

# 巨大衝突ステージにおける惑星-微惑星間の力学的摩擦と微惑星間の衝突・破壊の関係

磯谷 和秀 (名古屋大学大学院 理学研究科)

## Abstract

太陽系の地球型惑星は、最終段階で火星サイズの原始惑星同士が衝突合体を繰り返し形成されたと考えられており、この進化段階は巨大衝突ステージと呼ばれる。巨大衝突ステージを模擬し原始惑星の  $N$  体計算を行うと、合体成長を繰り返し数億年程度で現在の太陽系の地球型惑星のようないくつかの地球質量の惑星が形成される。しかし、原始惑星同士が軌道交差を起こすほど軌道が歪んだ状態で衝突合体が起きるため、最終的に形成される地球型惑星の離心率 ( $\sim 0.1$ ) は、現在の太陽系の地球型惑星の離心率 ( $\sim 0.01$ ) を説明できない。これに関する現在の惑星形成論の理解では、地球型惑星が形成された後に残存する微惑星との力学的摩擦によって地球型惑星の離心率が下げられるという説が有力である。ところが、この力学的摩擦によって微惑星の離心率が上がるため、微惑星同士の破壊的な衝突が起きるほど相対速度は速くなり、この破壊現象によって微惑星円盤の面密度は減少していく。微惑星の面密度減少によって力学的摩擦の効率が下がるため、本当に地球型惑星の離心率を下げるのが可能なのかという問題が残る。この問題を調べるためには、長期的軌道進化と破壊を扱うことができる計算が必要である。しかし破壊によって生じる様々なサイズの微惑星は  $10^{35}$  個以上にもなり、 $N$  体計算ではとても扱うことはできない。このような多数の粒子を取り扱うには統計力学に基づいた統計的手法が有効であるが、統計的手法では重力相互作用の取り扱いができない。すなわち  $N$  体計算と統計的手法を同時に用いると、軌道進化と破壊を同時に考慮した計算を行うことができる。そこで本研究では、 $N$  体計算と統計的手法を組み合わせた、衝突破壊を扱うことができるハイブリッドコードを開発した。さらに本講演では、このコードにより得られた、巨大衝突ステージにおける力学的摩擦と破壊現象の関係についても議論する。

## 1 背景

太陽系の地球型惑星は、大きく分けて 3 つのステージを経て形成される。まずダストから微惑星が形成、次に微惑星から原始惑星が形成、そして最後に原始惑星から地球型惑星が形成される。

この最後の巨大衝突ステージでは原始惑星同士が衝突合体を繰り返しているが、衝突が起きれば自然に破壊も起こり、原始惑星の 10% 程度の破片を放出することが SPH 法によるシミュレーションで明らかになった (Genda et al. 2012)。破片の総質量は原始惑星に比べ小さいが、破片の表面積は大きいため大きな熱輻射を出す。一方、破片同士の更なる衝突破壊により  $\mu\text{m}$  サイズより小さくなった破片は中心星の輻射圧により吹き飛ばされる。これにより破片は消失するが、繰り返し起こる巨大衝突により破片の量

が維持され、この熱輻射が太陽系外の  $10^6 - 10^7$  歳程度以上の星の周りで観測されている暖かい ( $\lesssim 1\text{AU}$ ) デブリ円盤による赤外超過を説明することができる (Genda et al. 2015)。そのため、暖かいデブリ円盤が観測されている恒星の周りでは、巨大衝突ステージを経験した原始惑星や地球型惑星が存在する可能性がある。

デブリ円盤の中では破片同士の衝突破壊が次々に起こる (衝突カスケード) が、そのなかでも小さな破片は数が多く衝突が頻繁に起きており、破壊のタイムスケールが短い。破片が  $\mu\text{m}$  サイズまで小さくなると、上述のように系から速やかに取り除かれるため、破片の総質量は減少していく。その結果、破片の質量分布は形を変えないまま総質量が減少する (e.g., Tanaka et al. 1996)。このとき、一度の巨大衝突で放出される破片の減少のタイムスケールは最大放出破

