

# 巨大衝突ステージにおける衝突破壊の重要性: $N$ 体計算・統計的手法のハイブリッドコードの開発

磯谷 和秀 (名古屋大学大学院 理学研究科)

## Abstract

太陽系の地球型惑星は、最終段階で火星サイズの原始惑星同士が衝突合体を繰り返し形成される。この巨大衝突ステージにおいて地球や地球-月系が形成される。一方、太陽系外で起こる巨大衝突ステージは、衝突に伴い放出される破片によりデブリ円盤が形成され、観測されている暖かいデブリ円盤 (すなわち地球形成領域のデブリ円盤) を説明することができる (Genda et al. 2015)。巨大衝突ステージに形成されるデブリ円盤について調べるためには、原始惑星の長期的軌道進化と、破壊を扱うことができる計算が必要である。しかし衝突により放出される破片の数は  $10^{35}$  個以上にもなり、 $N$  体計算ではとても扱うことはできない。このような多数の粒子を取り扱うには、一つ一つの粒子を取り扱うのではなく、統計力学に基づいた統計的手法が有効であるが、統計的手法では、破片が重力的に集積する際にサイズ分布が非軸対称になることや、原始惑星による軌道共鳴のような、重力相互作用の取り扱いができない。すなわち  $N$  体計算と統計的手法を同時に用いると、軌道進化と破壊を同時に考慮した計算を行うことができる。そこで本研究では、 $N$  体計算と統計的手法を組み合わせた、衝突破壊を扱うことができるハイブリッドコードの開発を行う。多数の破片を少数のトレーサーと呼ばれるスーパー粒子に近似することで  $N$  体計算のコストを抑える。またそれぞれのトレーサーの周りに扇形領域 (Morishima 2015) を考え、その領域に入った他のトレーサーを用いて表面数密度と平均相対速度を計算し、破壊による天体の減少 (Kobayashi & Tanaka 2010) を取り扱う。さらに本講演では、ハイブリッドコードにより得られる、巨大衝突ステージにおけるデブリ円盤の明るさの空間分布進化についても議論する。

## 1 Introduction

セクションの名前は章立ての目安ですので適宜変更してください。

時間  $t$  での位置と速度  $(\mathbf{x}_{0,j}, \mathbf{v}_{0,j})$ 、加速度とその時間微分  $(\mathbf{a}_{0,j}, \dot{\mathbf{a}}_{0,j})$  から、時間  $t + \Delta t$  における位置と速度  $(\mathbf{x}_{p,j}, \mathbf{v}_{p,j})$  を次のように予測する。

$$\mathbf{x}_{p,j} = \mathbf{x}_{0,j} + \Delta t \mathbf{v}_{0,j} + \frac{\Delta t^2}{2} \mathbf{a}_{0,j} + \frac{\Delta t^3}{6} \dot{\mathbf{a}}_{0,j} \quad (1)$$

## 2 Methods

本文を記入してください。本文を記入してください。本文を記入してください。本文を記入してください。本文を記入してください。

$$\mathbf{v}_{p,j} = \mathbf{v}_{0,j} + \Delta t \mathbf{a}_{0,j} + \frac{\Delta t^2}{2} \dot{\mathbf{a}}_{0,j} \quad (2)$$

これらを予測子と呼ぶ。この段階では 2 次精度である。次に予測子を使って、時間  $t + \Delta t$  での加速度とその時間微分  $(\mathbf{a}_{1,j}, \dot{\mathbf{a}}_{1,j})$  を次のように求める。

$$\mathbf{a}_{1,j} = - \sum_{k \neq j} G m_k \frac{\mathbf{r}_{jk}}{(r_{jk}^2 + \epsilon^2)^{3/2}} \quad (3)$$

### 2.1 $N$ 体計算

本研究では、以下で述べる 4 次のエルミート法 (Makino & Aarseth 1992) 用いて重力相互作用を取り扱い、さらに独立タイムステップを採用する。

$$\dot{\mathbf{a}}_{1,j} = - \sum_{k \neq j} G m_k \left[ \frac{\mathbf{v}_{jk}}{(r_{jk}^2 + \epsilon^2)^{3/2}} - \frac{3(\mathbf{v}_{jk} \cdot \mathbf{r}_{jk})\mathbf{r}_{jk}}{(r_{jk}^2 + \epsilon^2)^{5/2}} \right] \quad (4)$$

ここで、

$$\mathbf{r}_{jk} = \mathbf{x}_{p,j} - \mathbf{x}_{p,k} \quad (5)$$

$$\mathbf{v}_{jk} = \mathbf{v}_{p,j} - \mathbf{v}_{p,k} \quad (6)$$

であり、 $\epsilon$  は計算上の発散を抑えるためのソフトニングパラメータである（本研究では  $\epsilon = 0$ ）。続いて、時間  $t$  から  $t + \Delta t$  間の加速度の時間変化を

$$\mathbf{a}_{1,j} = \mathbf{a}_{0,j} + \Delta t \dot{\mathbf{a}}_{0,j} + \frac{\Delta t^2}{2} \mathbf{a}_{0,j}^{(2)} + \frac{\Delta t^3}{6} \mathbf{a}_{0,j}^{(3)} \quad (7)$$

$$\dot{\mathbf{a}}_{1,j} = \dot{\mathbf{a}}_{0,j} + \Delta t \mathbf{a}_{0,j}^{(2)} + \frac{\Delta t^2}{2} \mathbf{a}_{0,j}^{(3)} \quad (8)$$

