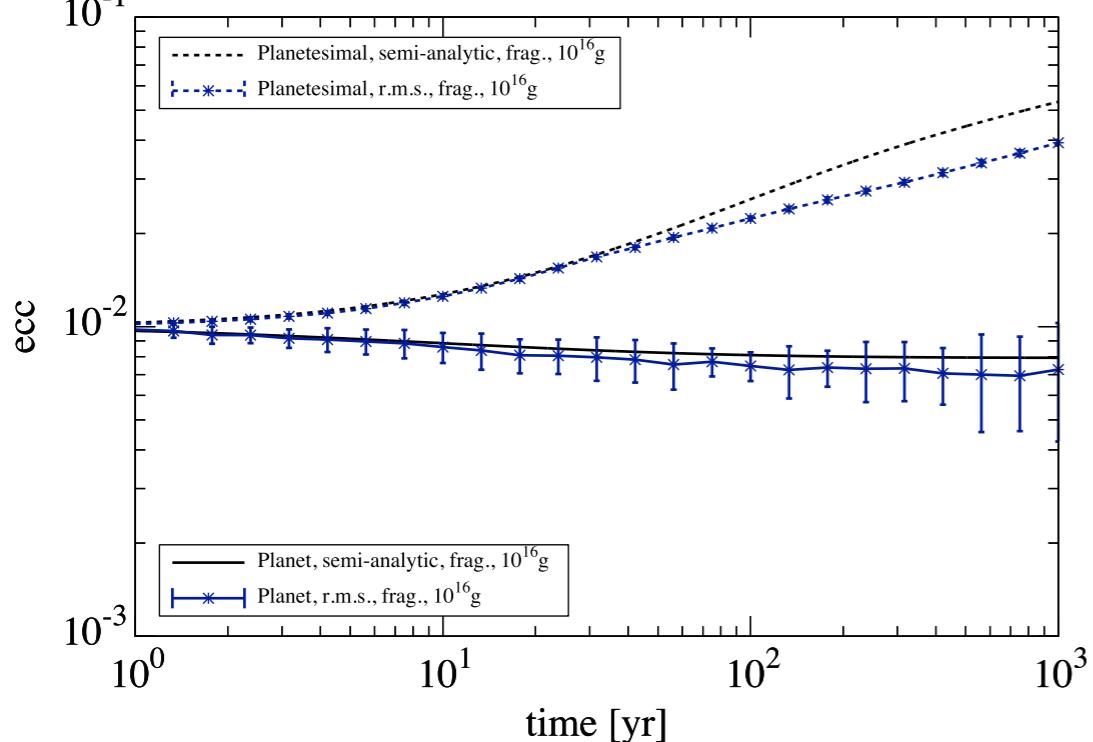


$$\langle e_{\text{微惑星},0}^2 \rangle^{1/2} = e_{\text{惑星},0} = 0.05$$

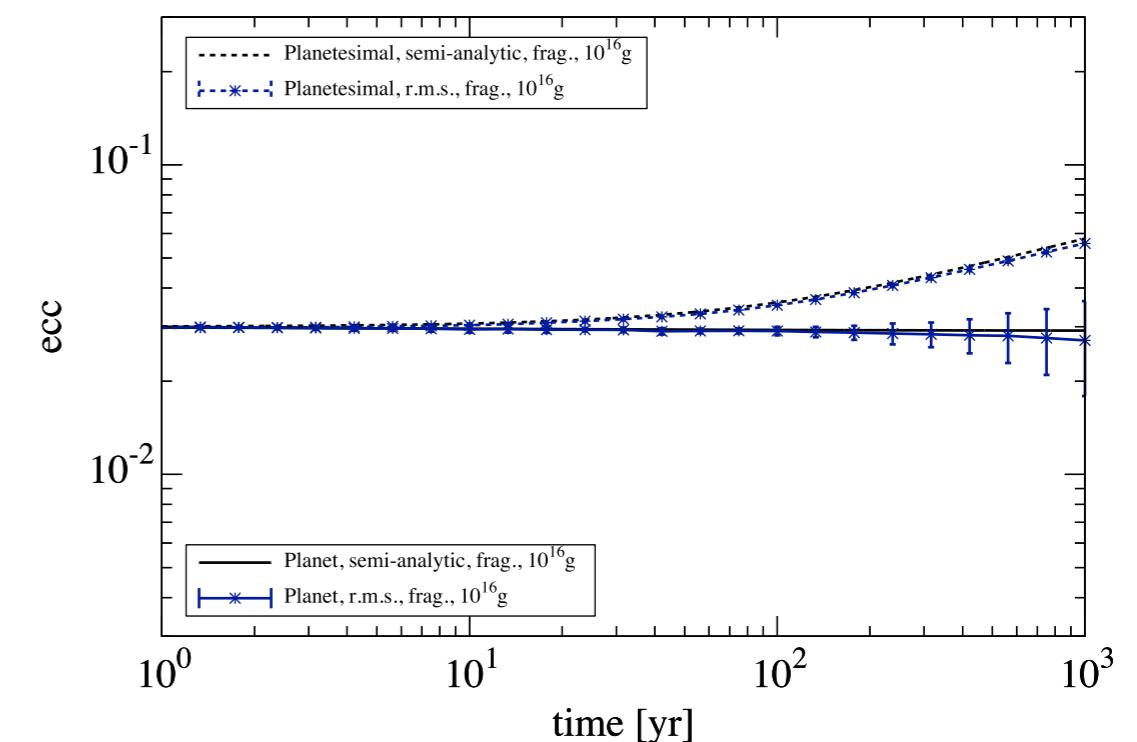


