

# 巨大衝突ステージにおける 衝突破壊の重要性

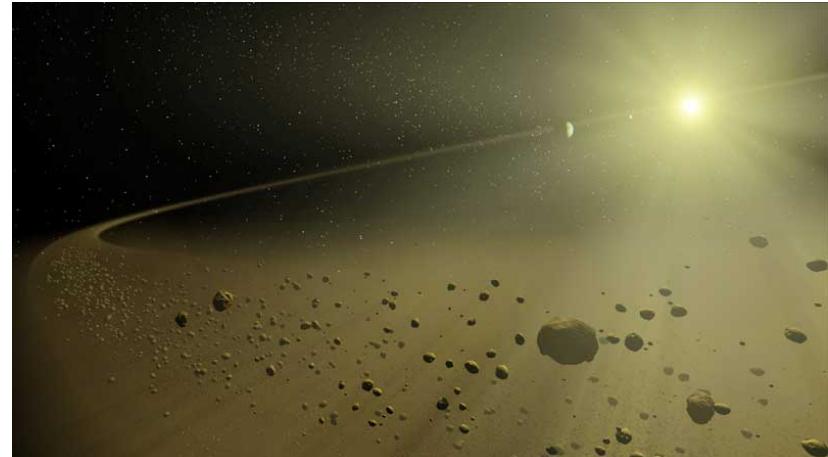
N体計算・統計的手法のハイブリッドコードの開発

磯谷和秀(名古屋大 Ta研 M1)

指導教官 小林浩



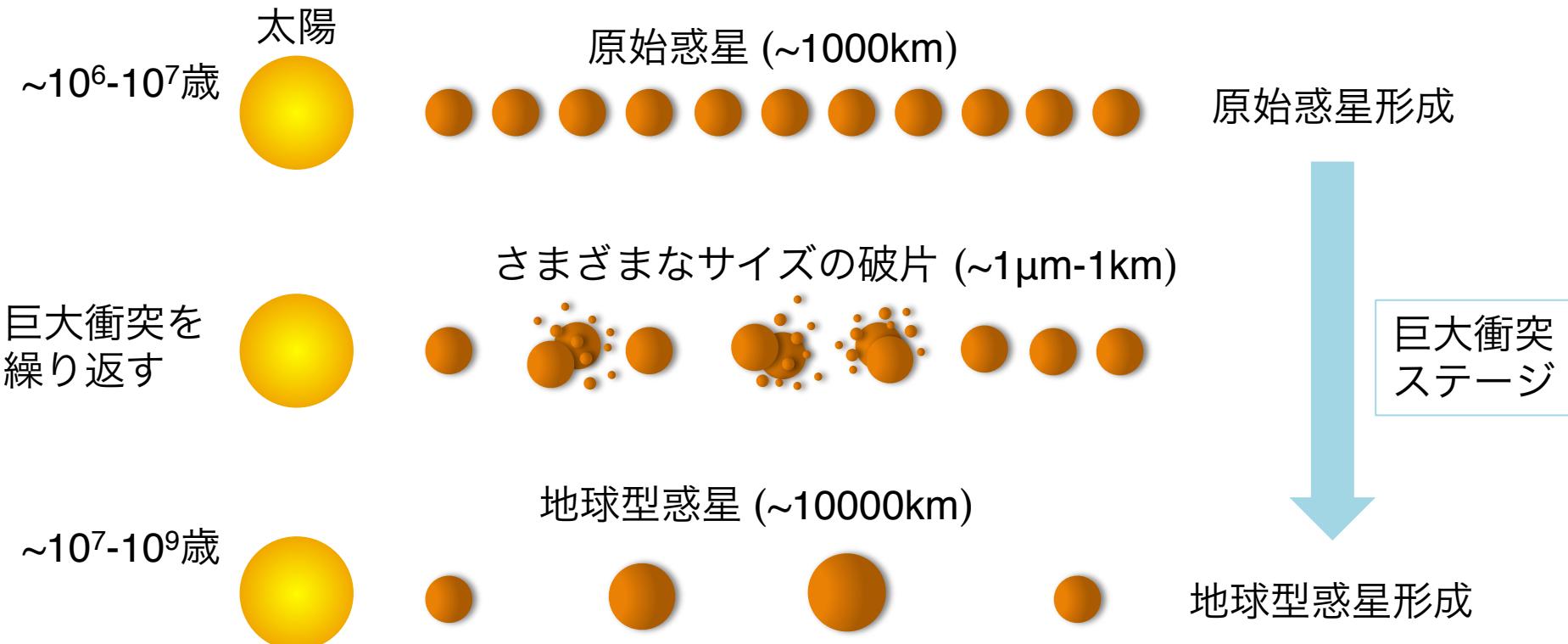
Credit : Gemini Observatory/Lynette Cook



Credit : NASA/JPL-Caltech

# 太陽系における巨大衝突ステージ

太陽誕生（0歳）から $10^6$ - $10^7$ 年ほどで、火星サイズ（~1000km）の原始惑星が形成

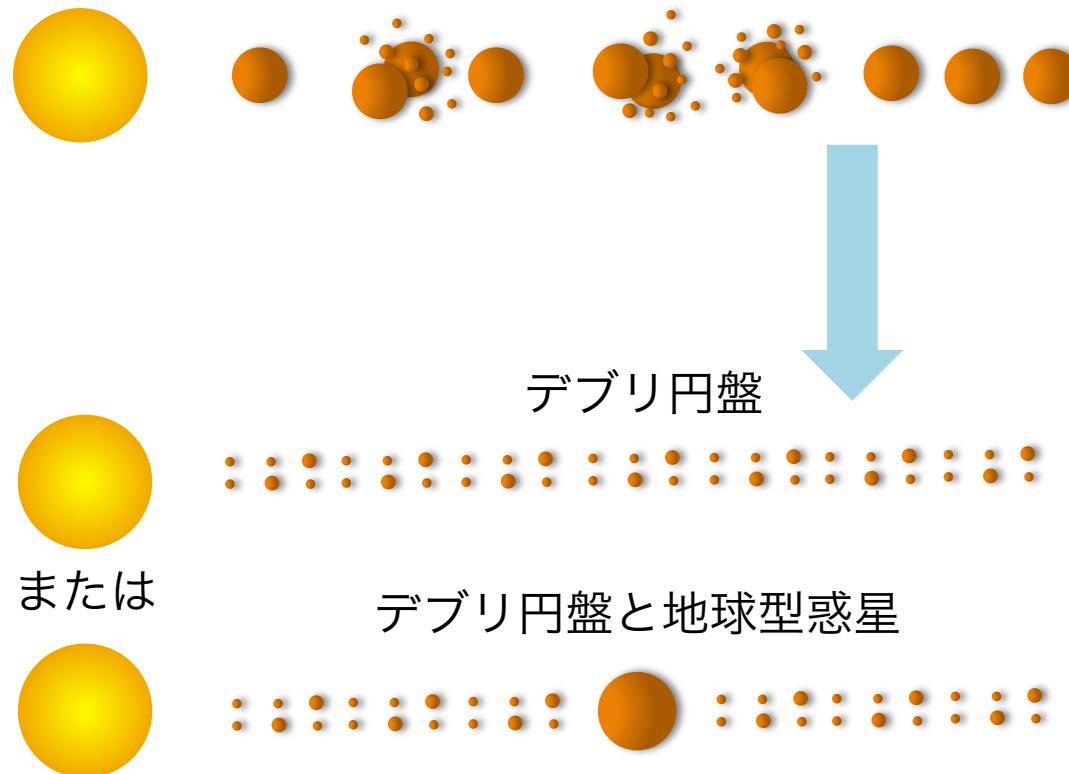


巨大衝突ステージ：原始惑星が衝突し合体成長する段階

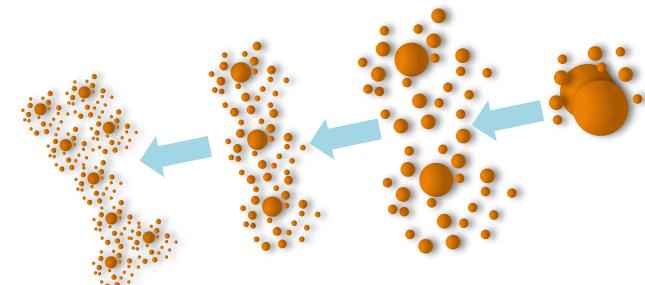
しかし当然ながら 破壊も起こっている

# 太陽系外における巨大衝突ステージ

一方、太陽系外で起こる巨大衝突ステージでは



衝突力スケード



破片同士でも次々に破壊

暖かい ( $\lesssim$ 数AU) デブリ円盤の起源は巨大衝突の際の破片である可能性あり！

(e.g., Genda et al. 2015)