のような 3 次の補間多項式で近似する。ここで、 $\mathbf{a}_{0,j}^{(2)}, \mathbf{a}_{0,j}^{(3)}$  は時間  $t$  における加速度の 2 階と 3 階の時間導関数であり、エルミート補間より

$$\mathbf{a}_{0,j}^{(2)} = \frac{-6(\mathbf{a}_{0,j} - \mathbf{a}_{1,j}) - \Delta t(4\dot{\mathbf{a}}_{0,j} + 2\dot{\mathbf{a}}_{1,j})}{\Delta t^2} \quad (9)$$

$$\mathbf{a}_{0,j}^{(3)} = \frac{12(\mathbf{a}_{0,j} - \mathbf{a}_{1,j}) + 6\Delta t(\dot{\mathbf{a}}_{0,j} + \dot{\mathbf{a}}_{1,j})}{\Delta t^3} \quad (10)$$

となる。そして、この  $\mathbf{a}_{0,j}^{(2)}, \mathbf{a}_{0,j}^{(3)}$  を使って、位置と速度の予測子を以下のように修正する。

$$\mathbf{x}_{c,j} = \mathbf{x}_{p,j} + \frac{\Delta t^4}{24} \mathbf{a}_{0,j}^{(2)} + \frac{\Delta t^5}{120} \mathbf{a}_{0,j}^{(3)} \quad (11)$$

$$\mathbf{v}_{c,j} = \mathbf{v}_{p,j} + \frac{\Delta t^3}{6} \mathbf{a}_{0,j}^{(2)} + \frac{\Delta t^4}{24} \mathbf{a}_{0,j}^{(3)} \quad (12)$$

これらを修正子と呼ぶ。修正子を使って新たな加速度とその時間微分 ( $\mathbf{a}_{1,j}^{\text{new}}, \dot{\mathbf{a}}_{1,j}^{\text{new}}$ ) を計算する。これらは、式 (7)、式 (8) で、

$$\mathbf{r}_{jk} = \mathbf{x}_{c,j} - \mathbf{x}_{c,k} \quad (13)$$

$$\mathbf{v}_{jk} = \mathbf{v}_{c,j} - \mathbf{v}_{c,k} \quad (14)$$

とすれば求まる。必要な回数だけ修正を繰り返す。最後の  $\mathbf{a}_{1,j}^{\text{new}}, \dot{\mathbf{a}}_{1,j}^{\text{new}}$  を次のステップのための  $\mathbf{a}_{0,j}, \dot{\mathbf{a}}_{0,j}$  に更新する。

独立タイムステップでは、粒子  $j$  ごとに別々の時間  $t_j$  とタイムステップ  $\Delta t_j$  をもち、別々に時間発展する。まず、タイムステップの計算には以下の表式を用いる (Aarseth 1985)。これは 4 次スキームでは非常に効率が良いことが分かっている (Makino 1991)。

$$\Delta t_j = \sqrt{\eta \frac{|\mathbf{a}_{1,j}| |\mathbf{a}_{1,j}^{(2)}| + |\dot{\mathbf{a}}_{1,j}|^2}{|\dot{\mathbf{a}}_{1,j}| |\mathbf{a}_{1,j}^{(3)}| + |\mathbf{a}_{1,j}^{(2)}|^2}} \quad (15)$$

ここで、 $\eta$  は積分の精度を決めるパラメータである。また  $\mathbf{a}_{1,j}^{(2)} = \mathbf{a}_{0,j}^{(2)} + \mathbf{a}_{0,j}^{(3)} \Delta t, \mathbf{a}_{1,j}^{(3)} = \mathbf{a}_{0,j}^{(3)}$  と見積もる。系全体の時間  $t_{\text{sys}}$  は、 $t_j + \Delta t_j$  が最小になる粒子  $j_{\text{sys}}$  と共に進める。そして  $t_{\text{sys}}$  における全ての予測子を計算し、 $j_{\text{sys}}$  のみ修正をし、 $t_{j_{\text{sys}}}$  のみ  $\Delta t_{j_{\text{sys}}}$  だけ時間を進める。これを繰り返して時間発展させる。

