

巨大衝突ステージにおける衝突破壊の重要性: N 体計算・統計的手法のハイブリッドコードの開発

磯谷 和秀 (名古屋大学大学院 理学研究科)

概要

太陽系の地球型惑星は、最終段階で火星サイズの原始惑星同士が衝突合体を繰り返し形成される。この巨大衝突ステージにおいて地球や地球-月系が形成される。一方、太陽系外で起こる巨大衝突ステージは、衝突に伴い放出される破片によりデブリ円盤が形成され、観測されている暖かいデブリ円盤 (すなわち地球形成領域のデブリ円盤) を説明することができる。巨大衝突ステージに形成されるデブリ円盤について調べるためには、原始惑星の長期的軌道進化と、破壊を扱うことができる計算が必要である。そこで本研究では、 N 体計算と統計的手法を組み合わせた、衝突破壊を扱うことができるハイブリッドコードの開発を行う。さらに本講演では、ハイブリッドコードにより得られる、巨大衝突ステージにおけるデブリ円盤の明るさの空間分布進化についても議論する。

1 背景

太陽系の地球型惑星は、大きく分けて 3 つのステージを経て形成される。まずダストから微惑星が形成、次に微惑星から原始惑星が形成、そして最後に原始惑星から地球型惑星が形成される。この最後の巨大衝突ステージでは原始惑星同士が衝突合体を繰り返しているが、衝突が起きれば自然に破壊も起こり、様々なサイズの破片を放出することが SPH 法によるシミュレーションで明らかになった (e.g., Genda et al. 2015)。この原始惑星同士の巨大衝突による破片が、太陽系外の $10^6 - 10^7$ 歳程度以上の星の周りで観測されている暖かい ($\lesssim 1\text{AU}$) デブリ円盤の起源なのではないかと言われている (e.g., Lisse et al. 2008, 2009)。そのため、暖かいデブリ円盤が観測された恒星系には、巨大衝突ステージを経験した原始惑星や地球型惑星が存在する可能性がある。また、デブリ円盤の中で破片同士の衝突破壊が次々に起こる (衝突カスケード) と、定常な負の質量フラックスが生まれ (e.g., Tanaka et al. 1996)、この質量フラックスの大きさは最大質量破片によって決まっている。この衝突カスケードにおいて破片が μm サイズまで小さくなると、ポインティングーロバートソン効果や輻射圧によって系から取り除かれる。このように、巨大衝突ステージにおける衝突破壊は重要であり、この現象を理解するためには、原始惑星の長期的軌道進化と破壊を扱うことができる数値シミュレーションが必要である。しかし衝突により放出される破片の数は 10^{35} 個以上にもなり、 N 体計算ではとても扱う

ことはできない。このような多数の粒子を取り扱う際には、一つ一つの粒子を取り扱うのではなく、統計力学に基づいた統計的手法が有効であるが、統計的手法では、破片が重力的に集積する際にサイズ分布が非軸対称になることや、原始惑星による軌道共鳴のような、重力相互作用の取り扱いができない。すなわち N 体計算と統計的手法を同時に用いると、軌道進化と破壊を同時に考慮した計算を行うことができる。

そこで本研究では、 N 体計算と統計的手法を組み合わせた、衝突破壊を扱うことができるハイブリッドコードの開発を行う。多数の破片を少数のトレーサーと呼ばれるスーパー粒子に近似することで N 体計算のコストを抑える。またそれぞれのトレーサーの周りに扇形領域 (Morishima 2015) を考え、その領域に入った他のトレーサーを用いて表面数密度と平均相対速度を計算し、破壊による天体の減少 (Kobayashi & Tanaka 2010) を取り扱う。

2 手法

衝突破壊の際に放出される破片の数は 10^{35} 個以上にもなり、個々の破片を N 体計算で扱うことは計算コスト的に非常に困難である。そこで本研究では、ほぼ同じ軌道上を運動する複数の破片を 1 つの粒子 (トレーサーと呼ぶ) として表現するスーパー粒子近似を用いる。また、破片同士の破壊が次々に起こり「衝突カスケード」が形成されると、定常な負の質量

