

巨大衝突ステージにおける衝突破壊の重要性: N 体計算・統計的手法のハイブリッドコードの開発

磯谷 和秀 (名古屋大学大学院 理学研究科)

Abstract

太陽系の地球型惑星は、最終段階で火星サイズの原始惑星同士が衝突合体を繰り返し形成される。この巨大衝突ステージにおいて地球や地球-月系が形成される。一方、太陽系外で起こる巨大衝突ステージは、衝突に伴い放出される破片によりデブリ円盤が形成され、観測されている暖かいデブリ円盤 (すなわち地球形成領域のデブリ円盤) を説明することができる。巨大衝突ステージに形成されるデブリ円盤について調べるためには、原始惑星の長期的軌道進化と、破壊を扱うことができる計算が必要である。しかし衝突により放出される破片の数は 10^{35} 個以上にもなり、 N 体計算ではとても扱うことはできない。このような多数の粒子を取り扱うには、一つ一つの粒子を取り扱うのではなく、統計力学に基づいた統計的手法が有効であるが、統計的手法では、破片が重力的に集積する際にサイズ分布が非軸対称になることや、原始惑星による軌道共鳴のような、重力相互作用の取り扱いができない。すなわち N 体計算と統計的手法を同時に用いると、軌道進化と破壊を同時に考慮した計算を行うことができる。そこで本研究では、 N 体計算と統計的手法を組み合わせた、衝突破壊を扱うことができるハイブリッドコードの開発を行う。多数の破片を少数のトレーサーと呼ばれるスーパー粒子に近似することで N 体計算のコストを抑える。またそれぞれのトレーサーの周りに扇形領域を考え、その領域に入った他のトレーサーを用いて表面数密度と平均相対速度を計算し、破壊による天体の減少を取り扱う。このようにして作り上げられたハイブリッドコードを用いて、巨大衝突により放出された破片は、過去の研究のように一様な分布で一様に消失せずに、特徴的な軌道分布を持ち、内側の軌道を持つ破片がより早く消失していくことが分かった。

1 背景

太陽系の地球型惑星は、大きく分けて 3 つのステージを経て形成される。まずダストから微惑星が形成、次に微惑星から原始惑星が形成、そして最後に原始惑星から地球型惑星が形成される。

この最後の巨大衝突ステージでは原始惑星同士が衝突合体を繰り返しているが、衝突が起きれば自然に破壊も起こり、原始惑星の 10% 程度の破片を放出することが SPH 法によるシミュレーションで明らかになった (Genda et al. 2012)。破片の総質量は原始惑星に比べ小さいが、破片の表面積は大きいため大きな熱輻射を出す。一方、破片同士の更なる衝突破壊により μm サイズより小さくなった破片は中心星の輻射圧により吹き飛ばされる。これにより破片は消失するが、繰り返し起こる巨大衝突により破片の量が維持され、この熱輻射が太陽系外の $10^6 - 10^7$ 歳程

度以上の星の周りで観測されている暖かい ($\lesssim 1\text{AU}$) デブリ円盤による赤外超過を説明することができる (Genda et al. 2015)。そのため、暖かいデブリ円盤が観測されている恒星の周りでは、巨大衝突ステージを経験した原始惑星や地球型惑星が存在する可能性がある。

デブリ円盤の中では破片同士の衝突破壊が次々に起こる (衝突カスケード) が、そのなかでも小さな破片は数が多く衝突が頻繁に起きており、破壊のタイムスケールが短い。破片が μm サイズまで小さくなると、上述のように系から速やかに取り除かれるため、破片の総質量は減少していく。その結果、破片の質量分布は形を変えないまま総質量が減少する (e.g., Tanaka et al. 1996)。このとき、一度の巨大衝突で放出される破片の減少のタイムスケールは最大放出破片が破片間の衝突によって壊れるタイムスケールになるため、放出破片の総質量の減少は比較的簡単に

解析的に表現できる (Kobayashi & Tanaka 2010)。

一方、巨大衝突により放出される破片は小惑星のファミリーのように似た軌道を持ち、その後惑星の摂動により惑星の周りで均一な分布へと長い時間をかけ進化していく (Jackson & Wyatt 2012)。衝突カスケードによる破片の総質量の減少の解析解は均一な分布にのみ適用可能なため、破片放出後の偏った軌道分布を持つ破片の衝突進化には適用できない。そのため、破壊を考慮した N 体シミュレーションが必要である。