# 先行研究

- Genda et al. 2012

SPH法で巨大衝突の数値シミュレーション

破片の最大サイズと総質量を求めた  
~10%

- Genda et al. 2015

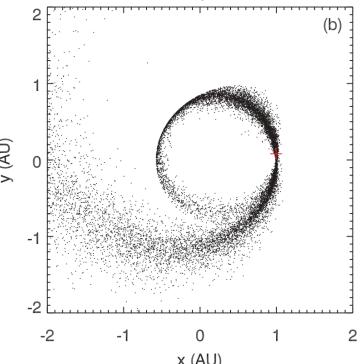
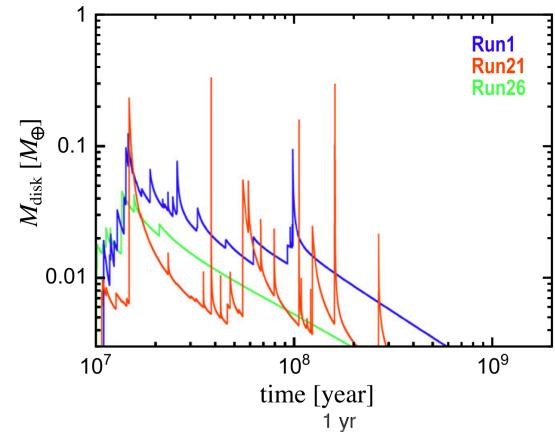
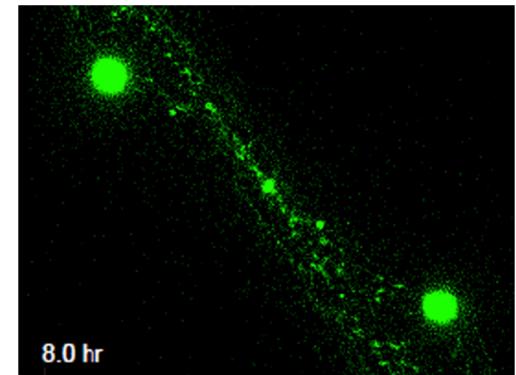
巨大衝突により放出された破片の衝突進化を計算

破片を軸対称円盤分布と仮定し、解析解  
(Kobayashi & Tanaka 2010)を用いて面密度  
進化を求めた

- Jackson & Wyatt 2012

月形成をもたらした巨大衝突に伴って放出さ  
れる破片(テスト粒子)の軌道を計算

惑星Hill圏の外の計算(等方的に放出)



# 先行研究まとめ

	Genda et al. 2012	Genda et al. 2015	Jackson & Wyatt 2012
対象	巨大衝突 (破片放出まで)	巨大衝突 破片の面密度進化	破片の軌道進化
計算法	SPH	SPH	N体
仮定		破片は軸対称円盤 何度も衝突	惑星Hill圏の外のみ 等方的に放出 1回の衝突
破壊の取り扱い		解析解	一定時間ごと

# 研究目的

巨大衝突ステージを解明するためには…

系外で観測される「暖かいデブリ円盤」形成過程の理解が必要である

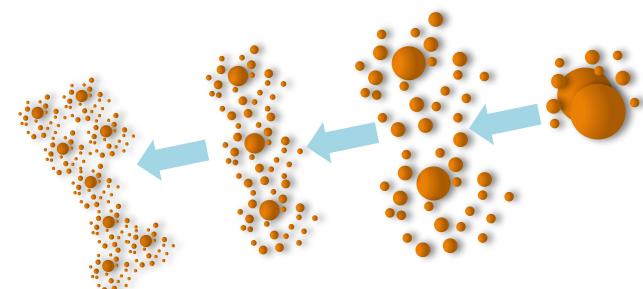
デブリ円盤の中では

- 左側に開いた大括弧の中には、  
惑星からの重力による非軸対称な破片分布変化
- 右側に開いた大括弧の中には、  
衝突力スケードのような破壊現象

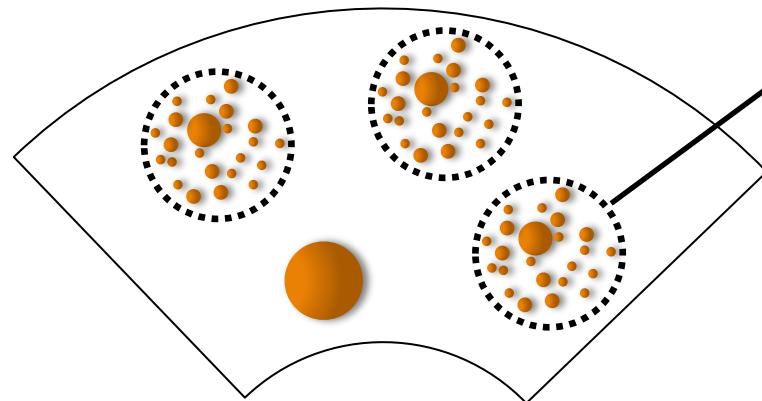
の両方が起きており、ともに重要

研究目的

デブリ円盤内の重力相互作用、衝突破壊現象を同時に  
扱うことができる**数値計算法を開発し、**  
衝突破壊時の破片はどのように振る舞うのかを調べる



# 手法



スーパー粒子

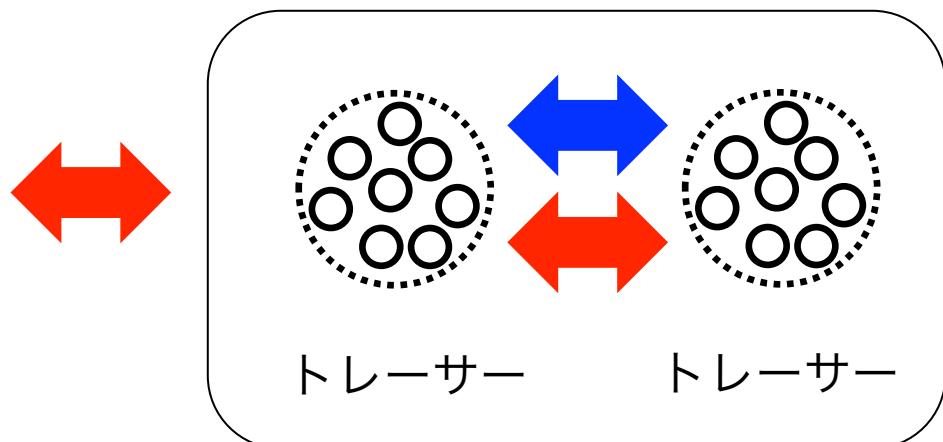
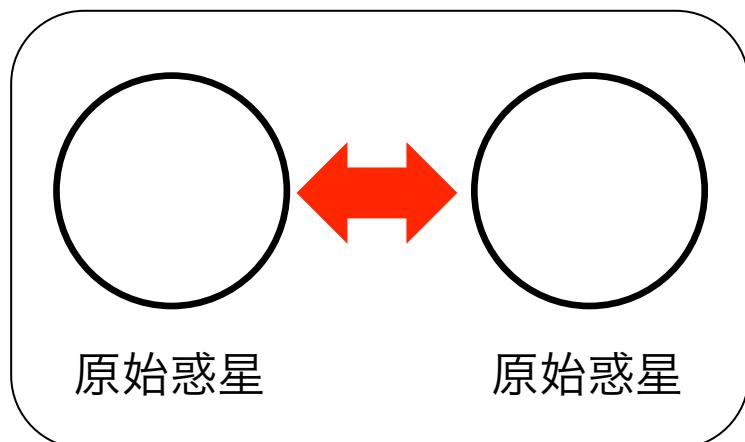
似た軌道をとる複数の破片を  
1つの粒子とみなす  
(N体計算のコスト削減)

N体計算 (4次のエルミート法)

↑  
重力相互作用を取り扱う

+ 統計的計算

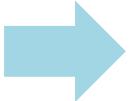
↑  
衝突破壊を取り扱う



# 統計的手法による破壊の取り扱い

統計的にとは…

個々の破片の破壊は扱わない      トレーサーごとに扱う

「衝突力スケード」が形成       定常な「質量フラックス  $F(m)$ 」が形成  
e.g., Tanaka et al. 1996

質量フラックス = 質量空間のフラックス  
= 面密度の時間変化を表す量

$$\frac{d\Sigma}{dt} = F(m)$$

$$F(m_{\max}) = -\frac{(2-\alpha)^2}{m_{\max}^{1/3}} \Sigma^2 \Omega_K h_0 \left( \frac{v(m_{\max})^2}{2Q_D^*(m_{\max})} \right)^{\alpha-1} \left[ \left( -\ln \epsilon + \frac{1}{2-b} \right) s_1 + s_2 + s_3 \right]$$
$$\propto -\Sigma^2 v^{2(\alpha-1)}$$