解析解と数値計算の比較 $10^{16}\text{g}(\sim 1\text{km})$

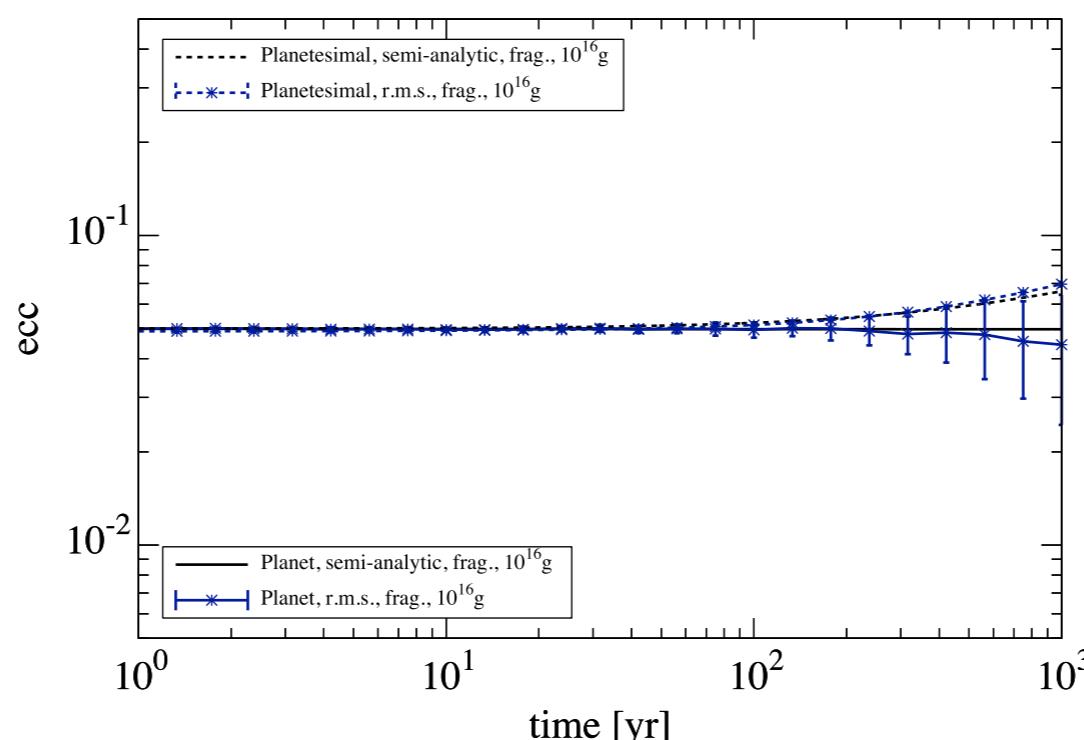
$$\langle e_{\text{微惑星},0}^2 \rangle^{1/2} = e_{\text{惑星},0} = 0.01$$