しかし衝突により放出される破片の数は 10^{35} 個以上にもなり、 N 体計算ではこれら全ての破片をとて扱うことはできない。このような多数の粒子を取り扱うには、一つ一つの粒子を取り扱うのではなく、統計力学に基づいた統計的手法が有効であるが、統計的手法では、破片が重力的に集積する際にサイズ分布が非軸対称になることや、原始惑星による軌道共鳴のような、重力相互作用の取り扱いができない。すなわち N 体計算と統計的手法を同時に用いると、軌道進化と破壊を同時に考慮した計算を行うことができる。

そこで本研究では、 N 体計算と統計的手法を組み合わせた、衝突破壊を扱うことができるハイブリッドコードの開発を行う。2 節ではこのハイブリッドコードの計算手法について説明し、解析解のある問題で解析解を正しく再現できることを示す。また、3 節ではこのコードを使い、巨大衝突により放出された破片の進化を計算した結果を示す。これにより発見したことについても議論する。

2 手法

衝突破壊の際に放出される破片の数は 10^{35} 個以上にもなり、個々の破片を N 体計算で扱うことは計算コスト的に非常に困難である。そこで本研究では、ほぼ同じ軌道上を運動する複数の破片を 1 つの粒子 (トレーサーと呼ぶ) として表現するスーパー粒子近似を用いる。1 つのトレーサー内に存在する様々な破片は、同じトレーサーや他のトレーサーの破片と衝突を繰り返し、小さな破片となっていく。破片は $1\mu\text{m}$ 程度になると中心星の輻射圧により吹き飛ばさ

れ、系から取り除かれる。このような衝突の繰り返しによる衝突カスケードと輻射圧による吹き飛ばしが起こると破片の総質量は減少していく。減少率は、破片の面密度と破片間の衝突速度の関数で与えられる (Kobayashi & Tanaka 2010)。トレーサーの軌道分布からこれらを導出し、軌道進化と衝突進化を同時に解く方法をこの節で説明する。

2.1 N 体計算

本研究では、以下で述べる 4 次のエルミート法 (Makino & Aarseth 1992) を用いて計算を行う。

時間 t での位置と速度 ($\mathbf{x}_{0,j}, \mathbf{v}_{0,j}$)、加速度とその時間微分 ($\mathbf{a}_{0,j}, \dot{\mathbf{a}}_{0,j}$) から、時間 $t + \Delta t$ における位置と速度 ($\mathbf{x}_{p,j}, \mathbf{v}_{p,j}$) を次のように予測する。

$$\mathbf{x}_{p,j} = \mathbf{x}_{0,j} + \Delta t \mathbf{v}_{0,j} + \frac{\Delta t^2}{2} \mathbf{a}_{0,j} + \frac{\Delta t^3}{6} \dot{\mathbf{a}}_{0,j}, \quad (1)$$

$$\mathbf{v}_{p,j} = \mathbf{v}_{0,j} + \Delta t \mathbf{a}_{0,j} + \frac{\Delta t^2}{2} \dot{\mathbf{a}}_{0,j}. \quad (2)$$

これらを予測子と呼ぶ。この段階では 2 次精度である。次に予測子を使って、時間 $t + \Delta t$ での加速度とその時間微分 ($\mathbf{a}_{1,j}, \dot{\mathbf{a}}_{1,j}$) を次のように求める。

$$\mathbf{a}_{1,j} = - \sum_{k \neq j} G m_k \frac{\mathbf{r}_{jk}}{(r_{jk}^2 + \epsilon^2)^{3/2}}, \quad (3)$$

$$\dot{\mathbf{a}}_{1,j} = - \sum_{k \neq j} G m_k \left[\frac{\mathbf{v}_{jk}}{(r_{jk}^2 + \epsilon^2)^{3/2}} - \frac{3(\mathbf{v}_{jk} \cdot \mathbf{r}_{jk})\mathbf{r}_{jk}}{(r_{jk}^2 + \epsilon^2)^{5/2}} \right]. \quad (4)$$

