

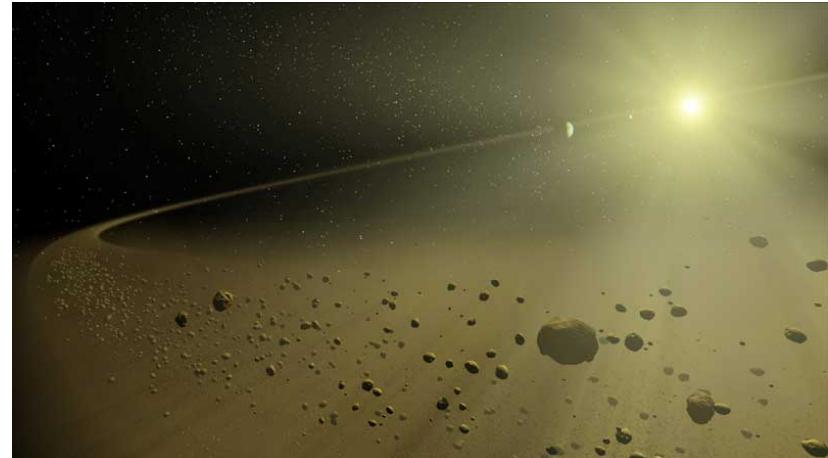
巨大衝突ステージにおける 衝突破壊の重要性

N体計算・統計的手法のハイブリッドコードの開発

磯谷和秀(名古屋大 Ta研 M1)
共同研究者 小林浩



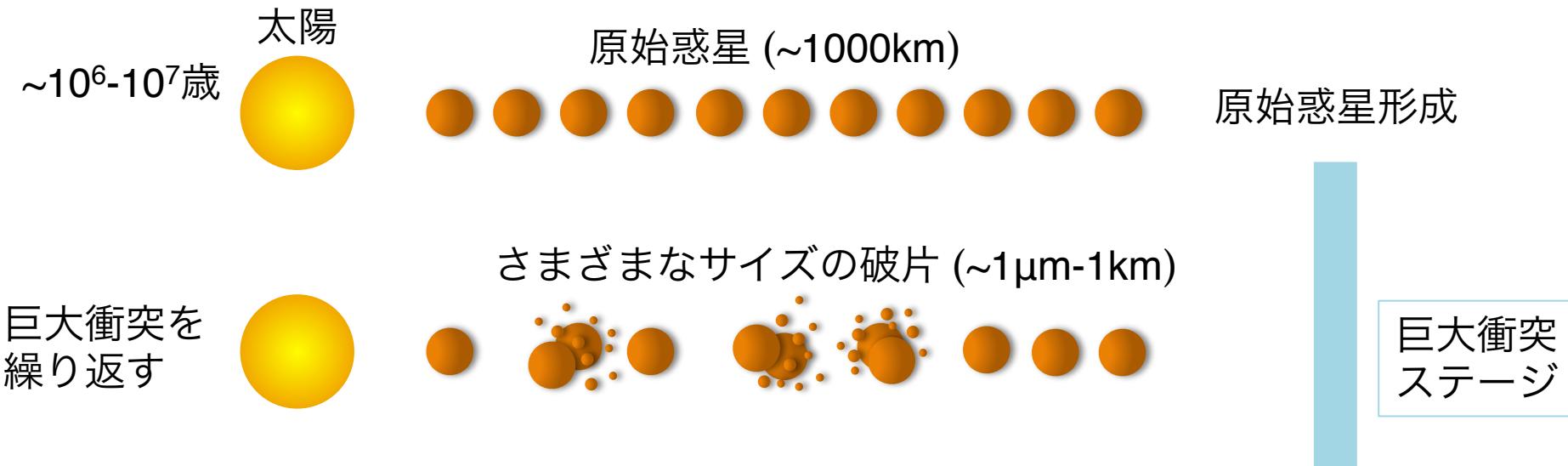
Credit : Gemini Observatory/Lynette Cook



Credit : NASA/JPL-Caltech

太陽系における巨大衝突ステージ

太陽誕生（0歳）から 10^6 - 10^7 年ほどで、火星サイズ（~1000km）の原始惑星が形成

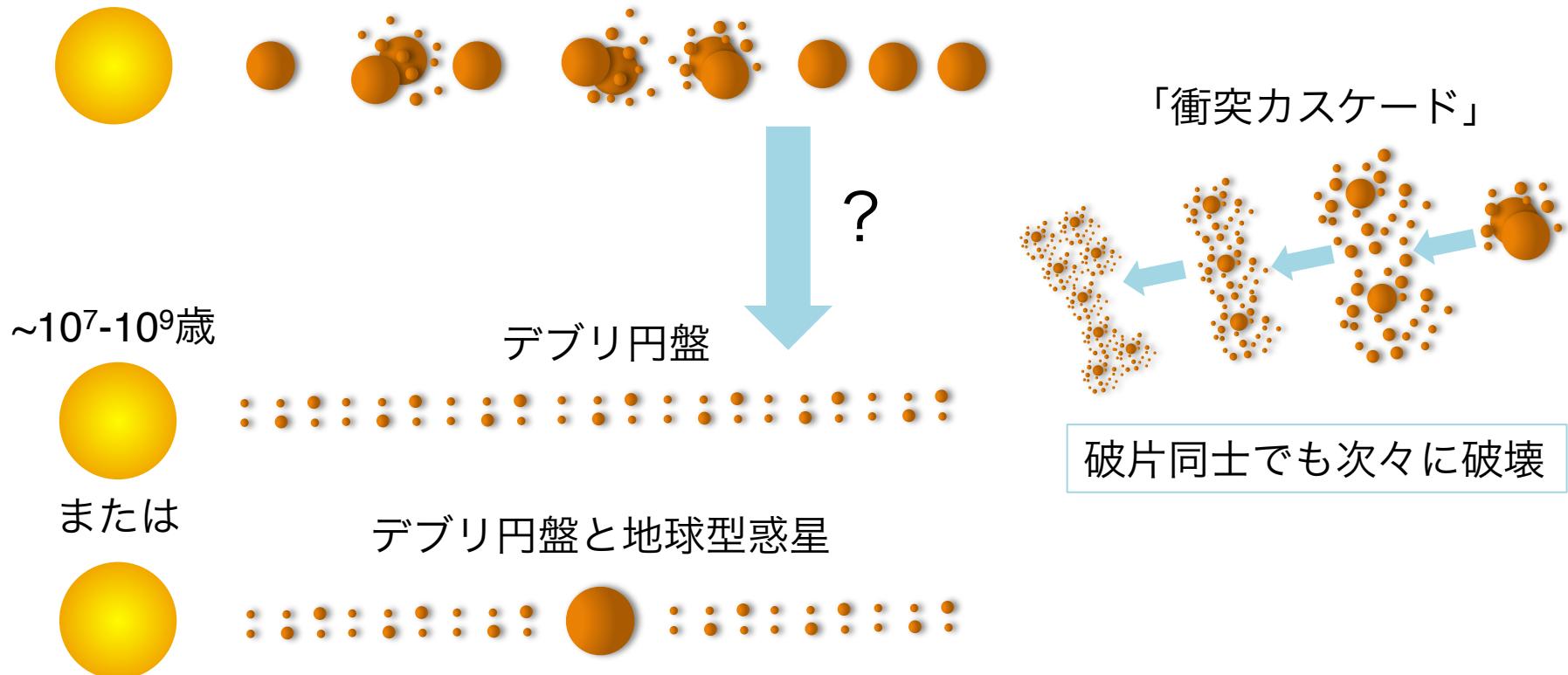


巨大衝突ステージ：原始惑星が衝突し合体成長する段階

しかし当然ながら 破壊も起こっている

太陽系外における巨大衝突ステージ

一方、太陽系外の巨大衝突ステージでは、デブリ円盤が観測されている

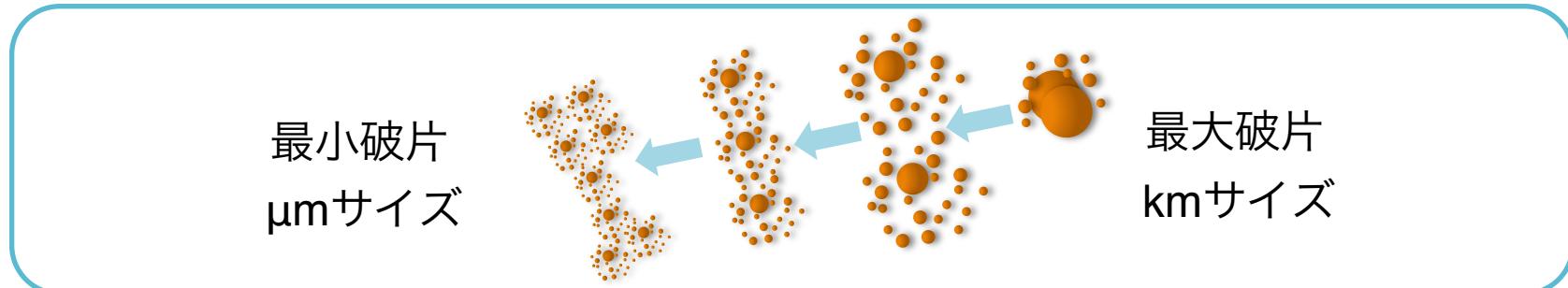


破片の総質量は原始惑星より少ない

しかし破片の表面積は大きい → 大きな熱輻射 → 赤外超過として観測

巨大衝突ステージと暖かいデブリ円盤

- 破片は似た軌道をもつ → 惑星からの重力擾動 → 均一な分布
長時間(~10kyr) (Jackson & Wyatt 2012)
- 衝突力スケード



- μmサイズ以下 → 中心星の輻射圧による吹き飛ばし
- 破片が消失
- **総質量が減少する**

しかし巨大衝突ステージでは

- 巨大衝突が繰り返し起こる → 破片の量は維持される

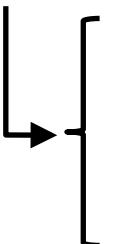


暖かい(≤数AU) デブリ円盤の起源は巨大衝突の際の**破片**である可能性あり！
(e.g., Genda et al. 2015)

研究目的

巨大衝突ステージを解明するためには…

「暖かいデブリ円盤」の形成過程の理解が必要

- 
- 惑星からの重力による非軸対称な破片分布変化
 - 衝突力スケードのような破壊現象

1回の巨大衝突による破片の数は10³⁵個以上 → 純粹なN体計算では困難

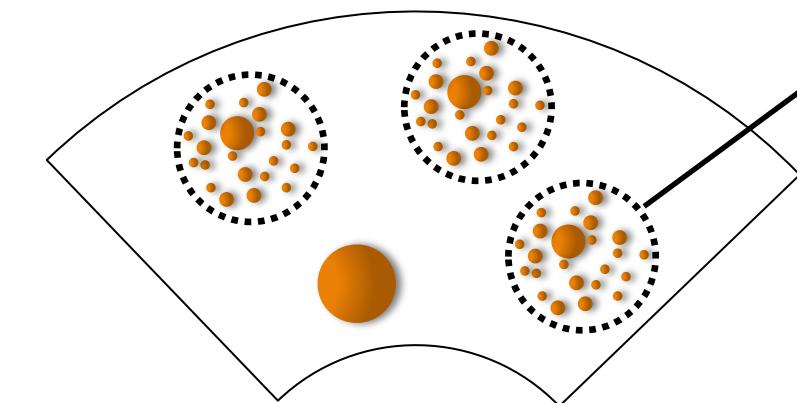
京コンピュータでも~30万個が限界(Kominami et al. 2016)