解析解 Kobayashi & Tanaka 2010

つまり

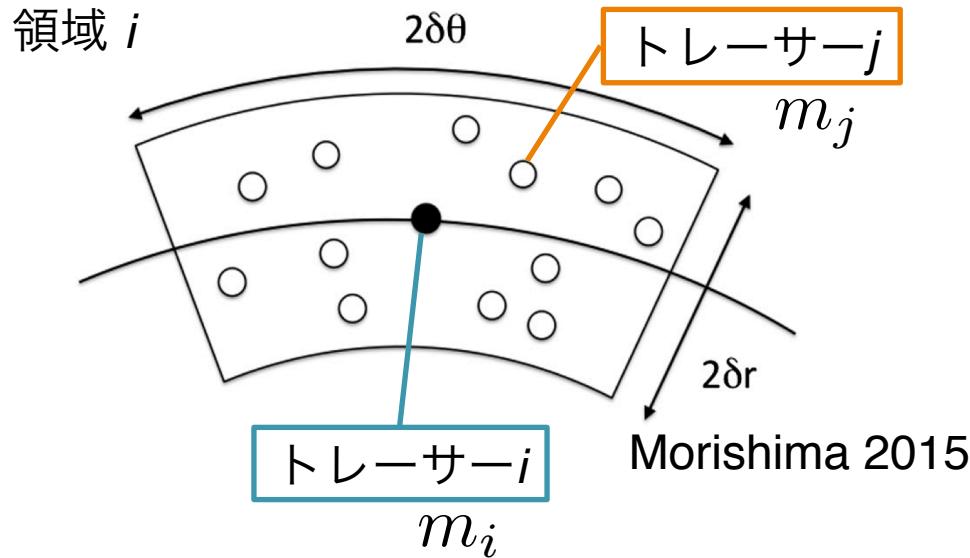
- 面密度  $\Sigma$  が大きい
- 衝突速度  $v$  が大きい

$$\tau_{\text{dep}} = \frac{\Sigma}{|F|}$$

と破壊が起きやすい（タイムスケールが短い）

# 統計的手法 面密度と衝突速度

- ① トレーサー $i$  のまわりに扇形領域を形成する



- ② 領域  $i$  に入ったトレーサー $j$  を探索し、総質量を面積で割ることで面密度を計算する

$$\Sigma_i = \frac{m_i + \sum_j^N m_j}{4r_i \delta r \delta \theta}$$

- ③ トレーサー $i$  に対する $j$  の相対速度をランダム速度で近似する

$$v_{i,j} \simeq \sqrt{e_{i,j}^2 + i_{i,j}^2} v_{\text{K},i}$$

↑ 相対離心率      ↓ ケプラー速度  
↑ 相対軌道傾斜角

- ④ 平均相対速度をトレーサー $i$  の衝突速度とみなす

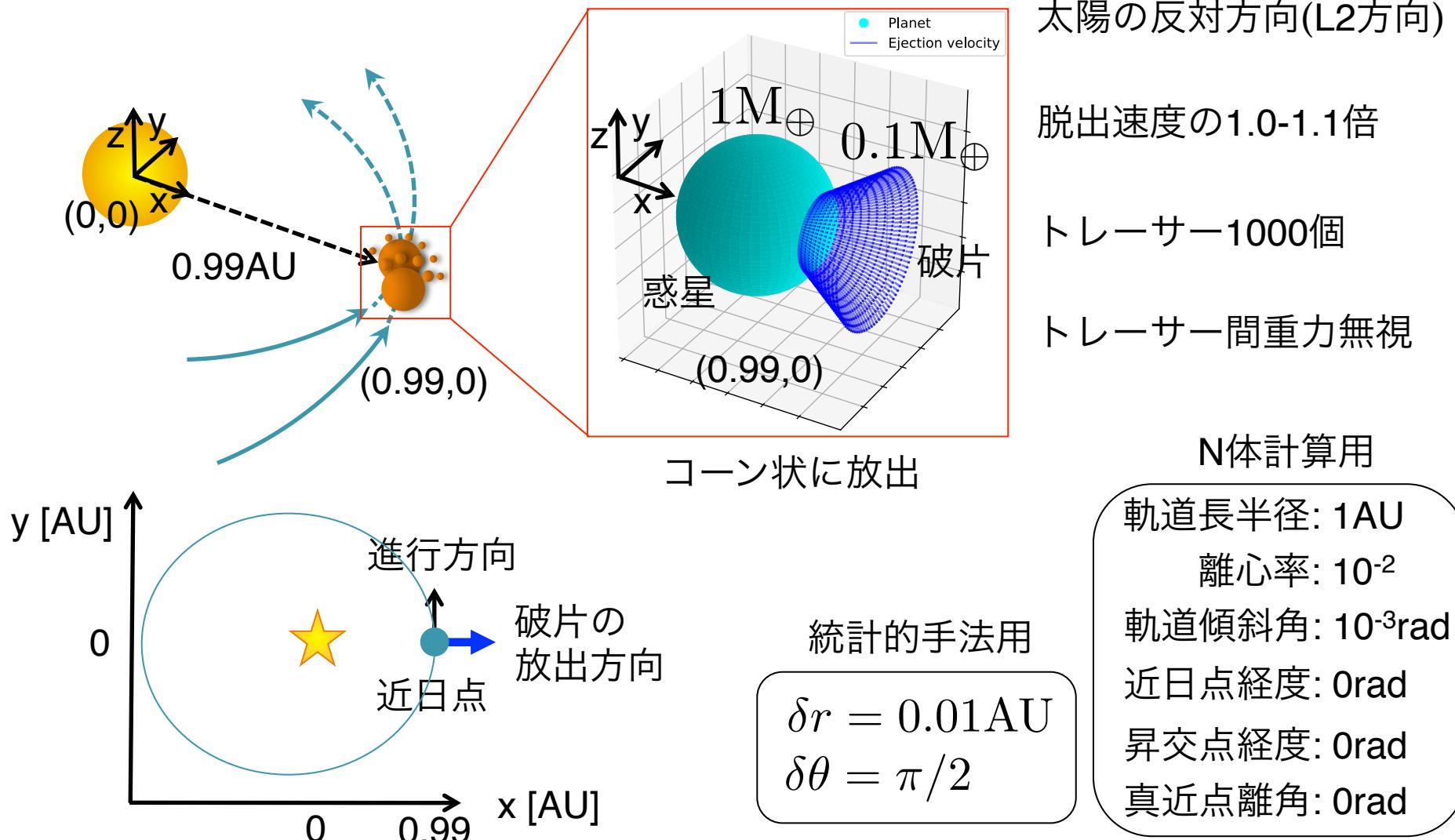
$$v_i = \frac{\sum_j^N v_{i,j}}{N}$$

# 先行研究との比較

	Genda et al. 2012	Genda et al. 2015	Jackson & Wyatt 2012	本研究
対象	巨大衝突 (破片放出 まで)	巨大衝突 破片の面密度 進化	破片の軌道進 化	破片の面密度・軌道進化
計算法	SPH	SPH	N体	N体 + 統計的手法
仮定		破片は軸対称 円盤 何度も衝突	惑星Hill圏の外 のみ 等方的に放出 1回の衝突	スーパー粒子近似
破壊の取 り扱い		解析解	一定時間ごと	トレーサーごとに進化

