

巨大衝突ステージにおける衝突破壊の重要性: N 体計算・統計的手法のハイブリッドコードの開発

磯谷 和秀 (名古屋大学大学院 理学研究科)

概要

太陽系の地球型惑星は、最終段階で火星サイズの原始惑星同士が衝突合体を繰り返し形成される。この巨大衝突ステージにおいて地球や地球-月系が形成される。一方、太陽系外で起こる巨大衝突ステージは、衝突に伴い放出される破片によりデブリ円盤が形成され、観測されている暖かいデブリ円盤 (すなわち地球形成領域のデブリ円盤) を説明することができる。巨大衝突ステージに形成されるデブリ円盤について調べるためには、原始惑星の長期的軌道進化と、破壊を扱うことができる計算が必要である。そこで本研究では、 N 体計算と統計的手法を組み合わせた、衝突破壊を扱うことができるハイブリッドコードの開発を行う。さらに本講演では、ハイブリッドコードにより得られる、巨大衝突ステージにおけるデブリ円盤の明るさの空間分布進化についても議論する。

1 背景

太陽系の地球型惑星は、大きく分けて 3 つのステージを経て形成される。まずダストから微惑星が形成、次に微惑星から原始惑星が形成、そして最後に原始惑星から地球型惑星が形成される。この最後の巨大衝突ステージでは原始惑星同士が衝突合体を繰り返しているが、衝突が起きれば自然に破壊も起こり、様々なサイズの破片を放出することが SPH 法によるシミュレーションで明らかになった (e.g., Genda et al. 2015)。この原始惑星同士の巨大衝突による破片が、太陽系外の $10^6 - 10^7$ 歳程度以上の星の周りで観測されている暖かい ($\lesssim 1\text{AU}$) デブリ円盤の起源なのではないかと言われている (e.g., Lisse et al. 2008, 2009)。また、デブリ円盤の中で破片同士の衝突破壊が次々に起こる (衝突カスケード) と、定常な負の質量フラックスが生まれ (e.g., Tanaka et al. 1996)、この質量フラックスの大きさは最大質量破片によって決まる。この衝突カスケードにおいて破片が μm サイズまで小さくなると、ポインティングーロバートソン効果や輻射圧によって系から取り除かれる。このように、巨大衝突ステージにおける衝突破壊は重要であり、また実験室でこの規模の衝突を再現することは極めて困難であるため、この現象を理解するためには、原始惑星の長期的軌道進化と破壊を扱うことができる数値シミュレーションが必要である。しかし衝突により放出される破片の数は 10^{35} 個以上にもなり、 N 体計算ではとても扱うことはできない。このような多数の粒子を取り扱うには、一つ一つの粒

子を取り扱うのではなく、統計力学に基づいた統計的手法が有効であるが、統計的手法では、破片が重力的に集積する際にサイズ分布が非軸対称になることや、原始惑星による軌道共鳴のような、重力相互作用の取り扱いができない。すなわち N 体計算と統計的手法を同時に用いると、軌道進化と破壊を同時に考慮した計算を行うことができる。

そこで本研究では、 N 体計算と統計的手法を組み合わせた、衝突破壊を扱うことができるハイブリッドコードの開発を行う。多数の破片を少数のトレーサーと呼ばれるスーパー粒子に近似することで N 体計算のコストを抑える。またそれぞれのトレーサーの周りに扇形領域 (Morishima 2015) を考え、その領域に入った他のトレーサーを用いて表面数密度と平均相対速度を計算し、破壊による天体の減少 (Kobayashi & Tanaka 2010) を取り扱う。

2 手法

衝突破壊の際に放出される破片の数は 10^{35} 個以上にもなり、個々の破片を N 体計算で扱うことは計算コスト的に非常に困難である。そこで本研究では、ほぼ同じ軌道上を運動する複数の破片を 1 つの粒子 (トレーサーと呼ぶ) として表現するスーパー粒子近似を用いる。また、破片同士の破壊が次々に起こり「衝突カスケード」が形成されると、定常な負の質量フラックスが生まれる (e.g., Tanaka et al. 1996)。質量フラックスと質量減少タイムスケールについての