ここで、 $\mathbf{r}_{jk} = \mathbf{x}_{p,j} - \mathbf{x}_{p,k}$, $\mathbf{v}_{jk} = \mathbf{v}_{p,j} - \mathbf{v}_{p,k}$ であり、 ϵ は計算上の発散を抑えるためのソフトニングパラメータである (本研究では $\epsilon = 0$)。続いて、時間 t から $t + \Delta t$ 間の加速度の時間変化を、

$$\mathbf{a}_{1,j} = \mathbf{a}_{0,j} + \Delta t \dot{\mathbf{a}}_{0,j} + \frac{\Delta t^2}{2} \mathbf{a}_{0,j}^{(2)} + \frac{\Delta t^3}{6} \mathbf{a}_{0,j}^{(3)}, \quad (5)$$

$$\dot{\mathbf{a}}_{1,j} = \dot{\mathbf{a}}_{0,j} + \Delta t \mathbf{a}_{0,j}^{(2)} + \frac{\Delta t^2}{2} \mathbf{a}_{0,j}^{(3)} \quad (6)$$

のような 3 次のエルミート補間多項式で近似する。ここで、 $\mathbf{a}_{0,j}^{(2)}, \mathbf{a}_{0,j}^{(3)}$ は時間 t における加速度の 2 階と 3 階の時間導関数であり、 $\mathbf{a}_{0,j}^{(2)}, \mathbf{a}_{0,j}^{(3)}$ について解くと、

$$\mathbf{a}_{0,j}^{(2)} = \frac{-6(\mathbf{a}_{0,j} - \mathbf{a}_{1,j}) - \Delta t(4\dot{\mathbf{a}}_{0,j} + 2\dot{\mathbf{a}}_{1,j})}{\Delta t^2}, \quad (7)$$

$$\mathbf{a}_{0,j}^{(3)} = \frac{12(\mathbf{a}_{0,j} - \mathbf{a}_{1,j}) + 6\Delta t(\dot{\mathbf{a}}_{0,j} + \dot{\mathbf{a}}_{1,j})}{\Delta t^3} \quad (8)$$

となる。そして、この $\mathbf{a}_{0,j}^{(2)}, \mathbf{a}_{0,j}^{(3)}$ を使って、位置と速度の予測子を以下のように修正する。

$$\mathbf{x}_{c,j} = \mathbf{x}_{p,j} + \frac{\Delta t^4}{24} \mathbf{a}_{0,j}^{(2)} + \frac{\Delta t^5}{120} \mathbf{a}_{0,j}^{(3)}, \quad (9)$$

$$\mathbf{v}_{c,j} = \mathbf{v}_{p,j} + \frac{\Delta t^3}{6} \mathbf{a}_{0,j}^{(2)} + \frac{\Delta t^4}{24} \mathbf{a}_{0,j}^{(3)}. \quad (10)$$

これらを修正子と呼ぶ。修正子を使って新たな加速度とその時間微分 ($\mathbf{a}_{1,j}^{\text{new}}, \dot{\mathbf{a}}_{1,j}^{\text{new}}$) を計算する。これらは、式 (3)、式 (4) で、 $\mathbf{r}_{jk} = \mathbf{x}_{c,j} - \mathbf{x}_{c,k}$, $\mathbf{v}_{jk} = \mathbf{v}_{c,j} - \mathbf{v}_{c,k}$ とすれば求まる。必要な回数だけ修正を繰り返す。

独立タイムステップは、粒子 j ごとに別々の時間 t_j とタイムステップ Δt_j をもち、別々に時間発展する。タイムステップの計算には以下の表式を用いる (Aarseth 1985)。

$$\Delta t_j = \sqrt{\eta \frac{|\mathbf{a}_{1,j}| |\mathbf{a}_{1,j}^{(2)}| + |\dot{\mathbf{a}}_{1,j}|^2}{|\dot{\mathbf{a}}_{1,j}| |\mathbf{a}_{1,j}^{(3)}| + |\mathbf{a}_{1,j}^{(2)}|^2}}. \quad (11)$$

これは 4 次スキームでは非常に効率が良いことが分かっている (Makino 1991)。ここで、 η は積分の精度を決めるパラメータである。また $\mathbf{a}_{1,j}^{(2)} = \mathbf{a}_{0,j}^{(2)} + \mathbf{a}_{0,j}^{(3)} \Delta t$, $\mathbf{a}_{1,j}^{(3)} = \mathbf{a}_{0,j}^{(3)}$ と見積もる。系全体の時間 t_{sys} は、 $t_j + \Delta t_j$ が最小になる粒子 j_{sys} を探し、 j_{sys} と共に進める。そして t_{sys} における全ての予測子を計算し、 j_{sys} のみ修正をし、 $t_{j_{\text{sys}}}$ のみ $\Delta t_{j_{\text{sys}}}$ だけ時間を進める。これを繰り返して時間発展させる。