研究目的



デブリ円盤内の重力相互作用、衝突破壊現象を同時に
扱うことができる数値計算法を開発し、
衝突破壊時の破片はどのように振る舞うのかを調べる

手法



トレーサー

「スーパー粒子近似」

似た軌道をとる複数の破片を
1つの粒子とみなす

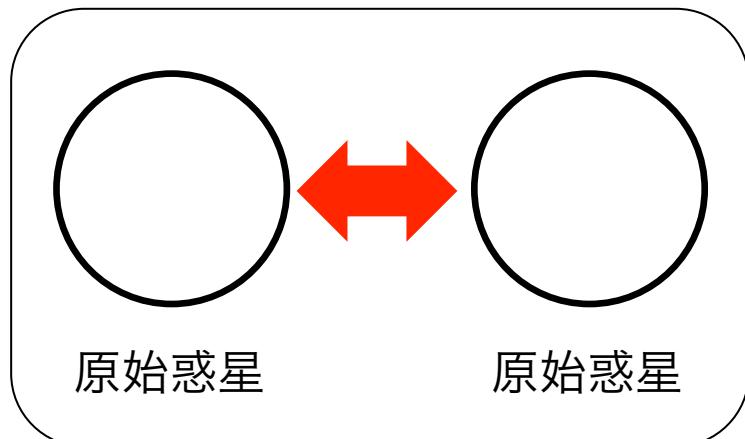
→ N体計算のコスト削減

N体計算 (4次のエルミート法)

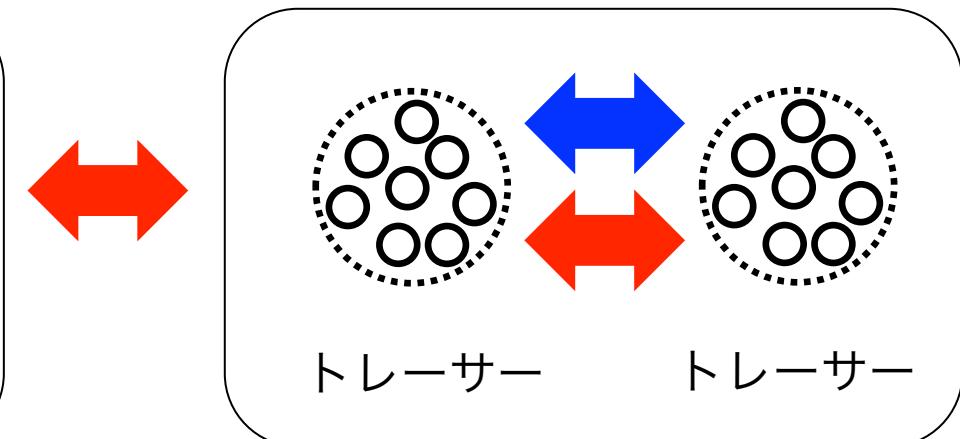
↑
重力相互作用を取り扱う

+ 統計的計算

↑
衝突破壊を取り扱う



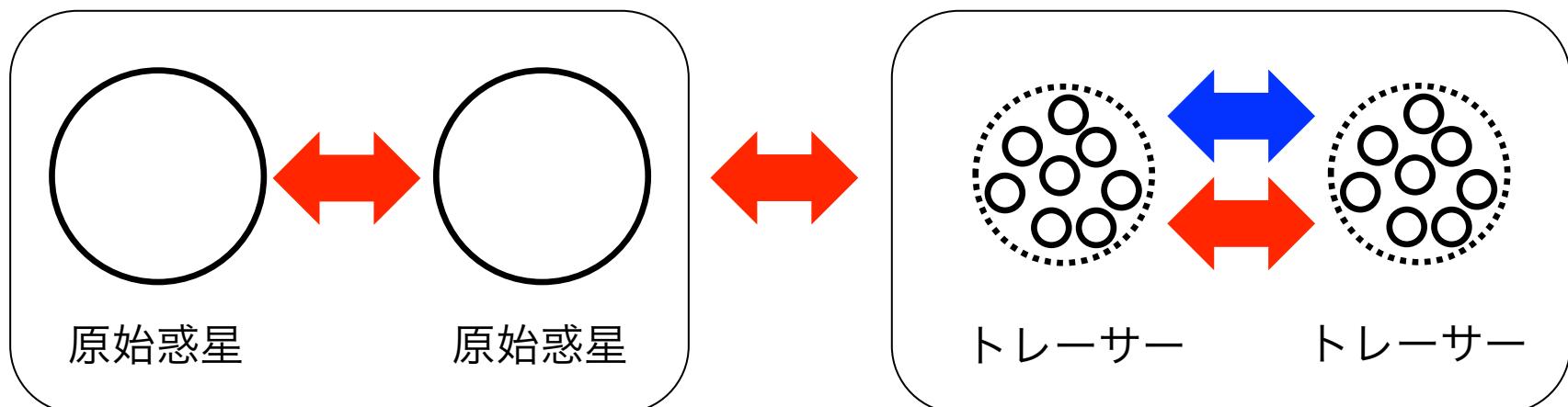
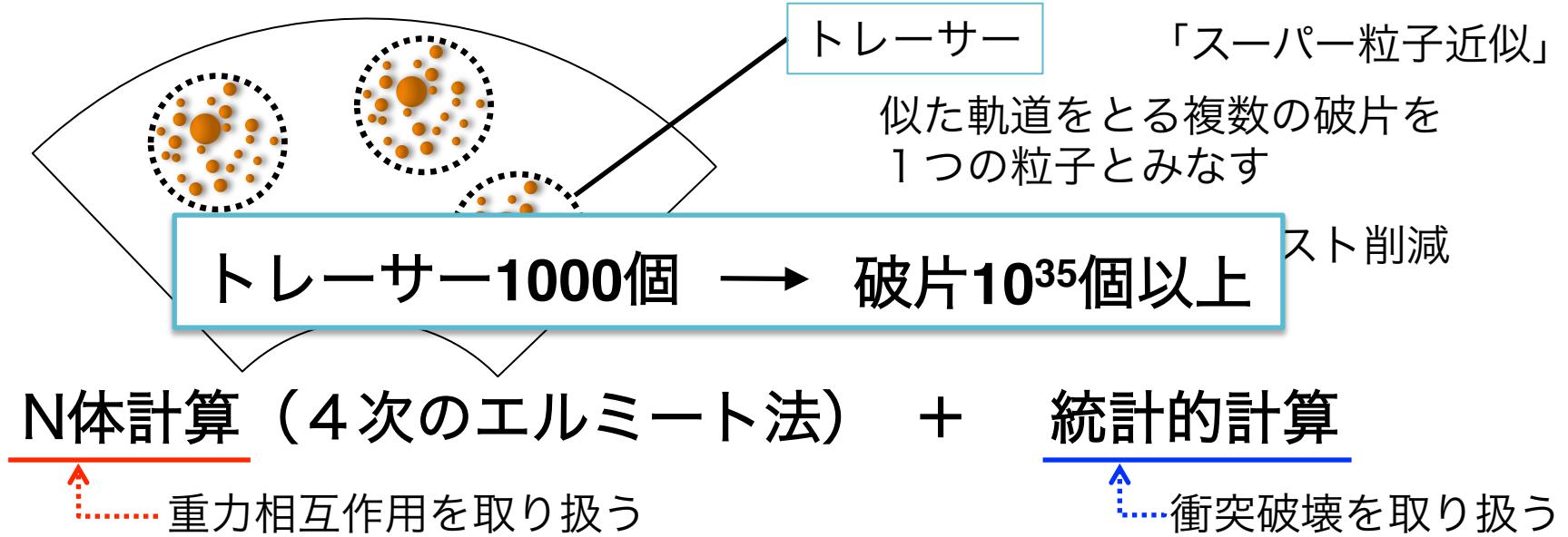
原始惑星