解析解 (Kobayashi & Tanaka 2010) と、トレーサーの周囲に扇形領域 (Morishima 2015) を形成し、その領域内で面密度と平均相対速度を求めることにより、 μm サイズとなった破片がどの程度トレーサーから出て行くかを計算することができる。以下で詳しく説明する。

2.1 N 体計算

本研究では、以下で述べる 4 次のエルミート法 (Makino & Aarseth 1992) を用いて重力相互作用を取り扱い、さらに独立タイムステップを採用する。

時間 t での位置と速度 ($\mathbf{x}_{0,j}, \mathbf{v}_{0,j}$)、加速度とその時間微分 ($\mathbf{a}_{0,j}, \dot{\mathbf{a}}_{0,j}$) から、時間 $t + \Delta t$ における位置と速度 ($\mathbf{x}_{p,j}, \mathbf{v}_{p,j}$) を次のように予測する。

$$\mathbf{x}_{p,j} = \mathbf{x}_{0,j} + \Delta t \mathbf{v}_{0,j} + \frac{\Delta t^2}{2} \mathbf{a}_{0,j} + \frac{\Delta t^3}{6} \dot{\mathbf{a}}_{0,j} \quad (1)$$

$$\mathbf{v}_{p,j} = \mathbf{v}_{0,j} + \Delta t \mathbf{a}_{0,j} + \frac{\Delta t^2}{2} \dot{\mathbf{a}}_{0,j} \quad (2)$$

これらを予測子と呼ぶ。この段階では 2 次精度である。次に予測子を使って、時間 $t + \Delta t$ での加速度とその時間微分 ($\mathbf{a}_{1,j}, \dot{\mathbf{a}}_{1,j}$) を次のように求める。

$$\mathbf{a}_{1,j} = - \sum_{k \neq j} G m_k \frac{\mathbf{r}_{jk}}{(r_{jk}^2 + \epsilon^2)^{3/2}} \quad (3)$$

$$\dot{\mathbf{a}}_{1,j} = - \sum_{k \neq j} G m_k \left[\frac{\mathbf{v}_{jk}}{(r_{jk}^2 + \epsilon^2)^{3/2}} - \frac{3(\mathbf{v}_{jk} \cdot \mathbf{r}_{jk}) \mathbf{r}_{jk}}{(r_{jk}^2 + \epsilon^2)^{5/2}} \right] \quad (4)$$

ここで、 $\mathbf{r}_{jk} = \mathbf{x}_{p,j} - \mathbf{x}_{p,k}$, $\mathbf{v}_{jk} = \mathbf{v}_{p,j} - \mathbf{v}_{p,k}$ であり、 ϵ は計算上の発散を抑えるためのソフトニングパラメータである (本研究では $\epsilon = 0$)。続いて、時間 t から $t + \Delta t$ 間の加速度の時間変化を

$$\mathbf{a}_{1,j} = \mathbf{a}_{0,j} + \Delta t \dot{\mathbf{a}}_{0,j} + \frac{\Delta t^2}{2} \ddot{\mathbf{a}}_{0,j} + \frac{\Delta t^3}{6} \dddot{\mathbf{a}}_{0,j} \quad (5)$$

$$\dot{\mathbf{a}}_{1,j} = \dot{\mathbf{a}}_{0,j} + \Delta t \ddot{\mathbf{a}}_{0,j} + \frac{\Delta t^2}{2} \dddot{\mathbf{a}}_{0,j} \quad (6)$$