# 初期条件

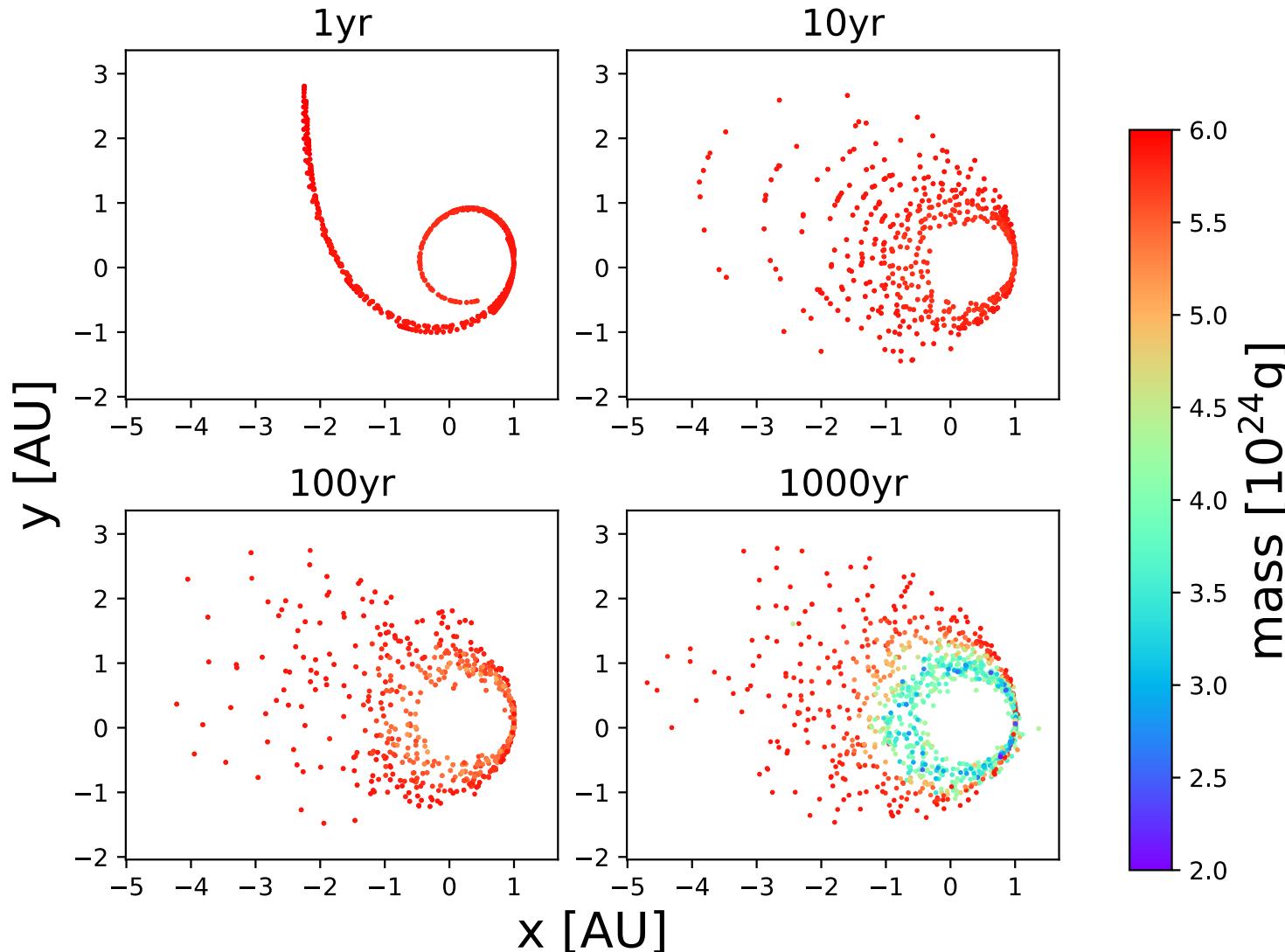
- 巨大衝突に伴って放出される破片を模擬し、軌道と質量の時間進化を計算した



# 結果 破片の軌道と質量の時間進化

1, 10, 100, 1000年のスナップショット

点はトレーサー、色は質量を表している



# まとめ

- ・ 巨大衝突ステージにおいて衝突破壊は非常に重要である。
- ・ 暖かいデブリ円盤と巨大衝突ステージの関係を理解することで、地球型惑星形成の理解につながるかもしれない。
- ・ N体計算と統計的手法を組み合わせたハイブリッドコードを開発し、衝突破壊時の破片はどのように振る舞うのかを調べた。
- ・ 計算の結果、相対速度が速い円盤の内側ほど破壊が進行しており、外側ではなかなか破壊が起きていないことがわかった。
- ・ 今後は、複数の原始惑星が存在し、巨大衝突が起こるたびに破片を放出するような長時間シミュレーションを行いたい。

# Appendix

# 今後の課題

- 破片が原始惑星表面に近い軌道をとるような近接遭遇も、4次のエルミート法と独立タイムステップを用いれば詳しく解くことができるため、原始惑星への降着や双曲線軌道になる場合を調べる。
- 統計的手法における扇形領域の  $\delta r$  について、計算コストと抑えつつ領域に粒子が十分に入るような、適切な値を調べる。
- 今回開発したハイブリッドコードを用いて、複数の原始惑星が存在し、巨大衝突が起こるたびに破片を放出するような長時間シミュレーションを行いたい。

# 背景

- 現在の地球型惑星形成理論（標準モデル）

Hayashi et al. (1985)

① 原始惑星系円盤が形成

protoplanetary disk

② ダスト ( $\sim 0.1\text{-}10\mu\text{m}$ ) → 微惑星 ( $\sim 1\text{-}1000\text{km}$ )

dust

planetesimal

③ 微惑星 → 原始惑星 ( $\sim 1000\text{-}5000\text{km}$ )

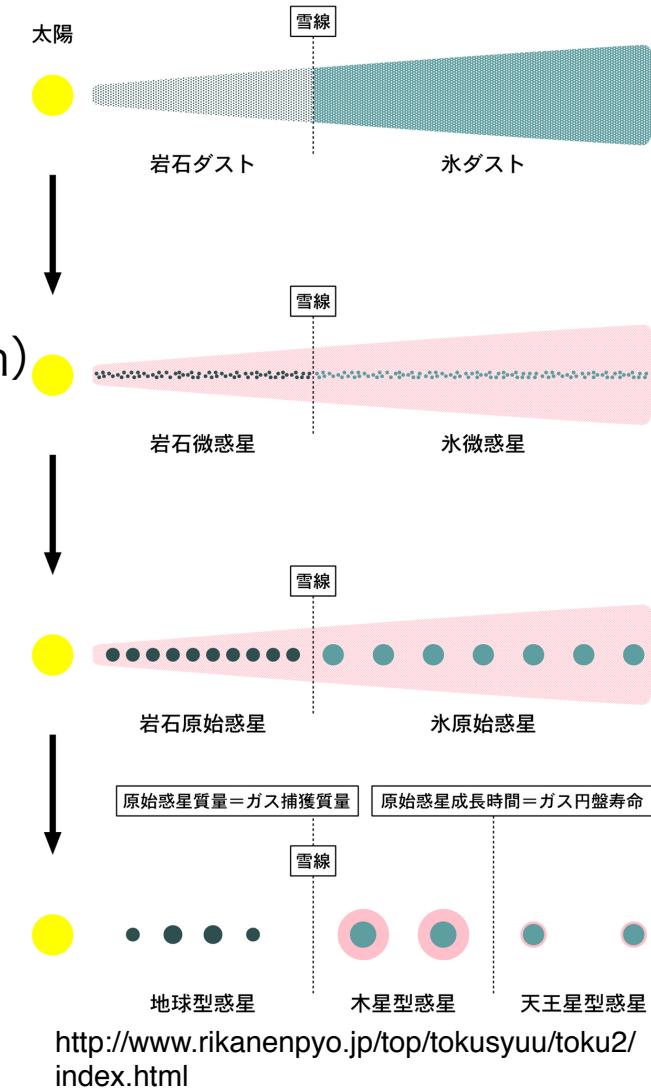
embryo

④ 原始惑星 → 地球型惑星 ( $\sim 10000\text{km}$ )