$$\langle e_{\text{微惑星},0}^2 \rangle^{1/2} = e_{\text{惑星},0} = 0.03$$

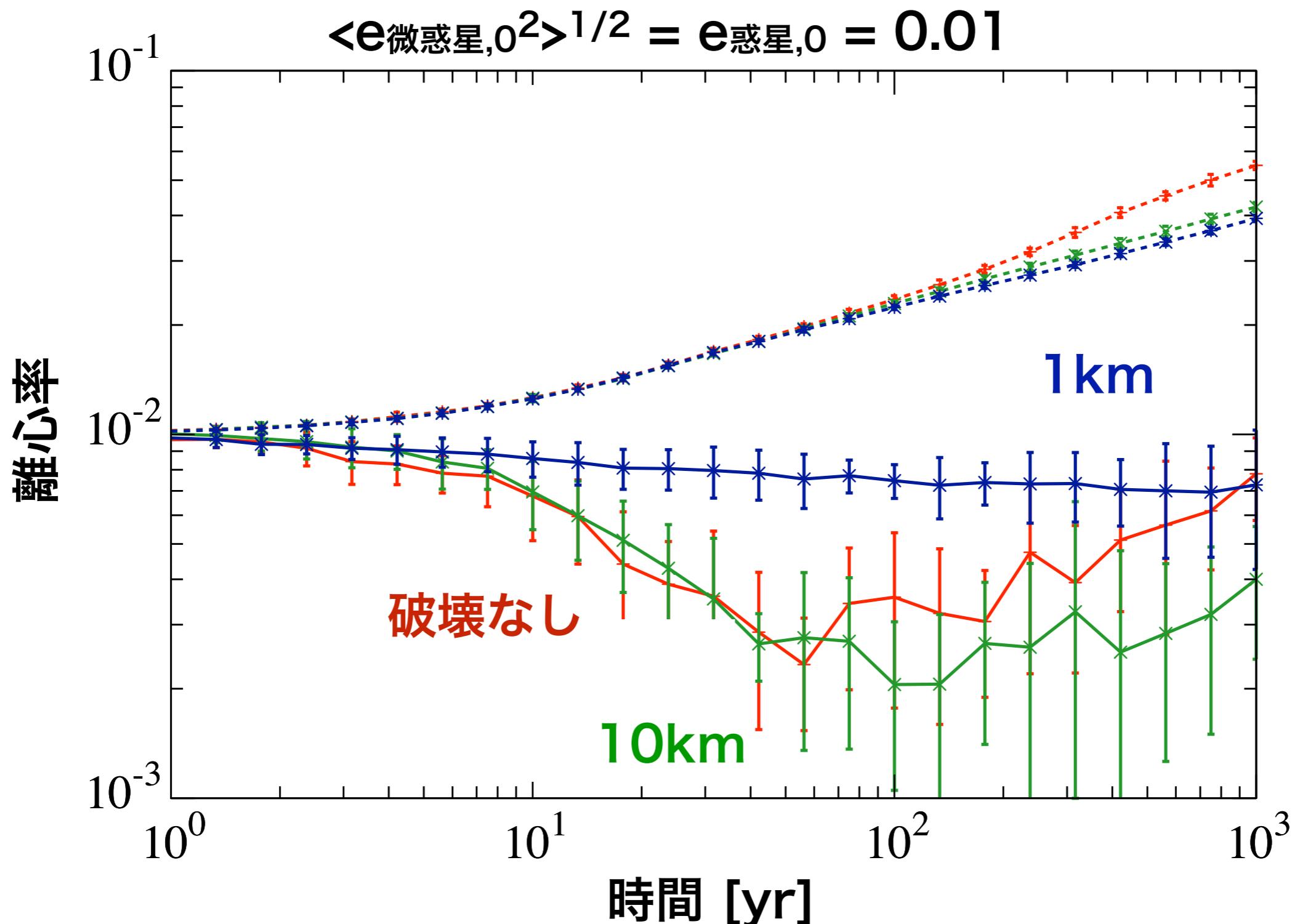


$$\langle e_{\text{微惑星},0}^2 \rangle^{1/2} = e_{\text{惑星},0} = 0.05$$



破壊が力学的摩擦に与える影響

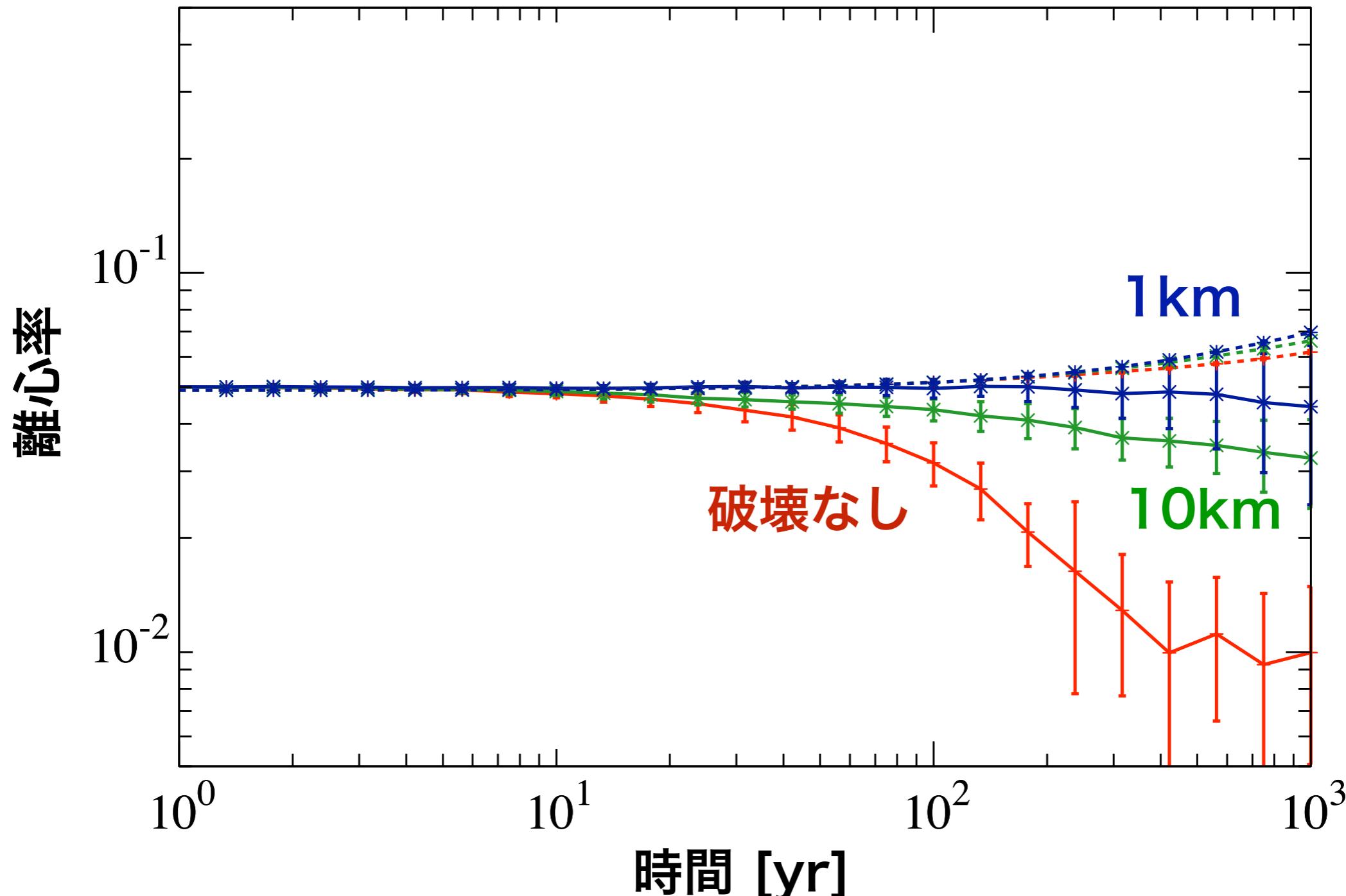
最大微惑星の質量 m_{\max} を $10^{16}g(\sim 1\text{km})$ と $10^{19}g(\sim 10\text{km})$ に設定