トレーサー

トレーサー

手法



統計的手法 面密度と衝突速度

破片同士の衝突破壊 \longrightarrow 破片の「面密度」と「衝突速度」に依存

面密度が大きい

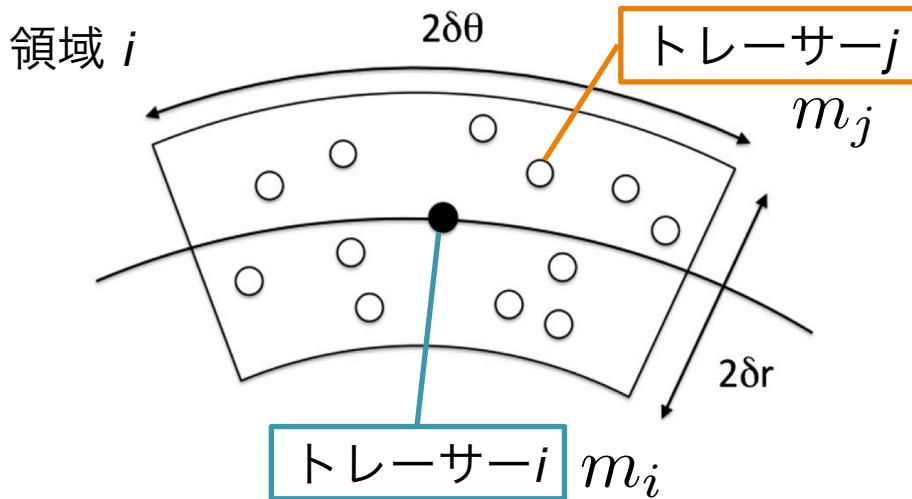
衝突速度が大きい

ほど破壊が起きやすい

以下のようにしてこの2つの値を計算する

i の周りに扇形領域を考える

Morishima 2015



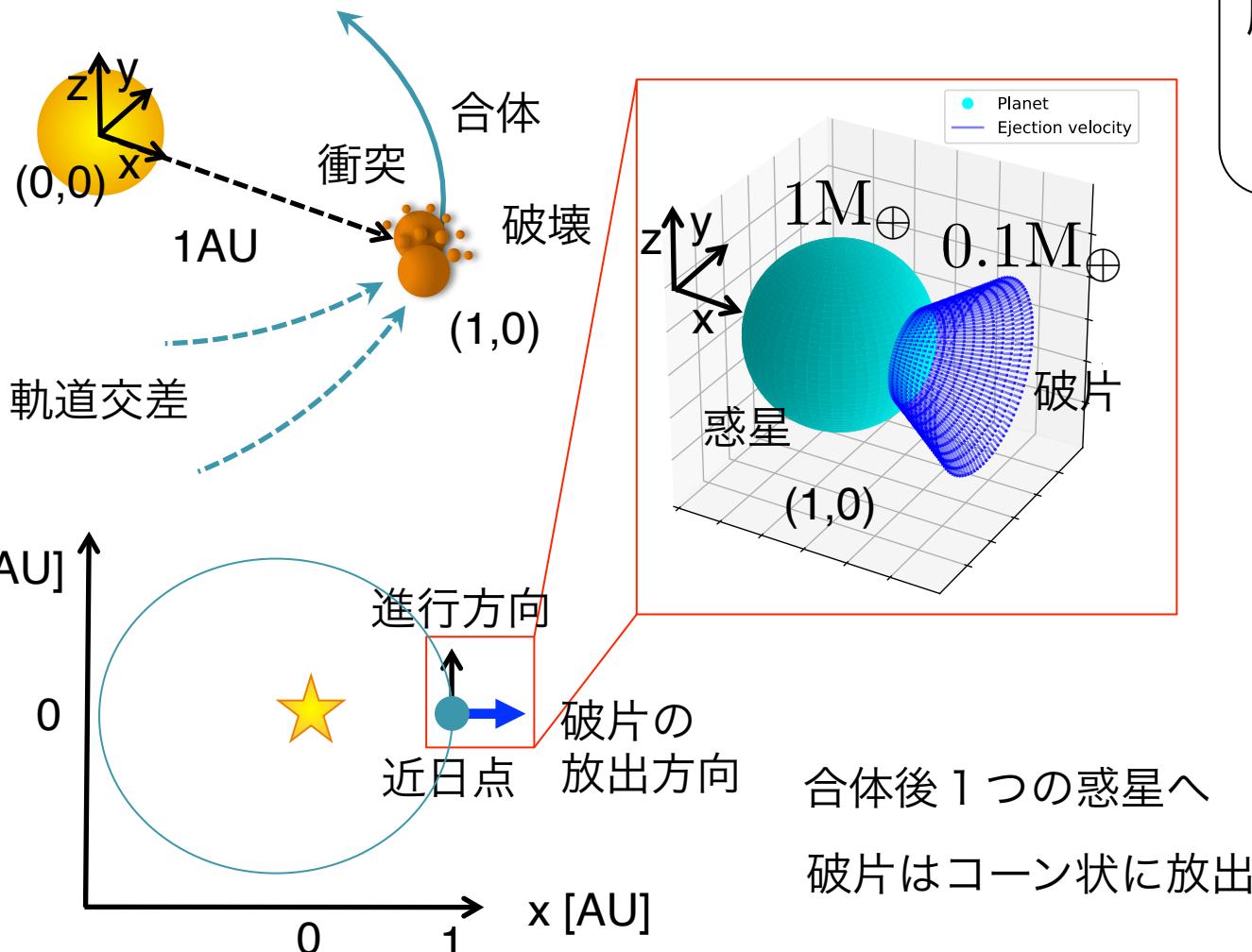
領域内に入った他のトレーサー j を数え上げ、面密度を求める

各トレーサーの離心率、軌道傾斜角、近点経度、昇交点経度を用い、 i, j の相対速度を計算

平均相対速度を衝突速度とみなす

初期条件

- 巨大衝突に伴って放出される破片を模擬し、軌道と質量の時間進化を計算した

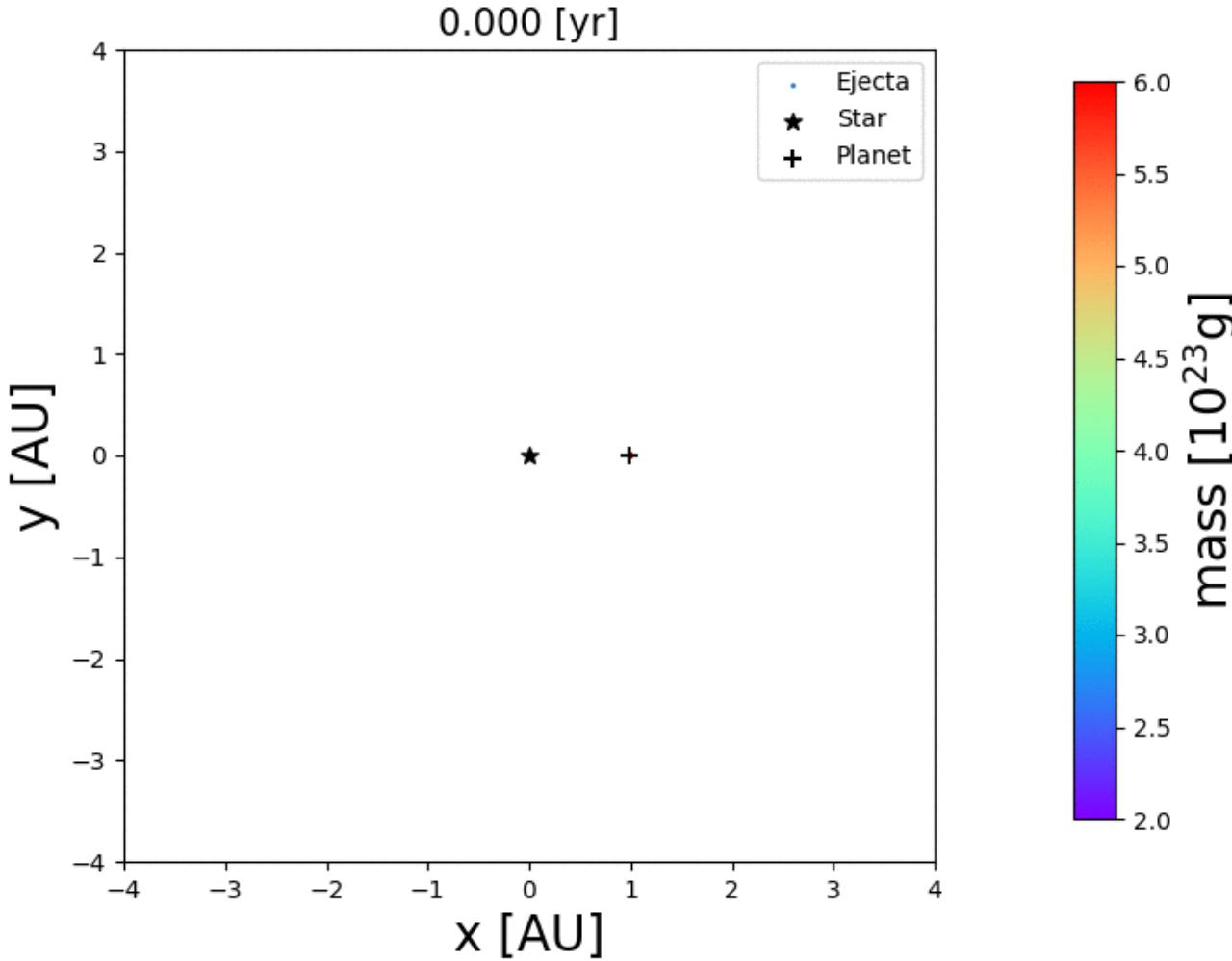


結果 破片の軌道と質量の時間進化

動画

時間幅は対数スケール

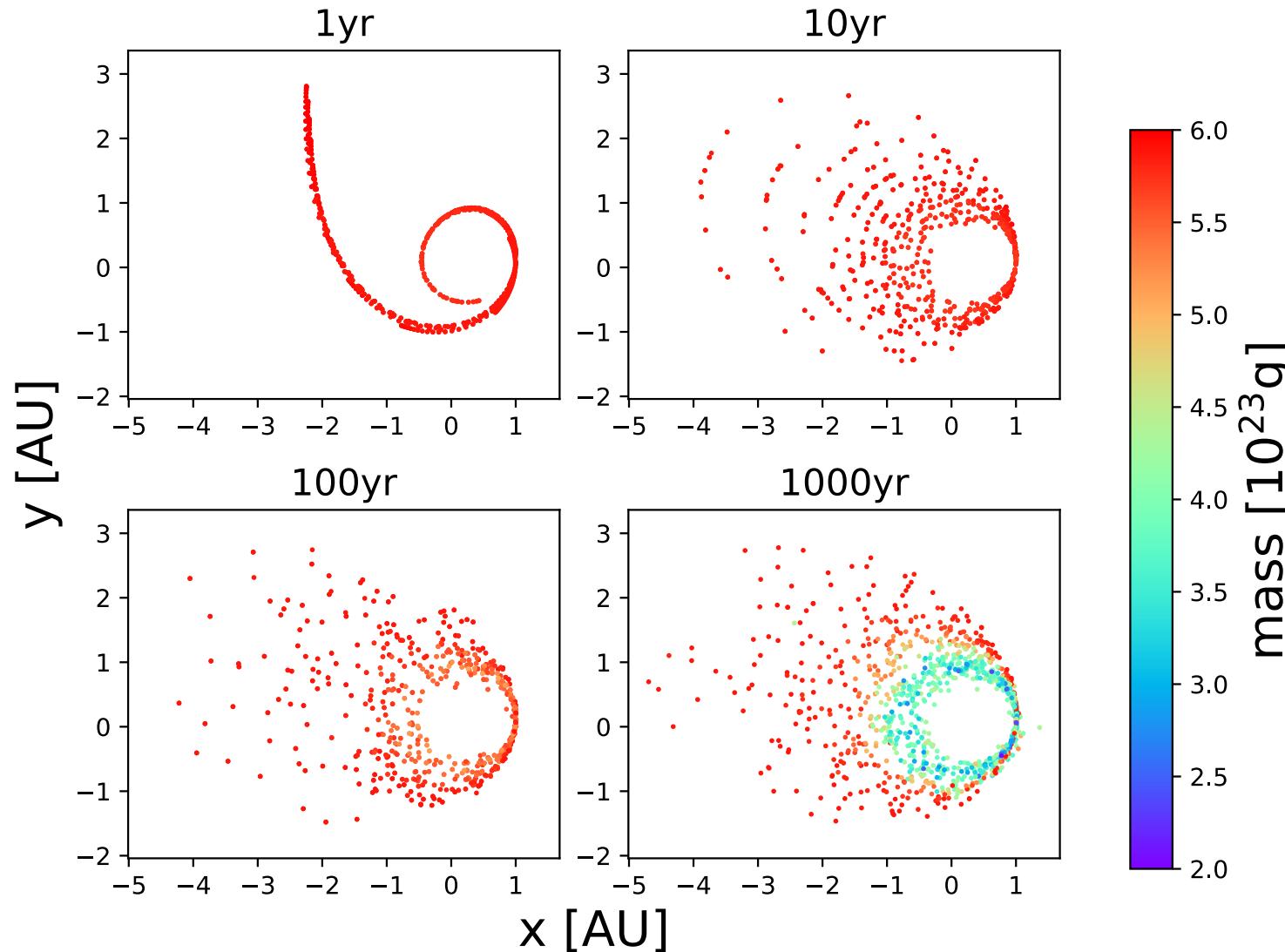
点はトレーサー、色は質量を表している



結果 破片の軌道と質量の時間進化

1, 10, 100, 1000年のスナップショット

点はトレーサー、色は質量を表している



デブリ円盤の明るさの空間分布

衝突力スケードが起こる

- 破片のサイズ分布は 1 つに決まる (e.g., Tanaka et al. 1996)
- 破片からの赤外超過フラックス \propto 破片の総質量

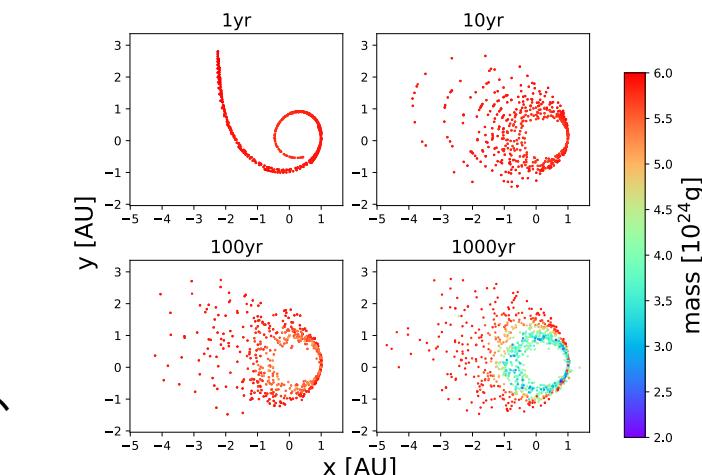
すなわち

質量分布を明るさの空間分布として
見ることもできる

そして

巨大衝突が起きてから1000年ほど経つと、

破壊の進行が早い内側ほど暗くなり、
破片が残っている外側ほど明るい



のような分布になると予想できる

この結果は、これまでの研究でなされてきた一様な破片の分布を仮定した計算では得られなかつたものである

まとめと展望

- ・ 巨大衝突ステージにおいて衝突破壊は非常に重要である。
- ・ 暖かいデブリ円盤と巨大衝突ステージの関係を理解することで、地球型惑星形成の理解につながるかもしれない。
- ・ N体計算と統計的手法を組み合わせたハイブリッドコードを開発し、衝突破壊時の破片（実質 10^{35} 個以上）はどのように振る舞うのかを調べた。
- ・ 計算の結果、相対速度が速い円盤の内側ほど破壊が進行して総質量が減少しており、また外側ではなかなか破壊が起きていないことがわかった。
- ・ 破片の総質量の減少は一様ではないことから、内側ほど暗くなり、外側ほど明るくなるような分布を予想した。
- ・ 今後は、複数の原始惑星が存在し、巨大衝突が起こるたびに破片を放出するような長時間シミュレーションを行いたい。

Appendix

惑星形成

- 現在の地球型惑星形成理論（標準モデル）

Hayashi et al. (1985)