2.2 統計的手法

破片の集団が存在している時、その面密度 Σ と相対速度 v が決まると、破片の面密度の変化率は以下のように与えられる (Kobayashi & Tanaka 2010)。

$$\frac{d\Sigma}{dt} = - \frac{(2-\alpha)^2}{m_{\text{max}}^{1/3}} \Sigma^2 \Omega_K h_0 \left(\frac{v(m_{\text{max}})^2}{2Q_D^*(m_{\text{max}})} \right)^{\alpha-1} \times \left[\left(-\ln \epsilon + \frac{1}{2-b} \right) s_1 + s_2 + s_3 \right]. \quad (12)$$

ここで、 b, ϵ は無次元パラメータ、 h_0, s_1, s_2, s_3 は定数、 Ω_K はケプラー角速度、 Q_D^* は臨界エネルギー、そして α は破片の面数密度のべき ($n_s(m) dm \propto m^{-\alpha} dm$) である。 $v(m)^2 / Q_D^*(m) \propto m^p$ のように質量に依存するとき、すなわち破壊のモデルが非自己相似の場合、

定常衝突カスケードにおいて、 α は以下のように与えられる (Kobayashi & Tanaka 2010)。

$$\alpha = \frac{11+3p}{6+3p}. \quad (13)$$

各トレーサーが持つ破片の質量の減少率を計算するためには、トレーサーの周囲の破片の面密度とトレーサーに内在する破片と他の破片の衝突速度を求める必要がある。そこで、まずトレーサー i の位置を 2 次元極座標 (r_i, θ_i) に射影し、動径方向に $r_i \pm \delta r$ 、方位角方向に $\theta_i \pm \delta \theta$ の広がりをもった扇形領域 i を形成する。この領域 i に入っている他のトレーサーを j とし、 j の総数を N とする。面密度は i 自身と j の質量の総和を領域 i の面積で割り、

$$\Sigma_i = \frac{m_i + \sum_j^N m_j}{4r_i \delta r \delta \theta} \quad (14)$$

のように計算する。次にトレーサー i と j の相対速度は、ランダム速度 $\sqrt{e_{i,j}^2 + i_{i,j}^2} v_{K,i}$ で近似する。ここで、 $e_{i,j}$ と $i_{i,j}$ はそれぞれ相対離心率と相対軌道傾斜角を表し、

$$e_{i,j}^2 = e_i^2 + e_j^2 - 2e_i e_j \cos(\varpi_i - \varpi_j), \quad (15)$$

$$i_{i,j}^2 = i_i^2 + i_j^2 - 2i_i i_j \cos(\Omega_i - \Omega_j) \quad (16)$$

のように定義される。ここで、 ϖ は近点経度、 Ω は昇交点経度である。 $v_{K,i}$ は i のケプラー速度である。そして j について平均をとり、平均相対速度を衝突速度だとみなす。

$$v_i = \frac{\sum_j^N \sqrt{e_{i,j}^2 + i_{i,j}^2} v_{K,i}}{N}. \quad (17)$$

トレーサー i の質量変化は、

$$m_i(t_{\text{frag},i} + \Delta t_{\text{frag},i}) = \frac{m_i(t_{\text{frag},i})}{1 + \Delta t_{\text{frag},i} / \tau_{\text{dep},i}} \quad (18)$$

のように計算する。ここで、 τ_{dep} は以下の式で定義され、式 (12) を用いて値は求められる。

$$\tau_{\text{dep}} = \frac{\Sigma}{|d\Sigma/dt|}. \quad (19)$$

統計的手法のタイムステップ $\Delta t_{\text{frag},i}$ の取り方は、質量減少タイムスケール $\tau_{\text{dep},i}$ を基準にして、 $\Delta t_{\text{frag},i} / \tau_{\text{dep},i} = \xi \ll 1$ とする。そして N 体計算