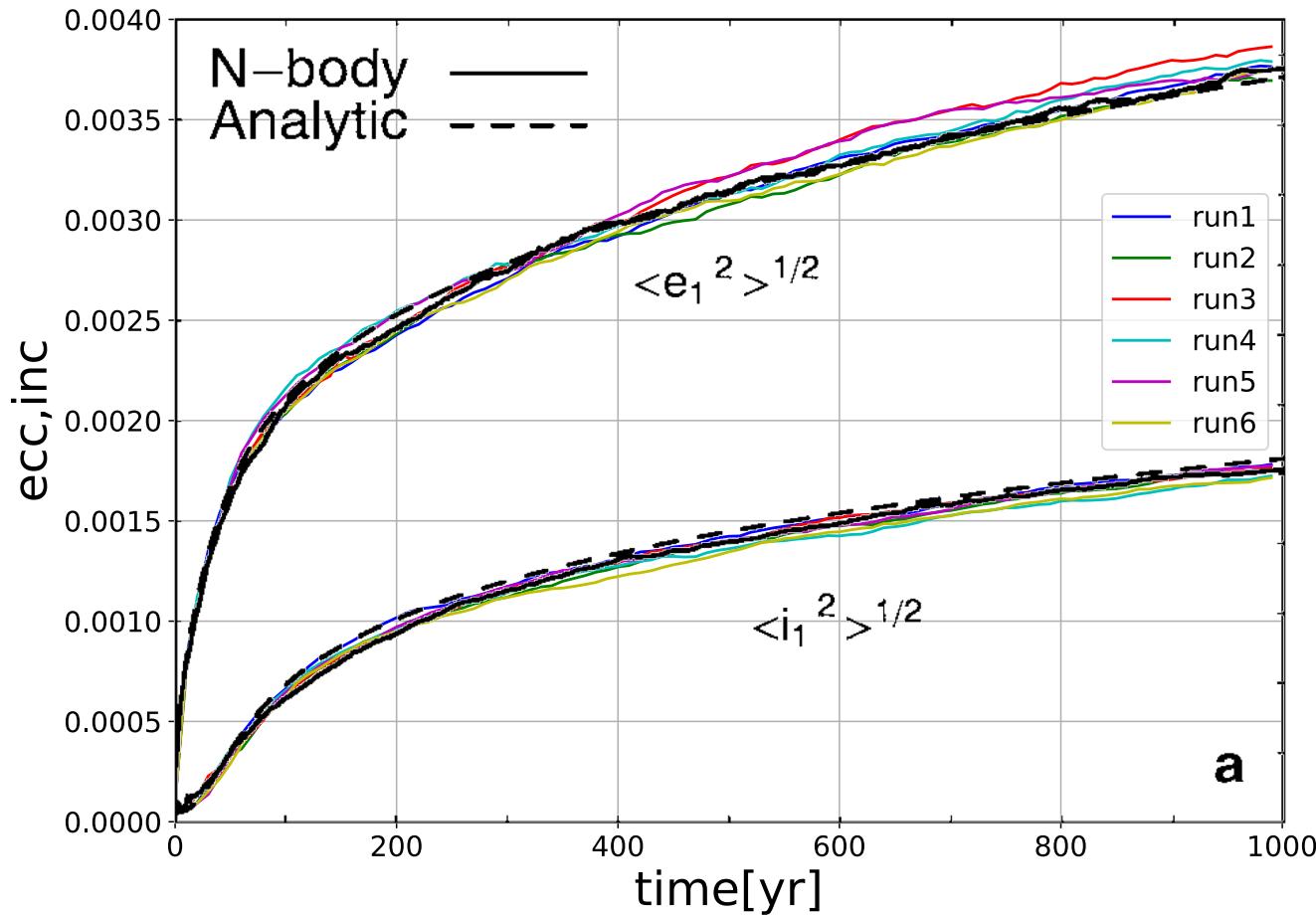
planet

最終段階の④を **巨大衝突ステージ** と呼ぶ

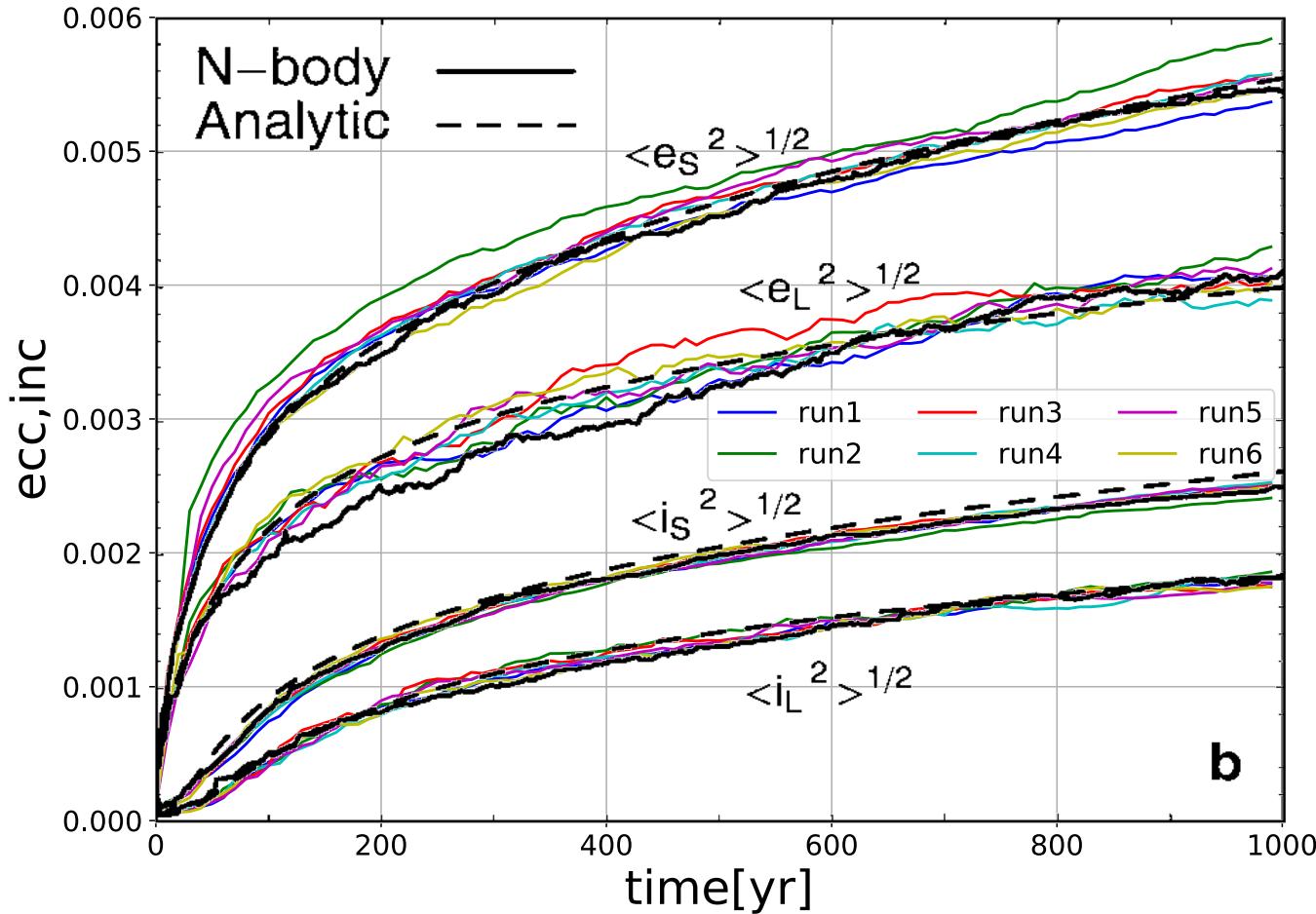
火星サイズの原始惑星が衝突合体を繰り返す



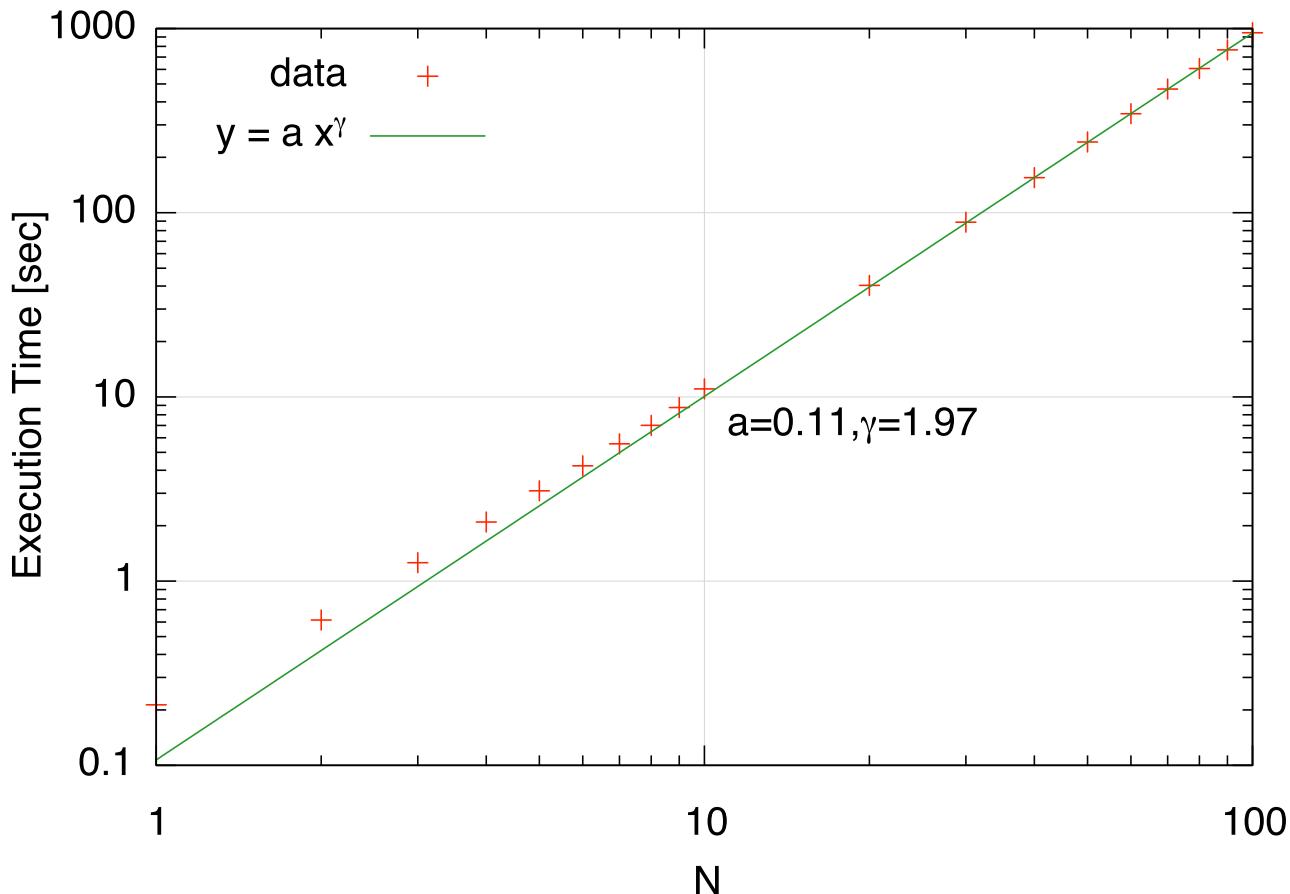
# N体計算のテスト



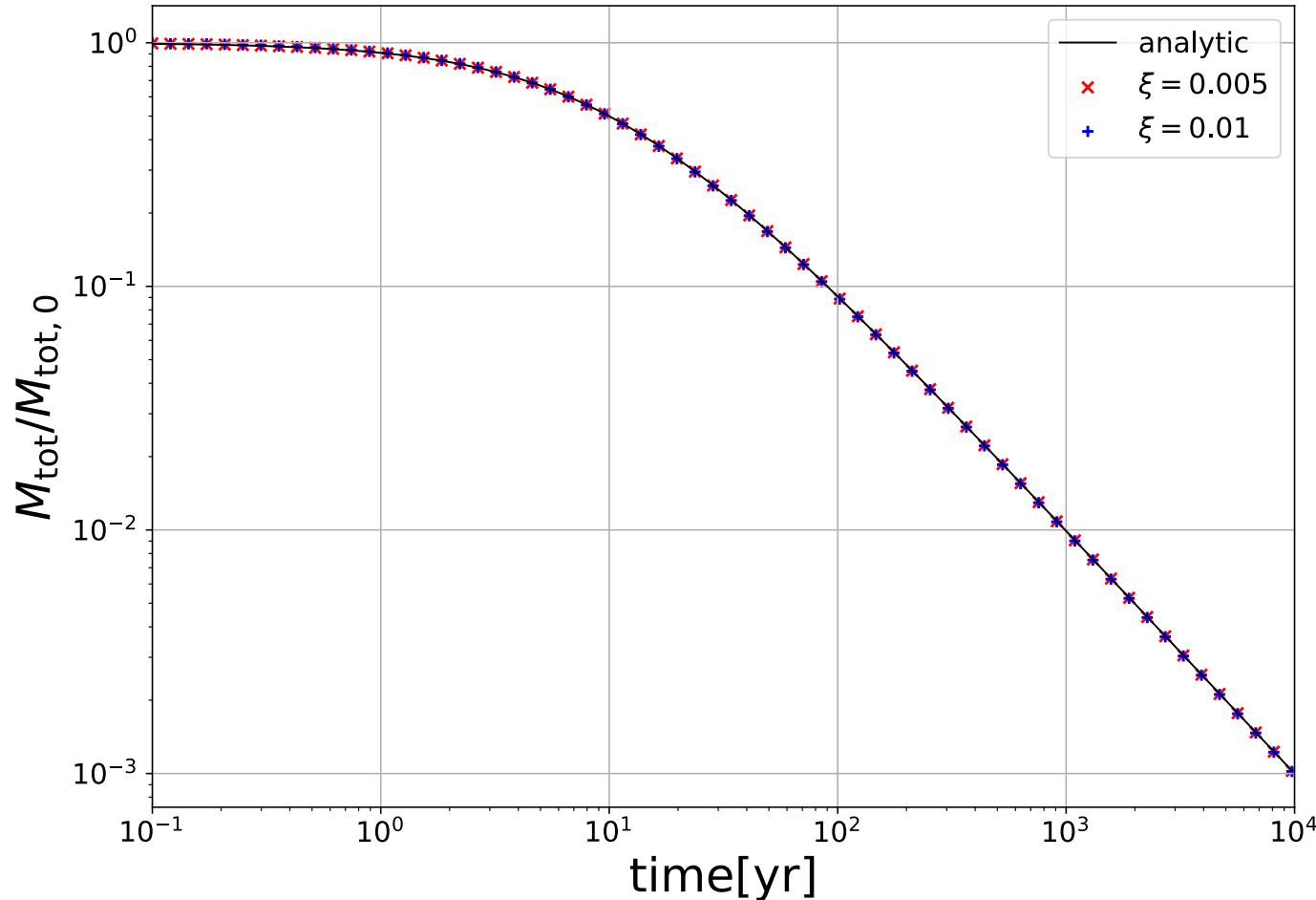
# N体計算のテスト



# N体計算のコスト



# 統計的手法のテスト



# デブリ円盤内の衝突破壊

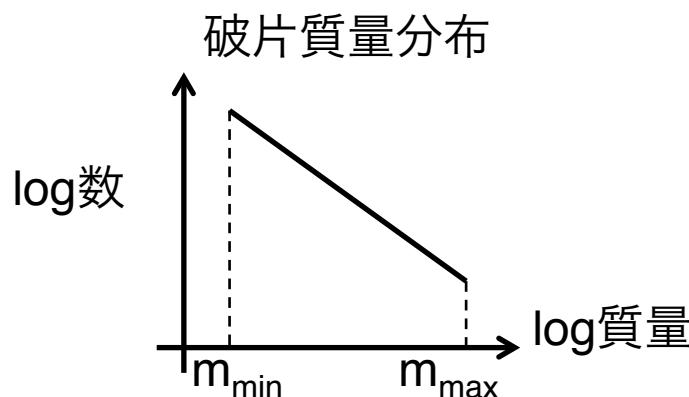