片が破片間の衝突によって壊れるタイムスケールになるため、放出破片の総質量の減少は比較的簡単に解析的に表現できる (Kobayashi & Tanaka 2010)。

一方、巨大衝突により放出される破片は小惑星のファミリーのように似た軌道を持ち、その後惑星の摂動により惑星の周りで均一な分布へと長い時間をかけ進化していく (Jackson & Wyatt 2012)。衝突カスケードによる破片の総質量の減少の解析解は均一な分布にのみ適用可能なため、破片放出後の偏った軌道分布を持つ破片の衝突進化には適用できない。そのため、破壊を考慮した  $N$  体シミュレーションが必要である。

しかし衝突により放出される破片の数は  $10^{35}$  個以上にもなり、 $N$  体計算ではこれら全ての破片をとて扱うことはできない。このような多数の粒子を取り扱うには、一つ一つの粒子を取り扱うのではなく、統計力学に基づいた統計的手法が有効であるが、統計的手法では、破片が重力的に集積する際にサイズ分布が非軸対称になることや、原始惑星による軌道共鳴のような、重力相互作用の取り扱いができない。すなわち  $N$  体計算と統計的手法を同時に用いると、軌道進化と破壊を同時に考慮した計算を行うことができる。

そこで本研究では、 $N$  体計算と統計的手法を組み合わせた、衝突破壊を扱うことができるハイブリッドコードの開発を行う。2 節ではこのハイブリッドコードの計算手法について説明し、解析解のある問題で解析解を正しく再現できることを示す。また、3 節ではこのコードを使い、巨大衝突により放出された破片の進化を計算した結果を示す。これにより発見したことについても議論する。

## 2 手法

衝突破壊の際に放出される破片の数は  $10^{35}$  個以上にもなり、個々の破片を  $N$  体計算で扱うことは計算コスト的に非常に困難である。そこで本研究では、ほぼ同じ軌道上を運動する複数の破片を 1 つの粒子 (トレーサーと呼ぶ) として表現するスーパー粒子近似を用いる。1 つのトレーサー内に存在する様々な破片は、同じトレーサーや他のトレーサーの破片と

衝突を繰り返し、小さな破片となっていく。破片は  $1\mu\text{m}$  程度になると中心星の輻射圧により吹き飛ばされ、系から取り除かれる。このような衝突の繰り返しによる衝突カスケードと輻射圧による吹き飛ばしが起こると破片の総質量は減少していく。減少率は、破片の面密度と破片間の衝突速度の関数で与えられる (Kobayashi & Tanaka 2010)。トレーサーの軌道分布からこれらを導出し、軌道進化と衝突進化を同時に解く方法をこの節で説明する。

### 2.1 $N$ 体計算

本研究では、以下で述べる 4 次のエルミート法 (Makino & Aarseth 1992) 用いて計算を行う。

時間  $t$  での位置と速度  $(\mathbf{x}_{0,j}, \mathbf{v}_{0,j})$ 、加速度とその時間微分  $(\mathbf{a}_{0,j}, \dot{\mathbf{a}}_{0,j})$  から、時間  $t + \Delta t$  における位置と速度  $(\mathbf{x}_{p,j}, \mathbf{v}_{p,j})$  を次のように予測する。

$$\mathbf{x}_{p,j} = \mathbf{x}_{0,j} + \Delta t \mathbf{v}_{0,j} + \frac{\Delta t^2}{2} \mathbf{a}_{0,j} + \frac{\Delta t^3}{6} \dot{\mathbf{a}}_{0,j}, \quad (1)$$

$$\mathbf{v}_{p,j} = \mathbf{v}_{0,j} + \Delta t \mathbf{a}_{0,j} + \frac{\Delta t^2}{2} \dot{\mathbf{a}}_{0,j}. \quad (2)$$