① 原始惑星系円盤が形成

protoplanetary disk

② ダスト ($\sim 0.1\text{-}10\mu\text{m}$) → 微惑星 ($\sim 1\text{-}1000\text{km}$)

dust

planetesimal

③ 微惑星 → 原始惑星 ($\sim 1000\text{-}5000\text{km}$)

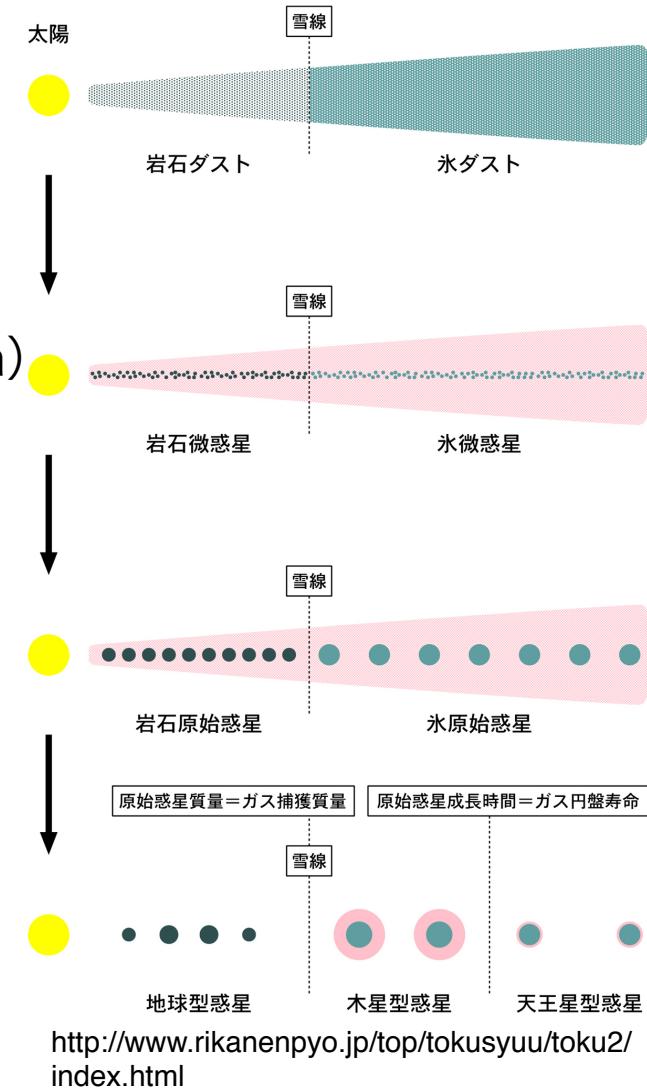
embryo

④ 原始惑星 → 地球型惑星 ($\sim 10000\text{km}$)

planet

最終段階の④を **巨大衝突ステージ** と呼ぶ

火星サイズの原始惑星が衝突合体を繰り返す



先行研究

- Genda et al. 2012

SPH法で巨大衝突の数値シミュレーション

破片の最大サイズと総質量を求めた

~10%

- Genda et al. 2015

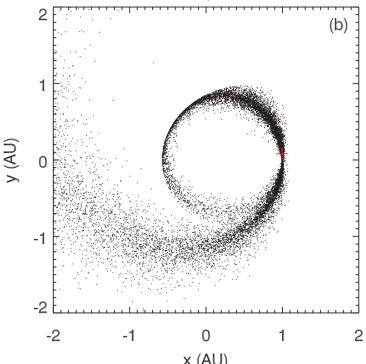
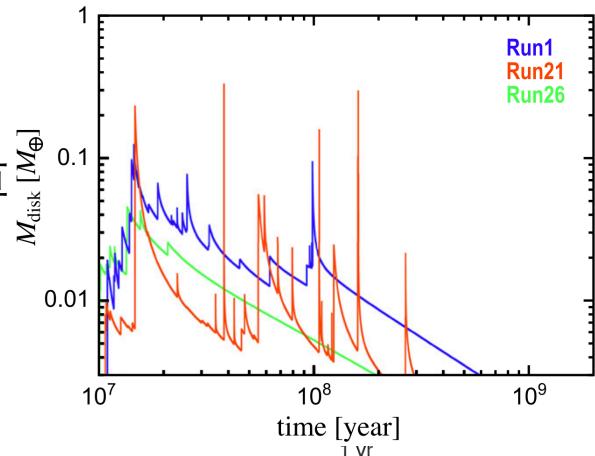
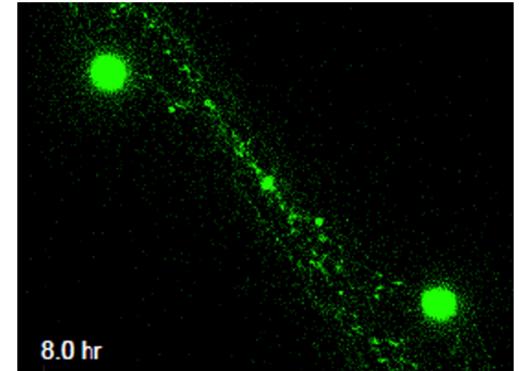
巨大衝突により放出された破片の衝突進化を計算

破片を軸対称円盤分布と仮定し、解析解
(Kobayashi & Tanaka 2010)を用いて面密度
進化を求めた

- Jackson & Wyatt 2012

月形成をもたらした巨大衝突に伴って放出さ
れる破片(テスト粒子)の軌道を計算

惑星Hill圏の外の計算(等方的に放出)



先行研究まとめ

	Genda et al. 2012	Genda et al. 2015	Jackson & Wyatt 2012
対象	巨大衝突 (破片放出まで)	巨大衝突 破片の面密度進化	破片の軌道進化
計算法	SPH	SPH	N体
仮定		破片は軸対称円盤 何度も衝突	惑星Hill圏の外のみ 等方的に放出 1回の衝突
破壊の取り扱い		解析解	一定時間ごと

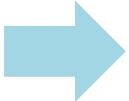
先行研究との比較

	Genda et al. 2012	Genda et al. 2015	Jackson & Wyatt 2012	本研究
対象	巨大衝突 (破片放出 まで)	巨大衝突 破片の面密度 進化	破片の軌道進 化	破片の面密度・軌道進化
計算法	SPH	SPH	N体	N体 + 統計的手法
仮定		破片は軸対称 円盤 何度も衝突	惑星Hill圏の外 のみ 等方的に放出 1回の衝突	スーパー粒子近似
破壊の取 り扱い		解析解	一定時間ごと	トレーサーごとに進化

統計的手法による破壊の取り扱い

統計的にとは…

個々の破片の破壊は扱わない トレーサーごとに扱う

「衝突力スケード」が形成  定常な「質量フラックス $F(m)$ 」が形成
e.g., Tanaka et al. 1996

質量フラックス = 質量空間のフラックス
= 面密度の時間変化を表す量

$$\frac{d\Sigma}{dt} = F(m)$$

$$F(m_{\max}) = -\frac{(2-\alpha)^2}{m_{\max}^{1/3}} \Sigma^2 \Omega_K h_0 \left(\frac{v(m_{\max})^2}{2Q_D^*(m_{\max})} \right)^{\alpha-1} \left[\left(-\ln \epsilon + \frac{1}{2-b} \right) s_1 + s_2 + s_3 \right]$$
$$\propto -\Sigma^2 v^{2(\alpha-1)}$$

解析解 Kobayashi & Tanaka 2010

つまり

- 面密度 Σ が大きい
- 衝突速度 v が大きい

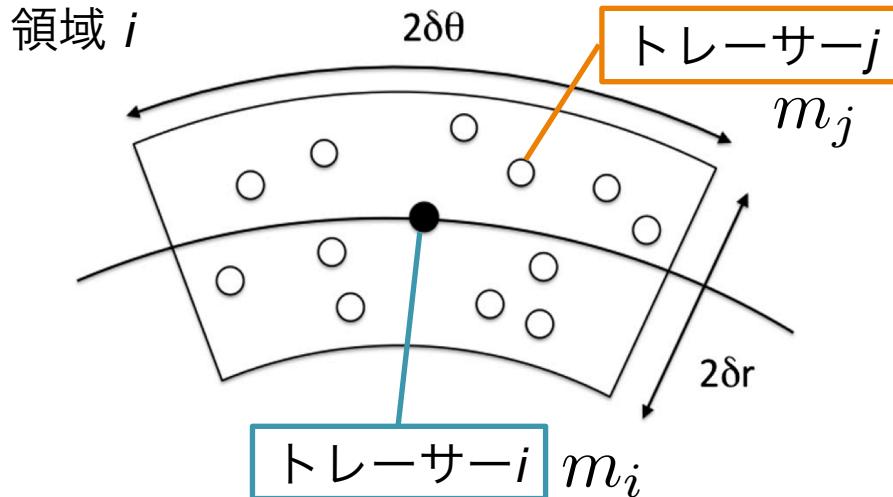
$$\tau_{\text{dep}} = \frac{\Sigma}{|F|}$$

と破壊が起きやすい（タイムスケールが短い）

統計的手法 面密度と衝突速度

Morishima 2015

- ① トレーサー i のまわりに扇形領域を形成する



- ② 領域 i に入ったトレーサー j を探索し、総質量を面積で割ることで面密度を計算する

$$\Sigma_i = \frac{m_i + \sum_j^N m_j}{4r_i \delta r \delta \theta}$$

- ③ トレーサー i に対する j の相対速度をランダム速度で近似する

$$v_{i,j} \simeq \sqrt{e_{i,j}^2 + i_{i,j}^2} v_{K,i}$$

↑ 相対離心率 ↓ 相対軌道傾斜角 ↑ ケプラー速度

- ④ 平均相対速度をトレーサー i の衝突速度とみなす

$$v_i = \frac{\sum_j^N v_{i,j}}{N}$$

デブリ円盤内の衝突破壊

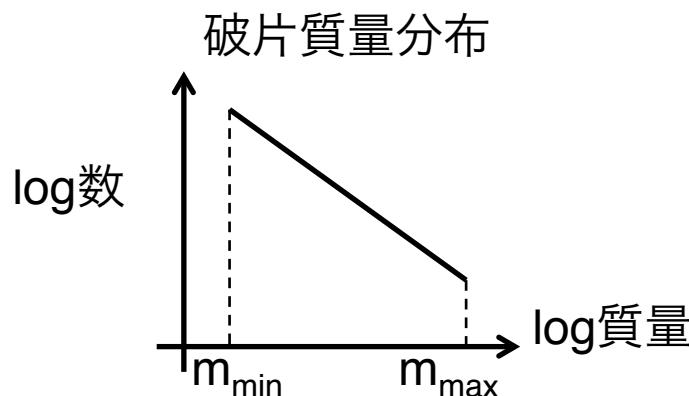
- デブリ円盤を構成する破片は相対速度が大きいため破壊を繰り返し、破片はどんどん小さくなる（衝突力スケード）
- 質量フラックス $F(m)$ は、破壊のタイムスケール程度時間が経つと衝突力スケードによって定常となり、その結果、破片の質量分布のべきは変化せず、総質量のみが減少する