## 2.2 統計的手法

衝突破壊の際に放出される破片の数は  $10^{35}$  個以上にもなり、個々の破片を  $N$  体計算で扱うことは計算コスト的に非常に困難である。そこで本研究では、ほぼ同じ軌道上を運動する複数の破片を 1 つの粒子（トレーサーと呼ぶ）として表現するスーパー粒子近似を用いる。また、破片同士の破壊が次々に起こり「衝突カスケード」が形成されると、定常な負の質量フラックスが生まれる (Tanaka et al. 1996)。質量フラックスと破壊のタイムスケールについての解析解 (Kobayashi & Tanaka 2010) と、トレーサーの周囲に扇形領域 (Morishima 2015) を形成し、その領域内で面密度と平均相対速度を求めることにより、 $\mu\text{m}$  サイズとなった破片がどの程度トレーサーから出て行くかを計算することができる。以下で詳しく説明する。

トレーサーの中には様々な質量をもった破片が存在し、質量  $m$  から  $m + dm$  の範囲における破片の質量分布  $n(m)dm$  が

$$n(m)dm = m^{-b}dm \quad (16)$$

のようにべき  $b$  (無次元パラメータ) で表現でき、破片の面数密度  $n_s(m)dm$  が

$$n_s(m)dm = A m^{-\alpha}dm \quad (17)$$

のように係数  $A$  とべき  $\alpha$  (無次元パラメータ) で表現できると仮定する。さらに  $m$  を横切る質量フラックスを  $F(m)$  とおく。また、衝突される天体の質量  $m_1$ 、衝突時に放出された破片の総質量  $m_e$ 、そして破片の最大質量  $m_L$  の関係が、

$$m_e = \frac{\phi}{1 + \phi} m_1 \quad (18)$$

$$m_L = \frac{\epsilon}{1 + \phi} m_e = \frac{\epsilon \phi}{(1 + \phi)^2} m_1 \quad (19)$$

のように与えられるモデルの場合を仮定する。ここで、係数  $\epsilon$  は無次元パラメータである。これらは臨界エネルギー  $Q_D^*$  で規格化した衝突エネルギー  $\phi$  のみの関数となっている。衝突する天体の質量  $m_2$ 、 $m_1$  と  $m_2$  の衝突速度  $v$  を用いると、

$$\phi = \frac{v^2}{2Q_D^*} \frac{m_2/m_1}{1 + m_2/m_1} \quad (20)$$

のように定義される。

$v^2/Q_D^*$  が質量に依存しないとき、すなわち破壊のモデルが自己相似の場合、 $F(m)$  が定常となる条件は

$$\alpha = \frac{11}{6} \quad (21)$$

である (Tanaka et al. 1996)。

一方、 $v(m)^2/Q_D^*(m) \propto m^p$  のように質量に依存するとき、すなわち破壊のモデルが非自己相似の場合、 $F(m)$  が定常となる条件は

$$\alpha = \frac{11 + 3p}{6 + 3p} \quad (22)$$

である (Kobayashi & Tanaka 2010)。

### 3 Results

本文を記入してください。本文を記入してください。本文を記入してください。本文を記入してください。本文を記入してください。

### 4 Discussion

本文を記入してください。本文を記入してください。本文を記入してください。本文を記入してください。本文を記入してください。

### 5 Conclusion

本文を記入してください。本文を記入してください。本文を記入してください。本文を記入してください。本文を記入してください。

## 6 図の挿入方法

図の挿入方法の簡単な説明です。figure 環境で図を挿入します。[htbp] で図を入れる位置を指定します。例のように同時に書いている場合は h: その場所、t: ページ上部、b: ページ下部、p: 独立したページの順に挿入しようとしています。

`\includegraphics[width=3cm,clip]{pic.eps}` で同じディレクトリにある "pic.eps" という画像ファイルを指定します。オプションで画像の大きさを指定します。

`\figref{ラベル}` でこのように参照できます (例: 図??)。

## 7 表の挿入方法

表の挿入方法の簡単な説明です。table 環境と tabular 環境で表を挿入します。table 環境のオプションで表の位置を決めます。この方法は図の位置と同じです。table 環境の後に列を決めます。`{lcr}` のようにすれば一列目は左寄せ、二列目はセンタリング、三列目は右寄せになります。サンプルでは `{l—c—r}` のようにして列に罫線を入れています。`\hline` を入れることにより行の罫線を入れることができます。

表 1: 表の挿入方法の説明

A	B	C
1A	1B	1C
2A	2B	2C

`\tabref{ラベル}` でこのように参照できます (例: 表??)。

## 8 参考文献の書き方

著者が一人の場合 (?)。

著者が二人の場合 (?)。

著者が三人の場合 (?)。

## Acknowledgement

謝辞がある場合は記入してください。

## Reference

- Genda, H., Kobayashi, H., & Kokubo, E. 2015, ApJ, 810, 136
- Morishima, R. 2015, Icarus, 260, 368
- Kobayashi, H., & Tanaka, H. 2010, Icarus, 206, 735
- Makino, J., & Aarseth, S. J. 1992, PASJ, 44, 141
- Aarseth, S. J. 1985, in Multiple Time Scales, ed. J. U. Brackbill and B. I. Cohen (New York:Academic), 377
- Makino, J. 1991, ApJ, 369, 200
- Tanaka, H., Inaba, S., Nakazawa, K. 1996, Icarus, 123, 450