- デブリ円盤を構成する破片は相対速度が大きいため破壊を繰り返し、破片はどんどん小さくなる（衝突力スケード）
- 質量フラックス  $F(m)$  は、破壊のタイムスケール程度時間が経つと衝突力スケードによって定常となり、その結果、破片の質量分布のべきは変化せず、総質量のみが減少する

Kobayashi & Tanaka, 2015

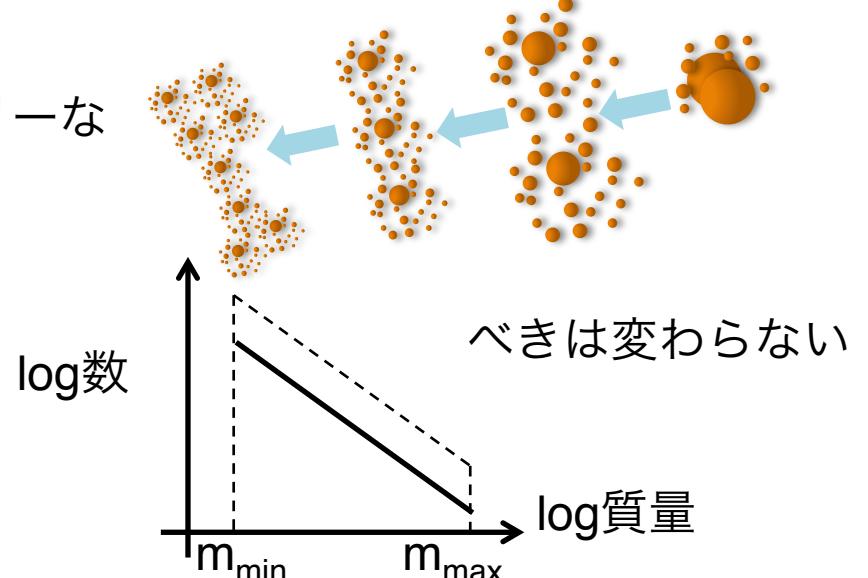
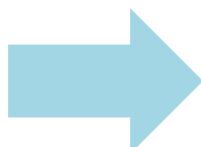
定常  $\frac{\partial F(m)}{\partial m} = 0$  すなわち