Kobayashi & Tanaka, 2010

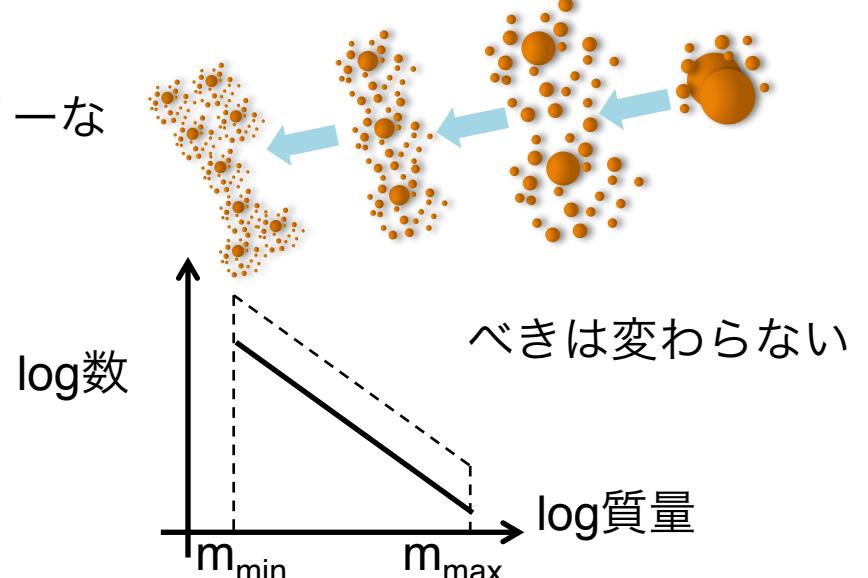
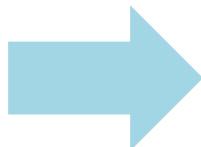
定常 $\frac{\partial F(m)}{\partial m} = 0$ すなわち

$$F(m_{\max}) = F(m_{\min})$$

入ってくる量 出ていく量

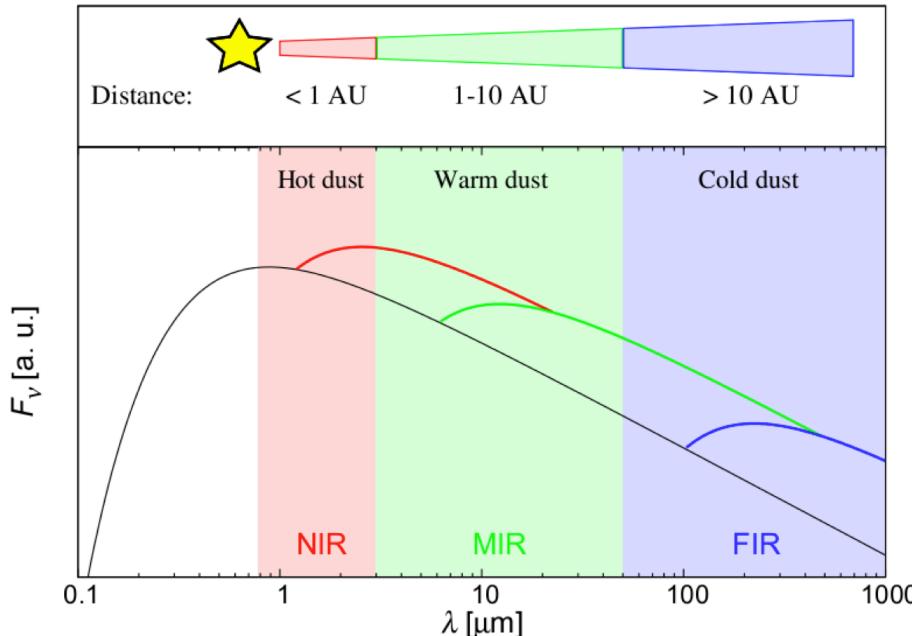


スケールフリーな
衝突過程

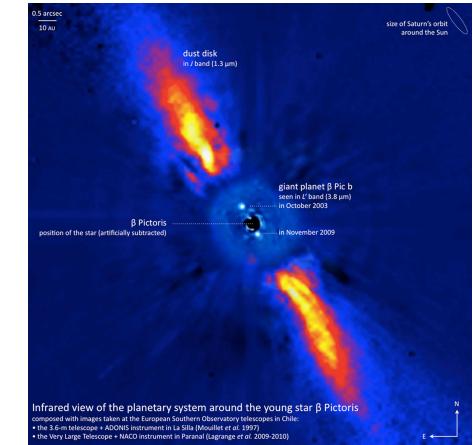


デブリ円盤の観測

(冷たい) デブリ円盤
 β Pictoris @1.3μm

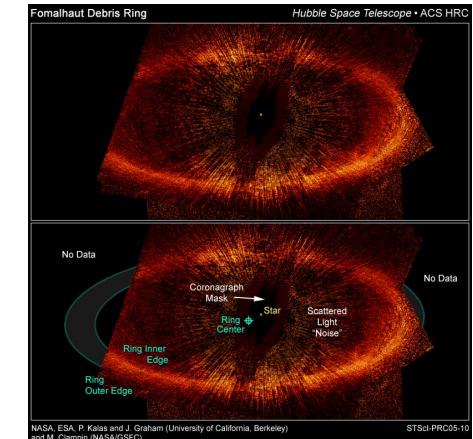


Kral et al. 2017



Credit : A.-M. Lagrange et al. 2010

Fomalhaut @0.6μm

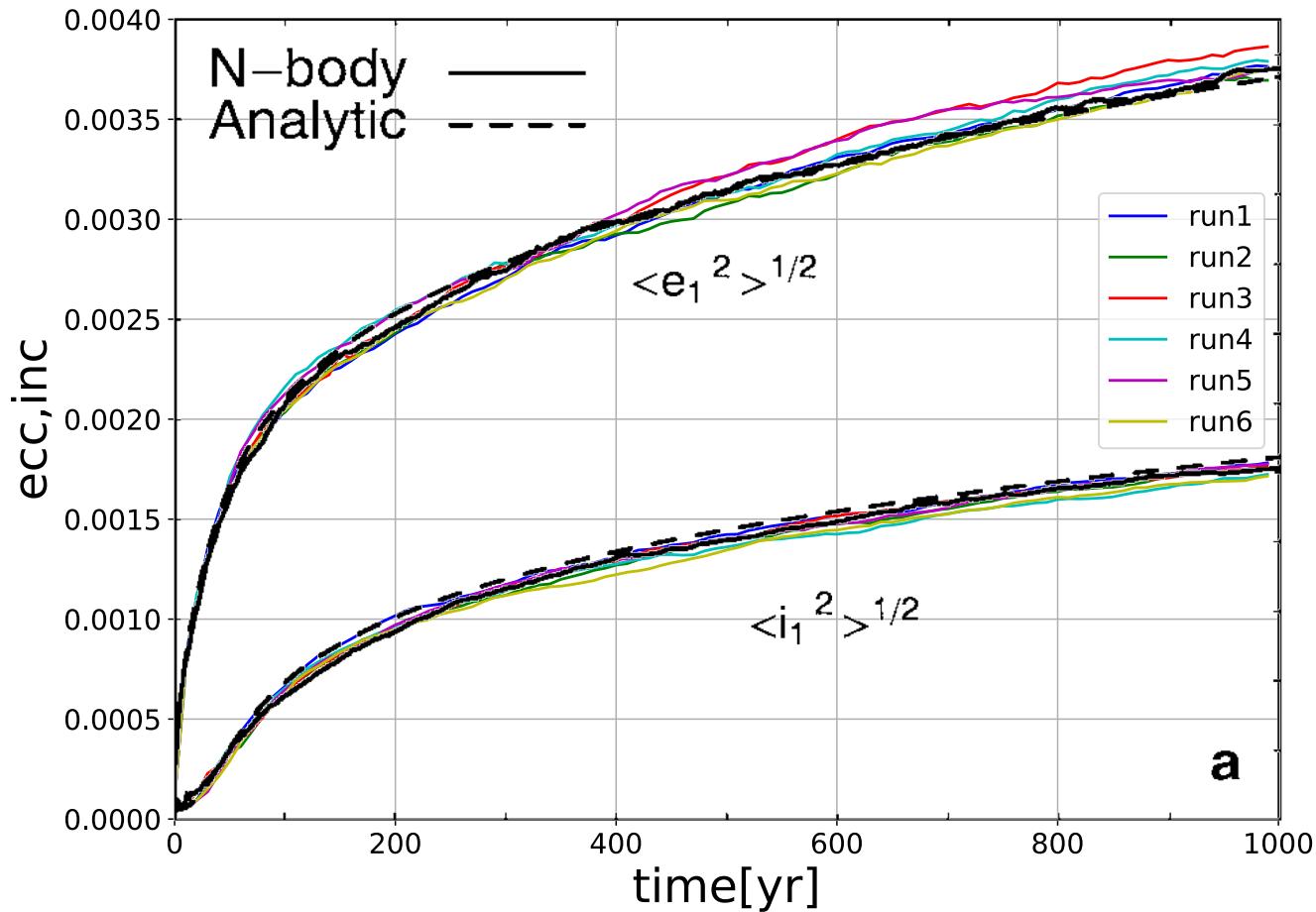


Credit : P. Kalas et al. 2005

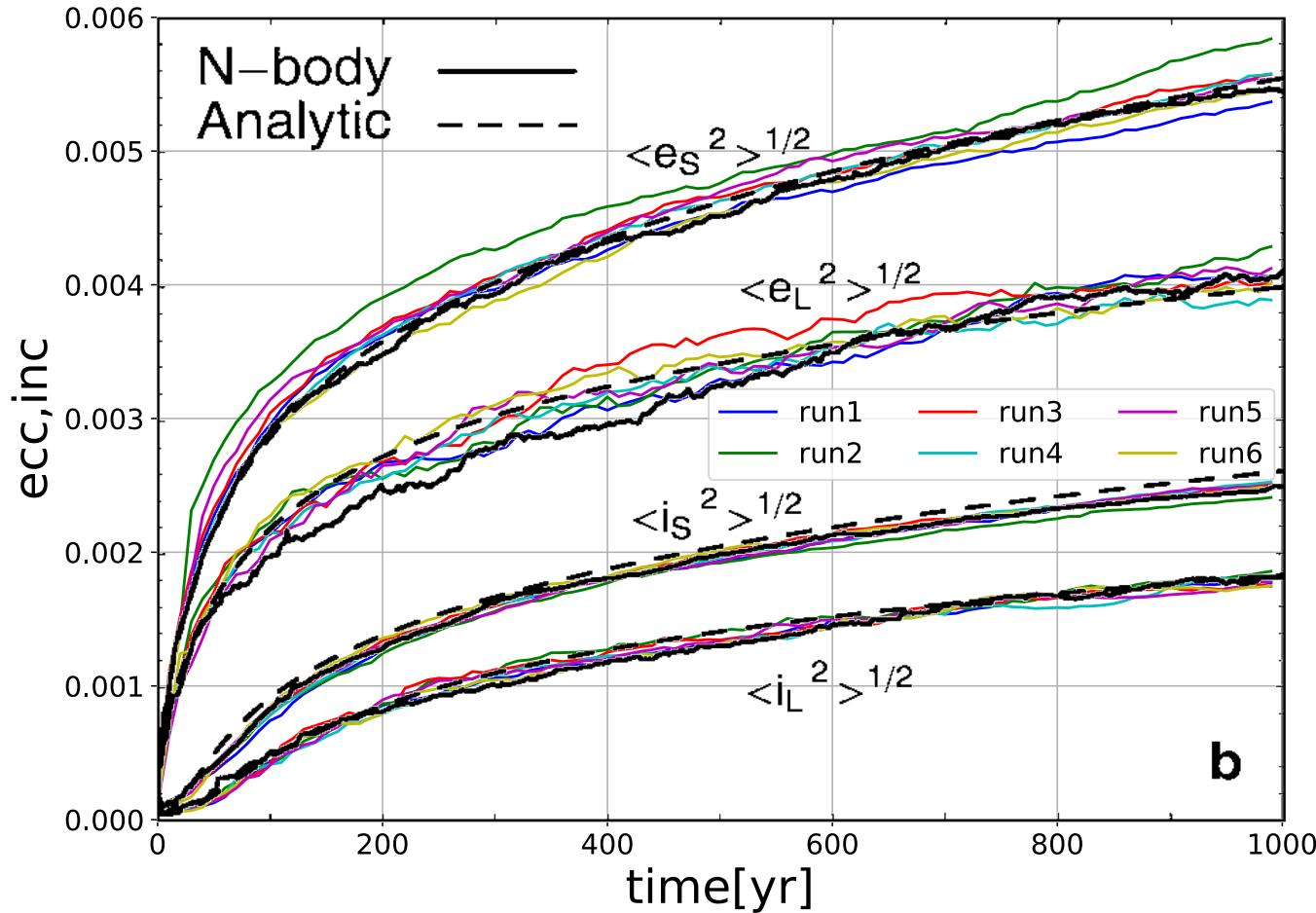
今後の課題

- 破片が原始惑星表面に近い軌道をとるような近接遭遇も、4次のエルミート法と独立タイムステップを用いれば詳しく解くことができるため、原始惑星への降着や双曲線軌道になる場合を調べる。
- 統計的手法における扇形領域の δr について、計算コストと抑えつつ領域に粒子が十分に入るような、適切な値を調べる。
- 今回開発したハイブリッドコードを用いて、複数の原始惑星が存在し、巨大衝突が起こるたびに破片を放出するような長時間シミュレーションを行いたい。