フラックスが生まれる (e.g., Tanaka et al. 1996)。質量フラックスと質量減少タイムスケールについての解析解 (Kobayashi & Tanaka 2010) と、トレーサーの周囲に扇形領域 (Morishima 2015) を形成し、その領域内で面密度と平均相対速度を求めることにより、 μm サイズとなった破片がどの程度トレーサーから出て行くかを計算することができる。以下で詳しく説明する。

2.1 N 体計算

本研究では、以下で述べる 4 次のエルミート法 (Makino & Aarseth 1992) を用いて重力相互作用を取り扱い、さらに独立タイムステップを採用する。

時間 t での位置と速度 ($\mathbf{x}_{0,j}, \mathbf{v}_{0,j}$)、加速度とその時間微分 ($\mathbf{a}_{0,j}, \dot{\mathbf{a}}_{0,j}$) から、時間 $t + \Delta t$ における位置と速度 ($\mathbf{x}_{p,j}, \mathbf{v}_{p,j}$) を次のように予測する。

$$\mathbf{x}_{p,j} = \mathbf{x}_{0,j} + \Delta t \mathbf{v}_{0,j} + \frac{\Delta t^2}{2} \mathbf{a}_{0,j} + \frac{\Delta t^3}{6} \dot{\mathbf{a}}_{0,j} \quad (1)$$

$$\mathbf{v}_{p,j} = \mathbf{v}_{0,j} + \Delta t \mathbf{a}_{0,j} + \frac{\Delta t^2}{2} \dot{\mathbf{a}}_{0,j} \quad (2)$$

これらを予測子と呼ぶ。この段階では 2 次精度である。次に予測子を使って、時間 $t + \Delta t$ での加速度とその時間微分 ($\mathbf{a}_{1,j}, \dot{\mathbf{a}}_{1,j}$) を次のように求める。

$$\mathbf{a}_{1,j} = - \sum_{k \neq j} G m_k \frac{\mathbf{r}_{jk}}{(r_{jk}^2 + \epsilon^2)^{3/2}} \quad (3)$$

$$\dot{\mathbf{a}}_{1,j} = - \sum_{k \neq j} G m_k \left[\frac{\mathbf{v}_{jk}}{(r_{jk}^2 + \epsilon^2)^{3/2}} - \frac{3(\mathbf{v}_{jk} \cdot \mathbf{r}_{jk}) \mathbf{r}_{jk}}{(r_{jk}^2 + \epsilon^2)^{5/2}} \right] \quad (4)$$

ここで、 $\mathbf{r}_{jk} = \mathbf{x}_{p,j} - \mathbf{x}_{p,k}$, $\mathbf{v}_{jk} = \mathbf{v}_{p,j} - \mathbf{v}_{p,k}$ であり、 ϵ は計算上の発散を抑えるためのソフトニングパラメータである (本研究では $\epsilon = 0$)。続いて、時間 t から $t + \Delta t$ 間の加速度の時間変化を

$$\mathbf{a}_{1,j} = \mathbf{a}_{0,j} + \Delta t \dot{\mathbf{a}}_{0,j} + \frac{\Delta t^2}{2} \mathbf{a}_{0,j}^{(2)} + \frac{\Delta t^3}{6} \mathbf{a}_{0,j}^{(3)} \quad (5)$$

$$\dot{\mathbf{a}}_{1,j} = \dot{\mathbf{a}}_{0,j} + \Delta t \mathbf{a}_{0,j}^{(2)} + \frac{\Delta t^2}{2} \mathbf{a}_{0,j}^{(3)} \quad (6)$$

のような 3 次のエルミート補間多項式で近似する。

$\mathbf{a}_{0,j}^{(2)}, \mathbf{a}_{0,j}^{(3)}$ について解くと、

$$\mathbf{a}_{0,j}^{(2)} = \frac{-6(\mathbf{a}_{0,j} - \mathbf{a}_{1,j}) - \Delta t(4\dot{\mathbf{a}}_{0,j} + 2\dot{\mathbf{a}}_{1,j})}{\Delta t^2} \quad (7)$$

$$\mathbf{a}_{0,j}^{(3)} = \frac{12(\mathbf{a}_{0,j} - \mathbf{a}_{1,j}) + 6\Delta t(\dot{\mathbf{a}}_{0,j} + \dot{\mathbf{a}}_{1,j})}{\Delta t^3} \quad (8)$$