破壊が力学的摩擦に与える影響

最大微惑星の質量 m_{\max} を $10^{16}g$ (~1km)と $10^{19}g$ (~10km)に設定

$$\langle e_{\text{微惑星},0}^2 \rangle^{1/2} = e_{\text{惑星},0} = 0.05$$



ヤコビエネルギー

回転系での相対運動のエネルギー

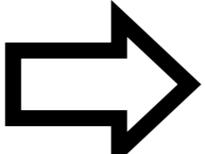
$$E_J = \frac{1}{2} (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) - \frac{3}{2} \Omega_K^2 x^2 + \frac{1}{2} \Omega_K^2 z^2 - \frac{G(M_1 + M_2)}{r} = \text{const.}$$

惑星による微惑星散乱では、ヤコビエネルギーを保つように軌道進化する離心率、軌道傾斜角、軌道長半径で書き換えると

$$E_J = \frac{1}{2} (e^2 + i^2) a^2 \Omega_K^2 - \frac{3}{8} \Delta a^2 \Omega_K^2 - \frac{G(M_1 + M_2)}{r}$$

$$\equiv \frac{1}{2} v_{\text{inc}}^2$$

v_{inc} : ヒル圏への侵入速度

$|\Delta a|$ 増  $(e^2 + i^2)^2$ 増 **Viscous Stirringの原因**

4次のエルミート法1

step1 : 加速度と加速度の1階微分を用いて予測子を計算 (2次精度)

$$\begin{cases} x_{p,j} = x_{0,j} + \Delta t v_{0,j} + \frac{\Delta t^2}{2} a_{0,j} + \frac{\Delta t^3}{6} \dot{a}_{0,j} & \text{予測子} \\ v_{p,j} = v_{0,j} + \Delta t a_{0,j} + \frac{\Delta t^2}{2} \dot{a}_{0,j} & \text{添字0は} t_0 \text{での値} \end{cases}$$

step2 : 予測子を用いて加速度の2,3階微分を補完

ここで $\begin{cases} r_{jk} = x_{p,j} - x_{p,k} \\ v_{jk} = v_{p,j} - v_{p,k} \end{cases}$ とおくと、 Δt 進めた加速度は

$$\begin{cases} a_{1,j} = - \sum_{k \neq j} G m_k \frac{r_{jk}}{(r_{jk}^2 + \epsilon^2)^{3/2}} \\ \dot{a}_{1,j} = - \sum_{k \neq j} G m_k \left[\frac{v_{jk}}{(r_{jk}^2 + \epsilon^2)^{3/2}} - \frac{3(v_{jk} \cdot r_{jk}) r_{jk}}{(r_{jk}^2 + \epsilon^2)^{5/2}} \right] \end{cases} \quad \epsilon : \text{ソフトニングパラメータ}$$

