数理科学広域演習 IV レポート

高橋 和音 *

2016 年 10 月 31 日

概要

要約

1 はじめに

2 行動

ToDo:論理学の用語がほとんどわからないので少し調べる。$R = 14$ とする。二重否定則を採用する。無限は絡まないので選択公理等はどうでもいいはず。

補題 2.1. a, b, c を真か偽かの変数とする。以下が成立する。

$$(a \wedge b) \vee c = (a \vee c) \wedge (b \vee c).$$

証明. もっとかっこいい方法があるかもしれないが、私は (a, b, c) の真偽 8 パターンを確かめた。a が真のときと $(a, b, c) = (\text{偽}, \text{真}, \text{真})$ のときは両辺真、残りは偽である。 ■

系 2.2. a, b, c を真か偽かの変数とする。以下が成立する。

$$a \Rightarrow b = (\neg a \vee b).$$

証明. $a \Rightarrow b$ は $\neg a \vee (a \wedge b)$ と同値である。あとは補題 2.1 を用いると、次式がしたがう。

$$\neg a \vee (a \wedge b) = (\neg a \vee a) \wedge (\neg a \vee b) = (\neg a \vee b).$$ ■

記号 2.3. $0 \leq i, j \leq R$ とする。s_{ij} を「i 行 j 列が行動開始地点ならば真、そうでないならば偽」とする。e_{ij} を「i 行 j 列が行動終了地点ならば真、そうでないならば偽」とする。

まず、ごく当然なことだが、2 つ以上のマスが行動開始地点であってはならない。このことは SAT Solver に明示的に入力される必要がある。つまり、全ての $(i, j) \neq (k, l)$ に対し、$\neg(s_{ij} \wedge s_{kl})$ である。

* 東京大学大学院 数理科学研究科 数理科学専攻 博士後期課程 2 年。Email: kazune@ms.u-tokyo.ac.jp

すなわち、

$$(\mathrm{Forbid})_s = \bigwedge_{i=0}^{R} \bigwedge_{j=0}^{R} \neg(s_{ij} \wedge s_{kl})$$

である。これを SAT の入力に合うように変形すると、

$$(\mathrm{Forbid})_s = \bigwedge_{i=0}^{R} \bigwedge_{j=0}^{R} (\neg s_{ij} \vee \neg s_{kl})$$

である。これは e も同様である。すなわち、

$$(\mathrm{Forbid})_e = \bigwedge_{i=0}^{R} \bigwedge_{j=0}^{R} (\neg e_{ij} \vee \neg e_{kl})$$

である。

次に、移動はせいぜい 1 マスしかできないことを条件に加える。k, l はそれぞれ 1 以上 R 以下とする。しばらく、点 (k, l) から 0 または 1 しか離れていないマス (i, j) について $\bigvee$ をとったものを $\bigvee_{i,j}$ と表記することにする。素朴には

$$\bigvee_{i,j} = \bigvee_{i=k-1}^{k+1} \bigvee_{i=l-1}^{l+1}$$

のことだが、(k, l) が端のマスだったら (i, j) はフィールドの外かもしれない。その部分は実装の際に適宜外すことにする。

さて、行動開始地点が点 (k, l) のとき、行動終了地点がせいぜい 1 マスしか離れていないことは、任意の (k, l) に対して

$$s_{kl} \Rightarrow \left(\bigvee_{i,j} e_{ij} \right)$$

であると書ける。補題 2.2 より、これは

$$\neg s_{kl} \vee \left(\bigvee_{i,j} e_{ij} \right)$$

と同値である。(k, l) について $\bigwedge$ をとって、

$$(\text{start-end}) = \bigwedge_{k=0}^{R} \bigwedge_{l=0}^{R} \left(\neg s_{kl} \vee \left(\bigvee_{i,j} e_{ij} \right) \right)$$

が求める条件である。

参考文献

[日本 07] 日本数学会（編）. 岩波数学辞典. 岩波書店, 第 4 版, 3 2007.

ときどき [日本 07] を参照する。