となる。そして、この $\mathbf{a}_{0,j}^{(2)}, \mathbf{a}_{0,j}^{(3)}$ を使って、位置と速度の予測子を以下のように修正する。

$$\mathbf{x}_{c,j} = \mathbf{x}_{p,j} + \frac{\Delta t^4}{24} \mathbf{a}_{0,j}^{(2)} + \frac{\Delta t^5}{120} \mathbf{a}_{0,j}^{(3)} \quad (9)$$

$$\mathbf{v}_{c,j} = \mathbf{v}_{p,j} + \frac{\Delta t^3}{6} \mathbf{a}_{0,j}^{(2)} + \frac{\Delta t^4}{24} \mathbf{a}_{0,j}^{(3)} \quad (10)$$

これらを修正子と呼ぶ。修正子を使って新たな加速度とその時間微分 ($\mathbf{a}_{1,j}^{\text{new}}, \dot{\mathbf{a}}_{1,j}^{\text{new}}$) を計算する。これらは、式 (3)、式 (4) で、 $\mathbf{r}_{jk} = \mathbf{x}_{c,j} - \mathbf{x}_{c,k}$, $\mathbf{v}_{jk} = \mathbf{v}_{c,j} - \mathbf{v}_{c,k}$ とすれば求まる。必要な回数だけ修正を繰り返す。

独立タイムステップでは、粒子 j ごとに別々の時間 t_j とタイムステップ Δt_j をもち、別々に時間発展する。タイムステップの計算には以下の表式を用いる (Aarseth 1985)。

$$\Delta t_j = \sqrt{\eta \frac{|\mathbf{a}_{1,j}| |\mathbf{a}_{1,j}^{(2)}| + |\dot{\mathbf{a}}_{1,j}|^2}{|\dot{\mathbf{a}}_{1,j}| |\mathbf{a}_{1,j}^{(3)}| + |\mathbf{a}_{1,j}^{(2)}|^2}} \quad (11)$$

これは 4 次スキームでは非常に効率が良いことが分かっている (Makino 1991)。ここで、 η は積分の精度を決めるパラメータである。また $\mathbf{a}_{1,j}^{(2)} = \mathbf{a}_{0,j}^{(2)} + \mathbf{a}_{0,j}^{(3)} \Delta t$, $\mathbf{a}_{1,j}^{(3)} = \mathbf{a}_{0,j}^{(3)}$ と見積もる。系全体の時間 t_{sys} は、 $t_j + \Delta t_j$ が最小になる粒子 j_{sys} を探し、 j_{sys} と共に進める。そして t_{sys} における全ての予測子を計算し、 j_{sys} のみ修正をし、 $t_{j_{\text{sys}}}$ のみ $\Delta t_{j_{\text{sys}}}$ だけ時間を進める。これを繰り返して時間発展させる。

2.2 統計的手法

破片の最大質量を m_{max} 、最小質量を m_{min} とおくと、 $F(m)$ が定常ということは $F(m_{\text{min}}) = F(m_{\text{max}})$ である。すなわちトレーサー内の質量減少を $F(m_{\text{max}})$ で計算することができる。質量フラックスの解析解は

$$F(m_{\text{max}}) = - \frac{(2 - \alpha)^2}{m_{\text{max}}^{1/3}} \Sigma^2 \Omega_K h_0 \left(\frac{v(m_{\text{max}})^2}{2Q_D^*(m_{\text{max}})} \right)^{\alpha-1} \times \left[\left(-\ln \epsilon + \frac{1}{2-b} \right) s_1 + s_2 + s_3 \right] \quad (12)$$

で与えられる。ここで、 b, ϵ は無次元パラメータ、 h_0, s_1, s_2, s_3 は定数、 Σ は破片の面密度、 Ω_K はケプラー角速度、 v は衝突速度、 Q_D^* は臨界エネルギー、そして α は破片の面数密度のべき ($n_s(m)dm \propto m^{-\alpha}dm$) である。 $v(m)^2/Q_D^*(m) \propto m^p$ のように質量に依存するとき、すなわち破壊のモデルが非自己相似の場合、 $F(m)$ が定常となる条件は