$$F(m_{\max}) = F(m_{\min})$$

入ってくる量 出ていく量

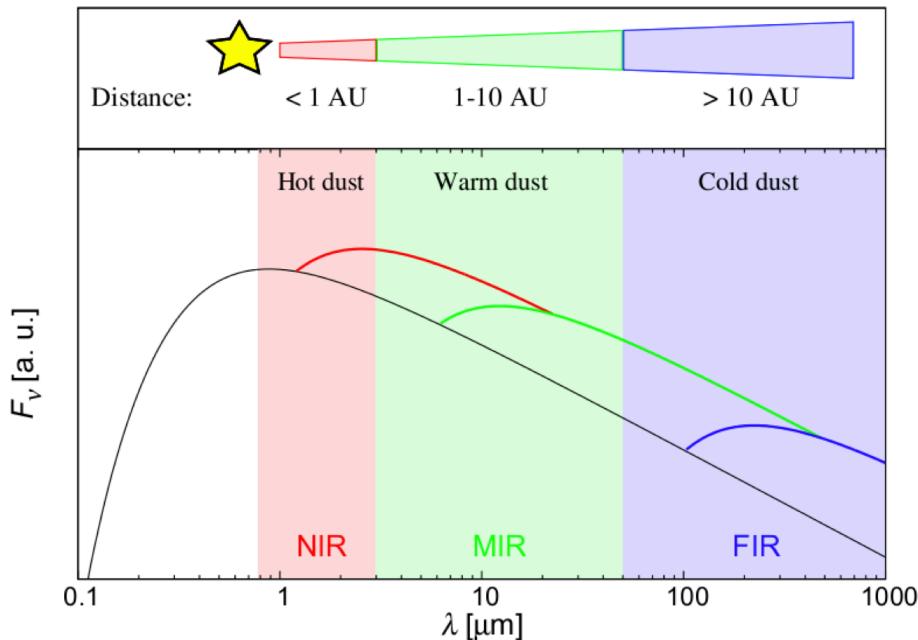


スケールフリーな  
衝突過程

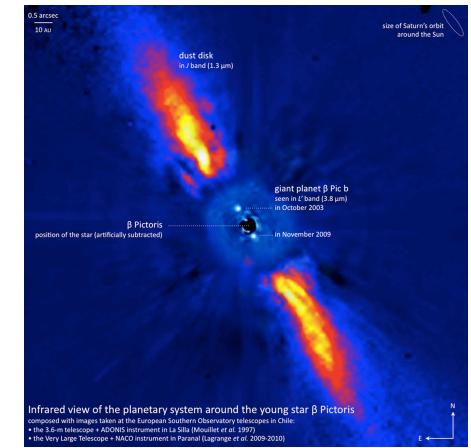


# デブリ円盤の観測

(冷たい) デブリ円盤  
 β Pictoris @1.3μm

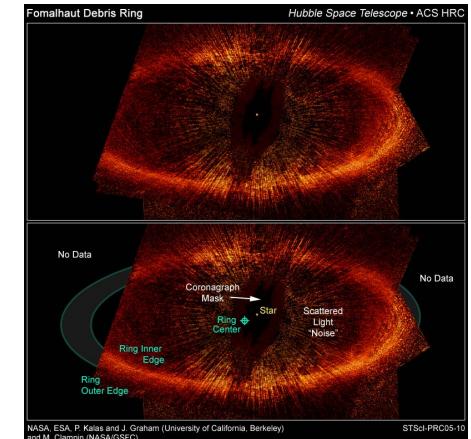


Kral et al. 2017



Credit : A.-M. Lagrange et al. 2010

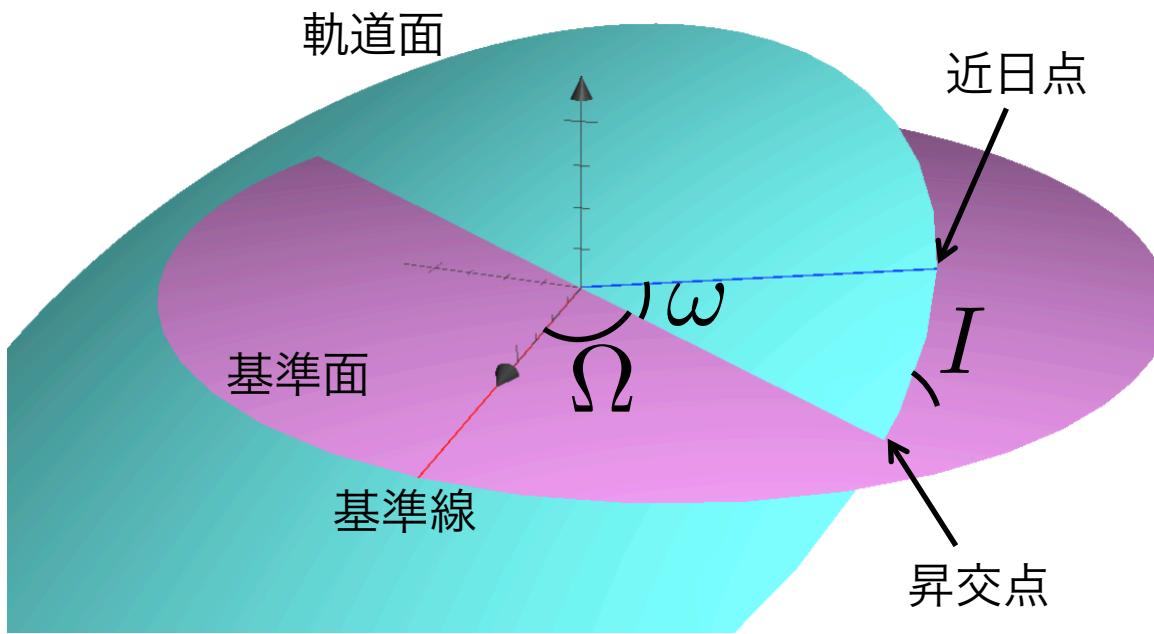
Fomalhaut @0.6μm



Credit : P. Kalas et al. 2005

# 軌道要素

橢円軌道の場合



橢円の形を決定

軌道長半径  $a$

離心率  $e$

軌道面の位置を決定

昇交点経度  $\Omega$

近日点引数  $\omega$

軌道傾斜角  $I$

位置と速度の 6 変数



軌道要素 6 つ

天体の位置を決定

離心近点離角  $E$

# 4次のエルミート法

1. 加速度と加速度の時間微分を用い、  
テイラー展開によって**予測子 (predictor)** を計算する

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{p,j} = \mathbf{x}_{0,j} + \Delta t \mathbf{v}_{0,j} + \frac{\Delta t^2}{2} \mathbf{a}_{0,j} + \frac{\Delta t^3}{6} \dot{\mathbf{a}}_{0,j} & \text{予測子} \\ \mathbf{v}_{p,j} = \mathbf{v}_{0,j} + \Delta t \mathbf{a}_{0,j} + \frac{\Delta t^2}{2} \dot{\mathbf{a}}_{0,j} & \text{添字 0 は } t_0 \text{ での値} \end{cases}$$

ここで  $\begin{cases} \mathbf{r}_{jk} = \mathbf{x}_{p,j} - \mathbf{x}_{p,k} \\ \mathbf{v}_{jk} = \mathbf{v}_{p,j} - \mathbf{v}_{p,k} \end{cases}$  とおくと,  $\Delta t$  進めた加速度は

添字 1 は  $t_0 + \Delta t$  での値

$$\begin{cases} \mathbf{a}_{1,j} = - \sum_{k \neq j} G m_k \frac{\mathbf{r}_{jk}}{(r_{jk}^2 + \epsilon^2)^{3/2}} & \epsilon : \text{ソフトニングパラメータ} \\ \dot{\mathbf{a}}_{1,j} = - \sum_{k \neq j} G m_k \left[ \frac{\mathbf{v}_{jk}}{(r_{jk}^2 + \epsilon^2)^{3/2}} - \frac{3(\mathbf{v}_{jk} \cdot \mathbf{r}_{jk})\mathbf{r}_{jk}}{(r_{jk}^2 + \epsilon^2)^{5/2}} \right] & \text{このままでは} \\ & \underline{\text{2次精度}} \end{cases}$$

# 4次のエルミート法

2. 3次のエルミート補間（実際上最適だと分かっている）  
を用いて修正子（corrector）を計算する

$$\begin{cases} \mathbf{a}_{1,j} = \mathbf{a}_{0,j} + \Delta t \dot{\mathbf{a}}_{0,j} + \frac{\Delta t^2}{2} \mathbf{a}_{0,j}^{(2)} + \frac{\Delta t^3}{6} \mathbf{a}_{0,j}^{(3)} \\ \dot{\mathbf{a}}_{1,j} = \dot{\mathbf{a}}_{0,j} + \Delta t \mathbf{a}_{0,j}^{(2)} + \frac{\Delta t^2}{2} \mathbf{a}_{0,j}^{(3)} \end{cases} \quad \text{3次の補間多項式}$$

$$\begin{cases} \mathbf{a}_{0,j}^{(2)} = \frac{-6(\mathbf{a}_{0,j} - \mathbf{a}_{1,j}) - \Delta t(4\dot{\mathbf{a}}_{0,j} + 2\dot{\mathbf{a}}_{1,j})}{\Delta t^2} \\ \mathbf{a}_{0,j}^{(3)} = \frac{12(\mathbf{a}_{0,j} - \mathbf{a}_{1,j}) + 6\Delta t(\dot{\mathbf{a}}_{0,j} + \dot{\mathbf{a}}_{1,j})}{\Delta t^3} \end{cases} \quad \text{連立方程式を逆に解く}$$


テイラー展開より修正子は

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{c,j} = \mathbf{x}_{p,j} + \frac{\Delta t^4}{24} \mathbf{a}_{0,j}^{(2)} + \alpha \frac{\Delta t^5}{120} \mathbf{a}_{0,j}^{(3)} \\ \mathbf{v}_{c,j} = \mathbf{v}_{p,j} + \frac{\Delta t^3}{6} \mathbf{a}_{0,j}^{(2)} + \frac{\Delta t^4}{24} \mathbf{a}_{0,j}^{(3)} \end{cases}$$

ここで普通のテイラー展開を考えれば  $\alpha = 1$  であるが,  
 $\alpha \neq 1$  とする場合もある  
( $\alpha$ -scheme)

# 4次のエルミート法

3. 修正子を用いて加速度と加速度の時間微分を計算する  
そして次のタイムステップを加速度を用いて決める

$$\begin{cases} \mathbf{r}_{jk} = \mathbf{x}_{c,j} - \mathbf{x}_{c,k} \\ \mathbf{v}_{jk} = \mathbf{v}_{c,j} - \mathbf{v}_{c,k} \end{cases} \text{とおくと,}$$

$$\begin{cases} \mathbf{a}_{1,j} = - \sum_{k \neq j} Gm_k \frac{\mathbf{r}_{jk}}{(r_{jk}^2 + \epsilon^2)^{3/2}} \\ \dot{\mathbf{a}}_{1,j} = - \sum_{k \neq j} Gm_k \left[ \frac{\mathbf{v}_{jk}}{(r_{jk}^2 + \epsilon^2)^{3/2}} - \frac{3(\mathbf{v}_{jk} \cdot \mathbf{r}_{jk})\mathbf{r}_{jk}}{(r_{jk}^2 + \epsilon^2)^{5/2}} \right] \end{cases} \quad \text{4次精度}$$

次のタイムステップは以下の式で求める(Aarseth 1985)

$$\Delta t_j = \eta \sqrt{\frac{|\mathbf{a}_{1,j}| |\mathbf{a}_{1,j}^{(2)}| + |\dot{\mathbf{a}}_{1,j}|^2}{|\dot{\mathbf{a}}_{1,j}| |\mathbf{a}_{1,j}^{(3)}| + |\mathbf{a}_{1,j}^{(2)}|^2}}$$

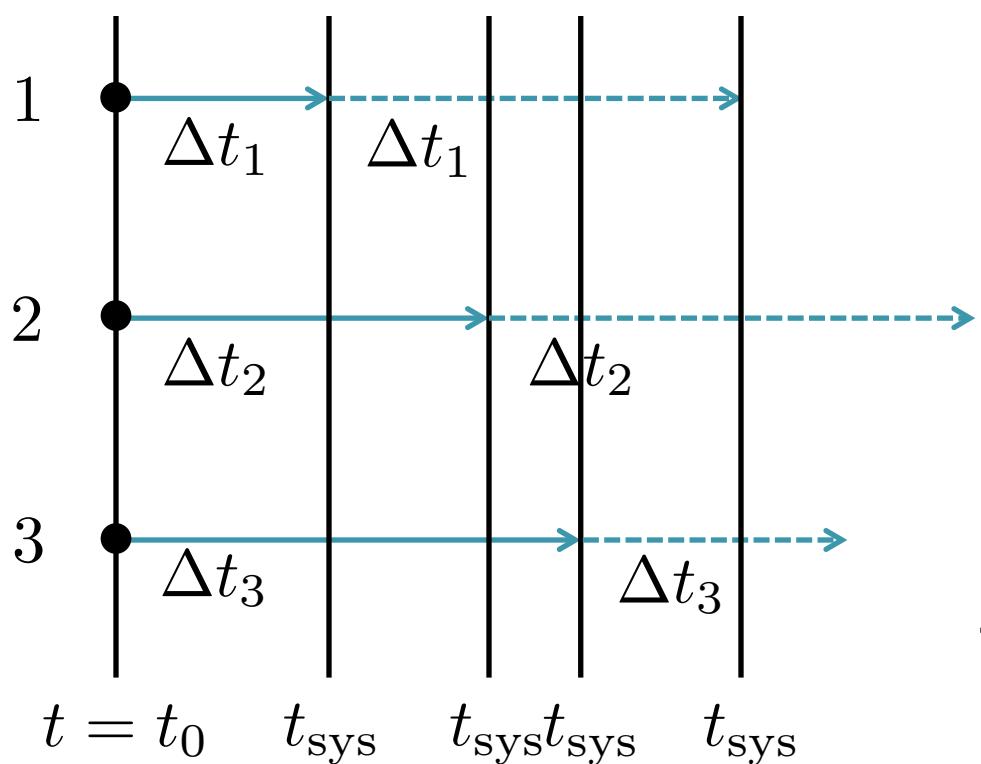
3次補間では

$$\begin{cases} \mathbf{a}_{1,j}^{(2)} = \mathbf{a}_{0,j}^{(2)} + \mathbf{a}_{0,j}^{(3)} \Delta t \\ \mathbf{a}_{1,j}^{(3)} = \mathbf{a}_{0,j}^{(3)} \end{cases}$$