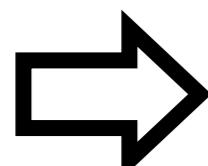
添字1は $t_0 + \Delta t$ での値

4次のエルミート法2

step2続き

$$\begin{cases} a_{1,j} = a_{0,j} + \Delta t \dot{a}_{0,j} + \frac{\Delta t^2}{2} a_{0,j}^{(2)} + \frac{\Delta t^3}{6} a_{0,j}^{(3)} & \text{3次のエルミート補完} \\ \dot{a}_{1,j} = \dot{a}_{0,j} + \Delta t a_{0,j}^{(2)} + \frac{\Delta t^2}{2} a_{0,j}^{(3)} & (\text{テイラー展開}) \end{cases}$$

逆に解く



$$\begin{cases} a_{0,j}^{(2)} = \frac{-6(a_{0,j} - a_{1,j}) - \Delta t(4\dot{a}_{0,j} + 2\dot{a}_{1,j})}{\Delta t^2} \\ a_{0,j}^{(3)} = \frac{12(a_{0,j} - a_{1,j}) + 6\Delta t(\dot{a}_{0,j} + \dot{a}_{1,j})}{\Delta t^3} \end{cases}$$

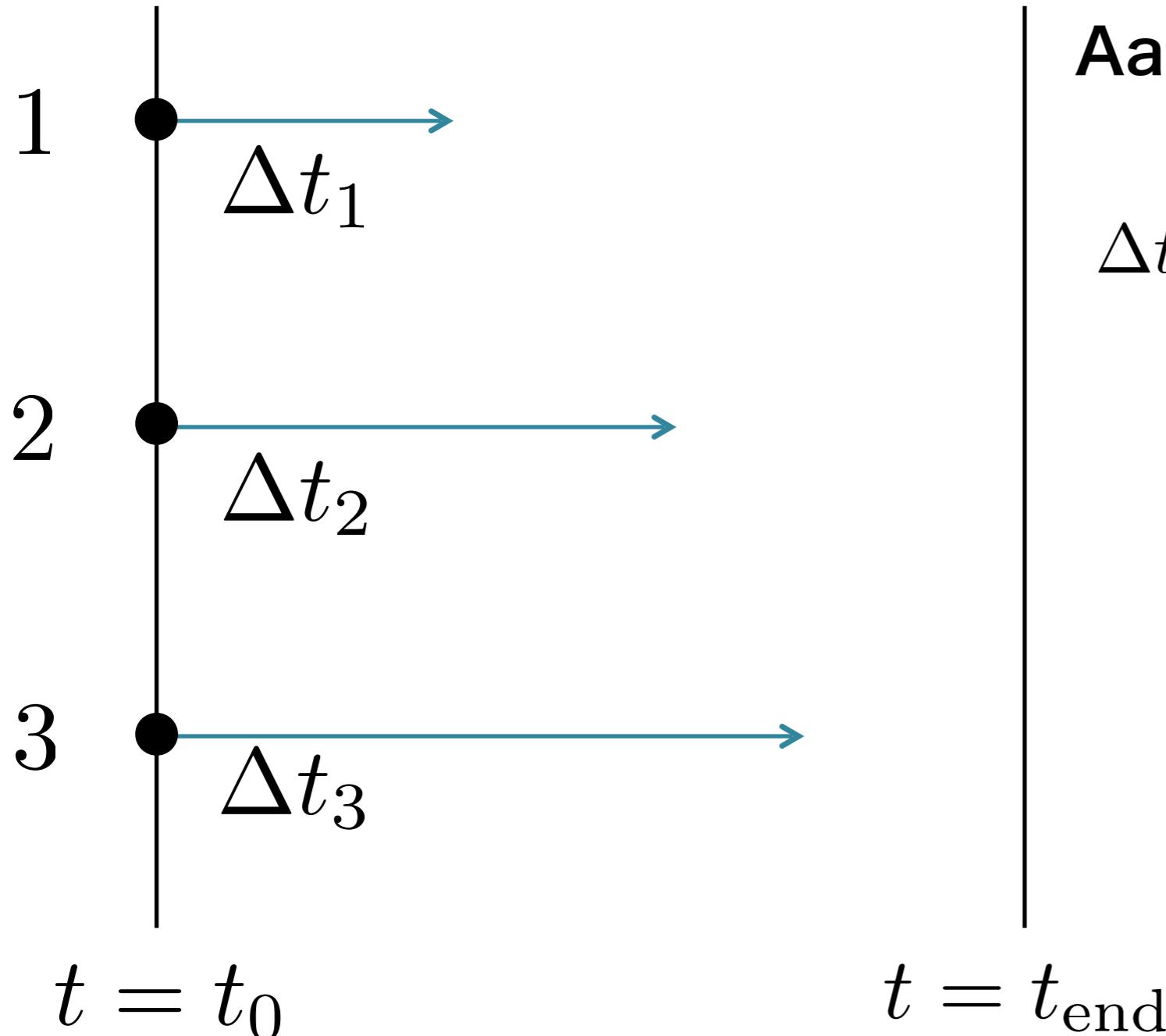
step3 : 加速度と加速度の1,2,3階微分を用いて修正子を計算 (4次精度)

$$\begin{cases} x_{c,j} = x_{p,j} + \frac{\Delta t^4}{24} a_{0,j}^{(2)} + \alpha \frac{\Delta t^5}{120} a_{0,j}^{(3)} \\ v_{c,j} = v_{p,j} + \frac{\Delta t^3}{6} a_{0,j}^{(2)} + \frac{\Delta t^4}{24} a_{0,j}^{(3)} \end{cases} \quad \text{修正子}$$