N体計算のテスト

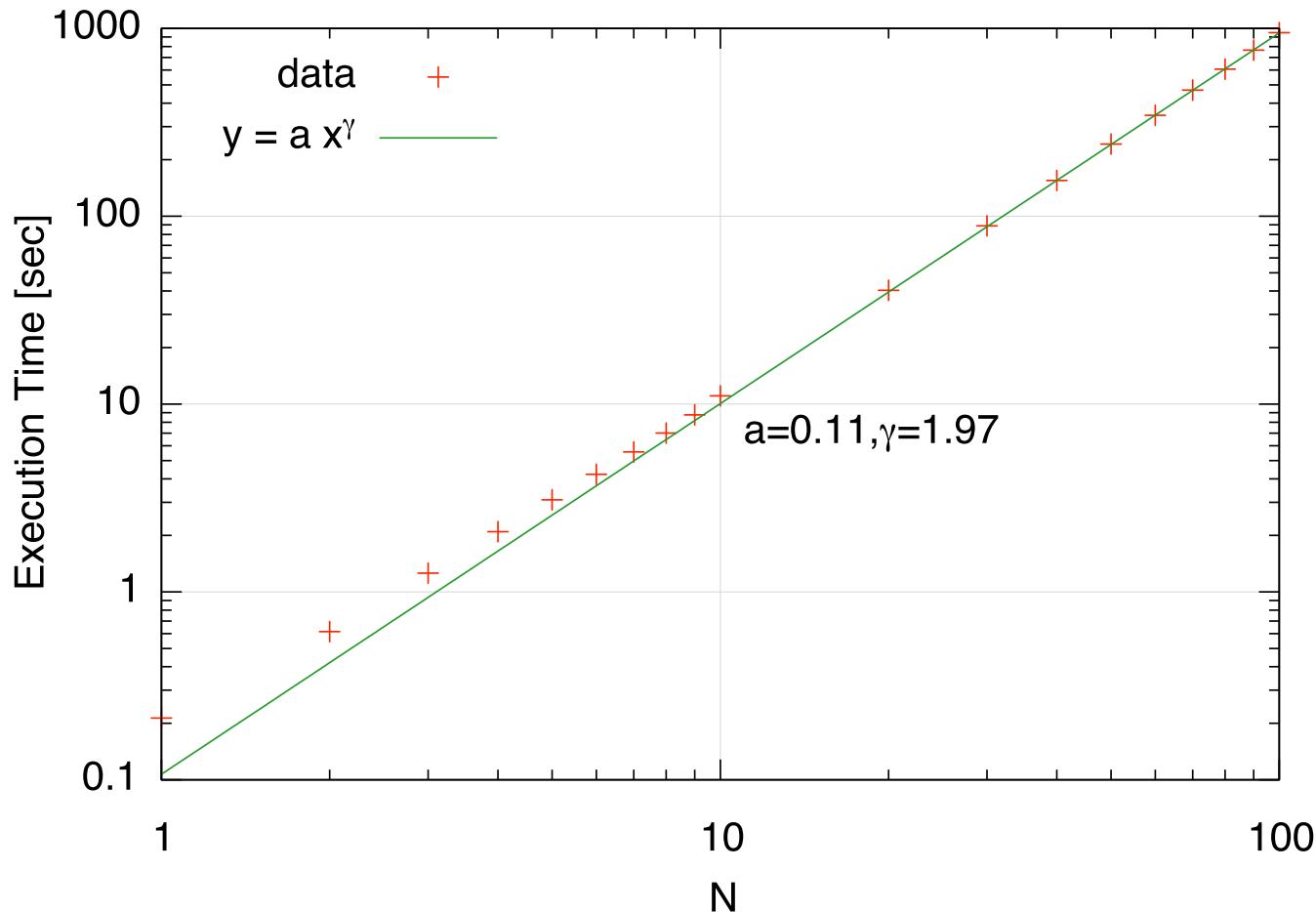


N体計算のテスト

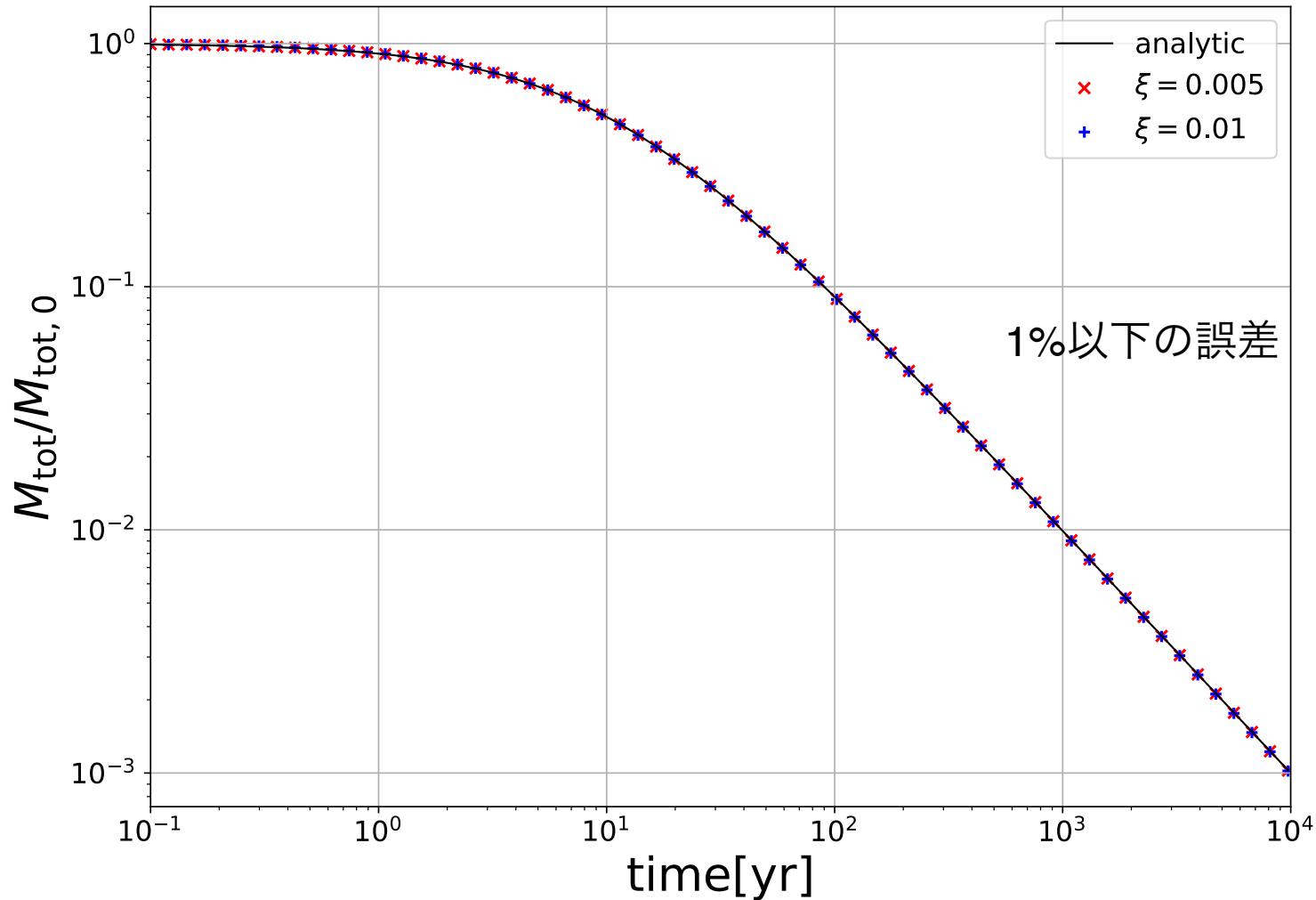


N体計算のコスト

N^2 のオーダー

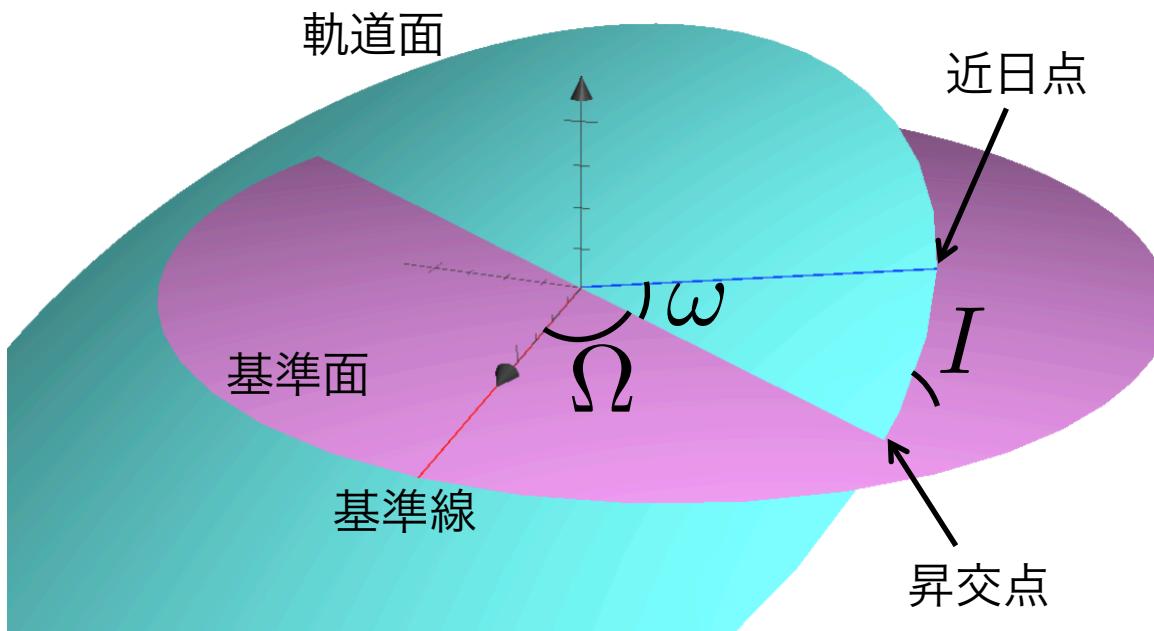


統計的手法のテスト



軌道要素

橢円軌道の場合



橢円の形を決定

軌道長半径 a

離心率 e

軌道面の位置を決定

昇交点経度 Ω

近日点引数 ω

軌道傾斜角 I

位置と速度の 6 変数



軌道要素 6 つ

天体の位置を決定

離心近点離角 E

4次のエルミート法 1

1. 加速度と加速度の時間微分を用い、
テイラー展開によって**予測子 (predictor)** を計算する

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{p,j} = \mathbf{x}_{0,j} + \Delta t \mathbf{v}_{0,j} + \frac{\Delta t^2}{2} \mathbf{a}_{0,j} + \frac{\Delta t^3}{6} \dot{\mathbf{a}}_{0,j} \\ \mathbf{v}_{p,j} = \mathbf{v}_{0,j} + \Delta t \mathbf{a}_{0,j} + \frac{\Delta t^2}{2} \dot{\mathbf{a}}_{0,j} \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{予測子} \\ \text{添字 } 0 \text{ は } t_0 \text{ での値} \end{array}$$