では独立タイムステップを用いているため、トレーサー i の N 体計算の時間 t_i が統計的手法の時間 $t_{\text{frag},i}$ を上回ったときにトレーサー i の質量を減少させ、 $t_{\text{frag},i} \rightarrow t_{\text{frag},i} + \Delta t_{\text{frag},i}$ に更新する。

3 結果と考察

地球型惑星と原始惑星の巨大衝突破壊によって破片が放出される様子を模擬し、惑星と破片の軌道進化と破片の質量進化を計算した。初期の破片の総質量は $0.1M_{\oplus}$ とし、惑星の質量は $1M_{\oplus}$ とした。つまりこの計算では実質 10^{35} 個以上の破片を取り扱っている。中心星は $(x, y) = (0\text{AU}, 0\text{AU})$ に固定し、惑星は軌道長半径 1AU 、離心率 10^{-2} 、軌道傾斜角 10^{-3}rad を持つ。惑星の近日点かつ昇交点 $(x, y) = (1\text{AU}, 0\text{AU})$ の位置で衝突が起こり、惑星から見て中心星と反対方向 (L2 側) に惑星表面からコーン状に破片が放出し、その速度は惑星から距離が離れるにつれて速くなると仮定した (脱出速度 v_{esc} の $1.0 - 1.1$ 倍)。破片を等質量のトレーサー 1000 個で代表させ、中心星周りのケプラー運動、惑星とトレーサーの重力相互作用、トレーサー同士の衝突破壊を、ハイブリッドコードを用いて 1000 年分計算を行った (図 1)。円盤の内側にいくほど、軌道周期が短く、相対速度は速くなり、また面密度が大きい。これらはどれも衝突破壊による質量減少の効果を大きくするため、内側の軌道のトレーサーほど減っている。衝突カスケードが起こると破片のサイズ分布は決まるため、破片の総質量と破片からの赤外線フラックスの放出量は比例関係になる。つまり、図 1 の質量分布を明るさの空間分布として見ることもできる。巨大衝突が起こってから 1000 年ほど経つと、内側ほど暗くなり、外側ほど明るいような分布になると予想できる。この結果は、これまでの研究でなされていた一様な破片の分布からは得られなかった結果である。

今後はこのハイブリッドコードを用いて、複数の原始惑星が存在し、巨大衝突が起こるたびに破片を放出するような計算を長時間行うことで、暖かいデブリ円盤の進化について詳しく調べたい。

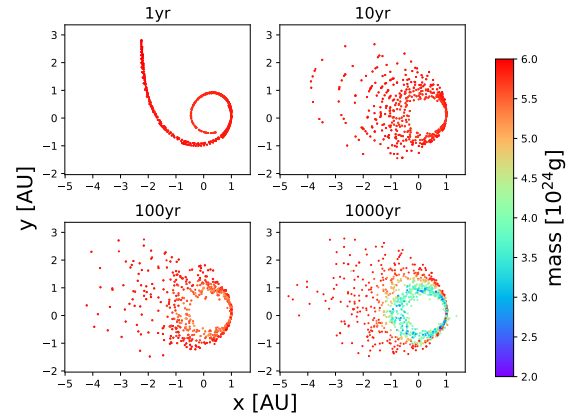


図 1: 破片の軌道と質量の時間変化。トレーサーの位置を x, y 平面に射影し、各点の色で質量を表した。破壊計算では $\delta r = 0.01\text{AU}$, $\delta \theta = \pi/2$ で固定した。

謝辞

本研究を行うにあたり、様々なご指導を頂きました小林浩氏に深く感謝いたします。

参考文献

- Aarseth, S. J. 1985, in Multiple Time Scales, ed. J. U. Brackbill and B. I. Cohen (New York:Academic), 377
- Genda, H., Kobayashi, H., & Kokubo, E. 2015, ApJ, 810, 136
- Genda, H., Kokubo, E., & Ida, S. 2012, ApJ, 744, 137
- Jackson, A. P. & Wyatt, M. C. 2012, MNRAS, 425, 657
- Kobayashi, H., & Tanaka, H. 2010, Icarus, 206, 735
- Makino, J. 1991, ApJ, 369, 200
- Makino, J., & Aarseth, S. J. 1992, PASJ, 44, 141
- Morishima, R. 2015, Icarus, 260, 368
- Tanaka, H., Inaba, S., Nakazawa, K. 1996, Icarus, 123, 450