のような 3 次のエルミート補間多項式で近似する。

$\mathbf{a}_{0,j}^{(2)}, \mathbf{a}_{0,j}^{(3)}$ について解くと、

$$\mathbf{a}_{0,j}^{(2)} = \frac{-6(\mathbf{a}_{0,j} - \mathbf{a}_{1,j}) - \Delta t(4\dot{\mathbf{a}}_{0,j} + 2\dot{\mathbf{a}}_{1,j})}{\Delta t^2} \quad (7)$$

$$\mathbf{a}_{0,j}^{(3)} = \frac{12(\mathbf{a}_{0,j} - \mathbf{a}_{1,j}) + 6\Delta t(\dot{\mathbf{a}}_{0,j} + \dot{\mathbf{a}}_{1,j})}{\Delta t^3} \quad (8)$$

となる。そして、この $\mathbf{a}_{0,j}^{(2)}, \mathbf{a}_{0,j}^{(3)}$ を使って、位置と速

度の予測子を以下のように修正する。

$$\mathbf{x}_{c,j} = \mathbf{x}_{p,j} + \frac{\Delta t^4}{24} \mathbf{a}_{0,j}^{(2)} + \frac{\Delta t^5}{120} \mathbf{a}_{0,j}^{(3)} \quad (9)$$

$$\mathbf{v}_{c,j} = \mathbf{v}_{p,j} + \frac{\Delta t^3}{6} \mathbf{a}_{0,j}^{(2)} + \frac{\Delta t^4}{24} \mathbf{a}_{0,j}^{(3)} \quad (10)$$

これらを修正子と呼ぶ。修正子を使って新たな加速度とその時間微分 ($\mathbf{a}_{1,j}^{\text{new}}, \dot{\mathbf{a}}_{1,j}^{\text{new}}$) を計算する。これらは、式 (3)、式 (4) で、 $\mathbf{r}_{jk} = \mathbf{x}_{c,j} - \mathbf{x}_{c,k}$, $\mathbf{v}_{jk} = \mathbf{v}_{c,j} - \mathbf{v}_{c,k}$ とすれば求まる。必要な回数だけ修正を繰り返す。

独立タイムステップでは、粒子 j ごとに別々の時間 t_j とタイムステップ Δt_j をもち、別々に時間発展する。タイムステップの計算には以下の表式を用いる (Aarseth 1985)。

$$\Delta t_j = \sqrt{\eta \frac{|\mathbf{a}_{1,j}| |\mathbf{a}_{1,j}^{(2)}| + |\dot{\mathbf{a}}_{1,j}|^2}{|\dot{\mathbf{a}}_{1,j}| |\mathbf{a}_{1,j}^{(3)}| + |\mathbf{a}_{1,j}^{(2)}|^2}} \quad (11)$$

これは 4 次スキームでは非常に効率が良いことが分かっている (Makino 1991)。ここで、 η は積分の精度を決めるパラメータである。また $\mathbf{a}_{1,j}^{(2)} = \mathbf{a}_{0,j}^{(2)} + \mathbf{a}_{0,j}^{(3)} \Delta t$, $\mathbf{a}_{1,j}^{(3)} = \mathbf{a}_{0,j}^{(3)}$ と見積もる。系全体の時間 t_{sys} は、 $t_j + \Delta t_j$ が最小になる粒子 j_{sys} を探し、 j_{sys} と共に進める。そして t_{sys} における全ての予測子を計算し、 j_{sys} のみ修正をし、 $t_{j_{\text{sys}}}$ のみ $\Delta t_{j_{\text{sys}}}$ だけ時間を進める。これを繰り返して時間発展させる。

2.2 統計的手法

破片の最大質量を m_{max} 、最小質量を m_{min} とおくと、 $F(m)$ が定常ということは $F(m_{\text{min}}) = F(m_{\text{max}})$ である。すなわちトレーサー内の質量減少を $F(m_{\text{max}})$ で計算することができる。質量フラックスの解析解は

$$F(m_{\text{max}}) = - \frac{(2 - \alpha)^2}{m_{\text{max}}^{1/3}} \Sigma^2 \Omega_K h_0 \left(\frac{v(m_{\text{max}})^2}{2Q_D^*(m_{\text{max}})} \right)^{\alpha-1} \times \left[\left(-\ln \epsilon + \frac{1}{2-b} \right) s_1 + s_2 + s_3 \right] \quad (12)$$