これらを予測子と呼ぶ。この段階では 2 次精度である。次に予測子を使って、時間  $t + \Delta t$  での加速度とその時間微分  $(\mathbf{a}_{1,j}, \dot{\mathbf{a}}_{1,j})$  を次のように求める。

$$\mathbf{a}_{1,j} = - \sum_{k \neq j} G m_k \frac{\mathbf{r}_{jk}}{(r_{jk}^2 + \epsilon^2)^{3/2}}, \quad (3)$$

$$\dot{\mathbf{a}}_{1,j} = - \sum_{k \neq j} G m_k \left[ \frac{\mathbf{v}_{jk}}{(r_{jk}^2 + \epsilon^2)^{3/2}} - \frac{3(\mathbf{v}_{jk} \cdot \mathbf{r}_{jk})\mathbf{r}_{jk}}{(r_{jk}^2 + \epsilon^2)^{5/2}} \right]. \quad (4)$$

ここで、 $\mathbf{r}_{jk} = \mathbf{x}_{p,j} - \mathbf{x}_{p,k}$ ,  $\mathbf{v}_{jk} = \mathbf{v}_{p,j} - \mathbf{v}_{p,k}$  であり、 $\epsilon$  は計算上の発散を抑えるためのソフトニングパラメータである (本研究では  $\epsilon = 0$ )。続いて、時間  $t$  から  $t + \Delta t$  間の加速度の時間変化を、

$$\mathbf{a}_{1,j} = \mathbf{a}_{0,j} + \Delta t \dot{\mathbf{a}}_{0,j} + \frac{\Delta t^2}{2} \mathbf{a}_{0,j}^{(2)} + \frac{\Delta t^3}{6} \mathbf{a}_{0,j}^{(3)}, \quad (5)$$

$$\dot{\mathbf{a}}_{1,j} = \dot{\mathbf{a}}_{0,j} + \Delta t \mathbf{a}_{0,j}^{(2)} + \frac{\Delta t^2}{2} \mathbf{a}_{0,j}^{(3)} \quad (6)$$

のような 3 次のエルミート補間多項式で近似する。ここで、 $\mathbf{a}_{0,j}^{(2)}, \mathbf{a}_{0,j}^{(3)}$  は時間  $t$  における加速度の 2 階と

3 階の時間導関数であり、 $\mathbf{a}_{0,j}^{(2)}, \mathbf{a}_{0,j}^{(3)}$  について解くと、

$$\mathbf{a}_{0,j}^{(2)} = \frac{-6(\mathbf{a}_{0,j} - \mathbf{a}_{1,j}) - \Delta t(4\dot{\mathbf{a}}_{0,j} + 2\dot{\mathbf{a}}_{1,j})}{\Delta t^2}, \quad (7)$$

$$\mathbf{a}_{0,j}^{(3)} = \frac{12(\mathbf{a}_{0,j} - \mathbf{a}_{1,j}) + 6\Delta t(\dot{\mathbf{a}}_{0,j} + \dot{\mathbf{a}}_{1,j})}{\Delta t^3} \quad (8)$$

となる。そして、この  $\mathbf{a}_{0,j}^{(2)}, \mathbf{a}_{0,j}^{(3)}$  を使って、位置と速度の予測子を以下のように修正する。

$$\mathbf{x}_{c,j} = \mathbf{x}_{p,j} + \frac{\Delta t^4}{24} \mathbf{a}_{0,j}^{(2)} + \frac{\Delta t^5}{120} \mathbf{a}_{0,j}^{(3)}, \quad (9)$$

$$\mathbf{v}_{c,j} = \mathbf{v}_{p,j} + \frac{\Delta t^3}{6} \mathbf{a}_{0,j}^{(2)} + \frac{\Delta t^4}{24} \mathbf{a}_{0,j}^{(3)}. \quad (10)$$