独立タイムステップ1

加速度が大きいところほどタイムステップを小さくする

粒子ごとに別々の時間とタイムステップを持たせる



Aarseth 1985

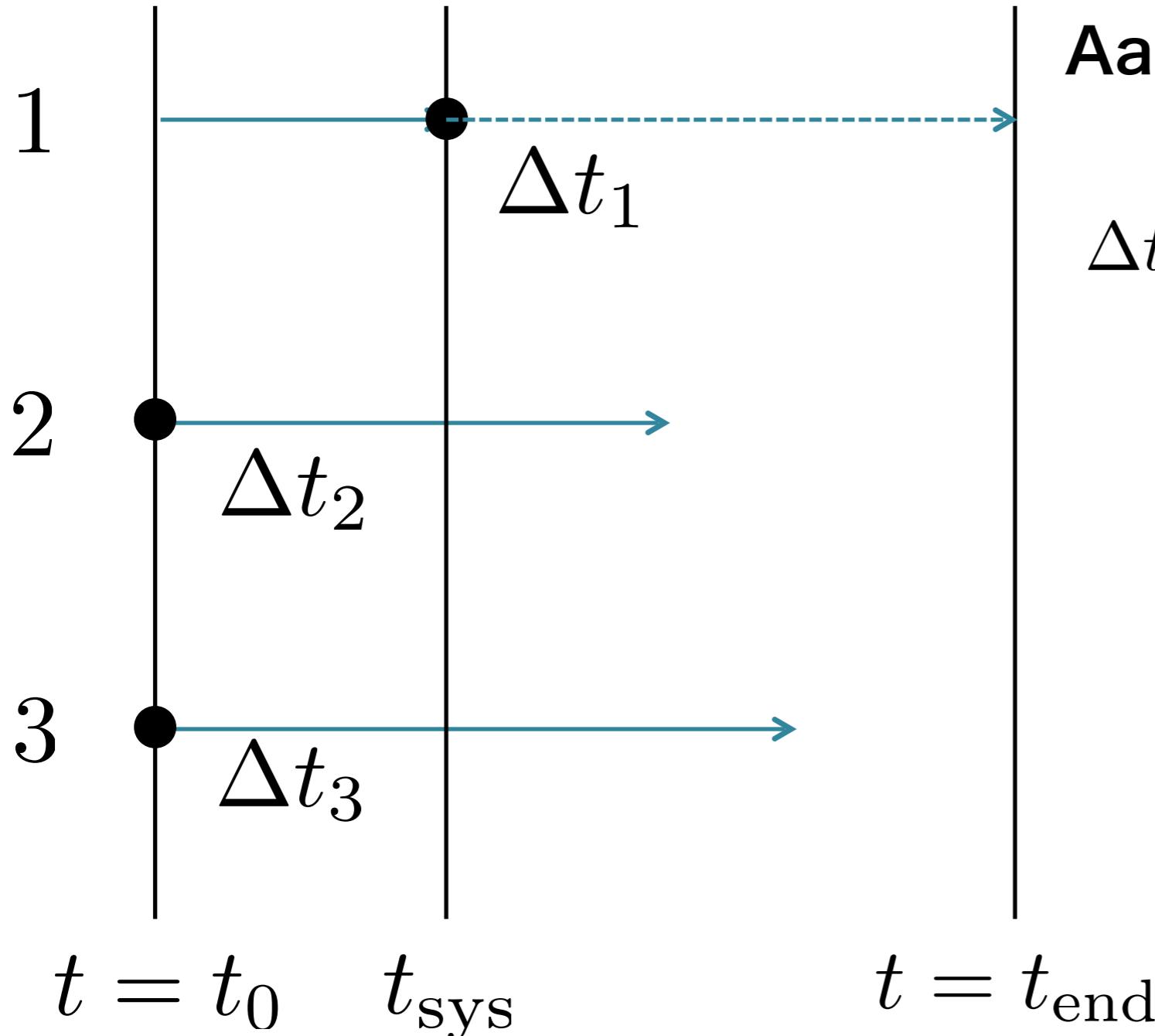
$$\Delta t_j = \eta \sqrt{\frac{|a_{1,j}| |a_{1,j}^{(2)}| + |\dot{a}_{1,j}|^2}{|\dot{a}_{1,j}| |a_{1,j}^{(3)}| + |a_{1,j}^{(2)}|^2}}$$

$$\begin{cases} a_{1,j}^{(2)} = a_{0,j}^{(2)} + a_{0,j}^{(3)} \Delta t \\ a_{1,j}^{(3)} = a_{0,j}^{(3)} \end{cases}$$