$$\alpha = \frac{11 + 3p}{6 + 3p} \quad (13)$$

である。質量減少タイムスケール τ_{dep} は

$$\tau_{\text{dep}} = \frac{\Sigma}{|F(m_{\text{max}})|} \quad (14)$$

で与えられる。トレーサーごとの質量フラックスを計算するためには、トレーサー自身の面密度とトレーサー間の衝突速度を求める必要がある。そこで、まずトレーサー i の位置を 2 次元極座標 (r_i, θ_i) に射影し、動径方向に $r_i \pm \delta r$ 、方位角方向に $\theta_i \pm \delta \theta$ の広がりをもった扇形領域 i を形成する。この領域 i に入っている他のトレーサーを j とし、 j の総数を N とする。面密度は i 自身と j の質量の総和を領域 i の面積で割り、

$$\Sigma_i = \frac{m_i + \sum_j^N m_j}{4r_i \delta r \delta \theta} \quad (15)$$

のように計算する。次にトレーサー i と j の相対速度は、ランダム速度 $\sqrt{e_{i,j}^2 + i_{i,j}^2} v_{K,i}$ で近似する。ここで、 $e_{i,j}$ と $i_{i,j}$ はそれぞれ相対離心率と相対軌道傾斜角を表し、 $v_{K,i}$ は i のケプラー速度である。そして j について平均をとり、平均相対速度を衝突速度だとみなす。

$$v_i = \frac{\sum_j^N \sqrt{e_{i,j}^2 + i_{i,j}^2} v_{K,i}}{N} \quad (16)$$

以上より質量フラックスを各トレーサーごとに求めることができる。

統計的手法のタイムステップ $\Delta t_{\text{frag},i}$ は質量減少タイムスケール $\tau_{\text{dep},i}$ を基準にして、 $\Delta t_{\text{frag},i} = \xi \tau_{\text{dep},i}$ とする。そしてトレーサー i の質量変化は、

$$m_i(t_{\text{frag},i} + \Delta t_{\text{frag},i}) = \frac{m_i(t_{\text{frag},i})}{1 + \xi} \quad (17)$$

のように計算する。 N 体計算では独立タイムステップを用いているため、トレーサー i の N 体計算の時間 t_i が統計的手法の時間 $t_{\text{frag},i}$ を上回ったときにトレー

ー i の質量を減少させ、 $t_{\text{frag},i} \rightarrow t_{\text{frag},i} + \Delta t_{\text{frag},i}$ に更新する。

3 テスト計算

3.1 N 体計算のテスト

N 体計算のテストとして Ohtsuki et al. (2002) の Fig.4b との比較を行った (図 1)。1AU 付近で面密度が 10g/cm^2 となるように、 $1 \times 10^{24}\text{g}$ の微惑星 800 個、 $4 \times 10^{24}\text{g}$ の微惑星 200 個ランダムに配置し、1000 年分計算を 6 回行った。初期の離心率と軌道傾斜角は $e_{\text{RMS}} = 10^{-4}$, $i_{\text{RMS}} = 5 \times 10^{-5}$ のレイリー分布で与えた。添字 S, L はそれぞれ小さい、大きい微惑星を表す。

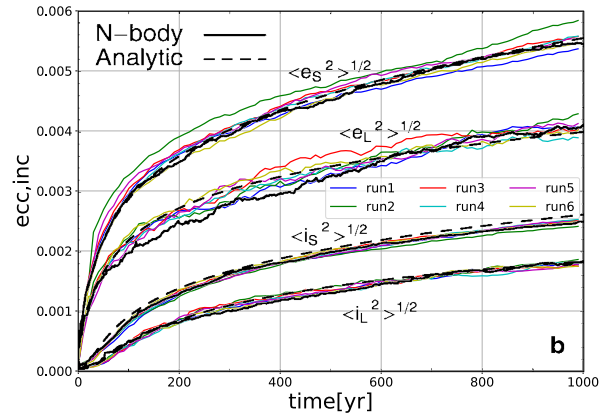


図 1: 小さい微惑星と大きい微惑星が混在するときの離心率と軌道傾斜角の二乗平均平方根の時間進化。計算結果に Ohtsuki et al. (2002) の Fig.4b を重ねたところ、よく再現できている。

3.2 統計的手法のテスト

統計的手法のテストとして Kobayashi & Tanaka (2010) の解析解との比較を行った (図 2)。0.95 – 1.05AU に等質量のトレーサーを 990 個一様に配置し、トレーサー同士の重力相互作用は解かず 10^4 年分計算を行った。初期の離心率と軌道傾斜角は $e = 10^{-3}$, $i = 5 \times 10^{-4}$ であり、他の軌道要素は等間隔で与えた。質量減少タイムスケール $\tau_{\text{dep}} = 10$ 年となるように、初期の総質量 $M_{\text{tot},0} = 3.51 \times 10^{30}\text{g}$ で与えた。 $\delta r = 0.01\text{AU}$, $\delta \theta = \pi$ で固定している。