非常に効率が良い表式であることが分かっている(Makino 1991)

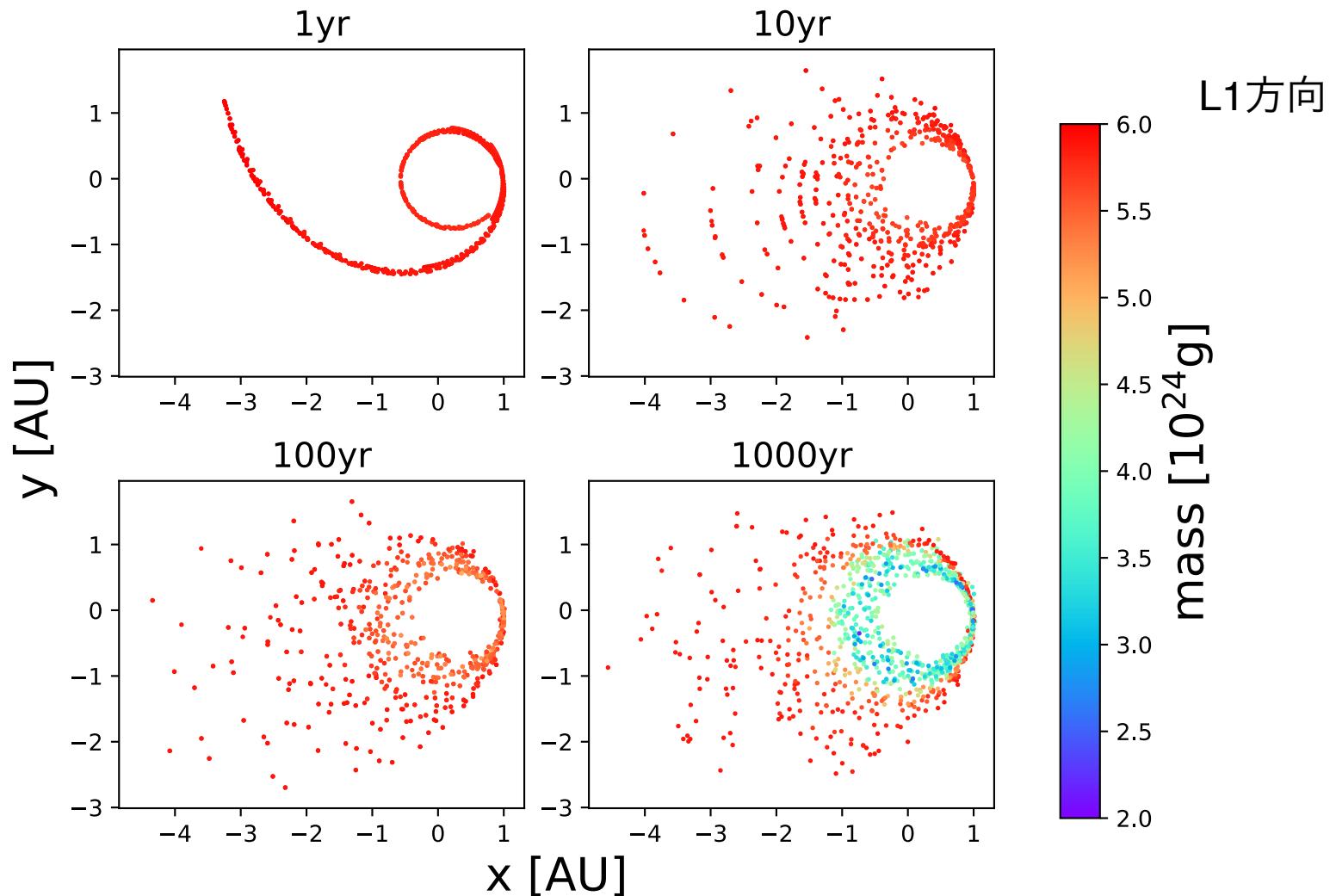
# 独立タイムステップ

粒子ごとに別の時間を持ち、別々に時間発展させる方法

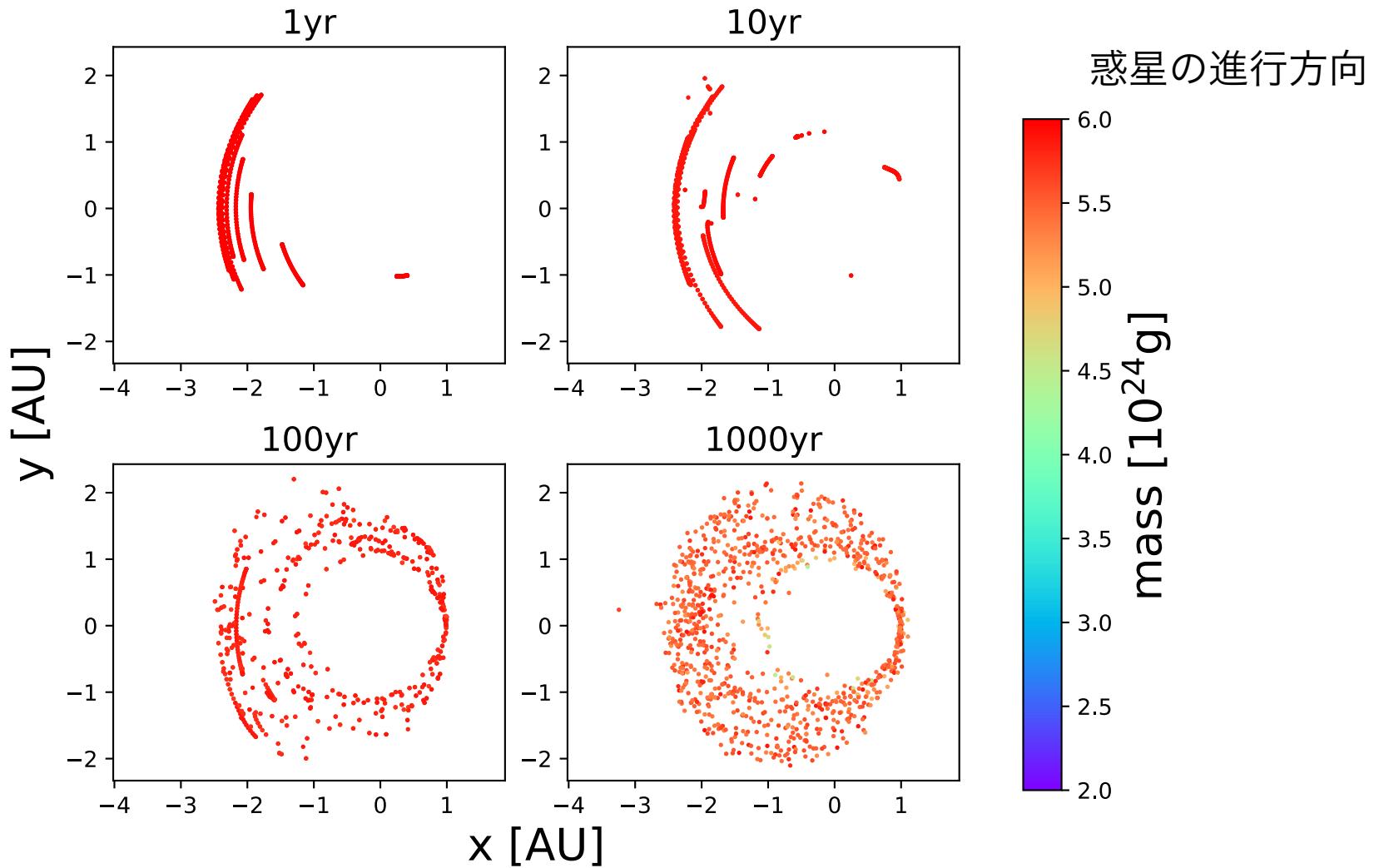


1.  $t_j + \Delta t_j$  が最小となる  $j_{\text{sys}}$  を選び、その時間を  $t_{\text{sys}}$  とする。
2.  $t_{\text{sys}}$  における全ての粒子の予測子を計算する。
3.  $j_{\text{sys}}$  のみ修正子を用いて更新する。
4. 新たな  $\Delta t_{j_{\text{sys}}}$  を計算し、 $t_{j_{\text{sys}}} + \Delta t_{j_{\text{sys}}}$  を新たな  $t_{j_{\text{sys}}}$  として更新して 1 に戻る。このとき  $j_{\text{sys}}$  以外は予測子を捨ててもとに戻る。

# 結果



# 結果



# 結果