独立タイムステップ2

加速度が大きいところほどタイムステップを小さくする

粒子ごとに別々の時間とタイムステップを持たせる



Aarseth 1985

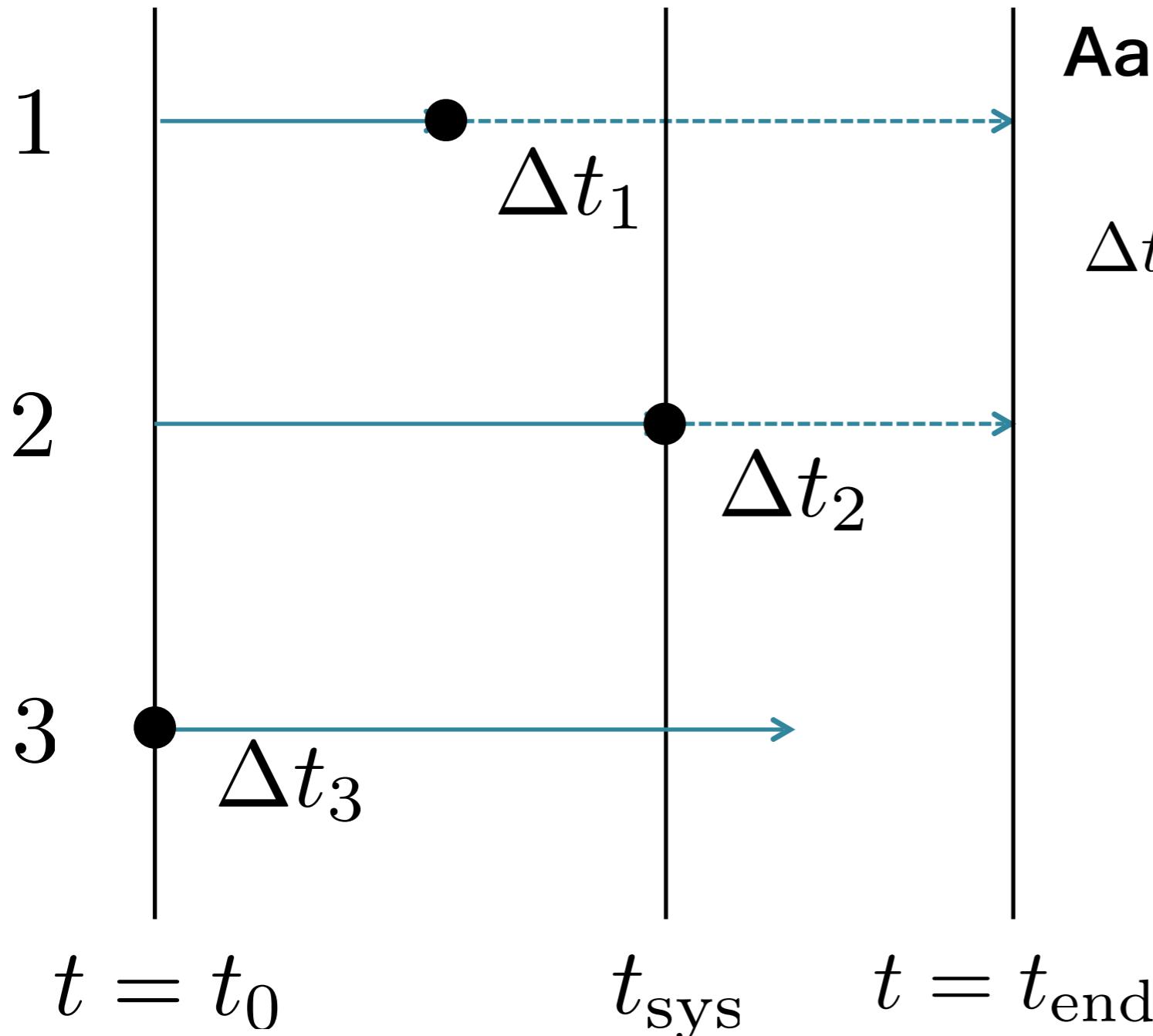
$$\Delta t_j = \eta \sqrt{\frac{|a_{1,j}| |a_{1,j}^{(2)}| + |\dot{a}_{1,j}|^2}{|\dot{a}_{1,j}| |a_{1,j}^{(3)}| + |a_{1,j}^{(2)}|^2}}$$

$$\begin{cases} a_{1,j}^{(2)} = a_{0,j}^{(2)} + a_{0,j}^{(3)} \Delta t \\ a_{1,j}^{(3)} = a_{0,j}^{(3)} \end{cases}$$