これらを修正子と呼ぶ。修正子を使って新たな加速度とその時間微分 ( $\mathbf{a}_{1,j}^{\text{new}}, \dot{\mathbf{a}}_{1,j}^{\text{new}}$ ) を計算する。これらは、式 (3)、式 (4) で、 $\mathbf{r}_{jk} = \mathbf{x}_{c,j} - \mathbf{x}_{c,k}, \mathbf{v}_{jk} = \mathbf{v}_{c,j} - \mathbf{v}_{c,k}$  とすれば求まる。必要な回数だけ修正を繰り返す。

独立タイムステップは、粒子  $j$  ごとに別々の時間  $t_j$  とタイムステップ  $\Delta t_j$  をもち、別々に時間発展する。タイムステップの計算には以下の表式を用いる (Aarseth 1985)。

$$\Delta t_j = \sqrt{\eta \frac{|\mathbf{a}_{1,j}| |\mathbf{a}_{1,j}^{(2)}| + |\dot{\mathbf{a}}_{1,j}|^2}{|\dot{\mathbf{a}}_{1,j}| |\mathbf{a}_{1,j}^{(3)}| + |\mathbf{a}_{1,j}^{(2)}|^2}}. \quad (11)$$

これは 4 次スキームでは非常に効率が良いことが分かっている (Makino 1991)。ここで、 $\eta$  は積分の精度を決めるパラメータである。また  $\mathbf{a}_{1,j}^{(2)} = \mathbf{a}_{0,j}^{(2)} + \mathbf{a}_{0,j}^{(3)} \Delta t, \mathbf{a}_{1,j}^{(3)} = \mathbf{a}_{0,j}^{(3)}$  と見積もる。系全体の時間  $t_{\text{sys}}$  は、 $t_j + \Delta t_j$  が最小になる粒子  $j_{\text{sys}}$  を探し、 $j_{\text{sys}}$  と共に進める。そして  $t_{\text{sys}}$  における全ての予測子を計算し、 $j_{\text{sys}}$  のみ修正をし、 $t_{j_{\text{sys}}}$  のみ  $\Delta t_{j_{\text{sys}}}$  だけ時間を進める。これを繰り返して時間発展させる。

## 2.2 統計的手法

破片の集団が存在している時、その面密度  $\Sigma$  と相対速度  $v$  が決まると、破片の面密度の変化率は以下のように与えられる (Kobayashi & Tanaka 2010)。

$$\frac{d\Sigma}{dt} = -\frac{(2-\alpha)^2}{m_{\text{max}}^{1/3}} \Sigma^2 \Omega_K h_0 \left( \frac{v(m_{\text{max}})^2}{2Q_D^*(m_{\text{max}})} \right)^{\alpha-1} \times \left[ \left( -\ln \epsilon + \frac{1}{2-b} \right) s_1 + s_2 + s_3 \right]. \quad (12)$$

ここで、 $b, \epsilon$  は無次元パラメータ、 $h_0, s_1, s_2, s_3$  は定数、 $\Omega_K$  はケプラー角速度、 $Q_D^*$  は臨界エネルギー、そして  $\alpha$  は破片の面数密度のべき ( $n_s(m) dm \propto m^{-\alpha} dm$ ) である。 $v(m)^2 / Q_D^*(m) \propto m^p$  のように質量に依存するとき、すなわち破壊のモデルが非自己相似の場合、定常衝突カスケードにおいて、 $\alpha$  は以下のように与えられる (Kobayashi & Tanaka 2010)。