ここで $\begin{cases} \mathbf{r}_{jk} = \mathbf{x}_{p,j} - \mathbf{x}_{p,k} \\ \mathbf{v}_{jk} = \mathbf{v}_{p,j} - \mathbf{v}_{p,k} \end{cases}$ とおくと, Δt 進めた加速度は

添字 1 は $t_0 + \Delta t$ での値

$$\begin{cases} \mathbf{a}_{1,j} = - \sum_{k \neq j} G m_k \frac{\mathbf{r}_{jk}}{(r_{jk}^2 + \epsilon^2)^{3/2}} \\ \dot{\mathbf{a}}_{1,j} = - \sum_{k \neq j} G m_k \left[\frac{\mathbf{v}_{jk}}{(r_{jk}^2 + \epsilon^2)^{3/2}} - \frac{3(\mathbf{v}_{jk} \cdot \mathbf{r}_{jk}) \mathbf{r}_{jk}}{(r_{jk}^2 + \epsilon^2)^{5/2}} \right] \end{cases} \quad \begin{array}{l} \epsilon : \text{ソフトニングパラメータ} \\ \text{このままでは} \\ \underline{\text{2次精度}} \end{array}$$

4次のエルミート法 2

2. 3次のエルミート補間（実際上最適だと分かっている）
を用いて修正子（corrector）を計算する

$$\begin{cases} \mathbf{a}_{1,j} = \mathbf{a}_{0,j} + \Delta t \dot{\mathbf{a}}_{0,j} + \frac{\Delta t^2}{2} \mathbf{a}_{0,j}^{(2)} + \frac{\Delta t^3}{6} \mathbf{a}_{0,j}^{(3)} \\ \dot{\mathbf{a}}_{1,j} = \dot{\mathbf{a}}_{0,j} + \Delta t \mathbf{a}_{0,j}^{(2)} + \frac{\Delta t^2}{2} \mathbf{a}_{0,j}^{(3)} \end{cases} \quad \text{3次の補間多項式}$$

$$\begin{cases} \mathbf{a}_{0,j}^{(2)} = \frac{-6(\mathbf{a}_{0,j} - \mathbf{a}_{1,j}) - \Delta t(4\dot{\mathbf{a}}_{0,j} + 2\dot{\mathbf{a}}_{1,j})}{\Delta t^2} \\ \mathbf{a}_{0,j}^{(3)} = \frac{12(\mathbf{a}_{0,j} - \mathbf{a}_{1,j}) + 6\Delta t(\dot{\mathbf{a}}_{0,j} + \dot{\mathbf{a}}_{1,j})}{\Delta t^3} \end{cases} \quad \text{連立方程式を逆に解く}$$


テイラー展開より修正子は

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{c,j} = \mathbf{x}_{p,j} + \frac{\Delta t^4}{24} \mathbf{a}_{0,j}^{(2)} + \alpha \frac{\Delta t^5}{120} \mathbf{a}_{0,j}^{(3)} \\ \mathbf{v}_{c,j} = \mathbf{v}_{p,j} + \frac{\Delta t^3}{6} \mathbf{a}_{0,j}^{(2)} + \frac{\Delta t^4}{24} \mathbf{a}_{0,j}^{(3)} \end{cases}$$

ここで普通のテイラー展開を考えれば $\alpha = 1$ であるが,
 $\alpha \neq 1$ とする場合もある
(α -scheme>)

4次のエルミート法 3

3. 修正子を用いて加速度と加速度の時間微分を計算する
そして次のタイムステップを加速度を用いて決める

$$\begin{cases} \mathbf{r}_{jk} = \mathbf{x}_{c,j} - \mathbf{x}_{c,k} \\ \mathbf{v}_{jk} = \mathbf{v}_{c,j} - \mathbf{v}_{c,k} \end{cases} \text{とおくと,}$$

$$\begin{cases} \mathbf{a}_{1,j} = - \sum_{k \neq j} Gm_k \frac{\mathbf{r}_{jk}}{(r_{jk}^2 + \epsilon^2)^{3/2}} \\ \dot{\mathbf{a}}_{1,j} = - \sum_{k \neq j} Gm_k \left[\frac{\mathbf{v}_{jk}}{(r_{jk}^2 + \epsilon^2)^{3/2}} - \frac{3(\mathbf{v}_{jk} \cdot \mathbf{r}_{jk})\mathbf{r}_{jk}}{(r_{jk}^2 + \epsilon^2)^{5/2}} \right] \end{cases} \quad \text{4次精度}$$

次のタイムステップは以下の式で求める(Aarseth 1985)

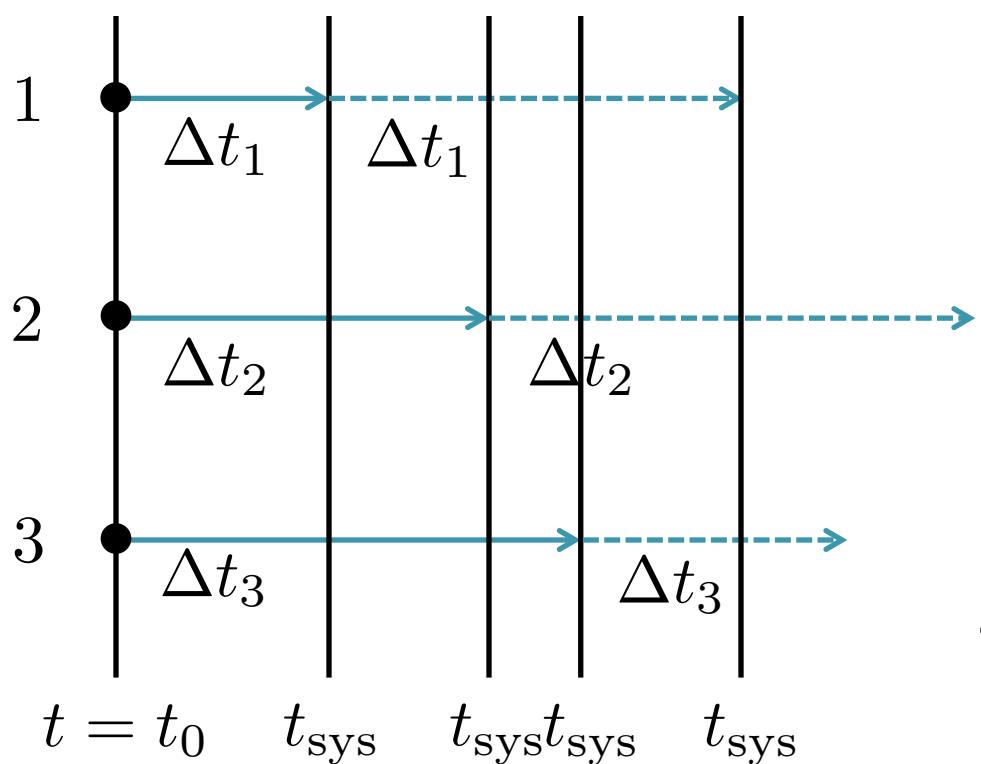
$$\Delta t_j = \eta \sqrt{\frac{|\mathbf{a}_{1,j}| |\mathbf{a}_{1,j}^{(2)}| + |\dot{\mathbf{a}}_{1,j}|^2}{|\dot{\mathbf{a}}_{1,j}| |\mathbf{a}_{1,j}^{(3)}| + |\mathbf{a}_{1,j}^{(2)}|^2}}$$

3次補間では $\begin{cases} \mathbf{a}_{1,j}^{(2)} = \mathbf{a}_{0,j}^{(2)} + \mathbf{a}_{0,j}^{(3)} \Delta t \\ \mathbf{a}_{1,j}^{(3)} = \mathbf{a}_{0,j}^{(3)} \end{cases}$

非常に効率が良い表式であることが分かっている(Makino 1991)