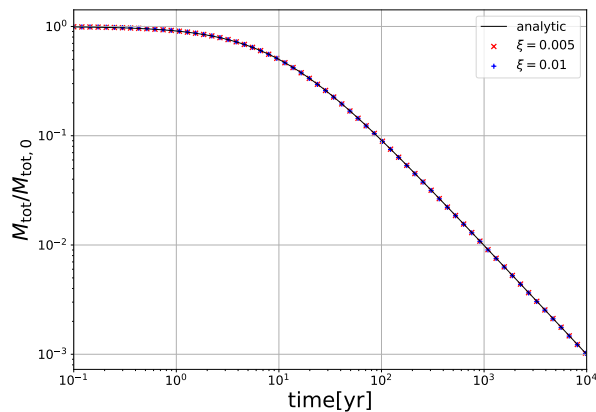


図 2: 微惑星円盤の総質量の時間進化。解析解とほとんど一致している。

4 結果と今後の展望

地球型惑星と原始惑星の巨大衝突破壊によって破片が放出される様子を模擬し、惑星と破片の軌道進化と破片の質量進化を計算した。初期の破片の総質量は $0.1M_{\oplus}$ とし、惑星の質量は $1M_{\oplus}$ とした。 $(x, y) = (1\text{AU}, 0\text{AU})$ の位置で衝突が起こり、惑星から見て中心星と反対方向 (L2 側) に惑星表面からコーン状に破片が放出し、その速度は惑星から距離が離れるにつれて速くなると仮定した (脱出速度 v_{esc} の $1.0 - 1.1$ 倍)。破片を等質量のトレーサー 1000 個で代表させ、惑星とトレーサーの重力相互作用、トレーサー同士の衝突破壊を、ハイブリッドコードを用いて 1000 年分計算を行った (図 3)。

謝辞

本研究を行うにあたり、様々なご指導を頂きました小林浩氏に深く感謝いたします。

参考文献

- Aarseth, S. J. 1985, in *Multiple Time Scales*, ed. J. U. Brackbill and B. I. Cohen (New York:Academic), 377
- Genda, H., Kobayashi, H., & Kokubo, E. 2015, *ApJ*, 810, 136
- Kobayashi, H., & Tanaka, H. 2010, *Icarus*, 206, 735
- Lisse, C. M., Chen, C. H., Wyatt, M. C. & Morlok, A. 2008, *ApJ*, 673, 1106

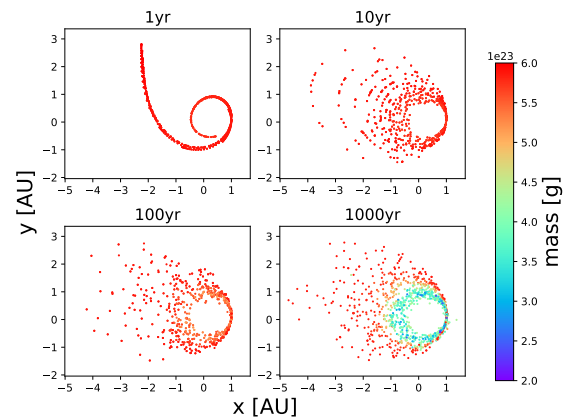


図 3: 破片の軌道と質量の時間変化。初期のトレーサーの質量はすべて $10^{-4}M_{\oplus}$ である。

Lisse, C. M., Chen, C. H., Wyatt, M. C., Morlok, A., Song, I., Bryden, G. & Sheeham, P. 2009, *ApJ*, 791, 2019

Makino, J. 1991, *ApJ*, 369, 200

Makino, J., & Aarseth, S. J. 1992, *PASJ*, 44, 141

Morishima, R. 2015, *Icarus*, 260, 368

Ohtsuki, K., Stewart, G. R., & Ida, S. 2002, *Icarus*, 155, 436

Tanaka, H., Inaba, S., Nakazawa, K. 1996, *Icarus*, 123, 450