$$\alpha = \frac{11+3p}{6+3p}. \quad (13)$$

各トレーサーが持つ破片の質量の減少率を計算するためには、トレーサーの周囲の破片の面密度とトレーサーに内在する破片と他の破片の衝突速度を求める必要がある。そこで、まずトレーサー  $i$  の位置を 2 次元極座標  $(r_i, \theta_i)$  に射影し、動径方向に  $r_i \pm \delta r$ 、方位角方向に  $\theta_i \pm \delta \theta$  の広がりをもった扇形領域  $i$  を形成する。この領域  $i$  に入っている他のトレーサーを  $j$  とし、 $j$  の総数を  $N$  とする。面密度は  $i$  自身と  $j$  の質量の総和を領域  $i$  の面積で割り、

$$\Sigma_i = \frac{m_i + \sum_j^N m_j}{4r_i \delta r \delta \theta} \quad (14)$$

のように計算する。次にトレーサー  $i$  と  $j$  の相対速度は、ランダム速度  $\sqrt{e_{i,j}^2 + i_{i,j}^2} v_{K,i}$  で近似する。ここで、 $e_{i,j}$  と  $i_{i,j}$  はそれぞれ相対離心率と相対軌道傾斜角を表し、

$$e_{i,j}^2 = e_i^2 + e_j^2 - 2e_i e_j \cos(\varpi_i - \varpi_j), \quad (15)$$

$$i_{i,j}^2 = i_i^2 + i_j^2 - 2i_i i_j \cos(\Omega_i - \Omega_j) \quad (16)$$

のように定義される。ここで、 $\varpi$  は近点経度、 $\Omega$  は昇交点経度である。 $v_{K,i}$  は  $i$  のケプラー速度である。そして  $j$  について平均をとり、平均相対速度を衝突速度だとみなす。

$$v_i = \frac{\sum_j^N \sqrt{e_{i,j}^2 + i_{i,j}^2} v_{K,i}}{N}. \quad (17)$$

トレーサー  $i$  の質量変化は、

$$m_i(t_{\text{frag},i} + \Delta t_{\text{frag},i}) = \frac{m_i(t_{\text{frag},i})}{1 + \Delta t_{\text{frag},i} / \tau_{\text{dep},i}} \quad (18)$$

のように計算する。ここで、 $\tau_{\text{dep}}$  は以下の式で定義され、式 (12) を用いて値は求められる。

$$\tau_{\text{dep}} = \frac{\Sigma}{|d\Sigma/dt|}. \quad (19)$$

統計的手法のタイムステップ  $\Delta t_{\text{frag},i}$  の取り方は、質量減少タイムスケール  $\tau_{\text{dep},i}$  を基準にして、 $\Delta t_{\text{frag},i}/\tau_{\text{dep},i} = \xi \ll 1$  とする。そして  $N$  体計算では独立タイムステップを用いているため、トレーサー  $i$  の  $N$  体計算の時間  $t_i$  が統計的手法の時間  $t_{\text{frag},i}$  を上回ったときにトレーサー  $i$  の質量を減少させ、 $t_{\text{frag},i} \rightarrow t_{\text{frag},i} + \Delta t_{\text{frag},i}$  に更新する。

## 謝辞

## 参考文献

- Aarseth, S. J. 1985, in Multiple Time Scales, ed. J. U. Brackbill and B. I. Cohen (New York:Academic), 377
- Genda, H., Kobayashi, H., & Kokubo, E. 2015, ApJ, 810, 136
- Genda, H., Kokubo, E., & Ida, S. 2012, ApJ, 744, 137
- Jackson, A. P. & Wyatt, M. C. 2012, MNRAS, 425, 657
- Kobayashi, H., & Tanaka, H. 2010, Icarus, 206, 735
- Kokubo, E., Kominami, J., & Ida, S. 2006, ApJ, 642, 1131
- Makino, J. 1991, ApJ, 369, 200
- Makino, J., & Aarseth, S. J. 1992, PASJ, 44, 141
- Morishima, R., Stadel, J., & Moore, B. 2010, Icarus, 207, 517
- Morishima, R. 2015, Icarus, 260, 368
- Tanaka, H., Inaba, S., Nakazawa, K. 1996, Icarus, 123, 450