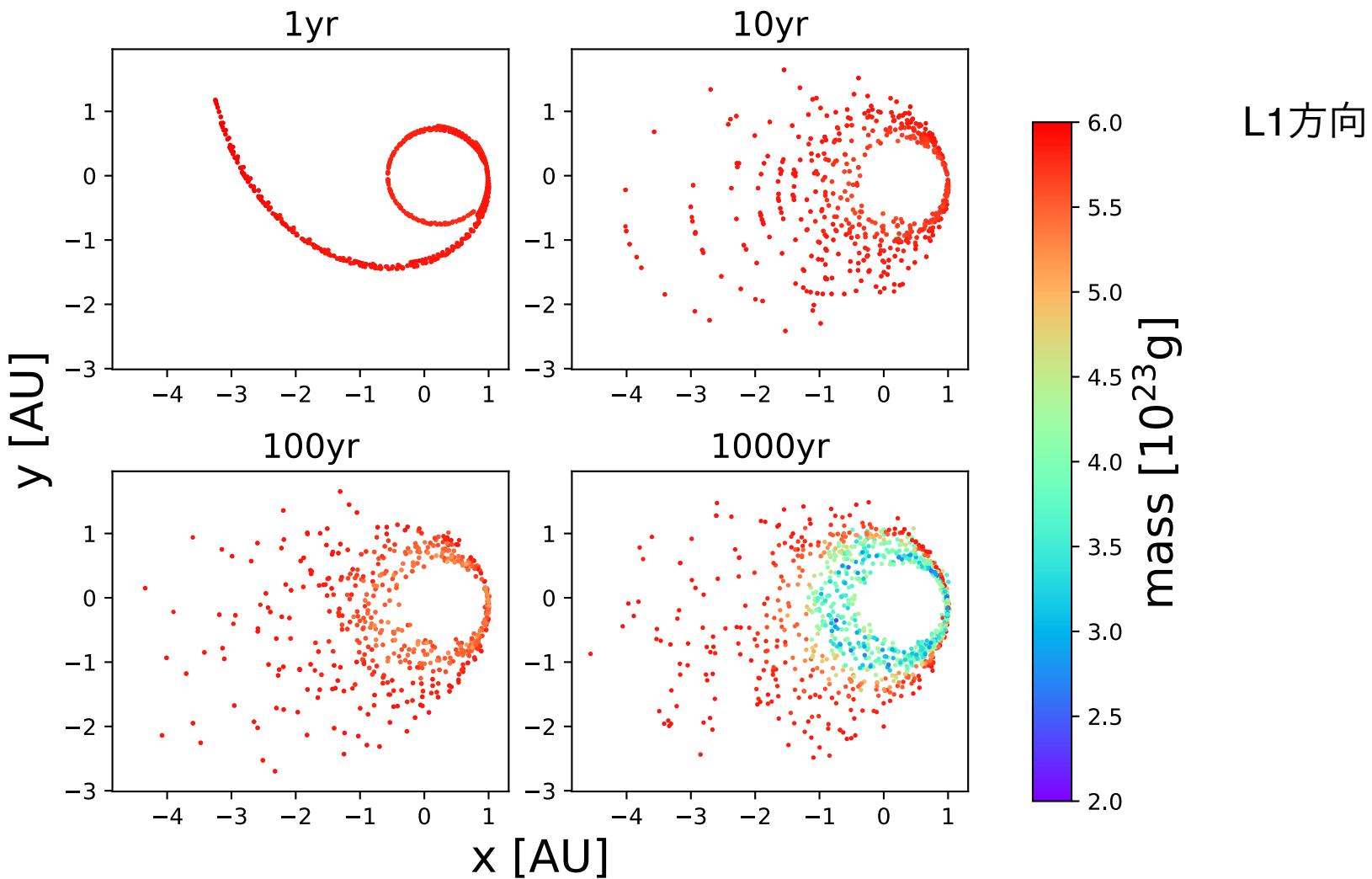
独立タイムステップ

粒子ごとに別の時間を持ち、別々に時間発展させる方法

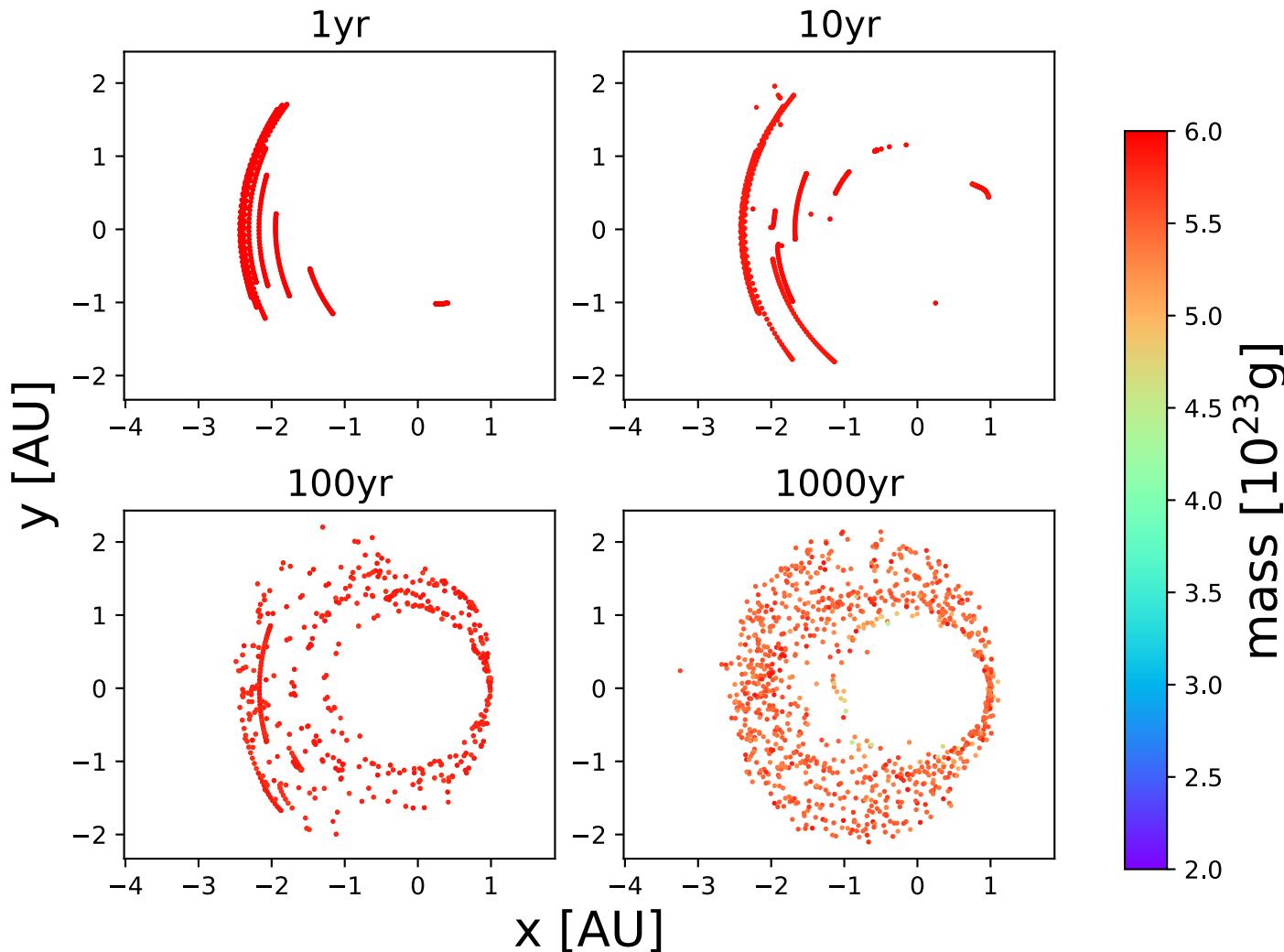


1. $t_j + \Delta t_j$ が最小となる j_{sys} を選び、その時間を t_{sys} とする。
2. t_{sys} における全ての粒子の予測子を計算する。
3. j_{sys} のみ修正子を用いて更新する。
4. 新たな $\Delta t_{j_{sys}}$ を計算し、 $t_{j_{sys}} + \Delta t_{j_{sys}}$ を新たな $t_{j_{sys}}$ として更新して 1 に戻る。このとき j_{sys} 以外は予測子を捨ててもとに戻る。

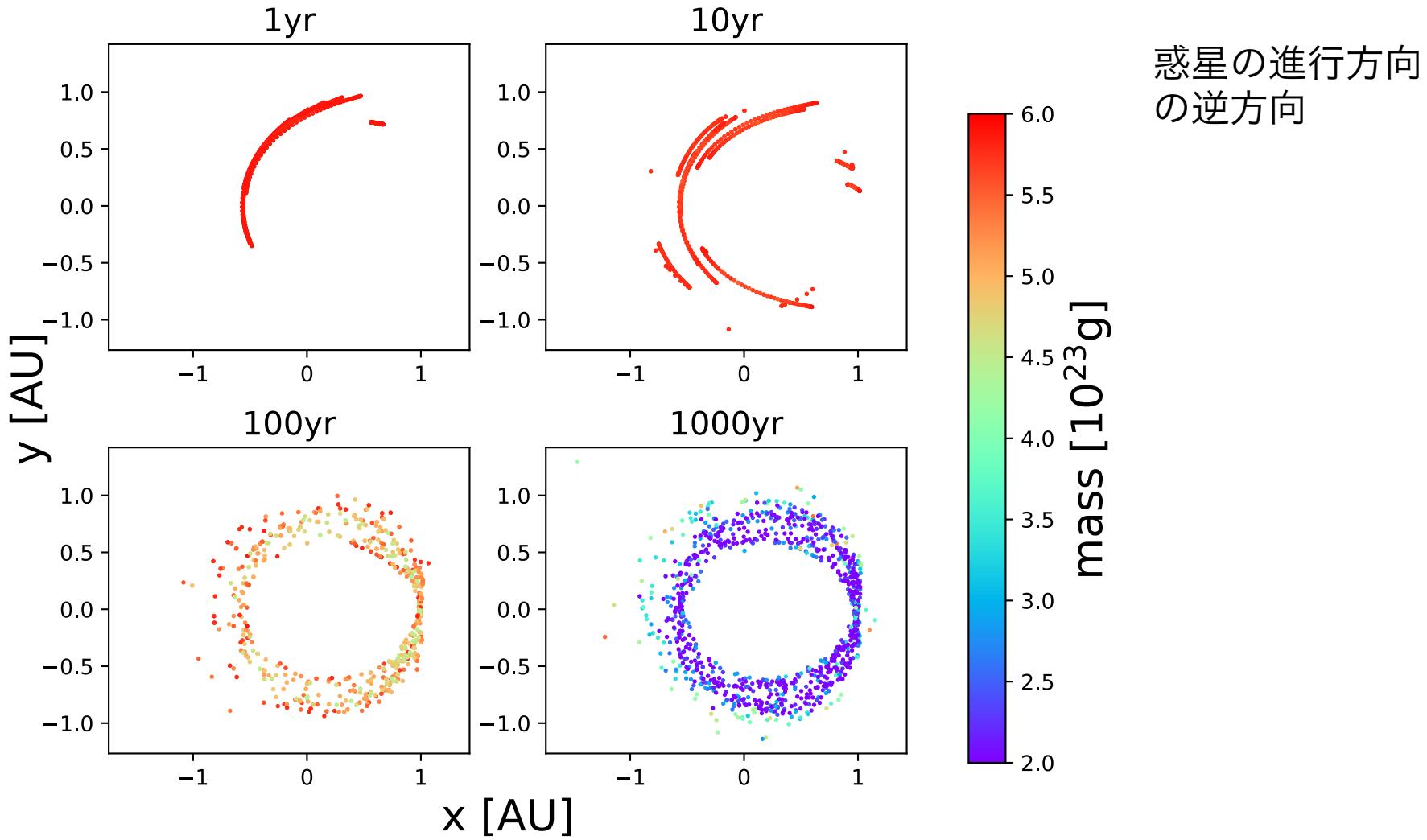
結果



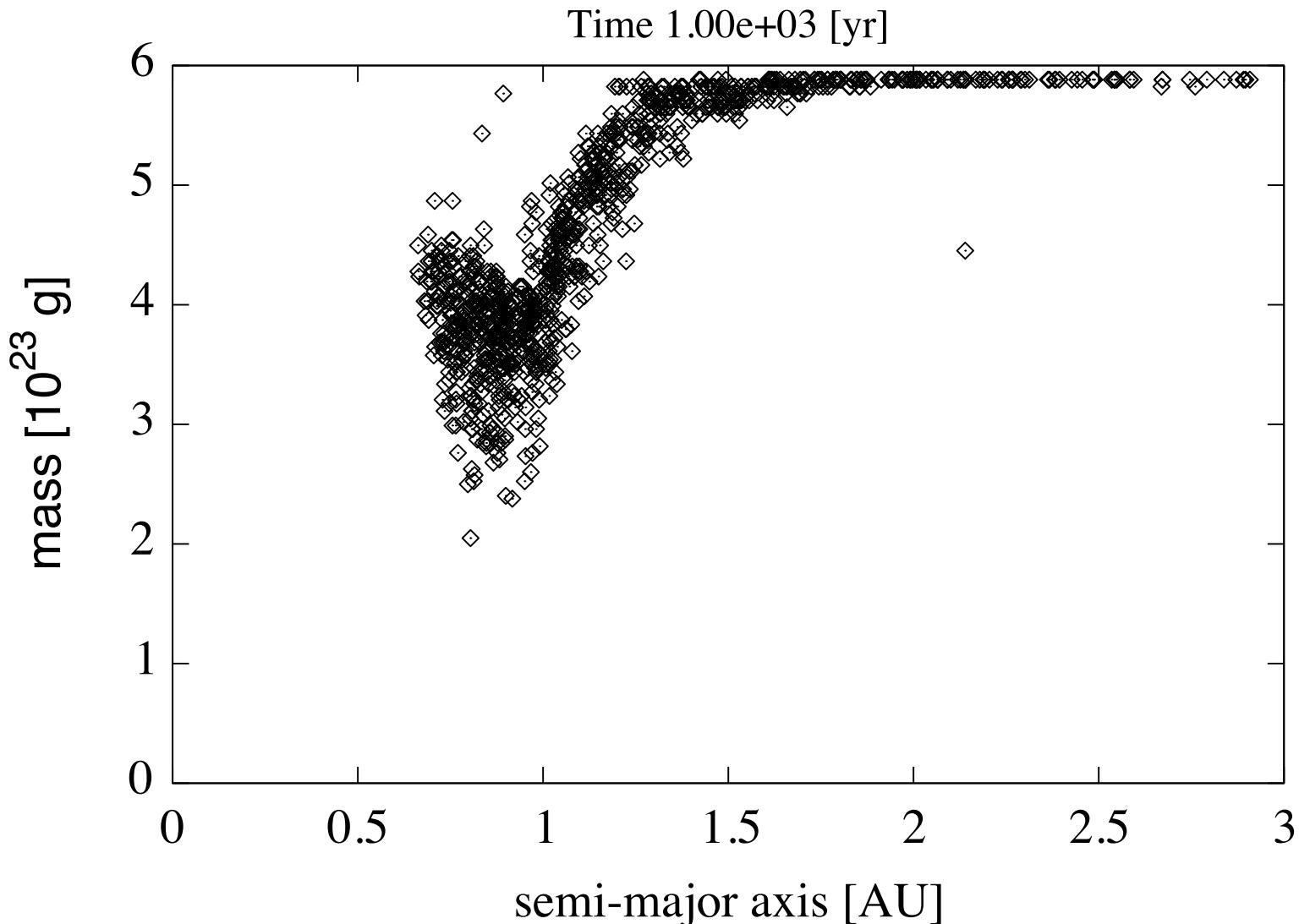
結果



結果



結果



相対離心率、相対軌道傾斜角

$$e_{i,j}^2 = e_i^2 + e_j^2 - 2e_i e_j \cos(\varpi_i - \varpi_j),$$

$$i_{i,j}^2 = i_i^2 + i_j^2 - 2i_i i_j \cos(\Omega_i - \Omega_j)$$