独立タイムステップ3

加速度が大きいところほどタイムステップを小さくする

粒子ごとに別々の時間とタイムステップを持たせる



Aarseth 1985

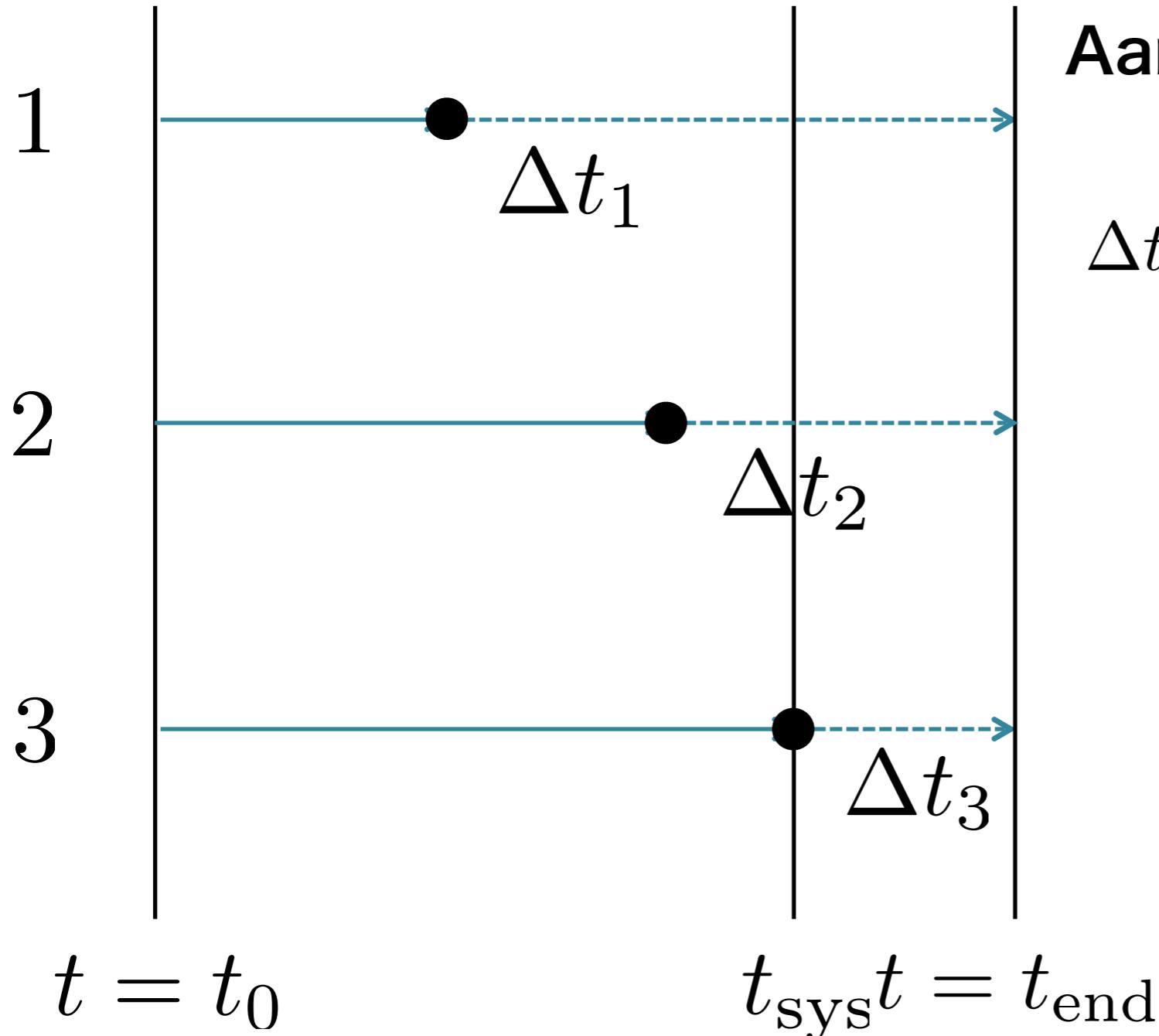
$$\Delta t_j = \eta \sqrt{\frac{|a_{1,j}| |a_{1,j}^{(2)}| + |\dot{a}_{1,j}|^2}{|\dot{a}_{1,j}| |a_{1,j}^{(3)}| + |a_{1,j}^{(2)}|^2}}$$

$$\begin{cases} a_{1,j}^{(2)} = a_{0,j}^{(2)} + a_{0,j}^{(3)} \Delta t \\ a_{1,j}^{(3)} = a_{0,j}^{(3)} \end{cases}$$

独立タイムステップ4

加速度が大きいところほどタイムステップを小さくする

粒子ごとに別々の時間とタイムステップを持たせる



Aarseth 1985

$$\Delta t_j = \eta \sqrt{\frac{|a_{1,j}| |a_{1,j}^{(2)}| + |\dot{a}_{1,j}|^2}{|\dot{a}_{1,j}| |a_{1,j}^{(3)}| + |a_{1,j}^{(2)}|^2}}$$

$$\begin{cases} a_{1,j}^{(2)} = a_{0,j}^{(2)} + a_{0,j}^{(3)} \Delta t \\ a_{1,j}^{(3)} = a_{0,j}^{(3)} \end{cases}$$

独立タイムステップ5

加速度が大きいところほどタイムステップを小さくする

粒子ごとに別々の時間とタイムステップを持たせる