で与えられる。ここで、 b, ϵ は無次元パラメータ、 h_0, s_1, s_2, s_3 は定数、 Σ は破片の面密度、 Ω_K はケプラー角速度、 v は衝突速度、 Q_D^* は臨界エネルギー、そして α は破片の面数密度のべき ($n_s(m) dm \propto m^{-\alpha} dm$) である。 $v(m)^2 / Q_D^*(m) \propto m^p$ のように質量に依存するとき、すなわち破壊のモデルが非自己

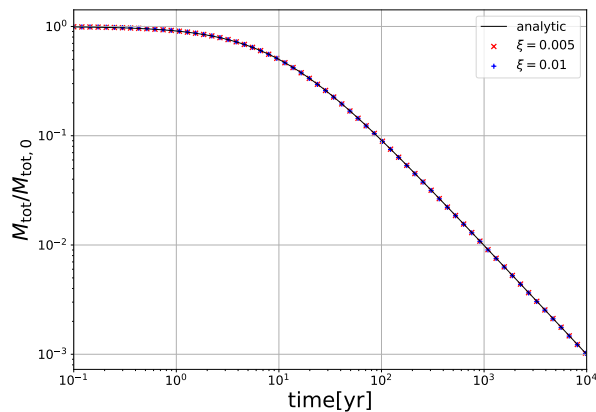
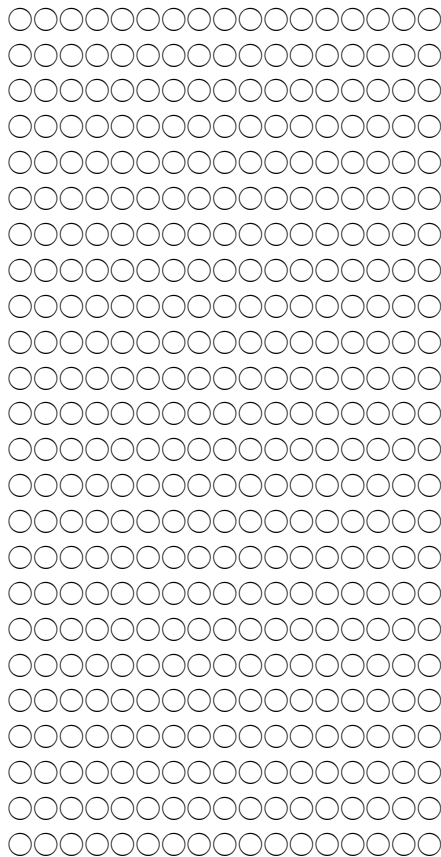


図 2: 微惑星円盤の総質量の時間進化。解析解とほとんど一致している。



謝辞

本研究を行うにあたり、様々なご指導を頂きました小林浩氏に深く感謝いたします。

参考文献

- Aarseth, S. J. 1985, in Multiple Time Scales, ed. J. U. Brackbill and B. I. Cohen (New York:Academic), 377
- Genda, H., Kobayashi, H., & Kokubo, E. 2015, ApJ, 810, 136
- Kobayashi, H., & Tanaka, H. 2010, Icarus, 206, 735
- Lisse, C. M., Chen, C. H., Wyatt, M. C. & Morlok, A. 2008, ApJ, 673, 1106
- Lisse, C. M., Chen, C. H., Wyatt, M. C., Morlok, A., Song, I., Bryden, G. & Sheeham, P. 2009, ApJ, 791, 2019
- Makino, J. 1991, ApJ, 369, 200
- Makino, J., & Aarseth, S. J. 1992, PASJ, 44, 141
- Morishima, R. 2015, Icarus, 260, 368
- Ohtsuki, K., Stewart, G. R., & Ida, S. 2002, Icarus, 155, 436
- Tanaka, H., Inaba, S., Nakazawa, K. 1996, Icarus, 123, 450